BIBLIOTECA NAZIONALE VITT. EMANUELE
14
11 Q
19 4
AA
IX
29

PAPPI ALEXANDRINI MATHEMATICÆ COLLECTIONES.

Biblioth.æ PP. Scholar. Piarum S. Pant.nis ex legato Ill.mi D.ni de Rubeis

14-19. I. 15

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

PAPPI ALEXANDRINI MATHEMATICAE COLLECTIONES

A FEDERICO COMMANDINO VRBINATE

In Latinum conuerſæ, & Commentarijs illuſtratæ.

In hac noſtra editione ab innumeris, quibus ſcatebant mendis, & præcipuè in Græco contextu diligenter vindicatæ.

ET SERENISSIMO PRINCIPI

LEOPOLDO GVLIELMO ARCHIDVCI AVSTRIAE, &c.

DICATAE.



BONONIÆ Ex Typographia HH. de Duccijs. M.DC.LX.

SVPERIORVM PERMISSV.

BIBLIOTECA ROMA VITTORIO EMANUELE

SERENISS.MO PRINCIPI

LEOPOLDO GVLIELMO ARCHIDVCI AVSTRIÆ

Magno Teutonici Ordinis Magiſtro

Belgij,& Burgundiæ Gubernatori emerito

Auguſtiſsimi Imperatoris LEOPOLDI *Primi Regnantis Patruo fortunatiſsimo, &c.*

FELICITATEM, VICTORIAS, TRIVMPHOS.

DIuturnis Virorum Sapientum Votis, & precibus, è tumulo excitatus in Lucem, & Vitam, liber hic Pappi Alexandrini, horoſcopante Sereniſsimi nominis Tui clariſsimo ſydere, renaſci debuit, Archidux Inuictiſsime Leopolde. Tu ſcilicet ille es, qui doctorum hominum laboribus tamquam ſydus affulges. Tu ille es, quo Patre rediuiuus iſte Græci partus ingenij gloriari potuiſſet potius quam Patrono; In aliorum enim pectoribus ſedem, in tuo Auguſtale ſuum Matheſis collocauit. Nec ſanè abſq; iucundæ voluptatis fructu (audeo dicere) erudito huic Volumini benigno ſemel impertieris obtutu ſupercilium illud, cuius auguſtam planè maieſtatem ſubditi Populi venerantur, hoſtes Religionis,

& Auſtriacæ Domus perhorreſcunt: Nam res egregiè geſtas, & præclara Virtutis Tuæ monumenta, quam ſuſpexit Belgium, Germania iterum ſuſpicit, reuocabit in mentem. Si enim oculis occurrent lineæ in longum extenſæ; occurret menti victoriarum tuarum curſus nullibi interruptus, nullo pugnæ infelicis exitu definitus. Si angulos intuebere; videbis anguſtias, quibus armatam hæreſim concluſiſti, non gloriam tuam, quæ longè, lateq; diffuſa, iiſdem, quibus terrarum Orbis, limitibus continetur. Si circulos aſpicies; recordaberis quoties gladij Tui mucrone, tamquam circino, deuictis perduellibus locum circumpſeris vbi degerent, quò ſe militaribus ornamentis ſpoliati reciperent: Quoties eoſdem obſidionali corona, orbe veluti ferreo, Auſtriacæ ditionis Vrbes, & caſtra circumuallantes perculeris, atque diſieceris. Sic Brema à te Cæſarearum Copiarum Præfecto arctiſsimis obſidionis vinculis exoluta; ſic Haſsia effuſiſsimis populationibus diuexata; ſic per plurimarum arcium expugnationem expugnata, & fracta Bannieri, cæterorumq; coniuratorum audacia ante Tuæ cogitationis obtutum verſabitur. Exinde deduceris in Belgium; ſtatimq; Cortracum, Dixmunda, reliquæ Vrbes hoſtium manibus ereptæ, ſed in primis obuium fiet Armenterium, Gubernationis initio, cùm vix in Prouinciam illam pedem intuliſſes, tam celeriter occupatum, vt exclamare poſses abſquè iactantiâ, Veni, Vidi, Vici. Si hiſce in paginis machinę ſubijcientur aſpectui, quibus pondera attolluntur; offeret ſe ſe ipſa tibi mens Tua, quâ, velut Archimedeo vecte, tot Populos, tot Prouincias regendo moues, & imperando: Hoc tamen vno abſimilis Archimedi, quod locus tibi non eſt exquirendus vbi conſiſtas; Auſtriaca enim Virtus, & Fortuna, ſiue inter Pacis otia, ſiue inter Bellorum tumultus, ſiue Mari, ſiue degat in Terris, atq; verſetur, conſiſtit vbiquè, vbiquè centrum habet, in quadro vbiquè ſtat immobiliter collocata. Quòcumquè demum te vertas propriæ libertatis aſſertorem Prouinciæ, Victorem hoſtes

ſtes, Propugnatorem Religio, Hæreſis, & Impietas Profligatorem, inconcuſſum Columen Fides, Fulcimentum ingens, & Decus Domus Auſtriacæ, Orbis vniuerſus illum Te agnoſcet, & admirabitur, quem vt ad Auguſtiſsimum Leopoldum nominis, & ſanguinis affinitate, ita conſortio dignitatis proximè videt accedere cuius ſcilicet Herculeis humeris Romani culmen incumbit Imperij.

Dabis igitur non confidentiæ meæ, ſed præſtantiſsimis dotibus Tuis, dabis Humanitati veniam, & Clementiæ Tuæ, Sereniſsime Princeps, quod Italus ego eruditum hoc tributum offerre præſumpſerim. Vectigales tibi Vrbes ferro reddidiſti, Athenæa reddis ſapientiâ. Auguſtis itaquè manibus, admirando fędere gladium volumini ſociantibus, ſe ſe Mathematicæ Collectiones præbent conſouendas. Licebit in poſterum fortunatum hunc librum appellare, qui diuturno, ac penè dixerim, ſepulchrali ſquallore deformatam faciem, Tui nominis nitidiſsimâ luce detergit; me verò fortunatiſsimum, cuius laboribus Patrocinij ſui radijs tam ſerenum Sydus affulſit.

Celſitudinis Tuæ Sereniſs.

Addictiſs. atq; Obſequentiſs. Seruus

Bononiæ Kalendis Maij 1659.

Carolus Manoleſsius.

CANDIDO LECTORI.

HABES, candide Lector, Pappi Alexandrini Mathematicas collectiones à Federico Commandino in Latinam linguam translatas, & commentarijs illuſtratas, iamdiu tibi promiſsas, & fortaſſe a te deſideratas. Quod nunc habeas, & diutius illas morari non coactus fueris, id totum Franciſco Mariæ Sereniſsimo Vrbini Duci, acceptum referre debes: is enim tua, & Commandini cauſa, quia illius Hæredes nunquam hucuſque in harum impreſsione concordes fuerunt, ſuis hortationibus, & impenſis, vt ederentur curauit. Quod huic operi Primus, & Secundus liber deſint, edaci rerum tempori, non Commandini negligentiæ eſt adſcribendum: tantam enim diligentiam in illis perquirendis adhibuit, quanta forſan in reperiendis tot alijs antiquorum Mathematicorum libris illi opus fuit: non tamen propterea quod ita ſit, timeas, te ex eo parùm in Geometria profecturum, & operam in illius lectione ponendam perditurum: nam niſi ego decipior, & Commandinus ipſe decipiebatur, contrarium experiere. Si hoc opus non ita, vt alia ab eodem Authore edita expolitum videbitur, mortem, quæ illum nobis nimis propère ſurripuit, &, ne ſummam illi imponeret manum, impediuit, accuſa; non illum, nec eius Hæredes; nam licet tu primo aſpectu forſitan ab eis, vt nonnulli ante impreſsionem cupiebant, deſideres, vt onus libri corrigendi, & poliendi alicui mandauiſſent, & non tibi reſeruaſſent: tamen re maturius perſpecta, cognoſces eos, quamuis id commodè facere potuiſſent, quia non deerant viri Geometriæ periti, qui hanc curam ſuſcepiſſent, prudenter iudicaſſe, cum conſenſerint magis tibi, & Commandino expedire, ſi, vt repertus eſt liber, nulla ne addita quidem, nec dempta ſyllaba, imprimeretur. Quod igitur ita factum fuit, æqui bonique conſule, & libenter librum lege, & cum tibi Authoris labores profuiſſe perſpicies, gratias pro illo Diuinam Miſericordiam implorando, referre non detrectabis. Vale.

LE-

LECTORI MATHESEOS STVDIOSO

CAROLVS MANOLESSIVS.

FIdem meam dudum in Galilæi operibus tibi oppigneratam vt liberare incipiam, Pappi Mathematicas profero Collectiones, in quibus emaculandis qualem, quantamuè inſumpſerim operam facilè tibi periculum prioris illius cum mea hac editione facienti innoteſcet. vſus ſiquidem labore, & iudicio Virorum tum Græcæ linguæ, tum Mathematicarum, quos Studiorum Mater Bononia educat, peritiorum effeci vt deterſæ ſint mendæ propè innumeræ, quibus Græcus vndique ſcatebat contextus, & (quod caput eſt) reſtituti litterarum Characteres in figuris quamplurimis perperam diſpoſitis, qui quantum operi adderent difficultatis nemo alium demonſtrationum, nuperrimè licet, initiatus eſt qui neſciat. Latina quoque ſeu Verſio, ſeu Commentatio diligentiſſima interpunctione quantum fieri potuit ab amphibologico ſenſu eſt vindicata; adeò vt emaculatior, aut diligentior editio nulla fieri poſſe hac noſtra exiſtimem. Sed id anteænium eſto. Iam tum menti obuerſantur Apollonij Conica, Archimedis Opera, vt Trigonum priſcorum ſummorum in Matheſi Virorum perficiam. Hiſce addam Neotericos primæ notæ Auctores, Guidonem Vbaldum è Marchionibus Montis, Federicum Commandinum, Lucam Valerium, Bonauenturam Caualerium, Benedictum Caſtellum, quorum Opera vel cæpere formis noſtris iterum viuere, vel partum ſecundum ijſdem ab Typis præſtolantur. Opus (ſat ſcio) ingens eſt, cum non modo impreſſos horum labores reuulgare audeam, verum & optima M.SS. (ſi qua mihi nanciſci dabitur) ſim diuulgaturus: quarè omnes probos Viros qui gemmas haſce poſſident enixè oro, atque obteſtor, vt eas tranſcribendi mihi faciant poteſtatem, de vniuerſa ſcilicet Mathematica diſciplina penes litterarium Orbem æternùm optimè promerituri. Vale, benigne Lector, hiſque laboribus noſtris interim fruere.

Vidit D. Iuentius Torti Clericus Regularis S. Pauli Pœnitentiarius in Metropolitana Bononienſi; pro Illuſtriſs. ac Reuerendiſs. D. Hieronymo Boncomp. Archiepiſcopo, & Principe.

Vidit Ouidius Montalbanus Philoſophiæ, & Legum Doctor, &c. pro Reuerendiſs. Pater Fr. Gulielmus Foeus Inquiſit. Bonon.

Imprimatur.

Fr. Ioan. Thom. Vicarius S. Off. Bonon.



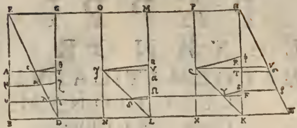

Teniers Pinx.

PAPPI ALEXANDRINI MATHEMATICARVM COLLECTIONVM

LIBER TERTIVS.

CVM COMMENTARIIS FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

QVICVMQVE ea, quæ in Geometria inueſtigantur, diligentius expendere volunt, ô Cratiſte, omne problema appellari exiſtimant, in quo aliquid faciendum, & conſtruendum proponitur. Theorema vero, in quo aliquibus poſitis conſequens ad ea, & omnino contingens conſideratur, cum antiquorum alij problemata omnia, alij theoremata eſſe dixerint. Qui igitur theorema proponit, ſciens quodammodo conſequens eius, putat quęſtione dignum, & non aliter recte proponat. Qui vero proponit problema, ſiquidem indoctus eſt, & omnino rudis, quamquam proponat id, quod conſtrui quodammodo non poſſit, dignus venia eſt, & culpa vacat. quærentis enim officium eſt, & hoc determinare, & id, quod fieri, & quod minime fieri poteſt. & ſi fieri poteſt, quando, & quomodo, & quotupliciter fieri poſſit. Quòd ſi quis imperite proponat, cum mathematicas ſcientias profiteatur, non eſt extra culpam. Nuper quidam eorum, qui mathematicas ſcientias profitentur, per tuas problematum propoſitiones imperite nobis determinarunt, de quibus, & ſimilibus oportebat nos ad tuam & ſtudioſorum vtilitatem in tertio libro collectionum mathematicarum demonſtrationes afferre. Primum igitur problema quidem, qui magnus Geometra videbatur, inſcite determinauit. etenim datis duabus rectis lineis duas medias proportionales in continua analogia inuenire, ſeſe dixit per planorum contemplationem. voluitque vir ille nos, cum conſtructionem ab ipſo factam diligenter expendiſſemus, de ea reſpondere. Quæ quidem hoc modo ſe habet.



Sint duæ rectæ lineæ A B A C ad rectos inter ſe angulos: & a puncto B ducatur B D ipſi A C parallela: ponaturque ipſi A B æqualis B D, & iungatur D C quæ ipſi B A in E occurrat. a puncto autem B ducatur E H parallela ipſi A C; producanturque B D: & a puncto D ducatur D G parallela B E & ipſi B D æquales ponantur D N, N L, L X, X K. deinde per puncta N L, X K. ducantur N O, L M, X P, K H ipſi B E parallelę: & ponatur K R æqualis B A, ſeceturque bifariam in puncto S: & vt K H ad H S, ita fiat S H ad H T. vt autem, S H ad H T, ita T H ad H φ; & a recta linea X P auferatur Q X æqualis A B. iunganturque Q K Q φ. atque a puncto S ipſi Q φ parallela ducatur S ψ. a puncto au-
A tem ψ ducatur ψ Ω parallela K X. & ſit vt L M ad M Ω, ita Ω M ad M α, vtque Ω M ad M α, ita α M ad M β, & ab ipſa O N auferatur N γ æqualis A B: iunganturque γ L γ β. Deinde a puncto Ω ipſi β γ parallela ducatur Ω δ, & a δ ipſi L N parallela δ ε, & vt D G
B ad G ε, ita ſit ε G ad G ζ. vt autem ε G ad G ζ, ita ζ G ad G θ iunganturque θ C, & ipſi θ C parallelę ducantur ζ κ, ε λ. poſtremo ducantur a punctis κ λ ipſis A C B D parallelę κ μ, λ ν. oſtendendum eſt ipſarum A C, B D medias proportionales eſſe μ κ, ν λ.

Hęc igitur ille conſcribens mihi tradidit, non continentia demonſtrationem propoſiti problematis. Sed quoniam, & Hieronymus philoſophus, & alij complures ex eius amicis, qui mihi cogniti erant, voluerunt me dę propoſita conſtructione interim reſpondere, cum ille demonſtrationem facere promiſiſſet. hæc habui nunc, quę dicerem. Eum ſcilicet non recte, ſed perperam conſtructione vſum fuiſſe. bipartito enim ſecans rectam lineam R K in S, & vt K H ad H S, ita faciens S H ad H T; conſtituit in eadem proportione, & T H ad H φ. neceſſe autem omnino eſt neque illum, neque nos punctum ſectionis in tertia proportione, velut φ inuenire. Hac igitur dubitatione ad cauſam eius conſequente, oſtendit ſe non intelligere hoc conſequens. nam cum determi-
C nari non poſſit ſectionis punctum, vt φ in tertia proportione, niſi prius ponatur proportio, quam habet K H ad H R, hoc eſt B E ad B A, non ſolum ipſe conatur quærere, quod inueniri non poteſt, ſed etiam nos cenſet. Itaque poſita proportione, quam K H habet ad H R; hoc eſt B E ad B A, & data H K, datur minor recta linea tertiæ proportionis. datum autem eſt punctum H, ergo & alterum extremum minimæ rectæ lineæ eſt datum. quod vel inter H R, vel inter R T cadere manifeſto conſtat. At punctum T etiam cadere inter R S demonſtrabimus. & prius punctum φ aliquando quidem cadere inter H R, aliquando autem inter R T iuxta poſitionem proportionis, quam habet K H data ad H R. ponatur enim primum data proportio K H ad H R, hoc eſt B E ad B A, vel B A ad A C dupla. proportio igitur, & K H ad H R eſt ea quam habent duo ad vnum, videlicet quattuor ad duo. quare & proportio K H ad H S eſt, quam habent quattuor ad tria. atque eſt vt K H ad H S. videlicet; vt quattuor ad tria, ita S H ad H T, hoc eſt ita 3 ad
D $2\frac{1}{4}$. Vt autem 3 ad $2\frac{1}{4}$, ita $2\frac{1}{4}$ ad aliā quandam. Si igitur ita fiat, erit ad minorem, quam ſint 2, hoc eſt, quam ſit H R, ita vt minor recta linea tertiæ proportionis, & omnium minima minor ſit, quam H R; & ſectionis punctum vt φ inter H R cadat. Sed ſit data proportio quadrupla. ergo ipſius K H ad H R proportio eſt, quam habent 8 ad 2:
E & proportio K H ad H S, quam habent 8 ad 5. eſt autem vt 8 ad 5, ita 5. ad $3\frac{1}{8}$: & vt 5. ad $3\frac{1}{8}$, ita $3\frac{1}{8}$ ad minorem, quam ſint 2. quare rurſus tertiæ proportionis ſectio inter H R cadit. ponatur deinde proportio K H ad H R quintupla. ergo proportio K H ad H R eſt, quam habent 10 ad 2. & proportio K H ad H S, quam habent 10. ad 6. Sed vt 10 ad 6, ita 6 ad $3.\frac{1}{3}$ & $\frac{4}{15}$. hoc eſt ad $3\frac{3}{5}$ & vt 6 ad $3\frac{3}{5}$ ita $3\frac{3}{5}$ ad maiorem, quam 2. atq; eſt H R 2. cadit igitur ſectionis punctum tertiæ proportionis inter R T. & manifeſtum eſt omnes quidem proportiones, quæ ſunt minores quadrupla facere ta-

re talem ſectionem inter R H; quæ vero maiores quintupla facere ſectionis punctum inter K T, quemadmodum, & lemma huiuſmodi proportionis vtile premiſimus. Itaque quoniam oſtendimus ſectionis punctum vt φ aliquando cadere inter H R, aliquando inter R T, quod ab eo animaduerſum non eſt ob eam, quam diximus, cauſſam. ipſe autem dicit, propoſitum oſtendit, ſiue punctum φ ſit inter H R, ſiue inter R T: illud ante omnia conſiderare oportet. Vbicumque ſumat punctum φ ſiue infra R, ſiue ſupra, non eſſe, vt S H ad H T, hoc eſt vt K H ad H S, ita & T H ad H R. Si igitur dixerit, fiat vt K H ad H S, ita S H ad H T, & T H ad H R; ipſe per ſeſe redarguitur; ſumens quæſitum, vt conceſſum; protracta enim X K, ipſique X K facta æquali K π, & iuncta π H, atque per puncta S T R ductis parallelis ipſi K π, factum erit, quod quæritur. & perſpicuum eſt quo pacto hoc ſequatur. Erat namque & vt K π ad S ρ, ita S ρ ad T σ, & T σ ad R υ. æqualis autem eſt K π ipſi B D, & K R ipſi B A, & B E ipſi K H, ita vt & A C ſit æqualis R υ, & duarum B D, A C, hoc eſt duarum K π, R υ inuentæ ſint duæ mediæ proportionales S ρ, T σ, quod fieri non poteſt: nimirum recta linea exiſtente H K, & puncto in ipſa R. non enim per contemplationem eam, quæ in plano fit inter R K, duo puncta velut T S ſumi poſſunt, ita vt ſit ſicut K H ad H S, ſic S H ad H T, & T H ad H R. & quamquam ſumat F pro S, tamen problema fieri nequit. quod natura ſolidum eſt. quare, & ipſe ſciens quæſitam vt conceſſum ſumi, non auſus eſt dicere alterum minimæ rectæ lineæ terminum eſſe punctum R. ſupra vero, hoc eſt inter R H ſumens ipſum ad φ reliquam constructionem complet, vt vult: & nihilominus imprudens in difficultatem ab initio propoſitum delabitur, non enim quod pluribus agens falſa ſcribere voluerit; vt quoſcumque in errorem induceret, ſed quod in ipſis rationes non rectæ concludentes afferat, vt oſtendam prius in corrupto, ac ſano modo percurrens id, quod proponitur. deinde reprehendens eius poſitionem non recte ſumptam. Quoniam igitur data eſt proportio K H ad H R, atque eſt data K H (hoc enim ponere oportet) data erit & H R, & reliqua R K. Sed & S R, quæ dimidia eſt ipſius R K. erat autem & R H data tota igitur H S data erit quare, & data proportio K H ad H S. atque eſt vt K H ad H S, ita S H ad H T. & data eſt S H, vt oſtenſum fuit, ergo & H T erit data. Eadem ratione data erit & H φ quare & data differentia rectarum linearum H R, H φ: & inuentum eſt φ inter H R, ſicut & per numeros demonſtratum iam fuit. Et quoniam data eſt differentia φ R & R Q recta linea coniungens, quæ eſt æqualis X K, datum erit ſpecie & magnitudine triangulum orthogonium φ Q R. angulus igitur R φ Q eſt datus, qui eſt æqualis angulo exteriori K S ψ. ergo & producta Ω ψ ad R datum erit S F ψ triangulum orthogonium, & ſpecie, & magnitudine, quoniam enim data eſt vtraque ipſarum R K, R Q data erit & Q K & proportio Q K ad K ψ eſt data; quod eadem ſit datæ proportioni φ K ad K S. quare & data ψ K. ſed & ψ S eſt data, ſiquidem & vt φ K ad K S, ita φ Q ad ψ S. & oſtenſa eſt data φ Q data igitur & ψ S. erat autem, & angulus ψ S K datus. ergo & triangulum ψ S F orthogonium ſpecie & magnitudine dabitur. quare & ψ F parallela ipſi X K & in directum ipſi ψ ω. data igitur & ω L æqualis F K. & quoniam H K eſt æqualis M L, minor autem ω L, quam S K. etenim ω L eſt æqualis ipſi K F, atque eſt vt K H ad H S, ita S H ad H T, & T H ad H φ vt autem L M ad M ω, ita ω M ad M α; & α M ad M β erit M β maior, quã H φ. etenim & hoc deinceps demõſtrabitur. ergo & reliqua β L minor eſt, quam φ K. Rurſus quoniam data eſt ω L, cum oſtenſa ſit æqualis ipſi F K datæ; data autem & L M, quod & K H: erit proportio L M ad M ω data. atque eſt, vt L M ad M ω, ita & ω M ad M α: & data eſt ω M, ergo & M α, dabitur. Eadem ratione dabitur quoque M β quare, & punctum β, eſt datum; quod poſitum ſit vbi vult, vel inter V M, vt nunc eſt, vel inter V α, nempe recta linea V L æquali poſita vnicuique ipſarum R R, A B, Q X, T R. Si enim dicit β cadere in V, quæſitum nihilominus, vt conceſſum ſumit. apparet namque rurſus in recta linea M L poſitione data, & puncto aliquo in ipſa dato V ſumere inter L V duo puncta ω, A, & facere vt L M ad M ω, ita ω M ad M α, & α M ad M V; quod nullus ipſorum concedit. Hoc enim & antiqui quærentes dubitarunt, per plana inuenire, vt etiam demonſtrabo illorum verba apponens. & ipſe nihil habet dicere, quod hoc refellat. cum dicamus. Si V neceſſario eſt ſectionis punctum tertiæ proportionis, oſtende neque inter V α, neque inter M V cadere poſſe. etenim nos in principio oſtendimus punctum φ cadere & ſupra R & infra. cadit namque iuxta poſitionem propoſitionis. Similiter igitur reſolutione procedente ex eo, quod datur triangulum V, β, Γ, ſpecie & magnitudine, quamuis β ſectionis punctum cadat inter V α. dato autem & δ, ε, L, triangulo quemadmodum ſupra, & data δ, ε, dabitur enim proportio D G ad G ε. hoc eſt proportio, ζ G ad G θ & nullo modo rurſus D G ad G E, cum æquales ponantur, & nunc K R, hoc eſt A B ipſi D, T, quamquam θ velit cadere inter, ζ, T, nihil enim habet

F
G
H
K
L
M
N

bet dicere, quod refellat; audiens a nobis, oſtende neque inter τ, G, neque inter τ, ζ, cadere. Si autem ex conceſſione ſimpliciter velit huiuſmodi ſectionis punctum eſſe in τ, quæſitum etiam nunc vt conceſſum ſumit. Quod ſi ipſi non concedatur ſectionem eſſe in puncto τ, quoniam neque R concedimus in recta linea K H demonſtrationem facere, & ſi aliquod aliud inter ε G ſumere velit, vt ζ. ipſe non nouit, quomodo deceptus θ ſumit. Sed vt vult, ponatur ſeparabile eſſe ſecundum τ, & coniungens θ, C, ducenſque ipſi C, θ parallelas, ζ, κ, ε, λ, per κ, λ, vero ipſi A C parallelas. κ μ, λ ν, oſtendit ſe non intellexiſſe problema. etenim recta linea θ C non facta parallela ipſi B G angulus C θ G obtuſus quidem eſt, puncto θ inter G τ, cadente, acutus autem θ cadente inter τ ζ, namque angulus ad τ, rectus eſt, ſecundum quem dumtaxat problema efficitur. Quod ſi quis concedat, quemadmodum ſupra diximus; in recta linea D G poſitione data, & puncto dato τ, ſumere duo puncta, velut ε, ζ, ita vt quam proportionem habet D G ad G, ε, habeat ε G ad G ζ, & ζ G ad G τ. hoc autem non dato, quod propoſitum eſt ab eo per plana inueniri nō poterit; vt etiam per numeros ipſos congruenter reſolutioni, ijs, qui velint, perſuadere licebit, vtentibus tabula Ptolemæi de rectis lineis in circulo datis. Sed de hoc dubitare vna cum alijs ſatius erat, quam ita inuenire, Nos autem ea, quæ ſuperius poſita ſunt, nunc oſtendemus.

COMMENTARIVS.

A Et ſit vt L M ad M Ω, ita Ω M ad M α] *Græcus codex mendoſe habebat.* καὶ ἔστω ὡς λ μ πρὸς μ ω, οὕτως ἡ ω μ πρὸς μ θ *cum legendum ſit* πρὸς μ α.

B Et ipſi θ C parallelæ ducantur, ζ, κ, ε, λ. poſtremo ducantur a punctis κ, λ ipſis A C, B D parallelæ κ μ, λ ν. oſtendendum eſt ipſarum A C, B D medias proportionales eſſe μ κ, ν λ,] *Græcus codex* καὶ ἄχθωσαν τῇ θ Π παράλληλοι αἱ, ζ κ ε α, καὶ ἀπὸ τῶν κ α ταῖς α γ, β α παράλληλοι αἱ κ μ α ν δεῖξαι, *&c.* αἱ μ κ ν α. *Sed legendum* καὶ ἤχθωσαν τῇ θ γ παράλληλοι αἱ, ζ κ ε ν, καὶ ἀπὸ τῶν κ λ ταῖς α γ β δ παράλληλοι αἱ κ μ, λ ν δεῖξαι αἱ μ κ, ν λ.

C Niſi prius ponatur proportio, quam habet K H ad H R, hoc eſt B E ad B A] *Græcus codex* μὴ πρότερον ὑποτεθέντος τοῦ λόγου ὃν ἔχει ἡ κ δ πρὸς κ ρ τουτέστι τοῦ ὃν ἔχει ἡ η πρὸς την β α. *Sed legendum puto ex ijs, quæ deinceps ſequuntur.* ὃν ἔχει ἡ κ θ πρὸς θ ρ τουτέστι τοῦ ὃν ἔχει ἡ β ε πρὸς την ε α.

D Vt autem 3 ad 2 ¼, ita 2 ¼ ad aliam quamdam] *Græcus codex* ὡς δὲ καὶ τὰ γ πρὸς τὰ δύο καὶ δ, οὕτως αὐτὰ τὰ β δ πρὸς ἄλληλα. *Sed legendum* πρὸς ἄλλην τινα.

E Et proportio K H ad H S, quam habet 10. ad 6.] *Græcus codex* καὶ τῆς κ θ ἄρα πρὸς την θ σ λόγος ἐστιν, ὃν τὰ ε πρὸς τὰ ς. *Sed legendum* ὃν τὰ ι πρὸς τὰ ς.

F Ipſe per ſeſe redarguitur, ſumens quæſitum vt conceſſum] *Græcus codex* αὐτόθεν ἐλέγχεται τὸ ζητούμενον ἐν ὁμολογούμενον λαβών *lege* τὸ ζητούμενον ὡς ὁμολογούμενον λαβών.

G Atque per puncta S T R ductis parallelis ipſi K π factum erit quod quæritur] *Græcus codex hoc loco, & infra corruptus erat, quem nos reſtituimus.*

H Erat namque & vt K π ad ς ρ, ita ς ρ ad T σ] *Sequitur hoc ex 4. ſexti elementorum ob triangulorum ſimilitudinem.*

K Quoniam igitur data eſt proportio K H ad H R.] *Græcus codex* ἐπεὶ τοίνυν δοθεῖσης ἐστιν ὁ τῆς κ θ πρὸς θ ρ *lege* ἐπεὶ τοίνυν δοθείς ἐστιν ὁ τῆς κ θ πρὸς θ ρ.

L Angulus igitur R φ Q eſt datus, qui eſt æqualis angulo exteriori K S Ψ] *Græcus codex* δοθεῖσα ἄρα ἡ ὑπὸ ρ φ γωνία καὶ ἴση ἐστιν τῇ ὑπὸ κ σ φ ἐκτος γωνία. *Sed legendum* δοθεῖσα ἄρα ἡ ὑπὸ ρ φ χ γωνία. καὶ ἴση ἐστιν τῇ ὑπὸ κ σ Ψ ἐκτὸς γωνία.

M Ergo & producta A Ψ ad F datum erit S F Ψ triangulum orthogonium ſpecie, & magnitudine] *Græcus codex* ἐκβληθείσης ἄρα, &c. τῷ εἴδει οὕτως. *Legendum arbitror* τῷ εἴδει καὶ μεγέθει. *quod ex ijs, quæ ſequuntur manifeſto apparet.*

N Si N neceſſario eſt ſectionis punctum tertiæ proportionis] *Græcus codex* εἰ τὸ ς ἐστιν ἐξ ἀνάγκης τὸ τῆς τομῆς σημεῖον τοῦ τρίτου λόγου. *Sed pro* ς *ego libenter ponerem* β. *hoc eſt* ν *vt nos vertimus.*

THEO-

THEOREMA PRIMVM, PROPOSITIO I.

Sit quædam recta linea AG diuiſa in partes æquales ad puncta BCDEF. Dico vt AC ad CB, ita eſſe BC ad ipſius CB dimidiam: & vt AD ad DB, ita BD ad DC, & tertiam ipſius CB: vt autem AE ad EB, ita BE ad EC, & ipſius CB quartam: & vt AF ad FB, ita BF ad FC, & quintam CB: Denique vt AG ad GB, ita BG ad GC, & ipſius CB ſextam. C

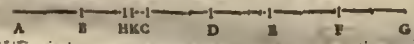


Perſpicuum autem eſt numeris ſemper hoc pacto aſſumptis, vt datus rectarum linearum æqualium numerus a puncto A ad numerum vnitate minorem, ita eſſe numerum vnitate minorem ad alium adhuc eo minorem vnitate, & particulam ipſius CB, quæ datæ rectarum linearum æqualium multitudini reſpondeat.

COMMENTARIVS.

Dico vt AC ad CB, ita eſſe BC ad ipſius CB dimidiam] *Vt enim AC ad eius dimidiam CB, ita & BC ad eius dimidiam.* A

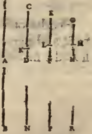
Et vt AD ad DB, ita BD ad DC, & tertiam ipſius CB] *Fiat enim vt AB ad BD, ita BH ad HD. erit componendo, vt AD ad DB, ita BD ad DH; & quarum partium AD eſt 9, earum DB eſt 6: & DH 4. ergo BH eſt 2, & HC 1. Vt igitur AD ad DB, ita BD ad DC & CH, hoc eſt ipſius CB tertiam.* B



Vt autem AE ad EB, ita BE ad EC, & ipſius EB quartam] *Rurſus fiat vt AB ad BE, ita BK ad KE: quare & componendo, vt AE ad EB, ita erit BE ad EK. Quarum vero partium AE eſt 16, earum EB eſt 12, & EK 9. ergo BK erit 3, & KC, 1. Vt igitur AE ad EB, ita EB ad EC, & CK, videlicet quartam ipſius CB. eodem modo, & reliqua demonſtrabantur.* C

THEOREMA II. PROPOSITIO II.

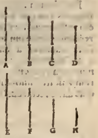
Sint æquales rectæ lineæ, A, B; & CD minor, quàm vtraque ipſarum AB; maior vero, quàm N: fiatque vt A ad CD, ita CD ad EF, & EF ad GH: vt autem B ad N, ita fiat N ad P, & P ad R. Dico ipſam R, quàm GH minorem eſſe.



Quoniam enim CD maior eſt, quam N; ponatur ipſi N æqualis CK. ergo vt A ad CK, ita B ad N. Rurſus quoniam vt A ad CD, ita CD ad EF; fiat vt A ad CK, ita CK ad CL. eſt autē & vt B ad N, ita N ad P: atq; eſt A quidē ipſi B æqualis; CK vero æqualis N. ex æquali igitur vt A ad EL, ita B ad P. ideoque EL ipſi P æqualis erit. Eadem ratione, cum ſit vt A ad CD ita CD ad EF, & EF ad GH; erit & vt A ad CK, ita CK ad EL, & EL ad minorem, quàm GH ſit ad GM. Itaque quoniā vt CK ad EL, ita EL, ad GM: & vt N ad P, ita P ad R; eſt autem CK æqualis N, & EL æqualis P; erit GM ipſi R æqualis; ac propterea R minor, quam GH. 22 quinti 9

ALITER.

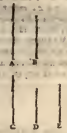
Sit A æqualis E, maior autem B, quàm F: & fiat vt A quidem ad B, ita B ad C, & C ad D. vt vero E ad F, ita F ad G, & G ad H. Dico D maiorem eſſe, quàm H.



Quoniam enim B maior eſt, quam F, & A ipſi B eſt æ-
8. quinti. qualis; habebit B ad A maiorem proportionem, quàm F ad E: & contra A ad B minorem habebit, quam E ad F. vt autem E ad F, ita F ad G, & vt A ad B, ita B ad C; ergo B ad C minorem habet proportionem, quam F ad G. & vt
11. quinti B ad C, ita C ad D. quare C ad D minorem proportionem habet, quam F ad G. Sed vt F ad G, ita G ad H. ergo C ad D minorem habet, quam G ad H. Quoniam igitur A ad B minorem habet proportionem, quam E ad F. B vero ad C minorem, quam F ad G; & C ad D minorem, quam G ad H; habebit ex æquali A ad D minorem proportionem, quam E ad H, vt deinceps oſtendetur, & ſunt A E inter ſe
10. quinti æquales. maior igitur eſt D quam H, quod demonſtrare oportebat.

THEOREMA III. PROPOSITIO III.

Habeat A ad B minorem proportionem, quam C ad D. Dico & permutando A ad C minorem proportionem habere, quam B ad D.



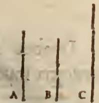
Fiat vt A ad B, ita C ad E maior igitur eſt E quam D. Et
10. quinti quoniam vt A ad B; ita C ad E; erit permutando, vt A ad C, ita B ad E. Sed B ad E minorem habet proportionem, quam
8. quinti B ad D. ergo & A ad C minorem proportionem habebit, quam B ad D.

THEOREMA IV. PROPOSITIO IV.

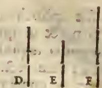
Hoc demonſtrato, habeat A ad B minorem proportionem, quàm D ad E: & B ad C proportionem minorem habeat, quàm E ad F. Dico ex æquali A ad C minorem habere proportionem, quàm D ad F.

Quoniam

Quoniam .n. A ad B minorem proportionem habet, quam D ad E; habebit permutando A ad D minorem proportionem, quam B ad E. Et eadem ratione B ad E minorem, quam C ad F. ergo rurſus permutando A ad C minorem habet proportionem, quam D ad F.



Quæ igitur me præmiſiſſe oportebat, hæc ſunt. Itaque omittens explicare & tibi, & iis, qui in geometria exercitati ſunt ea, quæ ille ſcripſit de conſtructione, & quæ nos obiecimus; optimum fore iudicaui, ſi exponerem quid antiqui de dicto problemate ſenſerint: & primum nonnulla dicerem de problematibus, quæ in geometria conſiderantur, inde ſumpto initio.



Problematum geometricorum antiqui tria genera eſſe ſtatuerunt, & eorum alia quidem plana appellari, alia ſolida, alia linearia, Quę igitur per rectas lineas, & circuli circumferentiam ſolui poſſunt, merito plana dicuntur; etenim lineæ, per quas eiuſmodi problemata ſoluuntur, in plano ortum habent. Problemata vero quæcunque ſoluuntur, aſſumpta in conſtructionem aliqua coni ſectione, vel pluribus, ſolida appellantur namque ad conſtructionem neceſse eſt ſolidarum figurarum ſuperficiebus, nimirum conicis vti. Reſtat tertium genus, quod lineare appellatur. Lineæ enim aliæ præter iam dictas in conſtructionem aſsumuntur, varium, & tranſmutabilem ortum habentes, quales ſunt helices, & quas græci τετραγωνίζουσας appellant, nos quadrantes dicere poſſumus, conchoides, & ciſſoides, quibus quidem multa, & admirabilia accidunt. Cum igitur tales ſint problematum differentiæ, antiqui geometræ problema ante dictum in duabus rectis lineis, quod natura ſolidum eſt, geometrica ratione innixi conſtruere non potuerunt, quoniam neque coni ſectiones facile eſt in plano deſignare. Inſtrumentis autem ipſum in operationem manualem, & commodam, aptamque conſtructionem mirabiliter traduxerunt, quod videre licet in eorum voluminibus, quæ circumferuntur, vt in Eratoſthenis meſolabo, in Philonis, & Heronis mechanicis, & catapulticis. Hi enim aſſerentes problema ſolidum eſſe, ipſius conſtructionem inſtrumentis tantum perfecerunt, congruenter Apollonio Pergæo, qui & reſolutionem eius fecit per coni ſectiones: alij per locos ſolidos Ariſtæi: nullus autem per ea, quæ proprie plana appellantur. At Nicomedes, & ratione illud fecit per lineam conchoidem, per quam & angulum tripartito diuiſit. Exponemus igitur quattuor eius conſtructiones vna cum quadam noſtra tractatione. Quarum prima quidem eſt Eratoſthenis, ſecunda Nicomedis, tertia Heronis, maxime ad manuum operationem accommodata, iis, qui Architecti eſse volunt. vltima autem eſt a nobis inuenta. ſolido enim quocunque dato, alterum ſolidum dato ſimile conſtruitur ad datam proportionem, ſi duabus datis rectis lineis, duæ mediæ in continua analogia aſsumantur, vt inquit Hero in mechanicis, & catapulticis.

ἐπίπεδα, στερεά, γραμμικά.

A Problemata plana.

Problemata ſolida. B

C Coni ſectiones nō facile eſt in plano deſignare.

COMMENTARIVS.

Problematum vero quæcumque ſoluuntur, aſsumpta in conſtructionem aliqua coni ſectione, vel pluribus, ſolida appellantur] *Græcus codex ſic habet,* παραλαμβανομένης εἰς τὴν γένεσιν μιᾶς τῶν τοῦ κώνου τομῶν. *ego libentius legerem* παραλαμβανομένης εἰς τὴν κατασκευὴν μιᾶς τῶν τοῦ κώνου τομῶν. A

Quales ſunt helices, & quas Græci τετραγωνίζουσας appellant] *Græcus codex mancus eſt, qui ſic habet,* ὁποῖαι τυγχάνουσιν . . . . . . καὶ τετραγωνίζουσαι. *Fortaſſe autem legendum erit,* ὁποῖαι τυγχάνουσιν αἱ ἕλικες, καὶ τετραγωνίζουσαι. B

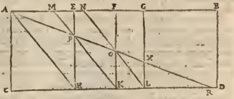
Quoniam neque coni ſectiones facile eſt in plano deſignare] *In Græco codice legitur.* ἐπεὶ μὴ δὲ τὰς τοῦ κώνου τομὰς ῥᾴδιον ἐν ἐπιπέδῳ γράφειν ἦν. *quæ vero ſequuntur ſuperuacanea, & abolenda cenſeo. vt pote librarij errore inſerta.* ὡς δεῖ δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων δύο μέσας ἀνάλογον λαβεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ. C

Solido enim quocumque dato, alterum ſolidum dato ſimile conſtituitur ad datam proportionem] *Græcum codicem ita corrigemus.* στερεοῦ γὰρ παντὸς δεδομένου, ἕτερον στερεὸν ὅμοιον τῷ δοθέντι κατασκευάζεται πρὸς τὸν δοθέντα λόγον. D

PROBLEMA I. PROPOSITIO V.

Duabus datis rectis lineis, duas medias proportionales in continua analogia inuenire.

VT ERATOSTHENES.



Sit plinthium compactum ABCD, & in ipſo triangula orthogonia æqualia ABH, MFK, NGL; quæ rectos angulos habeant ad puncta BFG: & triangulum quidem AEH affixum A maneat, triangulum vero MFK moueatur in regulis AB, CD, ita vt MF in regula AB feratur, canalem per totum habente, & vertex K in CD; nempè canali per totam longitudinem excauato: Similiter & triangulum NGL in regulis AB, CD; per dictos canales moueatur. His igitur hoc modo præparatis, ſi quis velit cubum cubi duplum facere, aſſumens AC ipſius LX duplam, diſtrahenſque triangula MFK, NGL, quoad puncta AX in eadem recta linea conſtituantur, in qua triangulorum ſectiones PO, contingat rectam lineam APOX occurrentem ipſi CD in R; hoc enim neceſſario fieri oportet. Et ita quod propoſitum eſt, aſſequetur. Nam cum ſit, vt AC ad PH, ita AR ad RP, & AH ad PK, & HR ad RK, & PH ad OK, & PR ad RO, & PK ad OL, & KR ad RL, & OK ad LX; erunt linearum AC, LX, duæ mediæ PH, OK, in continua analogia; atq; eſt AC dupla LX. Cubus igitur, qui ſit ex AC duplus erit eius, qui ex PH cubi. Quòd ſi cubus ad cubum aliam quandam proportionem habeat, eandem habere oportet AC ad LX, & reliqua ſimili ratione conſtruentur. Ex quo perſpicue conſtat fieri non poſſe, vt propoſitum per plana ſoluatur.

COMMENTARIVS.

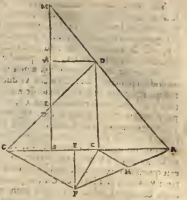
A Et triangulum quidem AEH affixum maneat, triangulum vero MFK moueatur in regulis AB, CD] *Ex epiſtola Eratoſthenis, quæ legitur in commentarijs Eutocij in ſecundum librum Archimedis de Sphæra, & Cylindro, apparet ipſum voluiſſe medium parallelogrammum, ſeu triangulum affixum eſſe, & manere, non primum. Sed res in idem recidit. nam etiam ſi vltimum maneat, & alia duo moueantur, idem planè continget. græcus autem codex corruptus eſt, & mancus, qui fortaſſe ita reſtituetur.* τὸ δὲ μ ζ κ τῶν κίνησιν ἰσχέτω ἐπὶ τῶν αβ,
B γδ κανόνων, *adſcribantur reliqua ex codice manuſcripto.*

Nam cum ſit vt AC ad PH, ita AR ad RP, & AH ad PK, & HR ad RK] *Ex quarta propoſitione ſexti libri elementorum; ſunt enim triangula* ARC, PRH *inter ſe ſimilia, itemque ſimilia* ARH, PRK. *quare vt* AC *ad* PH, *ita* AR *ad* RP: *& vt* AR *ad* RP, *ita &* AH *ad* PK, *&* HR *ad* RK.

C Et PH ad OK, & PR ad RO, & PK ad OL, & KR ad RL, & OK ad LX] *Rurſus enim ſiunt triangula* PRH, ORK *ſimilia, & ſimilia* PRK, ORL, *Vt igitur* HR *ad* RK, *ita eſt &* PH *ad* OK, *&* PR *ad* RO. *Sed vt* PR *ad* RO, *ita* PK *ad* OL, *&* KR *ad* RL. *atque ob eandem cauſam, vt* KR *ad* RL, *ita* OK *ad* XL. *Ex quibus ſequitur per vndecimam quinti elementorum, vt* AC *ad* PH, *ita eſſe* PH *ad* OK, *&* OK *ad* XL.

VT NICOMEDES.

Duabus datis rectis lineis CD, DA; duæ mediæ in continua analogia, hoc modo aſſumuntur.



Compleatur ABCD parallelogrammum; & vtraque ipſarum AB, BC bifariam ſecetur in punctis LE: iunctaque LD producatur: & occurrat CB productæ in G; ipſi vero BC ad rectos angulos ducatur EF: & CF iungatur, quæ ſit æqualis AL. iungatur prętcrea FG, & ipſi parallela ſit CH. Quod cum angulus contineatur KEH, à dato puncto F ducatur FHK, quæ facit lineam HK ipſi AL, vel CF æqualem. hoc enim fieri poſſe per lineam conchoidem oſtenſum eſt. & iuncta KD producatur, occuratque ipſi BA productæ in puncto M. dico vt DC ad CK, ita eſſe CK ad MA, & MA ad AD. Quoniam enim BC bifariam ſecta eſt in E; & ipſi adjeitur CK; rectangulum BKC vna cum quadrato ex CE æquale eſt quadrato ex EK. commune apponatur ex EF quadratum: ergo rectangulum BKC vna cum quadratis ex CE, EF; hoc eſt vna cum quadrato ex CF æquale eſt quadratis ex KE, EF, hoc eſt quadrato ex FK. Et quoniam vt MA ad AB, ita eſt MD ad DK; vt autem MD ad DK, ita BC ad CK; erit vt MA ad AB, ita BC ad CK, atque eſt ipſius AB dimidia AL & ipſius BC dupla CG. eſt igitur & vt MA ad AL, ita GC ad CK, ſed vt GC ad CK, ita FH ad HK, propter lineas parallelas GF, CH. quare, & componendo vt ML ad LA, ita FK ad KH. Sed AL ponitur æqualis HK, quoniam & ipſi CF. ergo, & ML æqualis erit FK & quadratum ex ML quadrato ex FK æquale. eſt autem quadrato ex ML æquale rectangulum BMA vna cum quadrato ex AL: & quadrato ex FK æquale oſtenſum eſt rectangulum BKC vna cum quadrato ex CF; quorum quidem quadratum ex AL eſt æquale quadrato ex CF; ponitur enim AL ipſi CF æqualis. ergo reliquum BMA rectangulum æquale eſt reliquo BKC. vt igitur MB ad BK, ita CK ad MA. Sed vt MB ad BK, ita DC ad CK. quare vt DC ad CK, ita eſt CK ad MA. vt autem MB ad BK, ita MA ad AD. ergo & vt DC ad CK, ita CK ad MA, & MA ad AD.

2. Sexti | B C | D | 2 Sexti. | 6 ſecundi | 14 Sexti. | 4. Sexti. | 4. Sexti.

COMMENTARIVS.

A Hoc enim fieri poſſe per lineam conchoidem oſtenſum eſt] *Quomodo illud per lineam conchoidem fiat, vide in quarto libro propoſitione 24. & apud Eutocium in commentarijs in ſecundum librum Archimedis de sphera & cylindro.*

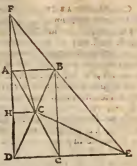
B Et ipſius BC dupla CG] *Ob ſimilitudinem namque triangulorum* DGC, LGB, *vt* DC *ad* LB, *ita eſt* CG *ad* GB. *Sed* AB *hoc eſt* DC *dupla eſt ipſius* LB. *ergo &* CG *ipſius* GB *dupla erit. ac propterea etiam dupla ipſius* BC.

C Eſt igitur, & vt MA ad AL, ita GC ad CK] *Quoniam enim eſt vt* MA *ad* AB, *ita* BC *ad* CK; *& vt* BA *ad* AL, *ita* CG *ad* BC; *erit ex æquali in perturbata ratione, vt* MA *ad* AL, *ita* GC *ad* CK.

D Quare, & componendo, vt ML ad LA, ita FK ad KH, ſed AL ponitur æqualis HK, quoniam & ipſi CF. ergo & ML æqualis erit FK] *Ex ante dictis namque & vndecima quinti libri elementorum ſequitur, vt* MA *ad* AL, *ita eſſe* FH *ad* HK. *ergo & componendo, vt* ML *ad* LA, *ita* FK *ad* KH, *permutandoque vt* ML *ad* FK, *ita* LA *ad* KH. *ſed* LA *eſt æqualis* KH, *quare &* ML *ipſi* FK *æqualis erit.*

VT HERO.

Quo autem modo poſſimus, duabus rectis lineis duas medias proportionales organicè inuenire, oſtendemus; quoniam problema hoc, vt etiam inquit Hero, ſolidum eſt. exponemus igitur demonſtrationem ad manuum operationes maximè accommodatam.



Sint enim datæ rectæ lineæ AB, BC ad rectos inter ſe angulos conſtitutæ, quarum oporteat duas medias proportionales, inuenire. Compleatur ABCD parallelogrãmum, & DC, DA produeantur; iunganturque DB, AC: & aptetur regula ad punctum B, quæ quidem mota ſecet lineas CE, AF, quoad ea, quę a puncto G ducitur ad ſectionem CE. æqualis fiat illi, quæ ab eodem puncto G ad ſectionem AF ducitur. Itaque factum iam ſit, & regulæ poſitio ſit EBF, æqualęs autem EG, GF. Dico rectas lineas AF, CE medias pro-

A portionales eſſe ipſarum AB, BC. Quoniam enim pa-

B rallelogrammum ABCD rectangulum eſt, quattuor rectæ lineæ DG, GA, BG, GC, æquales ſunt inter ſeſe. & quoniam æquales ſunt DG, GA; & ducta eſt GF, rectangulum DFA vnà cum quadrato ex AG æquale erit quadrato ex GF. Et eadem ratione rectangulum DEC vna eum quadrato ex CG, æquale eſt quadrato ex GE. & ſunt æquales FG, GE. ergo & rectangulum DFA vna eum quadrato ex AG erit æquale rectangulo DEC vna eum quadrato ex CG quorum quadratum ex CG eſt æquale quadrato ex GA.

14 Sexti reliquum igitur rectangulum DEC rectangulo DFA eſt æquale. ergo vt ED ad DF, ita

4 FA ad CE. vt autem ED ad DF, ita & BA ad AF, & EC ad CB. quare & vt BA ad AF, ita & FA ad CE; & EC ad CB. rectarum igitur linearum AB, BC medię proportionales ſunt AF, CE.

COMMENTARIVS.

A Quoniam enim parallelogrammum ABCD rectangulum eſt; quattuor rectæ lineæ DG, GA, BG, GC, æquales ſunt inter ſeſe] *Sunt enim trianguli* ABC *duo latera* GB, BA *æqualia duobus lateribus* BC, CD *trianguli* DCB, *& angulus ad* B *rectus æqualis recto ad* C. *ergo & baſis* AC *baſi* BD *æqualis erit. Sed* AGB *angulus eſt æqualis angulo* DGC, *quòd ſint*

39 Primi *ad verticem; & angulus* ABG *æqualis eſt angulo* CDG, *angulusque* BAG *ipſi* DCG. *triangulum igitur* ABG *triangulo* CDG *ſimile; & vt* AB *ad* BG, *ita* CD *ad* DG: *& permutando vt* AB *ad* CD, *ita* BG, *ad* GD. *ergo* BG, GD *æquales ſunt. & eodem modo oſtendentur æquales* AG, GC. *vt igitur* BG *ad* GD, *ita* AG *ad* GC. *& componendo vt* BD *ad* DG, *ita* AC *ad* CG *rurſusque permutando vt* BD *ad* AC, *ita* DG *ad* GC. *Sunt autem* BD, AC *æquales; quod oſtenſum fuit. ergo & æquales* DG, GC, *& propterea* BG, GA, *& omnes inter ſe æquales.*

B Et quoniam æquales ſunt DG, GA; & ducta eſt GF; rectangulum DFA vna cum quadrato ex AG æquale erit quadrato ex GF] *Ducatur a puncto* G *ad* AD *perpendicu-*

4. Sexti *laris* GH. *erit triangulum* AGH *triangulo* DGH *ſimile: & vt* GH *ad* HA, *ita* GH *ad* HD. *ergo* AH *eſt æqualis* HD. *Et quoniam* AD *bifariam ſecta eſt in* H: *& ipſi adiicitur* AF, *re-*

6. Secũdi *ctangulum* DFA *vna cum quadrato ex* AH *æquale eſt quadrato ex* HF. *commune apponatur quadratum ex* GH, *rectangulum igitur* DFA *vna cum quadratis ex* AH, HG: *hoc*

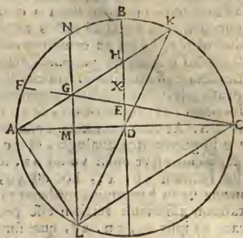
47. Primi *eſt vna cum quadrato ex* AG *æquale erit quadratis ex* FH, HG, *videlicet quadrato ex* FG. *& ſimiliter ducta a puncto* G *ad* DC *perpendiculari, rectangulum* DEC *vna cum quadrato ex* EG *æquale oſtendetur quadrato ex* GE.

VT IPSE PAPPVS.

Cubus autem cubi non ſolum duplus inuenitur per ſubiectum inſtrumentum, quod a nobis excogitatum eſt, ſed & generaliter proportionem habens quamcumque imperatam.

Deſcri-

Deſcribatur enim ſemicirculus ABC: & a centro D ad rectos angulos ducatur DB; & moueatur regula circa A punctum, ita vt vnus quidem eius terminus clauulo quopiam ſuperponatur puncto A, reliqua vero pars circa clauulum, veluti circa centrum inter BC moueatur. His hoc modo conſtructis propoſitum ſit duos cubos inuenire, qui inter ſe datam proportionem habeant. Fiat proportio BD ad DE eadem, quæ proportio data; & iuncta CE producatur ad F. moueatur autem regula inter BC, donec pars eius interiecta inter lineas FE, EB æqualis ſit ei, quæ inter EB rectam lineam & circumferentiam BKC interijcitur. hoc enim tentantes ſemper, & regulam transferentes facile aſſequemur. factum igitur iam ſit, & regula poſitionem habeat AGHK, ita vt GH, HK inter ſe ſint æquales. Dico cubum factum ex linea BD ad cubum ex linea DH datam habere proportionem; videlicet quæ eſt BD ad DE. Intelligatur enim circulus completus: iunctaque KD producatur ad L, & LG iungatur: parallela igitur eſt LG ipſi BD, propterea quòd & KH eſt æqualis HG, & KD ipſi DL. Iungantur etiam AL, LC. Et quoniam angulus GAL in ſemicirculo rectus eſt; & perpendicularis AM: erit vt quadratum ex LM ad quadratum ex MA, hoc eſt, vt recta linea CM ad rectam MA, ita quadratum ex AM ad quadratum ex MG: etenim vt LM ad MA, ita eſt MA ad MG. ergo & vt quadratum ex LM ad quadratum ex MA, ita quadratum ex AM ad quadratum ex MG, & recta linea CM ad MA. communis apponatur proportio AM ad MG. ergo proportio compoſita ex proportione CM ad MA, & proportione AM ad MG, videlicet proportio CM ad MG, eadem eſt, quæ componitur ex proportione quadrati ex AM ad quadratum ex MG; & ex proportione rectæ lineæ AM ad MG. Sed proportio compoſita ex proportione quadrati ex AM ad quadratum ex MG, & ex proportione rectæ lineæ AM ad MG, eadem eſt, quam habet cubus, qui fit ex AM ad cubum, qui ex MG. ergo & CM ad MG proportio, eadem eſt, quã cubus ex AM habet ad cubum ex MG. Sed vt CM quidem ad MG, ita CD ad DE, hoc eſt BD ad DE. Vt autem AM ad MG, ita AD ad DH, hoc eſt BD ad DH. ergo & vt BD ad DE, quæ eſt proportio data, ita cubus ex BD ad eum, qui fit ex DH cubum. Si igitur fiat vt BD ad DH, ita DH ad aliam quampiam, vt DX; erunt rectarum linearum BD, DE duæ mediæ proportionales, DH, DX.



Marginal notes: 2. Sexti. — Cor. 8. — A — B — C — 4. Sexti.

COMMENTARIVS.

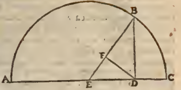
A Ergo & vt quadratum ex LM ad quadratum ex MA, ita quadratum ex AM ad quadratum ex MG.] *ex 22. Sexti.*

B Et recta linea CM ad MA] *Rurſus enim quoniam angulus* ALC *in ſemicirculo eſt rectus & perpendicularis* LM, *erunt tres rectæ lineæ* CM, ML, MA *in continua analogia. quare vt* CM *ad* MA, *ita quadratum ex* CM, *ad quadratum ex* ML, *hoc eſt quadratum ex* LM *ad quadratum ex* MA.

C Sed proportio compoſita ex proportione quadrati AM ad quadratum MG, & proportione lineæ AM ad MG eadem eſt, quam habet cubus, qui fit ex AM ad cubum, qui ex MG] *Priſmata namque omnia, & pyramides inter ſe proportionem habent compoſitam ex proportione baſium, & proportione altitudinum: quod nos in libro de centro grauitatis ſolidorum, propoſitione xxi. demonſtrauimus. Eſt enim cubus priſma quoddam, cuius baſis latus ipſius altitudini eſt æquale.*

SECVNDVM PROBLEMA HOC ERAT.

In ſemicirculo tres medietates ſumere.



Hoc autem quidam alius dixit, & ſemicirculum exponens A B C, cuius centrum E, aſſumenſque in recta linea A C quoduis punctum D & ab eo ad rectos angulos B C ducens D B, ipſam E B coniunxit. ad quam
A a puncto D ducta D F perpendiculari, tres medietates ſimpliciter in ſemicirculo exponi aſſeruit. ipſam quidam B E mediam arithmeticam, D B geometricam, & B F harmonicam. At vero B D mediam eſſe inter A D,
B D C in geometrica analogia, & E C mediam inter A D, D C in medietate arithmetica
8. Sexti. perſpicum eſt vt enim A D ad D B, ita eſt D B ad D C: & vt A D ad ſeipſam, ita exceſ-
C ſus ipſarum A D, A E, hoc eſt A D, E C ad exceſſum E C, C D. Quo autem pacto F D media ſit in harmonica medietate, vel qualium rectarum linearum, non dixit, ſed tantum affirmauit tertiam eſſe proportionalem rectarum linearum E B, B D, ignorans ab ipſis E B, B D, B F, quæ ſunt in geometrica analogia, medietatem harmoni-
D cam formari. oſtendetur enim a nobis inferius, duas E B, & tres D B, & vnam B F, coaceruatas efficere maiorem extremitatem harmonicæ medietatis; & duas B D, & vnam B F efficere mediam; vnam vero B D, & vnam B F, minimam. Sed primum de tribus medietatibus diſſerendum eſt; ſecundo loco de ijs, quæ in ſemicirculo, deinde de alijs tribus, quæ ipſis opponuntur ſecundum antiquos: poſtremo de quattuor medietatibus, quæ ſunt apud recentiores, ex eorum ſententia, & quo pacto vnaquæque decem medietatum per geometricam analogiam inueniri poſſit. vt & id quod propoſitum eſt, pluribus redarguamus.

DEFINITIONES.

μεσότης medietas ἀναλογία analogia. Arithmetica medietas. Differt autem medietas ab analogia, nam ſiquid eſt analogia, hoc & medietas eſt; ſed non contra: medietates enim tres ſunt aritmetica, geometrica, & harmonica. Arithmetica quidem medietas dicitur, quando tribus exiſtentibus terminis medius vnum extremorum pari exceſſu quantitate ſuperat, & a reliquo ſuperatur, vt habet 6 ad 9 & ad 3, vel quando ſit vt primus terminus ad ſeipſum, ita primus exceſſus ad ſecundum. prima vero intelligere oportet ſuperantia.

Geometrica. Geometrica medietas, quæ proprie analogia dicitur; quando ſit vt medius terminus ad vnum extremorum, ita reliquus ad medium, vt habet 6 ad 12, & ad 3; & aliter quando ſit vt primus terminus ad ſecundum, ita primus exceſſus ad ſecundum.

Harmonica. E Harmonica autem medietas eſt, quando medius terminus eadem parte & ſuperat vnum extremorum, & a reliquo ſuperatur; vt habet 3 ad 2 & ad 6; vel quando ſit vt primus terminus ad tertium, ita primus exceſſus ad ſecundum, vt habent 6 3 2.

F His poſitis inueniemus ſimul tres medietates in minimis relictis lineis numero quinque.

COMMENTARIVS.

A Ipſam quidem A C mediam arithmeticam] *Græcus codex τὴν μὲν διμέσην ἀριθμητικήν, ſed mendoſe; legendum enim eſt τὴν μὲν γ μέσην ἀριθμητικήν.*

B Et E C mediam inter A D D C in medietate arithmetica perſpicuum eſt] *Et hoc loco Græcus*

Græcus codex mendoſus eſt, in quo legitur, ἡ δὲ δὶς τῆς α δ δ γ. corrige ἡ δὲ ε γ τῆς α δ δ γ.

Et vt A D ad ſeipſam, ita exceſſus ipſarum A D, A B, hoc eſt A D, B C ad exceſſum B C, C D.] *Oſtendit* B C *mediam eſſe inter* A D D C *in medietate arithmetica ex definitione ipſius, eſt enim aritmetica medietas, vt ipſe inferius ſcribit, quando tribus exiſtentibus terminis medius vnum extremorum pari exceſſu ſuperat, & à reliquo, ſuperatur. vt habet 6 ad 9 & ad 3, vel quando ſit, vt primus ad ſeipſum ita primus exceſſus ad ſecundum, eſt igitur vt* A D *ad ſeipſam, ita exceſſus primi, & ſecundi* A D, B C, *hoc eſt* A D, A B, *qui eſt* B D *ad exceſſum ſecundi, & tertij* B C, C D, *qui eſt idem* B D, *ſunt enim* A B B C *inter ſe æquales, cum* B *circuli centrum ponatur.* C

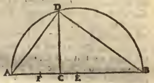
Oſtendetur enim a nobis inferius duas E B & tres D B &c.] *in 20. huius.* D

Harmonica autem medietas eſt, quando medius terminus eadem parte & ſuperat vnum extremorum & a reliquo ſuperatur, vt habet 3 ad 2 & ad 6] *Nam 3 ſuperat 2 dimidia parte ipſius 2, & ſeparatur a 6 itidem dimidia ipſius 6.* E

His poſitis inueniemus ſimul tres medietates in minimis rectis lineis numero quinque] *De his poſterius in xv. huius* F

PROBLEMA II. PROPOSITIO VI.

Oporteat autem primum datis rectis lineis A B, B C mediam in geometrica analogia inuenire.



Ducatur ad rectos angulos C D, & A B in puncto B bifariam ſecetur: circa centrum vero B per B circumferentia deſcripta ſecet eam, quæ ad rectos angulos ducta eſt in D; & coniungenti puncta B D æqualis auferatur B F, erit B F media, quam quærebamus. iuncta enim D A, rectum angulum continet cum B D, propterea quod vtraque ipſarum B E, B A æqualis eſt ei, quæ D B puncta coniungit: eſt autem & angulus ad C rectus, æquiangulum igitur A B D triangulum triangulo B C D: & ob id latera, quæ circa B communem ipſorum angulum, ſunt proportionalia. ergo vt A B ad B D, ita D B ad B C: linearum igitur A B, B C media eſt B D, & ipſi æqualis B F. A B

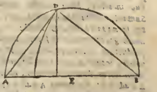
COMMENTARIVS.

Propterea quod vtraque ipſarum B E, B A æqualis eſt ei, quæ D B coniungit.] *eſt enim* A D B *ſemicirculi circumferentia, qua rectum angulum comprehendit, ex 33. tertij libri elementorum.* A

Aequiangulum igitur eſt A B D triangulum triangulo B C D] *ex octaua ſexti elementorum.* B

PROBLEMA III. PROPOSITIO VII.

Datis rectis lineis A B, B F; minorem extremam ſumere.



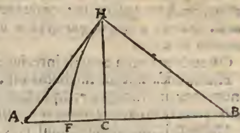
Secetur A B bifariam in E, & circa centrum E per B circumferentia deſcribatur; quam circumferentia circa B centrum per F deſcripta ſecet in puncto D: & perpendicularis ducatur D C. facta eſt igitur B C tertia proportionalis ipſarum A B B F, quod ex antedictis in media proportionali demonſtrari facile poteſt.

Et manifeſtum eſt ſi data analogiæ proportio dupla ſit, ita vt A B ſit quadrupla B C, quæ ipſi B D æqualis ponitur dimidia erit A B, videlicet B E. Et ſi proportio maior ſit, quam dupla, erit dimidia minor: Si vero minor, quam dupla, dimidia maior erit.

PROBLEMA IV. PROPOSITIO VIII.

Datis rectis lineis FB, BC maiorem extremam inuenire.

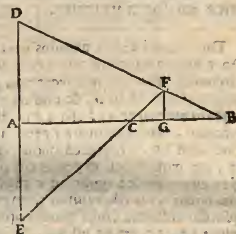
Ducatur ad rectos angulos CH, quam circumferentia circa B centrum per F deſcripta ſecet in H, & ipſi BH iunctæ ad rectos angulos ducatur HA. ergo AB eſt tertia proportionalis ipſarum CB, BF, hoc enim ex ante demonſtratis perſpicue conſtat.



PROBLEMA V. PROPOSITIO IX.

A Datis rectis lineis AB, BC minorem extremam in harmonica medietate inuenire.

Rurſus ſint duæ rectæ lineæ AB, BC; & ad rectos angulos ipſi AB ducatur DAE, ita vt DA ſit æqualis AB: iunganturq; BD, ECF: & à puncto F ad CB perpendicularis ducatur FG. Dico vt AB ad BG, ita eſſe ipſarum AB, BC exceſſum ad exceſſum CB, BG. Quoniam enim eſt, vt 4. Sexti. AB ad BG, ita DA ad FG; hoc eſt AB ad FG: eſt enim AB ipſi AD æqualis: erit vt AB ad BG, ita AB ad FG. Sed vt AB ad FG ita AC ad CG: propterea quod triangula ACB, CFG æquiangula ſunt. vt igitur AB ad BG, ita AC ad CG: atq; eſt AC exceſſus rectarum linearum AB, BC. & CG exceſſus ipſarum CB BG. ergo vt AB BG, ita ipſarum AB BC exceſſus ad exceſſum CB BG.

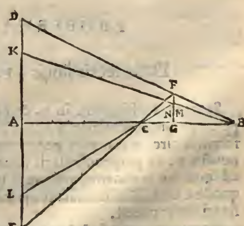


B Hoc autem theorema vtile eſt ad harmonicam medietatem. prima enim eſt AB, ſecunda BC, tertia BG.

COMMENTARIVS.

A Datis rectis lineis AB, BC minorem extremam in harmonica medietate inuenire.

Propoſitionem hanc nos addidimus perſpicuitatis cauſſa, quemadmodum, & in iis, que ſequuntur. Animaduertendum autem eſt Pappum non determinare magnitudinem rectarum linearum DA, AB *propterea quod vtcumq; ſumantur, ſiue maiores, ſiue minores, idem prorſus contingat neceſſe eſt. Sumantur enim aliæ duæ* KA AL, *ita tamen vt inter ſe æquales ſint: & iuncta* KB, *quæ rectam lineam* FG *in puncto* M *ſecet, ducatur* LC. *Dico* LC *productam occurrere ipſi* FG *in* M. *Si enim fieri poteſt, occurrat in alio puncto, videlicet in* N. *Quoniam igitur demonſtrauimus, vt* AB *ad* BG, *ita eſſe* AC *ad* CG: *Vt autem* AB *ad* BG, *ita* KA *ad* MG: *& vt* AC *ad* CG, *ita* AB *ad* NG. *Ob ſimilitudinem triangulorum* ALC, CNG; *erit vt* KA *ad* MG, *ita* AL *ad* NG: *permutandoque vt* KA *ad*



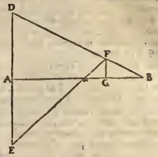
AL, ita

AL, ità MG ad GN. eſt autem KA æqualis AL. ergo & MG ipſi GN æqualis erit. Sed & inæqualis, quod fieri non poteſt. recta igitur linea LC occurrit FG in M. Quòd cum KB, LC inter ſe conueniant in FG ad punctum M, perpendicularis ab eo ducta in idem punctum G cadet. & omnia ſimiliter atque in ſuperioribus contingent.

Hoc autem theorema vtile eſt ad harmonicam medietatem] *Theorema pro problemate improprie vſurpauit.* B

PROBLEMA VI. PROPOSITIO X.

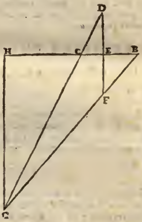
Datis rectis lineis AB, BC mediam in harmonica medietate inuenire.



Quod ſi extremis AB, BG datis mediam inquiramus, iungentes BD, & à puncto G ducentes GF ad rectos angulos GB, a puncto autem F ad B ducentes FCB, habebimus CB mediam inter AB, BG. & demonſtratio manifeſta eſt.

PROBLEMA VII. PROPOSITIO XI.

Datis rectis lineis CD, BE in harmonica medietate maiorem extremam inuenire.



A

B

C

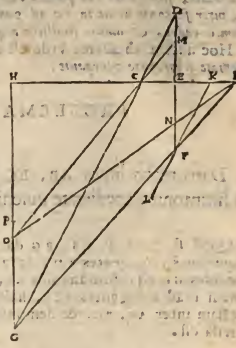
Datis autem rectis lineis CB, BE maiorem extremam inueniemus, a puncto B ad rectos angulos ducentes DB, BF, iungenteſque BF, DC, & ad G producentes. quæ enim a puncto G ad BC protractam perpendicularis ducitur GH abſcindit HB æqualem ei, quam quærebamus; nam CD, BF vt ad partes G inter ſe conuenient. oportet enim ponere BE maiorem, quam EC.

COMMENTARIVS.

A puncto B ad rectos angulos ducentes DE, BF] *Intelligendum autem DE, BF inter ſe æquales eſſe, vt in ſuperioribus.* A

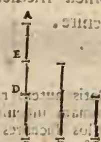
Quæ enim à puncto G ad BC protractam perpendicularis ducitur GH abſcindit HB æqualem ei, quam quærebamus] *Vt enim HB ad BE, ita eſt HG ad BF, hoc eſt ad DB ei æqualem. Sed vt HG ad DB, ita eſt HC ad CB ob ſimilitudinem triangulorum CGH, CDB. Vt igitur HB ad BE, hoc eſt vt primus terminus ad tertium, ita HC ad CB, videlicet exceſſus primi, & ſecundi ad exceſſum ſecundi, & tertij.* B 4. Sexti.

Nam CD, BF vt ad partes G inter ſe conuenient. Oportet enim ponere BE maiorem, C



iorem, quàm B C] *In Græco codice legitur* δὶ γὰρ ὑποτίθεσθαι τὴν β γ μείζονα τῆς θ γ. *Sed puto legendum* τὴν β ε μείζονα τῆς ε γ. *quoniam in medietate harmonica tertius terminus maior eſt exceſſu, quo medius ipſum tertium ſuperat. Vt enim* H B *ad* B E, *ita* H C *ad* C E: *& permu-*
15 4 primi. *tando vt* B H *ad* H C, *ita* B E *ad* E C. *Sed* B H *maior eſt, quàm* H C. *ergo &* B E, *quàm* E C *maior erit. Itaque a recta linea* B E *abſcindatur* E K *æqualis* C E,
27 primi. *& iuncta* K F *producatur ad* L. *erunt duæ* D E, E C
29 primi. *æquales duabus* F E, E K *& angulus* D E C *æqualis angulo* F E K. *ergo & baſis baſi, triangulumque* C D E *triangulo* K F E, *& reliqui anguli reliquis angulis æquales. angulus igitur* E F K *eſt æqualis angulo* E D C: *& ob id recta linea* K F L *parallela eſt ipſi* D C: *& duo anguli* C D F, D F L *duobus rectis ſunt æquales. quod cum ita ſit, duo anguli* C D F, D F O *erunt minores duobus rectis. ac propterea rectæ lineæ* D C, B F *inter ſe ad partes* G *neceſſario conuenient. Vtcumque autem ſumantur rectæ lineæ* D E, E F *modo æquales ſint, idem continget. ſint enim aliæ duæ* M E, O N, *& ducta* B N *producatur vſque ad* H G *in* O, *iungaturque* M C. *Dico* M C *protractam occurrere ipſi* H G *in puncto* O. *Si enim fieri poteſt, occurrat in alio puncto, quod*
4. Sexti. *ſit* P. *Et quoniam vt* H B *ad* B E, *ita eſt* H C *ad* C E: *vt autem* H B *ad* B E, *ita* H O *ad* E N: *& vt* H C *ad* C E, *ita* H P *ad* E M, *erit* H O *ad* E N; *vt* H P *ad* E M. *& permutando* H O *ad* H P; *vt* N E *ad* E M. *eſt autem* N E *æqualis* E M. *ergo &* H O *ipſi* H P *eſt æqualis. Sed & inæqualis, quod fieri non poteſt. conuenient igitur vtraque* B N, M C *in* H G, *atque ad punctum* O. *quare perpendicularis ab eo ducta in idem punctum* H *cadet, & eadem quæ in ſuperioribus ſequentur.*

PROBLEMA VIII. PROPOSITIO XII.



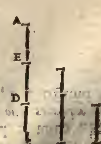
Datis rectis lineis A B, C, mediam in arithmetica medietate inuenire.

Rurſus datis rectis lineis A B, C, quarum maior A B, mediam in æquali exceſſu inueniemus hoc modo. Ponatur ipſi C æqualis B D, & D A bifariam ſecetur in E: & ipſi B E ponatur æqualis F. conſtat igitur F rectam lineam eſſe quam quærebamus.

COMMENTARIVS.

Ponatur ipſi C æqualis B D, & D A bifariam diuiditur in E] *Græcus codex* χείσθω τῇ γ ἴση ἡ δ ε, καὶ ἡ δ α δίχα τετμήσθω τὸ ε κ. *Sed legendum erit hoc pacto, vt arbitror,* κείσθω τῇ γ ἴση ἡ β δ, καὶ δ α δίχα τετμήσθω κατὰ τὸ ε.

PROBLEMA IX. PROPOSITIO XIII.



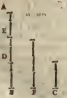
Datis rectis lineis F C maiorem extremam in medietate arithmetica inuenire.

Similiter autem ſi dentur F C, exceſſum earum addentes ipſi F habebimus rectam lineam ipſi A B æqualem.

PRO-

PROBLEMA X. PROPOSITIO XIV.

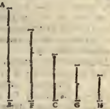
Datis rectis lineis A B, F, minorem extremam in arithmetica medietate inuenire.



Ruſus ſi A B, F datæ ſint, exceſſu earum ablato ab ipſa F, fiet C tertia linea.

PROBLEMA XI. PROPOSITIO XV.

Tres medietates ſimul in minimis rectis lineis numero quinque inuenire.



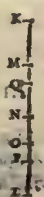
Sit igitur F media inter A B C in exceſſu æquali, erit rectarum linearum A B, F, C arithmetica medietas. Itaque fiat vt F ad C, ita C ad G; & erit ipſarum F, C, G, medietas geometrica, quæ proprie analogia appellatur. Quòd ſi per ea quæ oſtenſa ſunt, datis rectis lineis C G, quarum maior ſit C, tertiam inueniamus H, ita vt ſit ſicut C ad H, ſic exceſſus ipſarum C G ad ipſarum G H exceſſum, erit & rectarum linearum C G H harmonica medietas. Eadem autem proportio eſt rectæ lineæ A B ad C, quæ eſt C ad H; qui ſunt extremi termini in arithmetica, & harmonica medietate. ergo quinque numero erunt minimæ rectæ lineæ, tres medietates continentes, quæ etiam inter ſe incommenſurabiles eſſe poſſunt. A

ALITER.

Idem in minimis numeris inuenire.

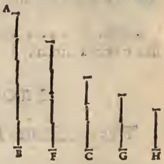
Simul autem & per quinque minimos numeros conſtituuntur in multiplicibus, ſuperparticularibus, & reliquis proportionibus. poſita nimirum vnitate indiuiſibili. In dupla enim proportione ipſius A B ad C, erunt minimi numeri facientes id, quod propoſitum eſt, 12, 9, 6, 4, 3. In tripla autem proportione. 18, 12, 6, 3, 2. & manifeſtum eſt quomodo oporteat & in alijs proportionibus minimos numeros trium medietatum inuenire. At ſi ſeorſum vnamquamque in tribus terminis exponere quis velit; ex ijs, quæ antedicta ſunt, illud perſpicue conſtat. In arithmetica quidem medietate erunt minimi numeri 3, 2, 1; in geometrica autem 4, 2, 1. Et minimi B
numeri datæ proportionis in æquemultiplices, & ſuperparticulares, & in reliquos C
tranſmutentur. Vt in proportione dupla A B ad C, quam habet 2 ad 1, ordinabimus pro 2, 4; & pro 1, 2: in exceſſu æqualis 2. & quoniam ipſorum medium eſt, quod & pari quantitate ſuperat, & ſuperatur, fiet recta linea F vnitatum trium media. proportio autem F ad C eſt ſeſquialtera, vt 3 ad 2, & cum eadem ſit C ad G, non faciet problema vnitate indiuiſibili manente. Omnia igitur ter multiplicentur, & fient pro 4 quidem 12, pro 3 vero 9, & pro 2, 6, & recta linea G D
fiet vnitatum 4, & H 3. ergo trium medietatum numeri erunt, 12, 9, 6, 4, 3. G

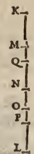
COMMENTARIVS.



Eadem autem proportio eſt rectæ lineæ A B ad C, quæ eſt C ad H.] A
Exponatur recta linea K L *ipſi* A B *æqualis, quæ ſecetur in punctis* M N O. *ita vt* L M *quidem ſit æqualis linea* F; L N *vero* C *æqualis, &* L O, *ipſi* O. *Quoniam igitur in lineis* K L, L M, L N *medietas arithmetica conſiſtit, erunt exceſſus* K M, M N *inter ſe æquales. & quoniam in ipſis* M L, L N, L O *conſiſtit geometrica medietas ſiue analogia, vt* M L *ad* L N, *ita erit* N L *ad* L O. *hoc eſt vt tota ad totam,*

16 quinti. *ita pars ad partem. ergo & MN reliqua ad reliquam NO, vt ML ad LN. Sed cum ML ſit maior, quàm LN, erit & MN quàm NO maior, ex demonſtratis a nobis ad ſextamdecimam quinti libri elementorum, abſcindatur a linea MN ipſa NQ, quæ ſit æqualis NC. vt autem ML ad LN, ita & omnes antecedentes MN, ML ad omnes conſequentes NO, LN,*
12 quinti. *ex duodecima quinti libri elementorum. Sed lineis MN, ML æquales ſunt KM ML, hoc eſt KL: ipſis vero NO NL ſunt æquales QN, NL, hoc eſt QL. Vt igitur KL ad LQ, ita ML ad LN & permutando vt KL ad LM, ita QL ad LN. ergo reliqua KQ ad MN reliquam erit vt KL ad LM. Sed vt MN ad NO, ita ML ad LN: quod ſuperius demonſtratum fuit. quare ex æquali vt KQ ad NO, hoc eſt ad QN, ita KL ad LN. Itaque fiat, vt KQ ad QN, hoc eſt vt KL ad LN, ita NO ad OP. erit componendo vt KN ad NQ, ita NP ad PO, permutandoq; vt KN ad NP, ita NQ ad PO hoc eſt NO ad OP. erat autem NO ad OP, vt KL ad LN. Vt igitur KL ad LN, ita KN ad NP. quare reliqua NL ad LP reliquam, vt KL ad LN, hoc eſt vt NO ad OP: ac propterea LP æqualis erit lineæ H; & vltimus terminus in harmonica medietate. Vt igitur KL ad LN, videlicet vt AB ad C, ita NL ad LP, hoc eſt C ad H. quod demonſtrare oportebat.*





B In geometrica autem 4 2 1] *Græcus codex ſic habet* ἐπὶ δὲ τῆς γεωμετρικῆς ϛ γ β *Sed mendoſe. non enim in his terminis 6 3 2 geometrica analogia conſiſtit. legendum autem puto* ἐπὶ δὲ τῆς γεωμετρικῆς δ β α *vel* θ γ α.

C Et minimi numeri datæ proportionis in æque multiplices, & ſuperparticulares, & reliquos tranſmutentur] *In Græco codice legitur.* καὶ τῶν κατὰ τὸν διδόμενον λόγον πυθμένων εἰς τοὺς ἰσάκις πολλαπλασίους, καὶ τοὺς ἐπιμορίους μεταλαμβανομένων, καὶ τοὺς λοιποὺς *quamquam nonnulla deſiderari videantur. per* πυθμένας *autem intellige numeros in qualibet proportione minimos, qui ſunt veluti radices quædam, a quibus reliqui gignuntur. Diophantes* ὑποστάσεις *appellat, Videtur autem docere quo pacto inueniantur minimi numeri, tres medietates continentes.*

Si enim velimus primum terminum in arithmetica medietate ad vltimum, vt AB ad C proportionem habere duplam, ita faciemus. Primum exponentur minimi numeri in proportione dupla, qui ſunt 2 1. Sed quoniam inter hos non cadit numerus medius, pro 2 quidem 4, & pro 1, 2 accipiemus, quorum medius in arithmetica medietate eſt 3. oportet autem 2 ad alium numerum eam proportionem habere, quam habet 3 ad 2. videlicet ſeſquialteram, quod cum fieri non poſſit, vnitate indiuiſibili manente, neceſſe erit ad alios tranſire. eos igitur duplabimus, & erunt 8 6 4. Sed cum rurſus non detur tertius numerus in geometrica analogia, eoſdem triplabimus, vt ſint 12, 9, 6. & ſi fiat vt 9 ad 6, ita 6 ad alium, erit is numerus 4. tertius autem in medietate harmonica, & vltimus erit 3; nam vt 6 ad 3, ita exceſſus ipſorum 6, 4, qui eſt 2 ad exceſſum 4, 3; videlicet ad 1. At ſi velimus AB ad C triplam proportionem habere, exponentur minimi numeri eius proportionis, qui ſunt 3, 1, & horum dupli 6, 3, quorum medius eſt 4. vt autem 4 ad 2, ita 2 ad 1. cumque vlterius progredi non liceat, ad eorum duplos deueniemus, videlicet 12, 8, 4. in quibus tertius quidem numerus geometricæ medietatis datur qui eſt 2, tertius autem harmonicæ dari non poteſt. Itaque triplabimus, & fient 18, 12, 6. quartus autem erit 3, & vltimus 2. Numeri igitur trium medietatum in tripla proportione minimi erunt 18. 12. 6. 3. 2. & eodem modo in aliis.

D Omnia igitur ter multiplicentur] *Græcus codex* πάντα ἄρα τρεῖς. *lege* τρὶς.

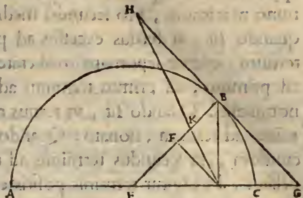
PROBLEMA XII. PROPOSITIO XVI.

A

In ſemicirculo tres medietates conſtituere.

Hæc igitur de tribus medietatibus ex antiquorum ſententia dicta ſint; At vero fieri poſſe, vt ſemicirculo etiam tres medietates in minimis rectis lineis numero ſex conſtituantur, ex his manifeſtum fiet.

Expo-



Exponatur enim ſemicirculus, habens BD perpendicularem, & EB eam, quæ ex centro, & rurſus perpendicularem DF. ducatur autem per B recta linea HG circulum contingens, productaq; ECG, ponatur ipſi BG æqualis BH, & DKH iungatur. Dico BK, in harmonica medietate inter BE EF, mediam eſſe, quarum maxima BE, & BF minima. A B

Quoniam enim anguli ad BF recti ſunt, parallela eſt DF ipſi HG. atque eſt EGB triangulum triangulo BFD æquiangulum; & triangulum BHK triangulo KDF: vt igitur BE ad BF, ita BG ad FD. eſt autem BG æqualis BH. ergo & vt BE ad EF, ita BH ad DF. ſed vt BH ad DF, ita BK ad KF, atque eſt BK rectarum linearum BE EK exceſſus: & KF exceſſus ipſarum KE, EF. quare vt BE ad BF, ita exceſſus rectarum linearum BE EK ad ipſarum KE EF exceſſum. harmonicam igitur medietatem continent rectæ lineæ BE, BK, EF, quarum media EK, maxima BE, & EF minima. Oſtenſum autem eſt rectas lineas quidem AD, EC, CD arithmeticam medietatem continere. ipſas vero EG EC ED geometricam. tres igitur medietates in ſemicirculo ordinatæ ſunt. C D

COMMENTARIVS.

Habens BD perpendicularem] *Græcus codex ἔχον τὴν β δ καθ᾽ἔκατον. lege ἔχον τὴν β δ κάθετον.* A

Et DKH iungatur] *Græcus codex καὶ ἐπεζεύχθω ἡ κ θ. lege ἡ δ κ δ.* B

Et triangulum BHK triangulo KDF.] *Græcus codex τὸ δὲ β θ κ τρίγωνον τῷ ε ζ δ. lege τῷ κ ζ δ.* C

Ipſas vero EG, EC, ED geometricam] *Eſt enim ex corollario octauæ ſexti elementorum, EB, hoc eſt EC, media proportionalis inter EG ED.* D

Quoniam autem Nicomachus Pythagoreus, & quidam alij non ſolum de primis tribus medietatibus diſſeruerunt, quæ maxime vtiles ſunt ad antiquorum lectiones; ſed etiam de alijs tribus ex antiquorum ſententia; & inſuper de quatuor alijs, quæ à iunioribus inuentæ ſunt: conabimur etiam de ijs accurate, diligenterque conſcribere, veteres imitati, qui quidem a maiori termino ordientes; tres prædictas medietates expoſuerunt; a minori vero maiora metientes, tres alias, quæ a primis differunt.

DEFINITIONES.

Quando enim ſit, vt tertius terminus ad primum, ita primi termini exceſſus ad exceſſum ſecundi, medietatem harmonicæ contrariam vocant. Quando autem ſit, vt tertius terminus ad ſecundum, ita primi exceſſus ad exceſſum ſecundi, medietas quinta appellatur, & geometricæ contraria; ſic enim nonnulli eam nominant. Quando denique ſit, vt ſecundus terminus ad primum, ita primi exceſſus ad exceſſum ſecundi, vocatur medietas ſexta; ſed & ipſa geometricæ contraria dicitur; ob contrariam rationem conſequentium, vt ex eorum ſententia ſex ſint medietates. A iunioribus autem, vt dixi, quatuor aliæ medietates inuentæ ſunt, aliqua ex parte vtiles; qui quidem & proprijs terminis vtuntur. exceſſum enim, quo primus terminus ſuperat ſecundum, primum exceſſum vocant; eum vero, quo ſecundus ſuperat tertium, ſecundum: & quo primus tertium ſuperat, tertium appel-

Medietas.

Quarta, Quinta.

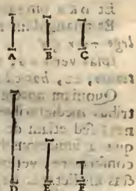
Sexta.

Exceſſus primus. Secũdus. Tertius.

Medietas ſeptima. Octaua. Nona. Decima. analogia. Proportionis cuiuſq; principium æqualitas eſt. Geometrica medietas & ſeipſam, & alias medietates conſtituit.

appellant ; intelligentes , vt etiam in principio diximus , pro primo termino maximum , pro ſecundo medium , & pro tertio minimum . Et quando ſit , vt tertius exceſſus ad primum , ita ſecundus terminus ad tertium ; vocant ſeptimam medietatem . Quando ſit , vt tertius exceſſus ad primum , ita primus terminus ad ſecundum , octauam medietatem nominant . Quando ſit , vt tertius exceſſus ad primum , ita primus terminus ad tertium , nonam. Quando autem ſit vt tertius exceſſus ad ſecundum , ita ſecundus terminus ad tertium ; decimam medietatem appellant . His igitur terminis poſitis ortus decem medietatum explicabimus & per geometricam analogiam , vt dictum eſt . Analogia autem ex proportionibus conſtat . At proportionis cuiuſque principium æqualitas eſt . Geometrica igitur medietas , cum ex æqualitate primum ortum habeat , & ipſa ſeipſam , & alias medietates conſtituit , oſtendens (quemadmodum diuiniſſimus Plato inquit) analogiæ naturam , cauſam harmoniæ omnibus, & rationalis, ordinatique ortus. Dicit enim vnũ vinculũ eſſe mathematum omnium. Cauſa autem ortus, & vinculum omnibus iis, quæ generantur eſt analogiæ diuina natura. Itaque decem medietatum conſtitutio per geometricam analogiam oſtendetur, hoc prius conſiderato.

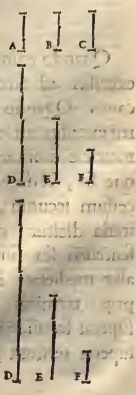
THEOREMA V. PROPOSITIO XVII.



Sint tres termini proportionales ABC, & vtrique AC vna cum duobus B æqualis ponatur D: Vtrique autem BC æqualis ſit E, & ipſi C æqualis F. Dico DEF terminos proportionales eſſe.

Quoniam enim eſt, vt A ad B, ita B ad C, erit & componendo vt vterque AB ad B, ita vterque BC ad C. ergo & omnes antecedentes ad omnes conſequentes ſunt in eadem proportione, videlicet, vt vterque AB vna cum vtroque BC ad vtrumque BC, ita vterque BC ad C. & eſt vtrique AB vna cum vtroque BC æqualis D; vtrique autem BC æqualis E; & F ipſi C æqualis. tres igitur termini DEF proportionales ſunt in ea proportione, quã habet vterq; AB ad B.

PROBLEMA XIII. PROPOS. XVIII.



Geometricas medietates per analogiam inuenire.

Itaque ſi ponantur æquales ABC, fient DEF in dupla analogia. Vterque enim AC vna cum duobus B duplus eſt vtriuſque BC. Vterque vero BC ipſius C eſt duplus. At ABC in dupla analogia conſtitutis, ſi quidem A eorum maximus ſit, fient DEF in tripla analogia. Si vero ſit minimus in ſeſquialtera. Vterque enim AB ipſius B triplus eſt, ſi quidem
A A ſit duplus ipſius B; ſeſquialter vero ſi A ſit ipſius B dimidius. & ita a proportionibus, quæ deinceps ſunt, conſequentes, & multiplices, & ſuperparticulares inuenientur.
B & rurſus ſi vnitates ſint ABC, geometrica medietas, quæ eſt DEF in minimis numeris 4, 2, 1 conſiſtere dicetur.

COM-

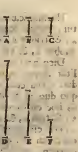
COMMENTARIVS.

Vterque enim AB ipſius B triplus eſt, ſiquidem A ſit duplus ipſius B, ſeſquialter A
vero ſi A ſit ipſius B dimidius] *In Græco codice ſic legitur. καὶ γὰρ συναμφότερον ὁ β γ τοῦ β τριπλάσιος μέν ἐστιν, ἐν διπλασίῳ· ἐπὶ ὁ β τοῦ α. ἡμιόλιος δὲ ἐὰν ὁ α τοῦ β ἡμίσεια ᾖ. Sed legendum videtur. καὶ γὰρ συναμφότερος ὁ β τοῦ β τριπλάσιος μέν ἐστιν, ἐν διπλασίῳ ᾖ ὁ α τοῦ β, ἡμιόλιος δὲ ἐὰν ὁ α τοῦ β ἥμισυς ᾖ. Eſt enim* D *ad* E, *vt* AB *ad* B. *Vel vt* BC *ad* C *ex iis, quæ ante demonſtrata ſunt. Poſtquam vero oſtendit ex analogia æqualitatis duplam analogiam generari, nunc declarat quomodo ex dupla fiat tum tripla, tum ſeſquialtera. Sint enim* ABC *in dupla analogia, ita vt* A *ſit* 4, B 2, C 1, *fiet* D 9, E 3, F 1. *in quibus tripla analogia conſiſtit. Sit rurſus* A 1, B 2, C 4, *erit* D 9 E 6 F 4; *in quibus eſt ſeſquialtera. Eodem modo ex tripla analogia gignitur & quadrupla, & ſeſquitertia. nam ſi* ABC *ponantur* 9, 3, 1 *fient* DEF, 16, 4, 1. *& ſi ponantur* 1, 3, 9. *fient* 16, 12, 9. *& ita ex quadrupla oritur quintupla, & ſeſquiquarta. & deinceps reliqua tum multiplices, tum ſuperparticulares. Ex ſuperparticularibus vero & multiplices ſuperparticulares naſcuntur & ſuperpartientes. quippe cum ex ſeſquialtera* 9, 6, 4 *naſcatur dupla ſeſquialtera* 25, 10, 4; *ex qua rurſus fit tripla ſeſquialtera,* 49, 14, 4; *& deinceps aliæ. Ex ſubſeſquialtera vero* 4, 6, 9 *naſcitur ſuperbipartiens tertias* 25, 15, 9. *ex qua fit dupla ſuperbipartiens tertias* 64, 24, 9. *deinde reliquæ. At ex ſeſquitertia* 16, 12, 9, *fit dupla ſeſquitertia* 49, 21, 9. *deinde tripla ſeſquitertia* 100, 30, 9. *deinde aliæ. Ex ſubſeſquitertia vero* 9, 12, 16 *fit ſupertripartiens quartas* 49, 28, 16. *ex qua dupla ſupertripartiens quartas* 121, 44, 16; *& reliquæ. Ex quibus perſpicue apparet ipſam æqualitatis analogiam omnes alias, nimirum multiplices, ſuperparticulares, ſuperpartientes, multiplices ſuperparticulares, & multiplices ſuperpartientes generare.*

Et rurſus ſi vnitates ſint ABC geometrica medietas; quæ eſt DEF in minimis numeris 4, 2, 1 conſiſtere dicetur] *Sunt enim* 4, 2, 1 *minimi numeri in dupla analogia; quemadmodum &* 9, 3, 1, *in tripla, &* 16, 4, 1. *in quadrupla, & reliqui, de quibus diximus. quippe quòd* ABC *vnitates ponuntur. In græcis codicibus ſequitur harmonica medietas, Sed quoniam geometrica, & ſeipſam & reliquas generat. vt dictum eſt, videtur deſiderari arithmetica medietas, quæ fortaſſe intercidit, quemadmodum, & ſeptima. Nos igitur eam, vt fieri poterit ſupplere aggrediemur.* B

PROBLEMA XIV. PROPOSITIO XIX.

Arithmeticam medietatem per analogiam conſtituere.



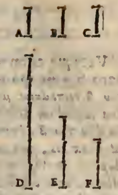
Exponantur tres termini proportionales ABC, & duobus quidem A, & duobus B, & vni C æqualis ſit D. Vni vero A, vni B; & vni C ſit E æqualis; & vni C æqualis F. Dico DEF arithmeticam medietatem conſtituere. Vt enim duo A, duo B, & vnus C ſunt ad ſeipſos, hoc eſt vt D ad ſeipſum, ita AB ad ſcipſos. Sed AB ſunt exceſſus, quo duo A, duo B, & vnus C ſuperant ABC, hoc eſt ipſorum DE exceſſus: ſuntque iidem AB exceſſus, quo ABC ſuperant ipſum C, hoc eſt exceſſus EF; ergo vt D ad ſeipſum, ita DE exceſſus ad exceſſum EF. Quando autem ſit, vt primus terminus ad ſeipſum, ita primus exceſſus, ad exceſſum ſecundum, arithmetica medietas eſt. Quòd ſi ABC vnitates ponantur, minimi numeri 5, 3, 1 eam continebunt.

PROBLEMA XV. PROPOSITIO XX.

Harmonicam medietatem per analogiam conſtituere.

Harmonica medietas per analogiam ita conſtituetur, Ponantur tres termini A propor-

B proportionales ABC, & duobus quidem A, & tribus B & vni C ſit æqualis D. duobus autem B & vni C ſit E æqualis, & vni B & vni C æqualis F. Dico DEF harmonicam conſtituere medietatem. Quoniam enim proportionales
C ſunt ABC, erunt vt duo A vna cum B ad B, ita duo B vna cum C ad C. & omnes ad omnes, videlicet vt duo A vna
D cum tribus B & vno C ad BC, hoc eſt vt D ad F, ita duo A vna cum B ad B. Sunt autem duo A vna cum B exceſſus, quo duo A vna cum tribus B, & vno C ſuperant duos B, & vnum C, hoc eſt exceſſus ipſorum DE: & vnus B exceſsus eſt, quo duo B, & vnus C ſuperant BC, hoc eſt exceſſus EF. Quando autem ſit, vt D ad F, ita exceſſus DE ad EF exceſſum; medietas harmonica eſt. & manifeſte patet, ſi ABC vnitates
E ponantur, eam conſiſtere in minimis numeris 6, 3, 2.



COMMENTARIVS.

A Harmonica medietas per analogiam ita conſtituetur] *In Græcis codicibus hæc leguntur, quæ nos omittenda cenſuimus, tamquam ſuperuacanea, & ab alio aliquo inſerta.* καὶ τῆς ἰσότητος ἐν τῇ τάξει τῆς ἀναλογίας διαφόρως κατταῦτα καὶ τοῖς ἑξῆς παραλαμβανομένης.

B Et duobus quidem A, & tribus B, & vni C ſit æqualis D] *Græcus codex.* καὶ δύο μὲν τοῖς δ, καὶ τρισὶ τοῖς δύο. *Sed corrige.* καὶ δύο μὲν τοῖς α, καὶ τρισὶ τοῖς β.

C Ita duo B vna cum C ad C, & omnes ad omnes, videlicet vt duo A &c.] *Græcus codex.* οὕτω δύο οἱ δύο μετὰ τοῦ γ πρὸς τὸν γ, καὶ πάντες πρὸς πάντας δύο ὁ ε α. *Sed legendum,* οὕτω δύο οἱ β μετὰ τοῦ γ πρὸς τὸν γ, καὶ πάντες πρὸς πάντας δύο οἱ α.

D Ita duo A vna cum B ad B]. *Græcus codex* οὕτω δὲ οἱ α μετὰ τοῦ β πρὸς τὸν β. *lege* οὕτω δύο οἱ α μετὰ τοῦ β πρὸς τὸν β.

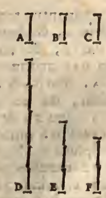
E Et manifeſte patet, ſi ABC ſimiliter vnitates ponantur, eam conſiſtere in minimis numeris 6, 3, 2.] *Græcus codex* καὶ δῆλον ὅτι λέγει τὰ μὲν &c. *lege* καὶ δῆλον ὅτι λέγοι τ' ἂν ἐν.

PROBLEMA XVI. PROPOSITIO XXI.

Harmonicæ contrariam medietatem per analogiam conſtituere.

Harmonicæ contraria medietas ex analogia ſic conſtituetur. Poſitis terminis proportionalibus ABC, duobus quidem A, & tribus B, & vni C æqualis ſit D. duobus vero A, & duobus B, & vni C ſit E æqualis: & vni B & vni C æqualis F.

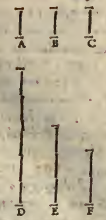
Dico DEF medietatem dictam efficere. Rurſus enim ſimiliter atque in iis, quæ oſtenſa ſunt, vt D ad F, ita erunt duo A vna cum B ad B. & ſunt duo A vna cum B exceſſus, quo duo A, & duo B & vnus C ſuperant vnum B, & vnum C, hoc eſt exceſſus EF. Vnus autem B exceſſus eſt, quo duo A, & tres B, & vnus C ſuperant duos A, & duos B, & vnum C, hoc eſt exceſſus DE. Vt igitur F ad D, ita DE exceſſus ad exceſſum EF, quod pertinet ad medietatem harmonicę contrariam. perſpicuum autem eſt, ſi ABC vnitates ponantur, medietatem eam in minimis numeris conſtitui 6, 5, 2. & figura eſt eadem.



PROBLEMA XVII. PROPOSITIO XXII.

Quintam, & geometricæ contrariam medietatẽ per analogiã conſtituere.

Quinta medietas ex analogia in hunc conſtituetur modum. Exponantur tres propor-



proportionales termini A B C, & vni quidem A, & tribus B, & vni C, æqualis ſit D; vni autem A, & duobus B, & vni C æqualis E; ſitque F vni B, & vni C æqualis. Dico D E F quintam medietatem conſtituere. Quoniam enim ob analogiam eſt vt A vna cum B ad B, ita B vna cum C ad C; erit & vt vterque antecedens A B vna cum vtroque B C ad vtrumque conſequentem B C, hoc eſt vt E ad F, ita vterque A B ad B. A
Eſt autem vterque A B exceſſus, quo vnus A, & duo B, & vnus C ſuperant vnum B, & vnum C. hoc eſt exceſſus E F; & B eſt exceſſus, quo vnus A, & tres B, & vnus C ſuperant vnum A, & duos B, & vnum C; hoc eſt exceſſus D E. Vt igitur F ad E, ita D E exceſſus ad exceſſum E F, quod quintæ medietati accidit & dicetur conſiſtere in minimis numeris, 5, 4, 2. cum A B C vnitates ponentur. figura autem eadem erit. B C D

COMMENTARIVS.

Erit & vt vterque antecedens A B &c.] *Græcus codex ἔσται καὶ συναμφότερος. Sed legendum ἔσται καὶ ὡς συναμφότερος.* A

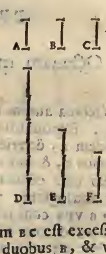
Hoc eſt exceſſus E F] *Græcus codex τουτέστιν ἡ τῶν δ ε ὑπεροχή. corrige τουτέστιν ἡ τῆς ε ζ ὑπεροχή.* B

Hoc eſt exceſſus D E] *Græcus codex τουτέστιν ἡ τῆς ε ζ ὑπεροχή. lege τουτέστιν ἡ τῆς δ ε ὑπεροχή.* C

Vt igitur F ad E, ita D E exceſſus ad exceſſum E F] *Græcus codex ὡς ἄρα ὁ ε πρὸς τὸν ζ, οὕτως ἡ τῆς δ ε ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τῆς ε ζ ὑπεροχήν, Sed legendum vt opinor ὡς ἄρα ὁ ζ πρὸς τὸν ε, οὕτως ἡ τῆς δ ε ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τῆς ε ζ ὑπεροχήν. Quoniam enim ex antedictis ſequitur, vt E ad F, ita eſſe E F exceſſus ad exceſſum D E, erit & conuertendo vt F ad E, ita exceſſus D E ad E F exceſſum. Eodem modo & in ſequenti problemate concludit.* D

PROBLEMA XVIII. PROPOSITIO XXIII.

Sextam, & geometricæ contrariam medietatē per analogiā conſtituere.



Sexta medietas ex analogia ſic conſtituetur. Exponatur eadem analogia terminorum A B C; & vni quidem A, & tribus B, & duobus C ſit æqualis D. Vni vero A & duobus B, & vni C æqualis E: & ſit F exceſſus, quo vterque A B ſuperat C. Dico D E F propoſitam efficere medietatem. Quoniam enim per analogiam eſt, vt A vna cum duobus B ad vtrumque A B, ita B vna cum duobus C ad vtrumque B C: & omnes antecedentes ad omnes conſequentes in eadem ſunt proportione. vt A & tres B & duo C ad vtrumque A B vna cum vtroque B C, hoc eſt vt D ad E; ita B vna cum duobus C ad vtrumque B C; & eſt B quidem vna cum duobus C exceſsus, quo A vna cum duobus B & vno C ſuperat exceſsum, quo vterque A B ipſum C ſuperat; hoc eſt exceſsus E F. Vterque autem B C eſt exceſsus, quo A vna cum tribus B, & duobus C ſuperat ipſum A vna cum duobus B, & vno C, hoc eſt D E exceſsus. Vt igitur E ad D, ita D E exceſsus ad exceſsum E F. Quare D E F ſextam medietatem efficiunt. quæ quidem ſimiliter conſtituitur in minimis numeris 6, 4, 1. ſi A B C vnitates ponantur. Et eſt eadem figura. A B C

COMMENTARIVS.

Et eſt B quidem vna cum duobus C exceſsus, quo A vna cum duobus B, & vno C ſuperat exceſsum, quo vterque A B ipſum C ſuperat] *Eſt enim B vnà cum duobus* A

C, & vnà

c, & vna cum exceſſu, quo vterque AB *ſuperat* C *æqualis ipſi* A *vna cum duobus* B, *& vno* C, *vt mox oſtendetur. quare ſequitur vt* B *vna cum duobus* C *ſit exceſſus, quo* A *vna cum duobus* B *& vno* C *ſuperet exceſſum, quo vterque* AB *ſuperat* C. *Illud autem ſic patet. nihil enim aliud eſt exceſſus, quo* AB *ſuperat* C, *niſi* AB *dempto ab eis* C. *ergo ſi* AB *vna cum duobus* C, *& cum* AB *demetur* C *relinquentur duo* B *vna cum* C *&* A, *hoc eſt* A *vna cum duobus* B *& vno* C. *Græcus autem codex ita habet,* τῆς ὑπεροχῆς, ἧ ὑπερέχει συναμφότερος ὁ α β μετὰ τοῦ συναμφοτέρου τοῦ β γ. *Sed legendum puto,* τῆς ὑπεροχῆς, ἧ ὑπερέχει συναμφότερος ὁ α β τοῦ γ.

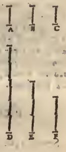
B Vterque autem BC eſt exceſſus, quo A vna cum tribus B, & duobus C ſuperat ipſum A vna cum duobus B & vno C] *Græcus codex* συναμφότερος δὲ ὁ β γ ὑπεροχή ἐστιν, ἧ ὑπερέχει ὁ α μετὰ τριῶν τῆς δύο, καὶ δύο τῆς τριῶν ἑνὸς τοῦ α, καὶ δύο τῆς δύο, καὶ ἑνὸς τοῦ γ. *Sed mendoſe, corrigendus enim eſt hoc modo.* συναμφότερος δὲ ὁ β γ ὑπεροχή ἐστιν, ἧ ὑπερέχει ὁ α μετὰ τριῶν τῆς β, καὶ δύο τῆς γ, ἑνὸς τοῦ α, καὶ δύο τῆς β, καὶ ἑνὸς τοῦ γ.

C Vt igitur E ad D, ita DE exceſsus ad exceſſum EF.] *Conuertendo ſcilicet. Oſtenſum enim eſt, vt* D *ad* E, *ita eſſe exceſſum* EF *ad exceſſum* DE.

Sequens problema intercidit in græcis codicibus, quod nos ne quid deſideretur ſupplere tentauimus in hunc modum.

PROBLEMA XIX. PROPOSITIO XXIV.

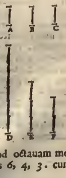
Septimam medietatem per analogiam conſtituere.



Exponantur tres proportionales termini ABC, & vni quidem A, duobus B, & duobus C ſit D æqualis: vni vero A, vni B, & vni C ſit æqualis E, & vni B, & vni C æqualis F. Dico DEF ſeptimam medietatem conſtituere. eſt enim vt E ad F, ita ABC ad BC. Sed ABC ſunt exceſsus, quo vnus A, duo B, & duo C ſuperant BC, hoc eſt DF exceſsus. & BC ſunt exceſsus, quo vnus A duo B, & duo C ſuperant ABC, hoc eſt exceſsus DE. Vt igitur E ad F, ita DF exceſsus ad exceſſum DE. quod ad ſeptimam pertinet medietatem. Conſtituitur autem ea in minimis numeris 5, 3, 2. Si ABC vnitates ponantur.

PROBLEMA XX. PROPOSITIO XXV.

Octauam medietatem per analogiam conſtituere.



Octaua autem medietas ex analogia hoc modo conſtituetur. Exponantur proportionales termini ABC: & duobus quidem A, & tribus B, & vni C æqualis ſit D. vni vero A, & duobus B, & vni C ſit E æqualis; & duobus B, & vni C æqualis F. Dico DEF octauam medietatem conſtituere. Quoniam enim per analogiam, vt duo A vna cum B ad vtrumque AB, ita duo B vna cum C ad vtrumque BC; & omnes ad omnes, vt duo A, & tres B, & vnus C ad vnum A, & duos B, & vnum C, hoc eſt vt D ad E, ita duo A vna cum B ad vtrumque AB.

A & ſunt duo A vna cum B exceſſus, quo duo A, & tres B, & vnus C ſuperant duos B, & vnum C, hoc eſt exceſsus ipſorum

B DF: vterque autem AB eſt exceſsus, quo duo A, & tres B, & vnus C ſuperant vnum A, & duos B & vnum C, hoc eſt DE exceſsus. Vt igitur D ad E, ita exceſsus DF ad DE exceſſum. quod octauam me-

C dietatem efficit; quæ quidem contineri dicetur in minimis numeris 6, 4, 3. cum ABC vnitates ponantur.

COMMENTARIVS.

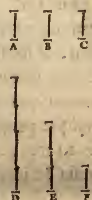
Ita duo A vna cum E ad vtrumque AB] *Græcus codex* οὕτως δύο οἱ α' μετὰ τοῦ β πρὸς συναμφότερον τὸν ζ ε. *lege* πρὸς συναμφότερον τὸν α β. A

Vt igitur D ad B, ita exceſſus DF ad DB exceſſum. *Græcus codex* καὶ ὡς ἄρα ὁ δ πρὸς τὸν ζ, ἡ τῆς δ ε ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τῆς α ζ ὑπεροχήν. *Sed corrigendum, vt opinor,* καὶ ὡς ἄρα ὁ δ πρὸς τὸν ε, ἡ τῆς δ ζ ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τῆς δ ε ὑπεροχήν. B

Quæ quidem contineri dicetur in minimis numeris 6, 4, 3.] *Græcus codex* καὶ λέγοιτ' ἂν ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς τοῖς κ δ γ. *lege* ϛ δ γ. *qui numeri harmonicam quoque medietatem continent. Vt enim primus ad tertium, ita primus exceſſus ad ſecundum.* C

PROBLEMA XXI. PROPOSITIO XXVI.

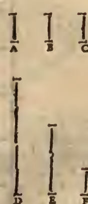
Nonam medietatem per analogiam conſtituere.



Nona medietas ex analogia ita conſtituetur. Poſitis enim ABC proportionalibus, vni quidem A, & duobus B, & vni C æqualis ſit D. vni vero A, & vni B, & vni C ſit E æqualis. & vni B & vni C æqualis F. Dico DEF nonam continere medietatem. Quoniam enim eſt, vt vterque AB ad B, ita vterque BC ad C. & omnes ad omnes. Vt A vna cum duobus B, & vno C ad vtrumque BC, hoc eſt vt D ad F, ita vterque AB ad B. Sed vterque AB eſt exceſſus, quo vnus A, & duo B, & vnus C ſuperant vtrumque BC, hoc eſt DF exceſſus, B vero eſt exceſſus, quo vnus A, & duo B, & vnus C ſuperant vnum A, & vnum B, & vnum C, hoc eſt exceſſus DE. Vt igitur D ad F, ita DF exceſſus ad exceſſum DE. quod nonæ medietatis proprium eſt. & continent ipſam minimi numeri 4, 3, 2 ſi ABC vnitates ſimiliter ponantur: atque eſt eadem figura.

PROBLEMA XXII. PROPOSITIO XXVII.

Decimam medietatem per analogiam conſtituere.



Decima medietas ex analogia hoc modo conſtituetur. Rurſus poſitis tribus proportionalibus ABC, ſit ipſis quidem ABC æqualis D; ipſis vero BC ſit E æqualis, & ipſi C æqualis F. Dico DEF decimam medietatem conſtituere. Quoniam enim eſt, vt vterque BC ad C, hoc eſt vt E ad F, ita vterque AB ad B. & eſt vterque AB exceſſus, quo ABC ſuperant ipſum C, hoc eſt DF exceſſus. B vero exceſſus, quo BC ſuperant C; hoc eſt exceſſus EF. eſt igitur vt E ad F, ita DF exceſſus ad exceſſum EF, quod decimæ medietati accidit. & conſtituunt ipſam minimi numeri 3, 2, 1. poſitis nimirum ABC vnitatibus. A B

COMMENTARIVS.

Quoniam enim eſt, vt vterque BC ad C.] *Græcus codex* ἐπεὶ γὰρ ὡς συναμφότερος α β πρὸς τὸν γ, *lege* β γ πρὸς τὸν γ. A

B vero exceſsus, quo BC ſuperant C.] *Græcus codex* ὁ δὲ β ἡ ὑπερέχουσιν οἱ α β γ τοῦ γ. *lege* οἱ β γ τοῦ γ. B

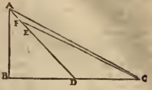
Exponuntur autem commoditatis cauſſa, & numeri deinceps, a quibus vnuſquiſque terminus analogiæ multiplicatus ſingulas medietates conſtituit, & apponuntur minimi numeri, qui eas continent: vt in tabula ſextæ medietatis. primus quidem ordo, 1, 3, 2. Significat primum analogiæ terminum ſemel ſumptum, & ſecundum ter, & tertium bis ſumptum, coaceruatos primum medietatis terminum complere. Secundus tabulæ ordo 1, 2, 1, ſignificat primum analogiæ terminum ſemel, & ſecundum bis, & tertium ſemel ſumptum complere ſecundum terminum medietatis. tertius autem ordo in alijs quidem medietatibus ſimpliciter, vt deſcriptum eſt, compoſitus; propriè autem in hac 1, 1, 1, vti ante diximus, ſignificat tertium medietatis terminum fieri ab exceſſu, quo primus terminus analogiæ ſemel ſumptus, & ſecundus item ſemel, coaceruati tertium terminum ſemel ſumptum ſuperant. at numeri, qui ſunt in tabula 6, 4, 1, ipſam continent medietatem. Vt enim ſecundus terminus ad primum, hoc eſt vt quattuor vnitates ad ſex, ita exceſſus primi, & ſecundi, hoc eſt exceſſus, quo ſex vnitates ſuperant quattuor, videlicet vnitates duæ ad exceſſum ſecundi, & tertij termini, quo ſcilicet quattuor vnitates vnam ſuperant, hoc eſt vnitates tres. Vtraque enim vtriuſque proportio ſubſeſquialtera eſt. nam quattuor vnitates ad ſex, & duæ ad tres eandem habent proportionem, nimirum ſubſeſquialteram. Similia & in alijs tabulis intelligentur.

Medietates.	1	2	3	Minimi numeri continentes medietates.		
Arithmetica.	2 1	1 2 1	1 1 1	6	4	2
Geometrica.	1	1 1	1 1 1	4	2	1
Harmonica.	2	1 2 1	1 1 1	6	3	2
Contraria.	1 2	1 2 1	1 1 1	6	5	2
5	1 4	1 4 1	1 1 1	5	4	2
6	1 2 1	3 4 1		6	4	1
7	7	Atticus.		7	4	3
8	2 1 1	3 3 2		6	4	3
9	1 1	3 4 1		4	3	2
10		1 1		3	2	1
11	1 1					

PRO-

PROBLEMA XXIII. PROPOSITIO XXVIII.

Tertium problema erat huiuſmodi.

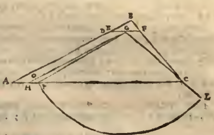


Sit triangulum orthogonium ABC rectum angulum habens ad B, & ducatur quædam recta linea AD: ponatur autem DE ipſi AB æqualis, & BA bifariam ſecta in F; iunctaque FC, ducere duo latera DF FC intra triangulum, maiora vtriſque ſimul BA AC, quæ ſunt extra. Et id quidem manifeſtum eſt. Quoniam enim CF FA hoc eſt CF FB maiores ſunt, quàm CA: æqualis autem DE ipſi AB; erunt CF FD duabus CA AB maiores. Satius autem erat illud in hunc modum proponere.

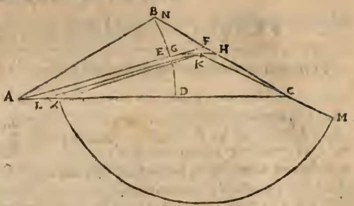
Triangulo orthogonio quouis dato ABC, ſumere aliquod punctum intra triangulum, & ab ipſo rectas lineas ducere: vnam quidem, quæ ſecet BC; aliam vero, quæ ad C tendat, ita vt vtræque ſimul maiores ſint ijs, quæ ſunt extra. Vt ſcilicet cum is, qui proponit, lineam AD duxerit vtcumque, feceritque DE æqualem ipſi AB; & ſecuerit bifariam AB in F, oſtendat punctum F problema efficere. iuncta enim CF, duæ rectæ lineæ CF FD duabus, quæ ſunt extra CA AB maiores erunt. Sed hoc quomodocumque proponere quis velit, infinite oſtendi poſſe manifeſtum eſt. Non inopportunum autem videtur generalius de eiuſmodi problematibus diſſerere, à paradoxis Eryceni, quæ circumferuntur, initium facientes.

PROBLEMA XXIV. PROPOSITIO XXIX.

In omni triangulo præterquam in æquilatero, & æquicruri baſim latere minorem habente, fieri poteſt, vt in baſi intra conſtituantur duæ rectæ lineæ æquales ijs, quæ ſunt extra, ſimul ſumptæ.



Sit prius triangulum non æquicrure ABC, quod habeat AB maiorem, quàm BC, & ſecentur vtræque ſimul AB, BC bifariam in D: & inter DB ſumatur quoduis punctum E; ipſi vero AC parallela ducatur EF, in qua ſumpto quouis puncto G ducatur GH parallela ipſi AB, & iuncta GC producatur. Itaque quoniam EB, BF maiores ſunt, quam EF; & CF, FG maiores, quam CG, erunt vtræque EB, BC vna cum GF maiores vtriſque EF GC. communis auferatur FG, ergo & vtræque EB, BC vtriſque EG GC maiores ſunt: & multo maiores, quam GC. Sit vtriſque EB, BC æqualis GL: & circa centrum G per L deſcribatur circuli circumferentia LKO, quæ vtramque CH, HG ſecabit, propterea quod AB. hoc eſt HG maior A
ſit vtriſque EB, BC, hoc eſt GL. iungatur KG. Dico vtraſque HG, GK, vtriſque B
AB, BC æquales eſſe; quod quidem manifeſte conſtat. eſt enim GH ipſi AE æqualis, C
& KG æqualis GL, videlicet vtriſque EB, BC: & hoc infinite fieri poteſt. Sit deinde triangulum æquicrure ABG, habens AB quidem ipſi BC æqualem, AC vero maiorem vtraque ipſarum, & circa centrum A per B deſcribatur circuli circumferentia EBD; & ducatur recta linea quidem AEF ſecans BG extra circuli circumferentiam: ſumaturque in linea EF quoduis punctum G, & ipſi AC parallela ducatur GH. ſumpto autem in linea GH puncto K, ducatur KL parallela AF; iunctaq; KC ad M producatur: & ipſi BG æqualis abſcindatur BN. erit igitur AG, hoc eſt KL æqualis vtriſq; AB, BN, & reliqua NC minor, quam KL. Et quoniam HF, FG maiores ſunt, D E F G



H res ſunt, quam HG; & CH, HK maiores, quam KC; erunt vtræque CF FG vna cum HK maiores vtriſque KC, GH. communis auferatur HK, ergo reliquæ, videlicet vtræque CF, FG maiores ſunt vtriſque CK, KG. cõmunis apponatur AG. vtræque igitur AF, FC ſunt maiores ipſis

K AG, GK, KC. Sed vtriſque AF,

L FC maiores ſunt vtræque AB, BC, ergo AB, BC ipſis AG, GK, KC maiores ſint neceſſe eſt quarum vtræque AB, BN ipſi AG ſunt æquales. reliqua igitur NC maior eſt vtriſque GK, KC,

M & multo maior, quam KC. Itaque ipſi NC æqualis ponatur KM: & circa centrum

N K per M deſcripta circuli circumferentia ſecet CL in X, & iungatur KX. Dico vtraſque LK, KX vtriſque AB, BC æquales eſſe. quod quidem perſpicue apparet. eſt enim KL æqualis vtriſque AB, BN; & KX ipſi KM, hoc eſt ipſi NC æqualis. & hoc infinite fieri poteſt.

COMMENTARIVS.

A Propterea quod AB, hoc eſt HG maior ſit vtriſque EB, BC] *Eſt enim ex 34. primi Elementorum* HG *æqualis ipſi* AE: *& eſt* AE *maior vtriſque* EB, BC, *quòd* AD *ſit dimidia vtrarumque ſimul* AB, BC, *hoc eſt vtriſque* DB, BC *æqualis.*

B Iungatur KG] *Intellige circuli circumferentiam* LKO *ſecare* KH *in puncto* K.

C Et KG æqualis GL] *Sunt enim a centro ad circuli circumferentiam.*

D Et hoc infinite fieri poteſt] *Nam rectæ lineæ* DB, EF *infinite ſecari poſſunt.*

E Erit igitur AG, hoc eſt KL æqualis vtriſque AB, BN] *Græcus codex* ἴσαι οὖν ἡ α β. *Sed legendum* ἴσαι οὖν ἡ α η. *eſt enim* AE *æqualis* AB, *quòd a centro ad circumferentiam: & ipſi* EG *æqualis facta eſt* BN. *ergo* AG, *hoc eſt* LK *vtriſque* AB BN *eſt æqualis.*

F Et reliqua NC minor, quam KL] *poſuimus enim* AB, BC *inter ſe æquales eſſe, Quòd cum* KL *ſit æqualis vtriſq;* AB, BN, *maior erit, quam* BC, *& multo maior, quam* NC.

G Et quoniam HF FG quidem maiores ſunt, quam HG] *Græcus codex,* καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν θ η ϛ τῆς μείζονές εἰσιν. *lege* αἱ μὲν θ ζ η.

H Erunt vtræque CF FG vna cum HK maiores vtriſque KC GH] *Græcus codex* συναμφότερος ἄρα αἱ η γ ζ η. *lege* συναμφοτέρως ἄρα αἱ γ ζ η.

K Sed vtriſque AF FE maiores ſunt vtræque AB BC] *Ex 21 primi libri elementorum.*

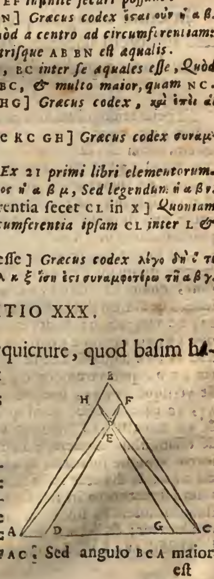
L Quarum vtræque AB BN] *Græcus codex* ὧν συναμφότερος ἡ α β μ, *Sed legendum* ἡ α β ν.

M Et circa centrum K per M deſcripta circuli circumferentia ſecet CL in X] *Quoniam enim* NC, *hoc eſt* KM *minor eſt, quam* KL; *circuli circumferentia ipſam* CL *inter* L *&* C *ſecabit.*

N Dico vtraſque LK, KX vtriſque AB BC æquales eſſe] *Græcus codex* λέγω δὴ ὅτι συναμφότερος ἡ λ κ ἴση ἐστὶ συναμφοτέρῳ τῇ η α β γ. *lege* ἡ λ κ ξ ἴση ἐστὶ συναμφοτέρῳ τῇ α β γ.

THEOREMA VI. PROPOSITIO XXX.

Quód ſi triangulum æquilaterum ſit, vel æquicrure, quod baſim habeat latere minorem, dico fieri non poſſe, vt intra ipſum conſtituantur rectæ lineæ æquales ijs, quæ ſunt extra; ſed intra minores erunt.



Sit enim ABC triangulum æquilaterum, vel æquicrure habens AC baſim minorem vtraque ipſarum AB BC: & intra conſtituantur aliquæ rectæ lineæ DE, EG. Dico eas minores eſſe, quàm AB BC. Producatur DE vſque

16. primi ad F, & AF iungatur. Itaque quoniam æqualis eſt BAC angulus angulo BCA; erit angulus BCA maior ipſo FAC. Sed angulo BCA maior eſt

eſt angulus FDA. ergo FDA angulus angulo FAD multo maior erit; & ideo AF maior eſt, quam FD. Et quoniam angulus AFB maior eſt, quàm BCA: & BCA ob A
hypoteſim non minor, quam ABC, erit AFB maior, quam ABF; & proptercea AB quam AF maior. Sed AF maior oſtenſa eſt, quam FD. ergo AB quam FD eſt maior, B
& multo maior, quam ED. Similiter oſtendetur & BC maior, quam GE. minores C
igitur ſunt DE, EG ipſis AB, BC.

COMMENTARIVS.

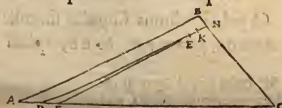
Et BCA ob hypotheſim non minor, quam ABC] *Si enim triangulum* ABC *æquilaterum ſit, angulus* BCA *æqualis eſt angulo* ABC: *ſi vero æquicrure, quod baſim habeat latere minorem, angulus* BCA *angulo* ABC *eſt maior: quippe cui maius latus ſubtenditur.* A

Similiter oſtendetur & BC maior, quam GE] *producta nimirum* GB *vſque ad* AB, *vt in punctum* H, *& iuncta* CH. B

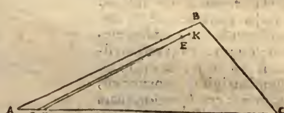
Minores igitur ſunt DE EG ipſis AB, BC.] *Græcus codex* ἐλάσσονες ἄρα εἰσὶν αἱ γ δ τῆς α β, *corrige*, ἐλάσσονες ἄρα εἰσὶν αἱ δ ε ε η. τῶν α β β γ. C

PROBLEMA XXV. PROPOSITIO XXXI.

In quibus triangulis intra conſtituuntur rectę lineæ æquales ijs, quæ ſunt extra, in his & maiores intra conſtitui poſſunt ſimul ſumptæ.



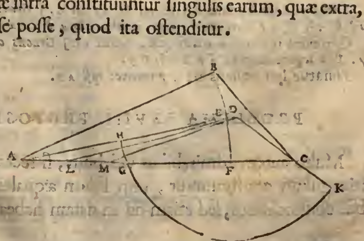
Sint enim in triangulo ABC lineæ DE EF æquales ipſis AB BC: & producatur vna ipſarum intra, vt DE vſque ad N; & inter EN ſumatur quod vis punctum K, iungaturque KF. erunt vtique DK, KF maiores, quam DE EF: & ideo maiores, quam ABC. Manifeſtum autem eſt etiam ſi intra triangulum ABC ſumatur punctum K, ita vt rectæ lineæ DF EF. ab ipſis DK KF contineantur, quemadmodum apparet in ſecunda figura; nihilominus idem continget. & vtroque modo infinite erit propoſitum.



PROBLEMA XXVI. PROPOSITIO XXXII.

Et cum hoc admirabile videatur ijs, qui geometricæ ignari ſunt, admirabilius erit, non ſolum vtramq; vtriq; æqualem eſſe, vel maiorem, ſed etiam ſingulas earum, quæ intra conſtituuntur ſingulis earum, quæ extra, & æquales, & maiores eſſe poſſe; quod ita oſtenditur. A

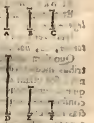
Sit triangulum ABC habens AB quidem non minorem BC; AC vero vtraque ipſarum maiorem: & circa centrum A per B deſcribatur circuli circumferentia BEF; ſumaturque inter ipſam, & rectam lineam BC quoduis punctum D; & AD, DC iungantur. Itaque quoniam AD maior eſt, quam AB, & propter hy-



appellant; intelligentes, vt etiam in principio diximus, pro primo termino maximum, pro ſecundo medium, & pro tertio minimum. Et quando ſit, vt tertius exceſſus ad primum, ita ſecundus terminus ad tertium; vocant ſeptimam medietatem. Quando ſit, vt tertius exceſſus ad primum, ita primus terminus ad ſecundum, octauam medietatem nominant. Quando ſit, vt tertius exceſſus ad primum, ita primus terminus ad tertium, nonam. Quando autem ſit vt tertius exceſſus ad ſecundum, ita ſecundus terminus ad tertium; decimam medietatem appellant. His igitur terminis poſitis, ortus decem medietatum explicabimus & per geometricam analogiam, vt dictum eſt. Analogia autem ex proportionibus conſtat. At proportionis cuiuſque principium æqualitas eſt. Geometrica igitur medietas, cum ex æqualitate primum ortum habeat, & ipſa ſeipſam, & alias medietates conſtituit, oſtendens (quemadmodum diuiniſſimus Plato inquit) analogiæ naturam, cauſam harmoniæ omnibus; & rationalis, ordinatique ortus. Dicit enim vnũ vinculũ eſſe mathematum omnium. Cauſa autem ortus, & vinculum omnibus iis, quæ generantur eſt analogiæ diuina natura. Itaque decem medietatum conſtitutio per geometricam analogiam oſtendetur, hoc prius conſiderato.

Medietas ſeptima. Octaua. Nona. Decima. analogia. Proportionis cuiuſq; principium æqualitas eſt. Geometrica medietas & ſeipſam, & alias medietates conſtituit.

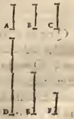
THEOREMA V. PROPOSITIO XVII.



Sint tres termini proportionales A B C, & vtrique A C vna cum duobus B æqualis ponatur D: Vtrique autem B C æqualis ſit E, & ipſi C æqualis F. Dico D E F terminos proportionales eſſe.

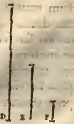
Quoniam enim eſt, vt A ad B, ita B ad C, erit & componendo vt vterque A B ad B, ita vterque B C ad C. ergo & omnes antecedentes ad omnes conſequentes ſunt in eadem proportione, videlicet, vt vterque A B vna cum vtroque B C ad vtrumque B C, ita vterque B C ad C. & eſt vtrique A B vna cum vtroque B C æqualis D; vtrique autem B C æqualis E; & F ipſi C æqualis. tres igitur termini D E F proportionales ſunt in ea proportione, quã habet vterq; A B ad B.

PROBLEMA XIII. PROPOS. XVIII.



Geometricas medietates per analogiam inuenire.

Itaque ſi ponantur æquales A B C, fient D E F in dupla analogia. Vterque enim A C vna cum duobus B duplus eſt vtriuſque B C. Vterque vero B C ipſius C eſt duplus. At A B C in dupla analogia conſtitutis, ſi quidem A eorum maximus ſit, fient D E F in tripla analogia. Si vero ſit minimus in ſeſquialtera. Vterque enim A B ipſius B triplus eſt, ſi quidem
A A ſit duplus ipſius B; ſeſquialter vero ſi A ſit ipſius B dimidius. & ita a proportionibus, quæ deinceps ſunt, conſequentes, & multiplices, & ſuperparticulares inuenientur.
B & rurſus ſi vnitates ſint A B C, geometrica medietas, quæ eſt D E F in minimis numeris 4, 2, 1 conſiſtere dicetur.



COM-

COMMENTARIVS.

Vterque enim AB ipſius B triplus eſt, ſiquidem A ſit duplus ipſius B, ſeſquialter vero ſi A ſit ipſius B dimidius] *In Græco codice ſic legitur.* καὶ γὰρ συναμφότερον ὁ β γ τοῦ β τριπλάσιος μέν ἐστιν, ἐὰν διπλάσιος ἐστὶν ὁ β τοῦ α. ἡμιόλιος δὲ ἐὰν ὁ α τοῦ β ἡμισυς ἐστιν. *Sed legendum videtur.* καὶ γὰρ συναμφότερος ὁ β τοῦ β τριπλάσιος μέν ἐστιν, ἐὰν διπλάσιος ἐστὶν ὁ α τοῦ β, ἡμιόλιος δὲ ἐὰν ὁ α τοῦ β ἥμισυς ἐστιν. *Eſt enim* D *ad* E, *vt* AB *ad* B. *Vel vt* BC *ad* C *ex iis, quæ ante demonſtrata ſunt. Poſtquam vero oſtendit ex analogia æqualitatis duplam analogiam generari, nunc declarat quomodo ex dupla fiat tum tripla, tum ſeſquialtera. Sint enim* ABC *in dupla analogia, ita vt* A *ſit* 4, B 2, C 1, *fient* D 9, E 3, F 1. *in quibus tripla analogia conſiſtit. Sic rurſus* A 1, B 2, C 4, *erit* D 9 E 6 F 4; *in quibus eſt ſeſquialtera. Eodem modo ex tripla analogia gignitur & quadrupla, & ſeſquitertia. nam ſi* ABC *ponantur* 9, 3, 1 *fient* DEF, 16, 4, 1: *& ſi ponantur* 1, 3, 9. *fient* 16, 12, 9. *& ita ex quadrupla oritur quintupla, & ſeſquiquarta. & deinceps reliqua tum multiplices, tum ſuperparticulares. Ex ſuperparticularibus vero & multiplices ſuperparticulares naſcuntur & ſuperpartientes. quippe cum ex ſeſquialtera* 9, 6, 4 *naſcatur dupla ſeſquialtera* 25, 10, 4; *ex qua rurſus fit tripla ſeſquialtera,* 49, 14, 4; *& deinceps aliæ. Ex ſubſeſquialtera vero* 4, 6, 9 *naſcitur ſuperbipartiens tertias* 25, 15, 9. *ex qua fit dupla ſuperbipartiens tertias,* 64, 24, 9. *deinde reliquæ. At ex ſeſquitertia* 16, 12, 9, *fit dupla ſeſquitertia* 49, 21, 9. *deinde tripla ſeſquitertia* 100, 30, 9. *deinde aliæ. Ex ſubſeſquitertia vero* 9, 12, 16 *fit ſupertripartiens quartas* 49, 28, 16. *ex qua dupla ſupertripartiens quartas* 121, 44, 16; *& reliquæ. Ex quibus perſpicue apparet ipſam æqualitatis analogiam omnes alias, nimirum multiplices, ſuperparticulares, ſuperpartientes, multiplices ſuperparticulares, & multiplices ſuperpartientes generare.* A

Et rurſus ſi vnitates ſint ABC geometrica medietas; quæ eſt DEF in minimis numeris 4, 2, 1. conſiſtere dicetur] *Sunt enim* 4, 2, 1 *minimi numeri in dupla analogia; quemadmodum &* 9, 3, 1, *in tripla, &* 16, 4, 1. *in quadrupla, & reliqui, de quibus diximus. quippe quòd* ABC *vnitates ponuntur. In græcis codicibus ſequitur harmonica medietas. Sed quoniam geometrica, & ſeipſam & reliquas generat. vt dictum eſt, videtur deſiderari arithmetica medietas, quæ fortaſſe intercidit, quemadmodum, & ſeptima. Nos igitur eam, vt fieri poterit ſupplere aggrediemur.* B

PROBLEMA XIV. PROPOSITIO XIX.

Arithmeticam medietatem per analogiam conſtituere.

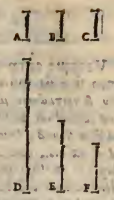


Exponantur tres termini proportionales ABC, & duobus quidem A, & duobus B, & vni C æqualis ſit D. Vni vero A, vni B; & vni C ſit E æqualis; & vni C æqualis F. Dico DEF arithmeticam medietatem conſtituere. Vt enim duo A, duo B, & vnus C ſunt ad ſeipſos, hoc eſt vt D ad ſeipſum, ita AB ad ſeipſos. Sed AB ſunt exceſſus, quo duo A, duo B, & vnus C ſuperant ABC, hoc eſt ipſorum DE exceſſus: ſuntque iidem AB exceſſus, quo ABC ſuperant ipſum C, hoc eſt exceſſus EF, ergo vt D ad ſeipſum, ita DE exceſſus ad exceſſum EF. Quando autem ſit, vt primus terminus ad ſeipſum, ita primus exceſſus, ad exceſſum ſecundum, arithmetica medietas eſt. Quòd ſi ABC vnitates ponantur, minimi numeri 5, 3, 1 eam continebunt.

PROBLEMA XV. PROPOSITIO XX.

Harmonicam medietatem per analogiam conſtituere.

Harmonica medietas per analogiam ita conſtituetur, Ponantur tres termini A propor-



B proportionales ABC, & duobus quidem A, & tribus B &
vni C ſit æqualis D. duobus autem B & vni C ſit E æqua-
lis, & vni B & vni C æqualis F. Dico DEF harmonicam
conſtituere medietatem. Quoniam enim proportionales
C ſunt ABC, erunt vt duo A vna cum B ad B, ita duo B vna
cum C ad C. & omnes ad omnes, videlicet vt duo A vna
D cum tribus B & vno C ad BC, hoc eſt vt D ad F, ita duo
A vna cum B ad B. Sunt autem duo A vna cum B exceſ-
ſus, quo duo A vna cum tribus B, & vno C ſuperant duos
B, & vnum C, hoc eſt exceſſus ipſorum DE: & vnus B ex-
ceſsus eſt, quo duo B, & vnus C ſuperant BC, hoc eſt ex-
ceſſus EF. Quando autem ſit, vt D ad F, ita exceſſus DE
ad EF exceſſum; medietas harmonica eſt. & manifeſte patet, ſi ABC vnitates
E ponantur, eam conſiſtere in minimis numeris 6, 3, 2.

COMMENTARIVS.

A Harmonica medietas per analogiam ita conſtituetur] *In Græcis codicibus hæc leguntur, quæ nos omittenda cenſuimus, tamquam ſuperuacanea, & ab alio aliquo inſerta.* καὶ τῆς ἰσότητος ἐν τῇ τάξει τῆς ἀναλογίας διαφόρως κατταῦτα καὶ τοῖς ἑξῆς παραλαμβανομένης.

B Et duobus quidem A, & tribus B, & vni C ſit æqualis D] *Græcus codex.* καὶ δύο μὲν τοῖς δ, καὶ τρισὶ τοῖς δύο. *Sed corrige.* καὶ δύο μὲν τοῖς α, καὶ τρισὶ τοῖς β.

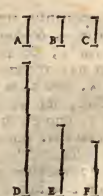
C Ita duo B vna cum C ad C, & omnes ad omnes, videlicet vt duo A &c.] *Græcus codex.* οὕτω δύο οἱ δύο μετὰ τοῦ γ πρὸς τὸν γ, καὶ πάντες πρὸς πάντας δύο ὁ ι α. *Sed legendum,* οὕτω δύο οἱ β μετὰ τοῦ γ πρὸς τὸν γ, καὶ πάντες πρὸς πάντας δύο οἱ α.

D Ita duo A vna cum B ad B] *Græcus codex* οὕτω δέ οἱ α μετὰ τοῦ β πρὸς τὸν β. *lege.* οὕτω δύο οἱ α μετὰ τοῦ β πρὸς τὸν β.

E Et manifeſte patet, ſi ABC ſimiliter vnitates ponantur, eam conſiſtere in minimis numeris 6, 3, 2.] *Græcus codex* καὶ δῆλον ὅτι λέγει τὰ μὲν &c. *lege* καὶ δῆλον ὅτι λέγει τ' ἄν ἐν.

PROBLEMA XVI. PROPOSITIO XXI.

Harmonicæ contrariam medietatem per analogiam conſtituere.



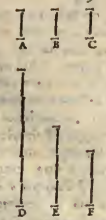
Harmonicæ contraria medietas ex analogia ſic conſtituetur. Poſitis terminis proportionalibus ABC, duobus quidem A, & tribus B, & vni C æqualis ſit D. duobus vero A, & duobus B, & vni C ſit E æqualis: & vni B & vni C æqualis F. Dico DEF medietatem dictam efficere. Rurſus enim ſimiliter atque in iis, quæ oſtenſa ſunt, vt D ad F, ita erunt duo A vna cum B ad B. & ſunt duo A vna cum B exceſſus, quo duo A, & duo B & vnus C ſuperant vnum B, & vnum C, hoc eſt exceſſus EF. Vnus autem B exceſſus eſt, quo duo A, & tres B, & vnus C ſuperant duos A, & duos B, & vnum C, hoc eſt exceſſus DE. Vt igitur F ad D, ita DE exceſſus ad exceſſum EF, quod pertinet ad medietatem harmonicę contrariam. perſpicuum autem eſt, ſi ABC vnitates ponantur, medietatem eam in minimis numeris conſtitui 6, 5, 2. & figura eſt eadem.

PROBLEMA XVII. PROPOSITIO XXII.

Quintam, & geometricæ contrariam medietatẽ per analogiã conſtituere.

Quinta medietas ex analogia in hunc conſtituetur modum. Exponantur tres

propor-



proportionales termini A B C, & vni quidem A, & tribus B, & vni C, æqualis ſit D; vni autem A, & duobus B, & vni C æqualis E; ſitque F vni B, & vni C æqualis. Dico D E F quintam medietatem conſtituere. Quoniam enim ob analogiam eſt vt A vna cum B ad B, ita B vna cum C ad C; erit & vt A vterque antecedens A B vna cum vtroque B C ad vtrumque conſequentem B C, hoc eſt vt E ad F, ita vterque A B ad B. Eſt autem vterque A B exceſſus, quo vnus A, & duo B, & vnus C ſuperant vnum B, & vnum C. hoc eſt exceſſus E F; & B. B eſt exceſſus, quo vnus A, & tres B, & vnus C ſuperant vnum A, & duos B, & vnum C; hoc eſt exceſſus D B. Vt igitur F ad E, ita D E exceſſus ad exceſſum E F, quod quintæ medietati accidit & dicetur conſiſtere in minimis numeris, 5, 4, 2. C D cum A B C vnitates ponentur. figura autem eadem erit.

COMMENTARIVS.

Erit & vt vterque antecedens A B &c.] *Græcus codex* ἔςαι καὶ συναμφότερος. *Sed legendum* ἔςαι καὶ ὡς συναμφότερος. A

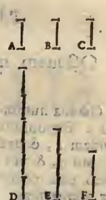
Hoc eſt exceſſus E F] *Græcus codex* τουτέςιν ἡ τῶν δ ε ὑπεροχὴ. *corrige* τουτέςιν ἡ τῆς ε ζ ὑπεροχὴ. B

Hoc eſt exceſſus D E] *Græcus codex* τουτέςιν ἡ τῆς ε ζ ὑπεροχὴ. *lege* τουτέςιν ἡ τῆς δ ε ὑπεροχὴ. C

Vt igitur F ad E, ita D B exceſſus ad exceſſum E F] *Græcus codex* ὡς ἄρα ὁ ε πρὸς τὸν ζ, οὕτως ἡ τῆς δ ε ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τῆς ε ζ ὑπεροχήν, *Sed legendum vt opinor* ὡς ἄρα ὁ ζ πρὸς τὸν ε, οὕτως ἡ τῆς δ ε ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τῆς ε ζ ὑπεροχην. *Quoniam enim ex antedictis ſequitur, vt* E *ad* F, *ita eſſe* E F *exceſſus ad exceſſum* D E, *erit & conuertendo vt* F *ad* E, *ita exceſſus* D E *ad* E F *exceſſum. Eodem modo & in ſequenti problemate concludit.* D

PROBLEMA XVIII. PROPOSITIO XXIII.

Sextam, & geometricæ contrariam medietatẽ per analogiã conſtituere.



Sexta medietas ex analogia ſic conſtituetur. Exponatur eadem analogia terminorum A B C; & vni quidem A, & tribus B, & duobus C ſit æqualis D. Vni vero A & duobus B, & vni C æqualis E: & ſit F exceſſus, quo vterque A B ſuperat C. Dico D E F propoſitam efficere medietatem. Quoniam enim per analogiam eſt, vt A vna cum duobus B ad vtrumque A B, ita B vna cum duobus C ad vtrumque B C: & omnes antecedentes ad omnes conſequentes in eadem ſunt proportione. vt A & tres B & duo C ad vtrumque A B vna cum A vtroque B C, hoc eſt vt D ad E; ita B vna cum duobus C ad vtrumque B C, & eſt B quidem vna cum duobus C exceſsus, B quo A vna cum duobus B & vno C ſuperat exceſsum, quo vterque A B ipſum C ſuperat; hoc eſt exceſsus E F. Vterque autem B C eſt exceſsus, quo A vna cum tribus B, & duobus C ſuperat ipſum A vna cum duobus B, & vno C, hoc eſt D E exceſsus. Vt igitur E ad D, ita D E exceſsus ad exceſsum E F. Quare C D E F ſextam medietatem efficiunt. quæ quidem ſimiliter conſtituitur in minimis numeris 6, 4, 1. ſi A B C vnitates ponantur. Et eſt eadem figura.

COMMENTARIVS.

Et eſt B quidem vna cum duobus C exceſsus, quo A vna cum duobus B, & vno C ſuperat exceſsum, quo vterque A B ipſum C ſuperat] *Eſt enim* B *vna cum duobus* A

c, & vnà cùm exceſſu, quo vterque AB *ſuperat* C *æqualis ipſi* A *vnà cùm duobus* B, *& vno* C, *vt mox oſtendetur. quare ſequitur vt* B *vna cum duobus* C *ſit exceſſus, quo* A *vna cum duobus* B *& vno* C *ſuperat exceſſum, quo vterque* AB *ſuperat* C. *Illud autem ſic patet. nihil enim aliud eſt exceſſus, quo* AB *ſuperat* C, *niſi* AB *dempto ab eis* C. *ergo ſi* AB *vna cum duobus* C, *& cum* AB *dematur* C *relinquentur duo* B *vna cum* C *&* A, *hoc eſt* A *vna cum duobus* B *& vno* C, *Græcus autem codex ita habet,* τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει συναμφότερος ὁ α β μετὰ τοῦ συναμφοτέρου τοῦ β γ. *Sed legendum puto,* τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει συναμφότερος ὁ α β τοῦ γ.

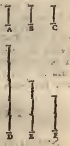
B Vterque autem BC eſt exceſſus, quo A vna cum tribus B, & duobus C ſuperat ipſum A vna cum duobus B & vno C] *Græcus codex* συναμφότερος δὲ ὁ β γ ὑπεροχή ἐστιν, ᾗ ὑπερέχει ὁ α μετὰ τριῶν τῆς δύο, καὶ δύο τοῖς τριῶν ἑνὸς τοῦ α, καὶ δύο τῆς δύο, καὶ ἑνὸς τοῦ γ. *Sed mendoſe, corrigendus enim eſt hoc modo.* συναμφότερος δὲ ὁ β γ ὑπεροχή ἐστιν, ᾗ ὑπερέχει ὁ α μετὰ τριῶν τῆς β, καὶ δύο τῆς γ, ἑνὸς τοῦ α, καὶ δύο τῆς β, καὶ ἑνὸς τοῦ γ.

C Vt igitur E ad D, ita DB exceſsus ad exceſsum EF.] *Conuertendo ſcilicet. Oſtenſum enim eſt, vt* D *ad* E, *ita eſſe exceſſum* EF *ad exceſſum* DE.

Sequens problema intercidit in græcis codicibus, quod nos ne quid deſideretur ſupplere tentauimus in hunc modum.

PROBLEMA XIX. PROPOSITIO XXIV.

Septimam medietatem per analogiam conſtituere.



Exponantur tres proportionales termini ABC, & vni quidem A, duobus B, & duobus C ſit D æqualis: vni vero A, vni B, & vni C ſit æqualis E, & vni B, & vni C æqualis F. Dico DEF ſeptimam medietatem conſtituere. eſt enim vt E ad F, ita ABC ad BC. Sed ABC ſunt exceſsus, quo vnus A, duo B, & duo C ſuperant BC, hoc eſt DF exceſsus. & BC ſunt exceſsus, quo vnus A duo B, & duo C ſuperant ABC, hoc eſt exceſsus DE. Vt igitur E ad F, ita DF exceſsus ad exceſsum DE. quod ad ſeptimam pertinet medietatem. Conſtituitur autem ea in minimis numeris 5, 3, 2. Si ABC vnitates ponantur.

PROBLEMA XX. PROPOSITIO XXV.

Octauam medietatem per analogiam conſtituere.



Octaua autem medietas ex analogia hoc modo conſtituetur. Exponantur proportionales termini ABC: & duobus quidem A, & tribus B, & vni C æqualis ſit D. vni vero A, & duobus B, & vni C ſit E æqualis; & duobus B, & vni C æqualis F. Dico DEF octauam medietatem conſtituere. Quoniam enim per analogiam, vt duo A vna cum B ad vtrumque AB, ita duo B vna cum C ad vtrumque BC; & omnes ad omnes, vt duo A, & tres B, & vnus C ad vnum A, & duos B, & vnum C, hoc eſt vt D ad E, ita duo A vna cum B ad vtrumque AB.

A & ſunt duo A vna cum B exceſſus, quo duo A, & tres B, & vnus C ſuperant duos B, & vnum C, hoc eſt exceſsus ipſorum

B DF: vterque autem AB eſt exceſsus, quo duo A, & tres B, & vnus C ſuperant vnum A, & duos B & vnum C, hoc eſt DE exceſsus. Vt igitur D ad E, ita exceſsus DF ad DE exceſsum. quod octauam me-

C dietatem efficit; quæ quidem contineri dicetur in minimis numeris 6, 4, 3. cum ABC vnitates ponantur.

COMMENTARIVS.

Ita duo A vna cum B ad vtrumque AB] *Græcus codex οὕτως δύο οἱ α' μετὰ τοῦ β πρὸς συναμφότερον τὸν ζ ε. lege πρὸς συναμφότερον τὸν α β.* A

Vt igitur D ad E, ita exceſſus DF ad DE exceſſum. *Græcus codex καὶ ὡς ἄρα ὁ δ πρὸς τὸν ζ, ἡ τῆς δ ε ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τῆς α ζ ὑπεροχήν. Sed corrigendum, vt opinor, καὶ ὡς ἄρα ὁ δ πρὸς τὸν ε, ἡ τῆς δ ζ ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τῆς δ ε ὑπεροχήν.* B

Quæ quidem contineri dicetur in minimis numeris 6, 4, 3.] *Græcus codex καὶ λέγοιτ' ἂν ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς τοῖς κ δ γ. lege ς δ γ. qui numeri harmonicam quoque medietatem continent. Vt enim primus ad tertium, ita primus exceſſus ad ſecundum.* C

PROBLEMA XXI. PROPOSITIO XXVI.

Nonam medietatem per analogiam conſtituere.



Nona medietas ex analogia ita conſtituetur. Poſitis enim ABC proportionalibus, vni quidem A, & duobus B, & vni C æqualis ſit D. vni vero A, & vni B, & vni C ſit E æqualis. & vni B & vni C æqualis F. Dico DEF nonam continere medietatem. Quoniam enim eſt, vt vterque AB ad B, ita vterque BC ad C. & omnes ad omnes. Vt A vna cum duobus B, & vno C ad vtrumque BC, hoc eſt vt D ad F, ita vterque AB ad B. Sed vterque AB eſt exceſſus, quo vnus A, & duo B, & vnus C ſuperant vtrumque BC, hoc eſt DF exceſſus, B vero eſt exceſſus, quo vnus A, & duo B, & vnus C ſuperant vnum A, & vnum B, & vnum C, hoc eſt exceſſus DE. Vt igitur D ad F, ita DF exceſſus ad exceſſum DE. quod nonæ medietatis proprium eſt. & continent ipſam minimi numeri 4, 3, 2 ſi ABC vnitates ſimiliter ponantur: atque eſt eadem figura.

PROBLEMA XXII. PROPOSITIO XXVII.

Decimam medietatem per analogiam conſtituere.



Decima medietas ex analogia hoc modo conſtituetur.
Rurſus poſitis tribus proportionalibus ABC, ſit ipſis quidem ABC æqualis D; ipſis vero BC ſit E æqualis, & ipſi C æqualis F. Dico DEF decimam medietatem conſtituere. Quo- A
niam enim eſt, vt vterque BC ad C, hoc eſt vt E ad F, ita vterque AB ad B. & eſt vterque AB exceſſus, quo ABC ſuperant ipſum C, hoc eſt DF exceſſus. B vero exceſſus, quo B
BC ſuperant C; hoc eſt exceſſus EF. eſt igitur vt E ad F, ita DF exceſſus ad exceſſum EF, quod decimæ medietati accidit. & conſtituunt ipſam minimi numeri 3, 2, 1. poſitis nimirum ABC vnitatibus.

COMMENTARIVS.

Quoniam enim eſt, vt vterque BC ad C.] *Græcus codex ἐπεὶ γάρ ὡς συναμφότερος α β πρὸς τὸν γ, lege β γ πρὸς τὸν γ.* A

B vero exceſsus, quo BC ſuperant C.] *Græcus codex ὁ δὲ β ᾗ ὑπερέχουσιν οἱ α β γ τοῦ γ. lege οἱ β γ τοῦ γ.* B

Exponuntur autem commoditatis cauſſa, & numeri deinceps, a quibus vnuſquiſque terminus analogiæ multiplicatus ſingulas medietates conſtituit, & apponuntur minimi numeri, qui eas continent: vt in tabula ſextæ medietatis. primus quidem ordo, 1, 3, 2. Significat primum analogiæ terminum ſemel ſumptum, & ſecundum ter, & tertium bis ſumptum, coaceruatos primum medietatis terminum complere. Secundus tabulæ ordo 1, 2, 1, ſignificat primum analogiæ terminum ſemel, & ſecundum bis, & tertium ſemel ſumptum complere ſecundum terminum medietatis. tertius autem ordo in alijs quidem medietatibus, ſimpliciter, vt deſcriptum eſt, compoſitus; propriè autem in hac 1, 1, 1, vti ante diximus, ſignificat tertium medietatis terminum fieri ab exceſſu, quo primus terminus analogiæ ſemel ſumptus, & ſecundus item ſemel, coacervati tertium terminum ſemel ſumptum ſuperant. at numeri, qui ſunt in tabula 6, 4, 1, ipſam continent medietatem. Vt enim ſecundus terminus ad primum, hoc eſt vt quattuor vnitates ad ſex, ita exceſſus primi, & ſecundi, hoc eſt exceſſus, quo ſex vnitates ſuperant quattuor, videlicet vnitates duæ ad exceſſum ſecundi, & tertij termini, quo ſcilicet quattuor vnitates vnam ſuperant, hoc eſt vnitates tres. Vtraque enim vtriuſque proportio ſubſeſquialtera eſt. nam quattuor vnitates ad ſex, & duæ ad tres eandem habent proportionem, nimirum ſubſeſquialteram. Similia & in alijs tabulis intelligentur,

Medietates	1	2	3	Minimi numeri continentes medietates.		
Arithmetica.	2 1	1 1 1	1 1 1	3	2	1
Geometrica.	1	2 1	1 1 1	4	2	1
Harmonica.	2	1 2 1	1 1 1	6	3	2
Contraria.	1 2	1 2 1	1 1 1	6	5	2
5	1 4	1 4 1	1 1 1	5	4	2
6	1 1 1	3 4 1		6	4	1
7	7	Atticus.		7	4	3
8	2 1 1	1 2 2		6	4	3
9	1 1	3 4 1		4	3	2
10		1 1		2	3	1
11	1					

PRO-

PROBLEMA XXIII. PROPOSITIO XXVIII.

Tertium problema erat huiuſmodi.

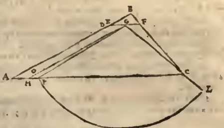


Sit triangulum orthogonium ABC rectum angulum habens ad B, & ducatur quædam recta linea AD: ponatur autem DE ipſi AB æqualis, & BA bifariam ſecta in F; iunctaque FC, ducere duo latera DF FC intra triangulum, maiora vtriſque ſimul BA AC, quæ ſunt extra. Et id quidem manifeſtum eſt. Quoniam enim CF FA hoc eſt CF FB maiores ſunt, quàm CA: æqualis autem DE ipſi AB; erunt CF FD duabus CA AB maiores. Satius autem erat illud in hunc modum proponere.

Triangulo orthogonio quouis dato ABC, ſumere aliquod punctum intra triangulum, & ab ipſo rectas lineas ducere: vnam quidem, quæ ſecet BC; aliam vero, quæ ad C tendat, ita vt vtræque ſimul maiores ſint ijs, quæ ſunt extra. Vt ſcilicet cum is, qui proponit, lineam AD duxerit vtcumque, feceritque DE æqualem ipſi AB; & ſecuerit bifariam AB in F, oſtendat punctum F problema efficere. iuncta enim CF, duæ rectæ lineæ CF FD duabus, quæ ſunt extra CA AB maiores erunt. Sed hoc quomodocumque proponere quis velit, infinite oſtendi poſse manifeſtum eſt. Non inopportunum autem videtur generalius de eiuſmodi problematibus diſſerere, à paradoxis Erycemi, quæ circumferuntur, initium facientes.

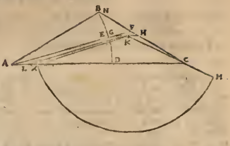
PROBLEMA XXIV. PROPOSITIO XXIX.

In omni triangulo præterquam in æquilatero, & æquicruri baſim latere minorem habente, fieri poteſt, vt in baſi intra conſtituantur duæ rectæ lineæ æquales ijs, quæ ſunt extra, ſimul ſumptæ.



Sit prius triangulum non æquicrure ABC, quod habeat AB maiorem, quàm BC, & ſecentur vtræque ſimul AB, BC bifariam in D: & inter DB ſumatur quoduis punctum E; ipſi vero AC parallela ducatur EF, in qua ſumpto quouis puncto G ducatur GH parallela ipſi AB, & iuncta GC producatur. Itaque quoniam EB, BF maiores ſunt, quam EF; & CF, FG maiores, quam CG, erunt vtræque EB, BC vna cum GF maiores vtriſque EF GC. communis auferatur FG, ergo & vtræque EB, BC vtriſque EG GC maiores ſunt: & multo maiores, quam GC. Sit vtriſque EB, BC æqualis GL: & circa centrum G per L deſcribatur circuli circumferentia LKO, quæ vtramque CH, HG ſecabit, propterea quod AE. hoc eſt HG maior ſit vtriſque EB, BC, hoc eſt GL. iungatur KG. Dico vtraſque HG, GK, vtriſque AB, BC æquales eſse; quod quidem manifeſte conſtat. eſt enim GH ipſi AE æqualis, & KG æqualis GL, videlicet vtriſque EB, BC: & hoc infinite fieri poteſt. Sit deinde triangulum æquicrure ABC, habens AB quidem ipſi BC æqualem, AC vero maiorem vtraque ipſarum, & circa centrum A per B deſcribatur circuli circumferentia BED; & ducatur recta linea quidem ABF ſecans BC extra circuli circumferentiam: ſumaturque in linea BF quoduis punctum G, & ipſi AC parallela ducatur GH. ſumpto autem in linea GH puncto K, ducatur KL parallela AF; iunctaq; KC ad M producatur: & ipſi BG æqualis abſcindatur BN. erit igitur AO, hoc eſt KL æqualis vtriſq; AB, BN, & reliqua NC minor, quam KL. Et quoniam HF, FG maiores ſunt,

Margin: A B C D E F G



H res ſunt, quam HG; & CH, HK maiores, quam KC; erunt vtręque CF FG vna cum HK maiores vtriſque KC, GH. communis auferatur HK. ergo reliquę, videlicet vtręque CF, FG maiores ſunt vtriſque CK, KG. cõmunis apponatur AG. vtræque igitur AF, FC ſunt maiores ipſis
K AG, GK, KC. Sed vtriſque AF,
L FC maiores ſunt vtræque AB, BC. ergo AB, BC ipſis AG, GK, KC maiores ſint neceſſe eſt quarum vtræque AB, BN ipſi AG ſunt æquales. reliqua igitur NC maior eſt vtriſque GK, KC,
M & multo maior, quam KC. Itaque ipſi NC æqualis ponatur KM: & circa centrum
N K per M deſcripta circuli circumferentia ſecet CL in X, & iungatur KX. Dico vtraſque LK, KX vtriſque AB, BC æquales eſſe. quod quidem perſpicue apparet. eſt enim KL æqualis vtriſque AB, BN; & KX ipſi KM, hoc eſt ipſi NC æqualis. & hoc infinite fieri poteſt.

COMMENTARIVS.

A Propterea quod AB, hoc eſt HG maior ſit vtriſque EB, BC] *Eſt enim ex 34. primi Elementorum HG æqualis ipſi AE: & eſt AE maior vtriſque EB, BC, quòd AD ſit dimidia vtrarumque ſimul AB, BC, hoc eſt vtriſque DB, BC æqualis.*

B Iungatur KG] *Intellige circuli circumferentiam LKO ſecare KH in puncto K.*

C Et KG æqualis GL] *Sunt enim a centro ad circuli circumferentiam.*

D Et hoc infinite fieri poteſt] *Nam rectę lineæ DB, EF infinite ſecari poſſunt.*

E Erit igitur AG, hoc eſt KL æqualis vtriſque AB, BN] *Græcus codex ἴσαι οὖν ἡ α β. Sed legendum ἴσαι οὖν ἡ α η. eſt enim AE æqualis AB, quòd a centro ad circumferentiam; & ipſi EG æqualis facta eſt BN. ergo AG, hoc eſt LK vtriſque AB BN eſt æqualis.*

F Et reliqua NC minor, quam KL] *poſuimus enim AB, BC inter ſe æquales eſſe, Quòd cum KL ſit æqualis vtriſq; AB, BN, maior erit, quam BC, & multo maior, quam NC.*

G Et quoniam HF FG quidem maiores ſunt, quam HG] *Græcus codex, καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν θ η ε τῆς μείζονές εἰσιν. lege αἱ μὲν θ ζ η.*

H Erunt vtræque CF FG vna cum HK maiores vtriſque KC GH] *Græcus codex συναμφότεροι ἄρα αἱ η γ ζ η. lege συναμφότεροι ἄρα αἱ γ ζ η.*

K Sed vtriſque AF FE maiores ſunt vtræque AB BC] *Ex 21 primi libri elementorum.*

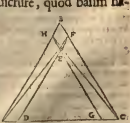
L Quarum vtræque AB BN] *Græcus codex ὧν συναμφότερος ἡ α β μ, Sed legendum ἡ α β ν.*

M Et circa centrum K per M deſcripta circuli circumferentia ſecet CL in X] *Quoniam enim NC, hoc eſt KM minor eſt, quam KL; circuli circumferentia ipſam CL inter L & C ſecabit.*

N Dico vtraſque LK, KX vtriſque AB BC æquales eſſe] *Græcus codex λέγω δὴ ὅτι συναμφότερος ἡ λ κ ἴση ἐστι συναμφοτέρῳ τῇ η α β γ. lege ἡ λ κ ξ ἴση ἐστὶ συναμφοτέρῳ τῇ α β γ.*

THEOREMA VI. PROPOSITIO XXX.

Quód ſi triangulum æquilaterum ſit, vel æquicrure, quod baſim habeat latere minorem, dico fieri non poſſe, vt intra ipſum conſtituantur rectæ lineæ æquales ijs, quæ ſunt extra: ſed intra minores erunt.



Sit enim ABC triangulum æquilaterum, vel æquicrure habens AC baſim minorem vtraque ipſarum AB BC: & intra conſtituantur aliquæ rectæ lineæ DE, EG. Dico eas minores eſſe, quàm AB BC. Producatur DE vſque
16. primi ad F, & AF iungatur. Itaque quoniam æqualis eſt BAC angulus angulo BCA; erit angulus BCA maior ipſo FAC. Sed angulo BCA maior eſt

eſt angulus FDA. ergo FDA angulus angulo FAD multo maior erit; & ideo AF
maior eſt, quam FD. Et quoniam angulus AFB maior eſt, quàm BCA: & BCA ob A
hypoteſim non minor, quam ABC, erit AFB maior, quam ABF; & propterea AB
quam AF maior. Sed AF maior oſtenſa eſt, quam FD. ergo AB quam FD eſt maior, B
& multo maior, quam ED. Similiter oſtendetur & BC maior, quam OE. minores C
igitur ſunt DE, EG ipſis AB, BC.

COMMENTARIVS.

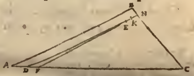
Et BCA ob hypotheſim non minor, quam ABC] *Si enim triangulum* ABC *æquilaterum ſit, angulus* BCA *æqualis eſt angulo* ABC*: ſi vero æquicrure, quod baſim habeat latere minorem, angulus* BCA *angulo* ABC *eſt maior: quippe cui maius latus ſubtenditur.* A

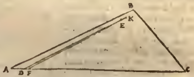
Similiter oſtendetur & BC maior, quam OE] *producta nimirum* GE *vſque ad* AB, *vt in punctum* H, *& iuncta* CH. B

Minores igitur ſunt DE EG ipſis AB, BC.] *Græcus codex* ἐλάσσονες ἄρα εἰσὶν αἱ γ δ τῶν α β, *corrige*, ἐλάσσονες ἄρα εἰσὶν αἱ δ ε ε η. τῶν α β β γ. C

PROBLEMA XXV, PROPOSITIO XXXI.

In quibus triangulis intra conſtituuntur rectę lineæ æquales ijs, quæ ſunt extra, in his & maiores intra conſtitui poſſunt ſimul ſumptæ.

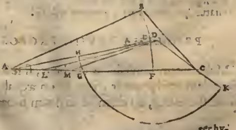




Sint enim in triangulo ABC lineæ DE EF æquales ipſis AB BC; & producatur vna ipſarum intra, vt DE vſque ad N; & inter EN ſumatur quodvis punctum K, iungaturque KF. erunt vtique DK, KF maiores, quam DE EF: & ideo maiores, quam ABC. Manifeſtum autem eſt etiam ſi intra triangulum ABC ſumatur punctum K, ita vt rectæ lineæ DF EF. ab ipſis DK KF contineantur, quemadmodum apparet in ſecunda figura; nihilominus idem continget. & vtroque modo infinite erit propoſitum.

PROBLEMA XXVI. PROPOSITIO XXXII.

Et cum hoc admirabile videatur ijs, qui geometricæ ignari ſunt, admirabilius erit, non ſolum vtramq; vtriq; æqualem eſſe, vel maiorem, ſed etiam ſingulas earum, quæ intra conſtituuntur ſingulis earum, quæ extra, & æquales, & maiores eſſe poſſe, quod ita oſtenditur. A



Sit triangulum ABC habens AB quidem non minorem BC; AC vero vtraque ipſarum maiorem: & circa centrum A per B deſcribatur circuli circumferentia BEF; ſumaturque inter ipſam, & rectam lineam BC quoduis punctum D; & AD, DC iungantur. Itaque quoniam AD maior eſt, quam AB, & prop-

pter hypotheſim maior, quam BC; DC vero, quam BC minor: ſi producentes DC vnamquamque ipſarum IH DK ipſi BC æqualem faciamus, circulus, qui circa centrum D per HK deſcribitur, rectam lineam AB ſecabit. ſecet in puncto G: & inter B AG quæuis puncta ſumantur LM. perſpicuum eſt iunctis LD DM, ſingulas ipſarum ſingulis AB, BC eſſe maiores.

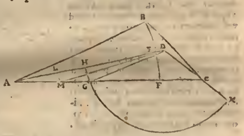
COMMENTARIVS.

A Non ſolum vtramque vtrique æqualem eſſe, vel maiorem] *Græcus codex τὸ μὴ μόνον συναμφότερον συναμφοτέρως. legendum vt opinor τὸ μὴ μόνον συναμφότερον συναμφοτέρων.*

B Perſpicuum eſt iunctis LD DM ſingulas ipſarum ſingulis AB BC eſſe maiores] *Græcus codex hoc loco mendoſus videtur, neque enim LD DM neceſſariò ſunt maiores ipſis AB BC, nam quamquam LD, vel DM ſit maior, quam BC, nulla eſt neceſsitas vt etiam ſit maior quam AB. præterea non video cur inter AG duo puncta ſumantur, cum vnum ſatis ſit, quare ita legendum ſuſpicor;* & inter AG quod vis punctum ſumatur L. perſpicuum eſt iuncta DL ſingulas ipſarum AD DL ſingulis AB BC maiores eſſe. *Vel ſi places etiam duo puncta ſumere, ita legemus.* & inter AG quæuis puncta ſumantur LM. perſpicuum eſt iunctis LD DM ſingulas ipſarum AD DL, vel AD DM ſingulis AB BC maiores eſſe.

PROBLEMA XXVII. PROPOSITIO XXXIII.

Quòd ſi velimus ſingulas ſingulis æquales eſſe, oportebit ponere AC maiorem, quam AB; & CB, quam BA minorem.



Sit enim, vt dictum eſt, & ſimiliter circumferentia BEF deſcribatur; ſumaturq; punctum D, & iungantur DA DC. producta autem DC ipſi BC æqualis ponatur DK: & circumferentia KGH eodem modo deſcripta. Secet rectam li- A neam AD in H, & AF in G. B Quoniam igitur AB maior eſt, quam BC; erit & maior, quam C DH. ponatur ipſi æqualis DL: & circa centrum D per L circumferentia deſcripta ſecet AG in M. Quare conſtat iunctis MD, DG, ſingulas ipſarum ſingulis AB BC æquales eſſe.

COMMENTARIVS.

A Secet rectam lineam AD in H, & AF in G.] *Græcus codex τεμνέτω τὴν α δ κατὰ τὸ θ, τὴν δὲ α ζ κατὰ τὸ ν. lege; τεμνέτω τὴν α δ κατὰ τὸ θ, τὴν δὲ α ζ κατὰ τὸ η.*

B Quoniam igitur AB maior eſt, quàm BC] *Græcus codex ἐπεὶ δὲ μείζων ἡ α δ τῆς β γ. Ego legendum puto ἡ α β τῆς β γ.*

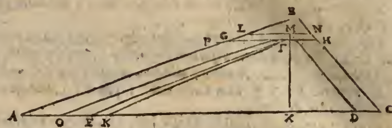
C Ponatur ipſi æqualis DL] *Videlicet ipſi AB.*

PROBLEMA XXVIII. PROPOSITIO XXXIV.

Multo autem admirabilius videbitur, ſi rectæ lineæ, quæ in baſi intra triangulum conſtituuntur, non ſolum æquales, vel maiores ſint lateribus continentibus, ſed etiam ad ea datam habeant proportionem.

Con-

Conſtruantur enim rectæ lineæ EF FK ipſis AB BC æquales. quod quidem fieri poſſe in principio dictum eſt: & ſecentur vtræq; ſimul AB, BC bifariam in P; ipſi vero AC parallela ducatur GFH: & FB parallela ſit ipſi AB: ſitq; proportio BA ad AL eadem, quæ proportio data; & parallela ducatur LMN: & in LMN ſumatur punctum M, ita vt per ipſum ductæ MO MD ipſis BA BC parallelæ punctum F comprehendant. erit & vtrarumque AB BC, hoc eſt EF FK ad vtraſque AL, NC, hoc eſt ad OM MD proportio data. In triangulo igitur OMD intra exiſtentes EF EK ad rectas lineas OM MD quæ ipſas continent, datam habent proportionem. Sed quoniam LMN debet cadere ſupra GFH, oportebit rectam lineam BA minorem eſſe, quàm duplam ipſius AL. quare & proportio data neceſſariò minor erit, quàm dupla. Conſtat autem quo maior ſit AB ipſa BC, & quo angulus B ſit obtuſior, eo rectas lineas EF FK ad duplam proportionem magis accedere, & multo magis, ſi EF FK non ſint æquales ipſis AB BC, ſed maiores. & adhuc magis ſi ducta perpendiculari MX, rectæ lineæ EF FK cum ipſis OM MX comparentur, poſſumus autem & alijs modis idem efficere. ſed vnus hic nobis ad oſtenſionem ſatis ſit.



A B C D E F G H K L M N O P

COMMENTARIVS.

Quod quidem fieri poſſe in principio dictum eſt] *In 29 huius.*

Et ſecentur vtræque ſimul AB BC bifariam in P,] *Græcus codex mendoſus eſt, qui ſic habet,* καὶ τὸν μὲν π δίχα . . . . . . συναμφότερον τῆν α β γ. *fortaſſe autem legendum erit, quemadmodum in 29.* καὶ τετμήσθω μὲν συναμφότερος ἡ α β γ κατὰ τὸ π. *quæ quam ſuperuacanea omnino eſſe videantur, neque enim rectæ lineæ* EF FK *ipſis* AB BC *æquales conſtitui poſſunt, niſi prius* AB BC *ſimul ſumptæ bifariam ſecentur, vt in 29. apparet.* A B

Ipſi vero AC parallela ducatur GFH] *hoc eſt ducatur per* F *ipſi* AC *parallela* GH. *Græcus codex* ἡ δὲ θ η ζ παράλληλος ἤχθω τῇ α γ. *Sed corrigendum* ἡ δὲ κ ζ θ *&c.* C

Sitque proportio BA ad AL eadem, quę proportio data] *Græcus codex corrigendus eſt, in quo legitur* καὶ τῷ δοθέντι λόγῳ ὁ αὐτος ἔςω ὁ τῆς α β πρὸς β λ. *lege* ὁ τῆς β α πρὸς α λ: D

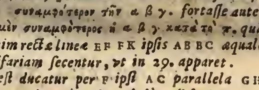
Et parallela ducatur LMN] *hoc eſt parallela ipſi* AC *Græcus codex* καὶ παράλληλος ἤχθω ἡ δ μ ν. *lege* ἡ λ μ ν, *vel* ἡ λ ν, *quod magis placet.* E

Et in LMN ſumatur punctum M] *Græcus codex* καὶ ἐπὶ τῆς λ ζ ν. *lege* λ μ ν, *vel potius* λ ν. F

Ita vt per ipſum ductæ MO MD ipſis BA BC parallelę punctum F comprehendant] *Græcus codex* ὥςαι διὰ τοῦ ταῖς β α, β γ παραλλήλους ἀγομένας τὰς μ θ. μ δ περιλαμβάνειν τὸ ζ. *corrige* ὥςαι διὰ τοῦ μ ταῖς β α, β γ παραλλήλους ἀγομένας τὰς μ ο, μ δ περιλαμβάνειν τὸ ζ, G

Erit & vtrarumque AB, BC. hoc eſt EF FK ad vtraſque AL NC, hoc eſt ad OM MD proportio data] *Vtraque enim latera* AB, BC *ad vtraque* OM MD *eandem habent proportionem, quam* BA *ad* AL. *quod nos ſequenti lemmate demonſtrabimus.* H

Sit triangulum ABC, *intra quod ſumpto quouis puncto* D, *ducantur ad baſim* DE, DF, *ita vt* DE *parallela ſit ipſi* BA, *&* DF *ipſi* BC: *& per* D *ducatur* GH *ipſi* AC *parallela; dico vtraque latera* AB, BC *trianguli* ABC *ſimul ſumpta ad vtraque latera ſimul* ED DF *trianguli* EDF *eandem proportionem habere, quam* BA *ad* AG. *Eſt enim* DE *æqualis ipſi* GA, *&* DF *æqualis* HC: *& vt* AB *ad* BG, *ita* CB *ad* BH *ob triangulorum* ABC, GBH *ſimilitudinem, quare per conuerſionem rationis, vt* BA *ad* AG, *ita* BC *ad* CH: *& vt omnes ad omnes, ita vna ad vnam; videlicet vt* AB BC *ad* AG, HC, *hoc eſt ad* ED DF, *ita* BA *ad* AG.



34 primi elem.
4. Sexti.
12. quinti.

In triangulo igitur OMD intra exiſtentes EF FK ad lineas OM, MD, quæ ipſas conti- K

continent, datam habent proportionem] *Græcus codex* ἐν ἄρα τῷ ο μ δ τριγώνῳ ἐντὸς οὖσαι αἱ ε ζ κ πρὸς τὰς α β γ περιεχούσας *&c. lege* πρὸς τὰς ο μ δ περιεχούσας.

L Sed quoniam LMN debet cadere ſupra GFH] *niſi enim ſupra caderent rectæ lineæ* OM MD *ipſas* EF FK *non continerent.*

M Oportebit rectam lineam BA minorem eſſe, quam duplam ipſius AL] *Secentur vtræque* AB BC *ſimul ſumptæ biſariam in puncto* P; *erit* BA *minor, quàm dupla ipſius* AP. *recta autem linea* GFH *cadit ſupra* P, *alioqui non eſſent* EF FK *æquales ipſis* AB BC, *vt ex 29. huius conſtare poteſt & cum* LMN *cadat ſupra* GFH, *neceſſe eſt* BA *ipſius* AL *multo minorem eſſe quàm duplam.*

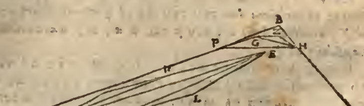
N Conſtat autem quo maior ſit AB ipſa BC, & quò angulus B ſit obtuſior, eò rectas lineas EF FK ad duplam proportionem magis accedere] *quò enim* AB *magis ſuperat* BC, *eò punctum* P *magis accedit ad* A, *& proportio* BA *ad* AL *augeri poteſt, vt ad duplã propius accedat. Quò autem angulus* B *obtuſior eſt, eò maior fit baſis adeo vt rectæ quidem lineæ* EF FK *augeantur, ſi non æquales eſſe debent; rectæ vero ipſas continentes* OM, MX *minuuntur: nempè ducta* MX *perpendiculari, quæ minor eſt, quàm* MD. *vt in ſubiecta figura apparet, manentibus enim lateribus* AB, BC *ſi angulus obtuſior ſit, augetur quidem baſis* AC; *perpendicularis vero ad baſim ducta imminuitur. Quando autem hoc facere velimus, oportebit punctum* M *ita ſumere, vt ducta perpendicularis* MX *punctum* F *intra triangulum* OMX *comprehendat.*

O Et multo magis ſi EF FK non ſint æquales ipſis AB BC, ſed maiores] *hoc eſt rectæ lineæ* EF FK *cum ipſis* OM MD *comparatæ ad duplam proportionem magis accedent, ſi eas non æquales ipſis* AB BC, *ſed maiores efficere voluerimus. In quibus enim triangulis intra conſtituuntur rectæ lineæ æquales ijs, quæ ſunt extra, in his & maiores intra conſtitui poſſunt, vt demonſtratum eſt in 31. huius.*

P Et adhuc magis, ſi ducta perpendiculari MX, rectæ lineæ EF FB cum ipſis OM MX comparentur] *hoc eſt accedent* EF FK *adhuc magis ad duplam proportionem, ſi ducta perpendiculari* MX *non amplius cum* OM MD, *ſed cum ipſis* OM MX *comparentur. Græcus codex* καὶ μᾶλλον ἐπὶ καθέτον ἀχθείσης τῆς μ ξ πρὸς τὰς ο μ ξ συγκρινόμεναι. *forte legendum erit* καὶ μᾶλλον καθέτου ἀχθείσης τῆς μ ξ πρὸς τὰς ο μ ξ συγκρινομέναι, *vel hoc modo* καὶ μᾶλλον ἐν καθέτου ἀχθείσης τῆς μ ξ πρὸς τὰς ο μ ξ συγκρίνομεν.

PROBLEMA XXIX. PROPOSITIO XXXV.

Non ſolum autem in trianguli baſi rectæ lineæ intra conſtituuntur, vtræque ſimul maiores ijs, quæ ſunt extra, ſed etiam in quadrilatero duæ tribus maiores, & tres item maiores tribus, & ſimiliter in alijs, quæ plura habeat latera, poſſunt quotquot intra conſtitui maiores quotquot ijs, quæ ſunt extra.



Si enim ſit triangulũ ABC, in quo conſtituantur rectæ lineæ DE EF maiores, quam AB BC; & ducatur quæuis linea PH ſupra E; erunt DE
A EF maiores ipſis AP, PH, HC in quadrilatero APHC & ſi
B C aliqua inflectatur, vt DKE, tres ſimul DK KE EF maiores erunt tribus AP PH HC. Si vero inflectatur PGH; rurſus erunt duæ DE EF; itemque tres DK KE EF maiores quattuor AP PG GH HC in quinquelatero, & ſi inflectatur ELF, erunt & quattuor DK KE EL LF maiores, quam quattuor AP PG GH HC. At ſi inflectatur PGZH, & ad plura puncta, quàm CZ, & ipſorum KD inflexio fiat, idem planè continget, atque hoc infinite, quotquot proponat quis intra, quotquot ijs, quæ ſunt extra maiores eſſe, eodem modo conſtruetur.

CON-

COMMENTARIVS.

Erunt DE EF maiores ipſis AF, FH, HC.] *Nam tres lineæ* AF, FH, HC, *minores ſunt duabus* AB, BC; *quòd* FB BH *ipſi* FH *ſunt maiores ex 20. primi libri elementorum.* A

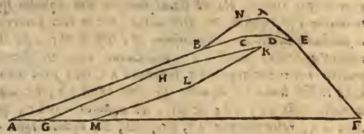
Si vero inflectatur FGH] *Græcus codex mancus eſt, quem nos ita reſtituendum cenſuimus.* B

Rurſus erunt duæ DE EF, itemque tres DK, KE, EF maiores quattuor AF, FG, GH HC] *Sunt enim* FG, GH *adhuc minores ipſis* FB, BH *ex 21. primi libri elementorum.* C

PROBLEMA XXX. PROPOSITIO XXXVI.

Fieri autem poteſt, vt & quæ intra continentur, quotquot ijs, quæ extra, ſimul ſumptæ omnes ſint æquales.

Si enim conſtituantur, vt demonſtratum eſt, GH, HK, KL, LM maiores ipſis AB, BC, CD, DE, EF. & inflectatur BNXE æque maior ipſa BCDE. factum iam erit, quod proponebatur. A B



COMMENTARIVS.

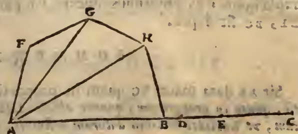
Si enim conſtituantur] *Græcus codex* κατασκευασθησῶν γὰρ μείζων ὄυσων δὴ τῶν α β. *forte legendum* μείζων ὄυσων τῶν α β. A

Et inflectatur BNXE æque maior ipſa BCDE. factum iam erit, quod proponebatur] *Hoc eſt inflectatur* BNXE, *ita vt ſit æqualis ipſi* BCDE, *& exceſſus, quo* GHKLM *ſuperat* ABCDEF. *atque illud quidem facile fiet ex ijs, quæ ſequuntur.*

PROBLEMA XXXI. PROPOSITIO XXXVII.

At facile eſt à duobus punctis BE inflectere BNXE generaliter cuicumque datæ lineæ æqualem, quæ datum numerum habeat earum, quæ inflectuntur.

Sint enim data puncta AB: & recta linea magnitudine data AC, maiorque AB: & diuidatur BC in quotcunque rectas lineas BD, DE, EC vna minores, quam ſit numerus earum, quæ inflectuntur, & AFG quidem inflectatur adeo, vt ſuperet AG quantitate lineæ BD. hoc enim facile fieri poteſt. AGH vero inflectatur, vt ſuperet AH quantitate DE, & AHB ſuperet AB ipſa EC. numerus igitur rectarum linearum AF, FG, GH, HB eſt æqualis dato, & quæ ex omnibus conſtat, eſt ipſi AC æqualis: etenim hoc ex conſtructione ipſa intelligere haud difficile erit; & quod infinite fieri poteſt. A B



COMMENTARIVS.

Et diuidatur BC in quotcumque rectas lineas BD, DE, EC vna minores, quam ſit A

numerus earum, quæ inflectuntur] *Si enim quattuor ſint, quæ inflecti debent, diuidatur* BC *in tres partes, ſi quinque in quattuor. & ita in alijs. Græcus codex ita habet* καὶ διῃρέσθω ἡ β γ &c: μία ἐλάσσονα, *lege* ἐλάσσονας,

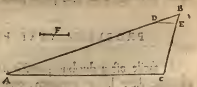
B Et AFG quidem inflectatur, adeo vt ſuperet AG quantitate lineæ BD. hoc enim facile fieri poteſt] *ſit enim recta linea* AG, *cui adiiciatur* GK *ipſi* BD *æqualis, &* AK *vtcumque in puncto* L *ſecetur. deinde ex centro* A, *& interuallo* AL *deſcribatur circulus. & rurſus ex centro* G *& interuallo* KL *deſcribatur alius circulus, qui priorem in puncto* F *ſecet: iunganturque* AF, FG. *erit inflexa linea* AFG *æqualis ipſi* AK. *& ob id rectam lineam* AG *quantitate* GK, *hoc eſt* BD *ſuperabit. illud vero infinite fieri poſſe perſpicuum eſt, quòd ipſa* AH *itidem infinite ſecetur. Græcus codex corruptus eſt, in quo ita legitur* καὶ ἡ μεν α ζιζ η. *lege* καὶ ἡ μεν α ζ η.



C Numerus igitur rectarum linearum AF, FG, GH, HB eſt æqualis dato, & quæ ex omnibus conſtat eſt ipſi AC æqualis: etenim hoc ex conſtructione ipſa intelligere haud difficile erit] *ſint enim data puncta* AB, *à quibus inflectere oporteat quattuor rectas lineas, ita vt ſimul ſumptæ ſint æquales ipſi* AC *datæ: neceſſe autem eſt* AC *maiorem eſſe, quàm* AB. *Diuidatur,* BC *in tres partes quomodocumque* BD, DE, EC. *& à duobus punctis* AB, *vt dictum eſt, inflectatur* AHB *ita vt ſuperet* AB *quantitate* EC, *& rurſus à duobus punctis* AH *inflectatur* AGH *vt ſuperet* AH *quantitate* DE. *poſtremo à punctis* AG *inflectatur* AFG *ſuperans* AG *ipſa* BD. *dico rectas lineas* AF, FG, GH, HB *data recta lineæ* AC *æquales eſſe; ſunt enim* AF, FG *æquales ipſis* AG, BD, *&* AG, GH *æquales ipſis* AH, DE, *&* AH, HB *æquales* AB, EC. *quare ſublatis vtrinque communibus* AG, AH, *relinquentur* AF, FG, GH, HB *æquales ipſis* AB, BD, DE, EC *hoc eſt lineæ* AC.

PROBLEMA XXXII. PROPOSITIO XXXVIII.

Fieri etiam poteſt vt parallelogrammum inueniatur, in cuius baſi intra conſtituantur duæ rectæ lineæ tribus continentibus æquales, atque etiam maiores. hoc prius demonſtrato.



A B Sit AB data maior BC quam in proportione. ducere DE parallelam, & facere vt AD ad vtraſque DE, BC in data ſit proportione. Factum iam ſit.
C D quoniam AB data maior eſt BC, quam in proportione, erit proportio ipſius AB ad BC vna cum data, quæ ſit F. eadem autem eſt proportio & AD ad
E vtraſque DE, BC. ergo & reliquæ BD eadem erit ad exceſſum ipſarum F, DE. ſed
F F eſt data. data igitur DE. & ideo poſitione data. quare ſi AB maior ſit quam
G dupla ipſius BC, poterimus ducere DE parallelam, & facere vt AD vtrarumque DE, BC ſit dupla.

COMMENTARIVS.

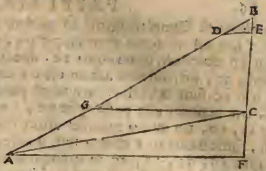
A Sit AB data maior BC quam in proportione] *magnitudo magnitudine dato maior eſt, quam in proportione, quando ablato dato reliquum ad idem proportionem habeat datam, vt Euclides in libro datorum definiuit. & ſimiliter magnitudo magnitudine dato minor eſt quam in proportione, quando appoſito dato totum ad idem proportionem habeat datam.*

B Ducere DE parallelam, & facere vt AD ad vtraſque DE, BC in data ſit proportione] *hoc eſt ducere* DE *parallelam ei, quæ puncta* AC *coniungit, videlicet baſi trianguli* ABC.

C Factum iam ſit] *reſolutio eſt problematis.*

D Quoniam AB data maior eſt BC, quam in proportione, erit proportio ipſius AB ad BC vna cum data, quæ ſit F] *ſit* AB *maior* BC *quàm in proportione, data linea* AG, *iungaturque* GC: *& per* A *ducatur* AF *ipſi* GC *parallela, habebit* GB *ad* BC *proportionem datam ex definitione: vt autem* GB *ad* BC, *ita* AB *ad* BF. *reliqua igitur* AG *ad reliquam* CF *erit vt* AB *ad* BF. *Et eſt data* AG, *quare &* CF *data erit. ex quibus ſequi*

tur vt-

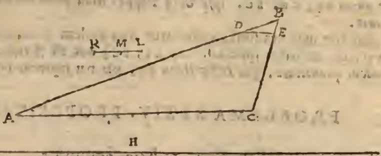


tur vt A B *ad* B C *vnà cum data* C F *proportionem datam habeat. quam vero nos* C F *dicimus, ipſe vno tantum elemento* F *expreſſit.* 2 datorũ.

Eadem autem eſt proportio A D ad vtraſque D E, B C] *expoſitione ſcilicet.*

Ergo & reliquæ B D eadem erit ad exceſſum ipſarum F, D E] *quoniam enim vt* A B *ad* B C *vna cum* F, *ita eſt* A D *ad* B C *vna cum* D E, *erit reliqua* B D *ad id quod relinquitur, demptis* B C *&* D E *ab ipſis* B C, *&* F, *hoc eſt dempta* D E *ab* F, *vt* A B *ad* B C *vna cum* F, *quare* B D *datam habebit proportionem ad exceſſum, quo ipſam* F D E *excedit.* 19 quinti

Sed F eſt data, data igitur D E, & ideo poſitione data] *obſcure nimis, & anguſte hoc explicaſſe videtur Pappus, ex quibus non facile appareat, quo loco* D *ipſam* A B *ſecet non enim compoſitionem, & fortaſſe non integram reſolutionem appoſuit. quamobrem nos vt ea, quæ deſiderari videntur, ſuppleamus. pro viribus enitemur.*

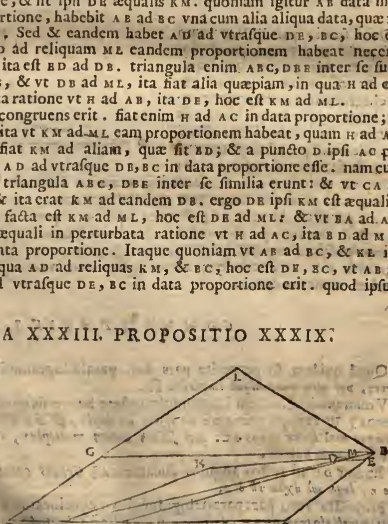


Ponatur iam factum eſſe, & ſit ipſi D E æqualis K M. quoniam igitur A B data maior eſt B C, quam in proportione, habebit A B ad B C vna cum alia aliqua data, quæ ſit K L eandem proportionem, Sed & eandem habet A D ad vtraſque D E, B C, hoc eſt K M, B C. ergo reliqua B D ad reliquam M L eandem proportionem habeat neceſſe eſt. vt autem C A ad A B, ita eſt B D ad D B. triangula enim A B C, D B E inter ſe ſunt ſimilia ob lineas parallelas, & vt D B ad M L, ita fiat alia quæpiam, in qua H ad C A. erit ex æquali in perturbata ratione vt H ad A B, ita D E, hoc eſt K M ad M L.

Compoſitio reſolutioni congruens erit. fiat enim H ad A C in data proportione; & diuidatur K L in puncto M, ita vt K M ad M L eam proportionem habeat, quam H ad A B. Rurſus vt C A ad A B, ita fiat K M ad aliam, quæ ſit B D; & a puncto D ipſi A C parallela ducatur D E. Dico A D ad vtraſque D B, B C in data proportione eſſe. nam cum D E parallela ſit ipſi A C, triangula A B C, D B E inter ſe ſimilia erunt: & vt C A ad A B, ita B D ad D B. Sed & ita erat K M ad eandem D B. ergo D E ipſi K M eſt æqualis. Præterea vt H ad A B, ita facta eſt K M ad M L, hoc eſt D E ad M L: & vt B A ad A C, ita B D ad D E. quare ex æquali in perturbata ratione vt H ad A C, ita B D ad M L. & ideo D B ad M L eſt in data proportione. Itaque quoniam vt A B ad B C, & K L ita eſt D B ad M L, erit & reliqua A D ad reliquas K M, & B C, hoc eſt D E, B C, vt A B ad B C, & K L. ergo A D ad vtraſque D E, B C in data proportione erit. quod ipſum facere oportebat.

PROBLEMA XXXIII. PROPOSITIO XXXIX.

Exponatur huiuſmodi triangulum A B C, ita vt A B maior ſit, quam dupla B C: ſitque A C ipſius B C dupla. & ducatur D E parallela, quæ faciat ad duplam vtrarumq; D B, B C: ipſius vero D E dupla ponatur F A in recta linea A C: & parallelogrammum



compleatur, Quoniam igitur FA quidem dupla eſt DB, AC vero dupla CB, erit tota FC hoc eſt GB dupla vtrarumque DB, BC; & propterea ipſi AD æqualis. & quoniam AD maior eſt, quam dupla BC, ducatur DH ipſius BC dupla. ergo DH eſt æqualis ipſis GF, BC, oſtenſa autem eſt DA æqualis GB. rectæ igitur lineæ AD, DH ipſis FG, GB, BC ſunt æquales, atque eſt parallelogrammum FG, EC. Conſtat præterea

A AD, DH maiores eſſe poſſe ipſis FG, GB, BC. & ſumpto aliquo puncto K rectæ lineç AK, KD, DH multo maiores erunt iis, quæ ſunt extra. At ſi quo illæ maiores

B ſunt, inflectatur GLB eodem ipſo maior, quàm GB; erunt & AK, KD, DH æquales ipſis FG, GL, LB, BC in quinquelatero, & in alijs, quæ plura latera habent, idem ſeruabitur modus, quemadmodum & in ijs, quæ in quouis quadrilatero conſtituuntur, prius demonſtratum fuit.

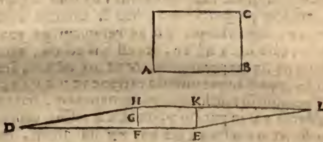
COMMENTARIVS.

A Conſtat præterea AD, DH maiores eſſe poſſe ipſis FG, GB, BC] *Si enim inter* D, *&* B *aliud punctum ſumatur, vt* M, *&* AM, MH *iungantur, erunt hæ maiores, quam* AD, DH, *videlicet quam* FG, GB, BC. *Ipſe vero Pappus illud punctum ſimiliter eodem elemento* D *notauit.* 21 primi.

B At ſi quo ille maiores ſunt, inflectatur GLB eodem ipſo maior, quàm GB, erunt & AK, KD, DH æquales ipſis FG, GL, LB, BC] *hoc eſt ſi inflectatur* GLB, *quæ ſuperet* GB *eadem quantitate, qua rectæ lineæ* AK, KD DH *ſuperant ipſas* FG, GB, BC.

PROBLEMA XXXIV. PROPOSITIO XL.

Ex ijs, quæ ante dicta ſunt, & hæc ſequuntur.



Dato ſpacio parallelogrammo fieri poſſe vt alterum parallelo-

A grammum inueniatur, quod quidem ſit propoſita pars dati pa-

B rallelogrammi; vnumquodque autem latus vniuſcuiuſque lateris ſit multiplex ſecundum datos numeros. Sit enim parallelogrammum ABC, & ſumatur vtraque BD, DF

C D multiplex vtriuſque AB, BC ſecundum numeros datos, & ipſi DB ad rectos angulos ducatur EK, propoſita vero pars parallelogrammi AC contineatur DEK; perque K ipſi DB parallela ducatur HKL: & circa centrum D per F circumferentia FGH deſcrip-

E F ta rectam lineam HKL in puncto H ſecet: iunctæque DH parallela ducatur EL. Iam ex conſtructione conſtat ipſum parallelogrammum DL datam partem eſſe parallelogrammi AC; vnumquodque autem ipſius latus vniuſcuiuſque eſſe multiplex ſecundum numeros datos.

COMMENTARIVS.

A Quod quidem ſit propoſita pars dati parallelogrammi] *hoc eſt vel dimidia, vel tertia, vel alia quæcumque imperata ſit.*

B Vnumquodque autem latus vniuſcuiuſque lateris ſit multiplex ſecundum datos numeros] *vt exempli gratia* DE *ſit ipſius* AB *dupla, &* DF *vel dupla, vel tripla, vel vtcumque multiplex ipſius* BC; *non ſolum autem multiplex, ſed & quamcumque datam proportionem habens.*

C Et ipſi DB ad rectos angulos ducatur EK] *Græcus codex* καὶ ἤχθω ἡ δε πρὸς ὀρθὰς ἡ εκ. *lege* καὶ ἤχθω τῇ δε.

D Propoſita vero pars parallelogrammi AC contineatur DEK] *hoc eſt pars propoſita dati parallelogrammi* AC *ad lineam* DE *applicata latitudinem faciat* EK, *ita vt rectangulum* DEK *dictæ parti ſit æquale. Græcus codex* καὶ ἀπηλήφθω τὸ ὑπὸ δεθκ τὸ ἐπιταχθὲν μέρος τοῦ αγ παραλληλογράμμου. *Sed corrige* τὸ ὑπὸ δεκ.

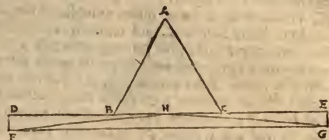
Iunctæque

Iunctęque D H parallela ducatur B L] *Græcus codex* καὶ ἐπιζευχθεῖσαι τῇ δ θ παράλληλος καὶ ἤχθω ἡ ε λ. *lege* καὶ ἐπιζευχθείσῃ τῇ δ θ παράλληλος ἤχθω ἡ ε λ. E

Iam ex conſtructione conſtat ipſum parallelogrammum D L datam partem eſſe parallelogrammi A C] *Græcus codex* δηλονότι ἐκ τῆς κατασκευῆς ὅτι αὐτὸ μὲν τὸ δ λ παραλληλόγραμμον τοῦ δοθέντος μέρος ἐστὶ τοῦ α γ ὀρθογωνίου *ſed forcaſſe legendum* δῆλον ἐκ τῆς κατασκευῆς ὅτι αὐτὸ μὲν τὸ δ λ παραλληλόγραμμον τὸ δοθὲν μέρος ἐστὶ τοῦ α γ παραλληλογράμμου. F

PROBLEMA XXXV. PROPOSITIO XLI.

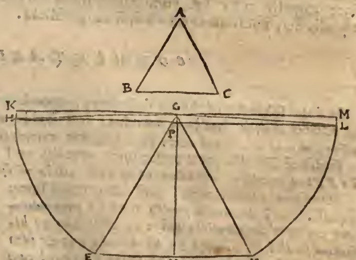
Rurſus triangulo dato minus triangulum inuenitur habens vnumquodque laterum vnoquoque latere maius.



Sit enim triangulum A B C: & producatur baſis B C ex vtraque parte; ponaturque ipſi quidem A B æqualis B D, ipſi vero A C æqualis C E; & ad rectam lineam D E triangulo A B C æquale parallelogrammum D G applicetur: & ſumpto quouis puncto H in linea B C iungantur F H, H G. quoniam igitur A B æqualis eſt B D, erit D H maior, quam B A. & ſimiliter oſtendemus B H quam A C maiorem eſſe. eſt autem & F G maior quam B C. ergo tres lineæ H F, F G, G H maiores ſunt ipſis A B, B C, C A. & quoniam parallelogrammum D G duplum eſt trianguli F H G, & triangulo A B C æquale, erit A B C triangulum, quod minora latera habet, triangulo F G H maius.

PROBLEMA XXXVI. PROPOSITIO XLII.

Hoc quidem inter admirabilia numeratur. fiet autem admirabilius, ſi triangulum inueniatur, quod ſit pars dati trianguli, & vnumquodque latus vniuſcuiuſque lateris multiplex ſit ſecundum datos numeros, vt in parallelogrammo ante dictum eſt.



Sit enim triangulum A B C: & aliud triangulum E F G conſtituatur, habens vnumquodque latus vniuſcuiuſque lateris trianguli A B C multiplex ſecundum datos numeros, vel etiam maius quam multiplex: & circa centrum G per E quidem circumferentia deſcribatur E H K, per F vero circumferentia F L M: & per G ipſi E F parallela ducatur K G M; a puncto autem G ad E F perpendicularis agatur G N: ſitque pars propoſita trianguli A B C, quę K M, & G P continetur: & ipſi K M parallela ducatur H P L, & A
H G, G L iungantur. Patet igitur ex conſtructione triangulum H G L minus eſſe, quam B
dimidium ſumptæ partis trianguli A B C, nam H L minor eſt, quam K M. & vnumquodque latus ipſius vniuſcuiuſque lateris trianguli A B C multiplex ſecundum datos C
numeros, vel etiam maius, quam multiplex etenim H L maior eſt, quam E F.

COMMENTARIVS.

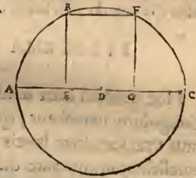
A Sitque pars propoſita trianguli ABC, quæ KM, GP continetur] *hoc eſt ſit rectangulum, quod KM, GP continetur, æquale dictæ parti trianguli ABC. Græcus codex.* καὶ ἴσω τὸ ἐπιταχθὲν μέρος τοῦ α β γ τριγώνου τοῦ ὑπὸ κ μ η π. *lege* τὸ ὑπὸ κ μ, η π. *quæ vero ſequuntur* τοῦτο γάρ προδέδεικται *nos conſulto omiſimus. neque enim hoc a Pappo ante demonſtratum eſt, ſed ex elementis petitur.*

B Patet igitur ex conſtructione HGL triangulum minus eſſe, quàm dimidium ſumptæ partis trianguli ABC] *eſt enim rectangulum, quod HL, GP continetur, minus contento KM, & GP, quod HL minor ſit, quam KM ex quintadecima tertij libri elementorum. triangulum autem HGL dimidium eſt eius, quod HL, & GP continetur. ergo triangulum HGL minus eſt dimidio rectanguli ex KM, & GP; hoc eſt minus dimidio ſumptæ partis trianguli ABC.*

41. primi.

C Et vnumquodque latus ipſius vniuſcuiuſque lateris trianguli ABC vel multiplex ſecundum datos numeros, vel maius quam multiplex] *quoniam enim trianguli EGF latera multiplicia facta ſunt laterum trianguli ABC ſecundum datos numeros, erunt & trianguli HGL latera vel multiplicia ſecundum datos numeros, vel etiam maiora, quam multiplicia: nam latera quidem HG, GB inter ſe æqualia ſunt, vtpote quæ a centro ad circumferentiam ducuntur; & eadem ratione latera LG, GF æqualia. latus vero HL maius eſt latere BF ex eadem 15. tertij elementorum. Græcus codex* ἑκάστου δὲ αὐτοῦ πλευρὰ ἑκάστης τῆς τοῦ α β γ μείζων ἢ πολλαπλασία κατὰ τοὺς δοθέντας ἀριθμοὺς *legendum autem* ἑκάστη δὲ αὐτοῦ πλευρὰ ἑκάστης τῆς τοῦ α β γ ἢ πολλαπλασία κατὰ τοὺς δοθέντας ἀριθμοὺς ἢ μείζων ἢ πολλαπλασία.

PROBLEMA XXXVII. PROPOSITIO XLIII.



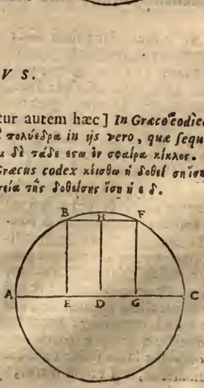
A In data ſphæra polyhedra deſcribere, præmittuntur autem hæc.

Sit in ſphæra circulus ABC, cuius diameter AC, & centrum D. & propoſitum ſit in circulo aptare rectam lineam parallelam diametro AC, & æqualem B rectæ lineæ datæ, quæ quidem non ſit maior ipſa diametro. Ponatur dimidio datæ rectæ lineæ æqua- C lis ED; & ipſi AC diametro ad rectos angulos ducatur EB, & eidem parallela BF, quæ datæ rectæ lineç æqualis erit. Eſt enim dupla ipſius ED, & æqualis EG, nimirum ducta FG ipſi BE parallela.

COMMENTARIVS.

A In data ſphæra polyhedra deſcribere. præmittuntur autem hæc] *In Græco codice* εἰς δοθεῖσαν σφαῖραν ἐγράψαντι πολύεδρα. *lege* ἐγράψαι τὰ πολύεδρα *in ijs vero, quæ ſequuntur, vereor ne aliquid deſit, vt ita legatur* προγράφεται δὲ τάδε ἔστω ἐν σφαίρᾳ κύκλος.

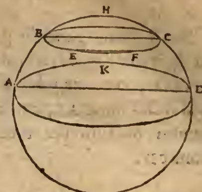
B Ponatur dimidio datæ rectæ lineæ æqualis ED] *Græcus codex* κείσθω ἡ δοθεῖσα ἴση ἡ ε δ. *Sed mendoſe. legendum enim erit* κείσθω τῇ ἡμισείᾳ τῆς δοθείσης ἴση ἡ ε δ.



C Et eidem parallela BF, quæ datæ rectæ lineæ
28. primi. æqualis erit] *ducatur a puncto D ad BF perpendicu-*
3. tertij. *lari DH, erit ea parallela ipſi EB, & lineam BF biſariam ſecabit in H. ergo BH eſt æqualis HF: & ideo tota FB dupla ipſius BH, hoc eſt ipſius ED, quod cum*
9. quinti. *data recta linea etiam ſit dupla ED, erit BF datæ rectę lineæ æqualis.*

PROBLEMA XXXVIII. PROPOSITIO XLIV.

Sint in ſphæra paralleli circuli AKD, BEFC, & per puncta B C ducta recta linea ſit circuli diameter. propoſitum autem ſit ducere diametrum circuli AKD ipſi B C diametro parallelam.



Ducatur per puncta B C planum ad circulum rectum, quod faciat ſectionem circulum maximum ABCD. ergo ABCD circulus tranſibit per polos ipſorum, & circulum quoque AKD bifariam ſecabit. iuncta igitur recta linea AD diameter eſt ipſi BC parallela. & id quidem manifeſtum eſt. ſecetur namque circumferentia BC bifariam in puncto H. & quoniam HA eſt æqualis HD, ex polo enim ſunt, quarum HB eſt æqualis HC, erit & reliqua AB reliquæ CD æqualis; diameter igitur AD diametro BC eſt parallela.

A
B
C
D
E
F
G

COMMENTARIVS.

Ipſi BC diametro parallelam] *Græcus codex παράλληλον τῇ ἐπὶ τὰ β γ διαμέτρῳ, quæ verba nos ita vertenda duximus, & infra in aliquot locis.* A

Quod faciat ſectionem circulum maximum ABCD] *Græcus codex καὶ ποιήσει τὸ μὲν α β γ δ μέγιστος κύκλος. corrige καὶ ποιήσει τομὴν α β γ δ μέγιστον κύκλον.* B

Ergo ABCD circulus tranſibit per polos ipſorum, & circulum quoque AKD bifariam ſecabit] *Ex 13. primi libri ſphæricorum Theodoſii. Græcus codex α β γ δ ἄρα ἥξει διὰ τῶν πολλῶν αὐτῶν. corrige διὰ τῶν πόλων αὐτῶν.* C

Iuncta igitur recta linea AD diameter eſt ipſi BC parallela, & id quidem manifeſtum eſt] *Græcus codex ὁ ἄρα ἐπὶ τὰ α β ἐπιζευγνυμένη διάμετρός ἐστι τῇ ἐπὶ τὰ β γ παράλληλος, ἔστι δὲ φανερόν. Sed legendum ὁ ἄρα ἐπὶ τὰ α δ.* D

Et quoniam HA eſt æqualis HD, ex polo enim ſunt] *Græcus codex ἐπεὶ οὖν ἡ θ α τῇ θ δ ἴση ἐστὶν ἐκ πόλλων γάρ. corrige ἐκ πόλων γάρ, vel ἐκ πόλου γάρ.* E

Erit & reliqua AB reliquæ CD æqualis] *illud etiam per ſe patet ex 10. ſecundi libri ſphæricorum Theodoſii.* F

Diameter igitur AD diametro BC eſt parallela] *Ex 16. undecimi elementorum. Græcus codex παράλληλος ἄρα ἡ ἐπὶ τὰ α δ διαμέτρῳ τῇ ἐπὶ τὰ β γ διαμέτρῳ. corrige ἡ ἐπὶ τὰ α δ διάμετρος.* H

PROBLEMA XXXIX. PROP. XLV.

Sed non ſit recta linea EF diameter, & propoſitum ſit ducere diametrum circuli AKD lineæ EF parallelam.



Ponatur vtraque BB, FC æqualis dimidio exceſſus, quo ſemicirculus circumferentiam EF excedit: & per BC ſimiliter deſcribatur circulus maximus ABCD. erit igitur AD diameter circuli AKD parallela ipſi EF; quoniam & ipſi BC eſt parallela.

A
B

COMMENTARIVS.

Et per BC ſimiliter deſcribatur circulus maximus ABCD] *Græcus codex καὶ διὰ τῶν β γ γεγράφθω ὁμοίως μέγιστος ὁ α β γ δ. corrige μέγιστος κύκλος α β γ δ.* A

Quo-

B Quoniam & ipſi BC eſt parallela] *Ex 9. vndecimi elementorum. Græcus codex* ὅτι καὶ αὐτὴν παραλλήλας τῇ ἐπὶ τὰ β γ. *leg:* ὅτι καὶ αὐτὴ παράλληλος τῇ ἐπὶ τὰ β γ.

THEOREMA VII. PROPOSITIO XLVI.

Sint in planis parallelis parallelæ rectæ lineæ AE CF, & in eiſdem planis ducantur AB, CD ad eaſdem partes plani per AE CF producti, quæ angulos BAE, DCF æquales faciant. dico rectas lineas AB, CD inter ſe parallelas eſſe. hoc eſt planum ductum per BAC facere in plano rectam lineam CD.



C
D Si enim aliam ibi faciet lineam, continebit ea vna cum CF angulum æqualem angulo BAE. quod eſt abſurdum. æqualis enim ponitur BAB angulus angulo DCF.

COMMENTARIVS.

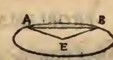
A Et in eiſdem planis ducantur AB, CD ad eaſdem partes plani per AB, EF producti, quæ angulos BAE, DCF æquales faciant] *Græcus codex* καὶ ἐν τοῖς αὐτοῖς ἐπιπέδοις διήχθωσαν αἱ α β, γ δ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τοῦ διὰ τῶν α ε γ ζ ἐμβαλλομένου ἐπιπέδου *lege* ἐκβαλλομένου ἐπιπέδου.

B Dico rectas lineas AB, CD inter ſe parallelas eſſe, hoc eſt planum ductum per BAC facere in plano rectam lineam CD] *Idem enim eſt dicere rectas lineas AB, CD inter ſe parallelas eſſe, & ab eodem fieri plano. nam cum plana parallela ab aliquo plano ſecantur, communes ipſorum ſectiones parallelæ ſunt ex 16. vndecimi libri elementorum.*

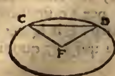
C Si enim aliam ibi faciet lineam, continebit ea vna cum CF angulum æqualem angulo BAE. quod eſt abſurdum] *Si enim planum per BAC ductum non faciet rectam lineam CD, ſed aliam quampiam, erit ea parallela lineæ AB ex 16. vndecimi iam dicta. & ex decima eiuſdem, cum CE angulum continebit æqualem angulo BAE, quod fieri non poteſt. ponebatur enim angulus DCF angulo BAB æqualis. Græcus codex mendoſus eſt, vt arbitror, qui ſic habet.* ἐπεὶ γὰρ ἑτέραν ποιήσει ἐκεῖ περιέξει μετὰ τῆς γ δ γωνίας ἴσον τῇ ὑπὸ β α γ ὅπερ ἐστιν. *ego ita legerem* εἰ γὰρ ἑτέραν ποιήσει ἐκεῖ, περιέξει μετὰ τῆς γ ζ γωνίαν ἴσην τῇ ὑπὸ β α ε ὅπερ ἐστὶν ἄτοπον.

D Aequalis enim ponitur BAB angulus angulo DCF] *Græcus codex* ἴση γὰρ, ὑποχείσθω ἡ ὑπὸ β α ε τῇ ὑπὸ δ γ ζ *puto legendum* ἴση γὰρ ὑπόκειται, *&c.*

THEOREMA VIII. PROP. XLVII.



Ex hoc & illud conſtat. Si in planis parallelis circuli ſint, vt inferius deſcripti, & in ipſis rectæ lineæ parallelæ AB, CD, quæ ad eaſdem partes centrorum EF ſimiles circulorum portiones abſcindant, recta quidem linea AE ipſi CF; recta vero BE ipſi DF parallela erit.



A
B Ob ſimilitudinem enim portionum fiunt anguli AC inter ſe æquales; itemque æquales BD: & parallelæ AE, CF, & BE, DF in planis parallelis.

COMMENTARIVS.

A Recta quidem linea AE ipſi CF: recta vero BE ipſi DF parallela erit] *Græcus codex* παράλληλος ἔσται. ἡ μὲν α θ τῇ γ ζ, ἡ δὲ β θ τῇ δ ζ. *lege* ἡ μὲν α ε τῇ γ ζ, ἡ δὲ β ε τῇ δ ζ.

Ob ſi-

Ob ſimilitudinem enim portionum fiunt anguli A C inter ſe æquales, itemque æquales B D. & parallelæ A B, C F, & E B, D F] *Similes enim circulorum portiones continentur ſimilibus circumferentijs, & rectis lineis, quæ eas abſcindunt, vt in propoſitis portionibus circumferentiæ* A B, C D *ſimiles ſunt, quibus æquales inſiſtunt anguli* A E B, C D F. *reliqui igitur anguli* A B *reliquis angulis* C D *ſunt æquales. & cum latera ſint æqualia, erit angulus* A *æqualis angulo* B, *& eadem ratione angulus* C *angulo* D *æqualis. ergo angulus* B A E *eſt æqualis angulo* D C F, *& angulus* A B E *æqualis ipſi* C D F. *itaq; cum* A B *parallela ſit* C D, *& angulus* B A E *ſit æqualis angulo* D C F, *erit ex antecedente* A E *ipſi* C F *parallela, &* B E *parallela* D F. *Græcus codex* ἴσαι γὰρ γίνονται διὰ τὴν ὁμοιότητα τῆς τμημάτων ἴσαι α β καὶ αἱ β δ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις. καὶ παράλληλοι αἱ α ε γ ζ. καὶ β ε δ ζ ἐν παραλλήλοις ἐπιπέδοις. *corrigendum autem vt opinor.* ἴσαι γὰρ γίνονται διὰ τὴν ὁμοιότητα τῆς τμημάτων αἱ α γ, καὶ αἱ β δ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις, καὶ παράλληλοι αἱ α ε γ ζ, καὶ β ε δ ζ.

THEOREMA IX. PROPOSITIO XLVIII.

Si vero rectæ lineę parallelæ, quę ſimiles circulorum portiones abſcindunt, non ſint ad eaſdem partes centrorum; quæ a centris ad terminos parallelarum, non ſimiliter poſitos ducuntur, parallelæ erunt. A

Oſtenditur enim hoc ſimiliter, atque in ſuperiori figura. B

COMMENTARIVS.

Si vero rectæ lineæ parallelæ, quæ ſimiles circulorum portiones abſcindunt] *Græcus codex* ἐὰν δὲ ἐπὶ τὰ ὅμοια τῆς τμημά τῆς κύκλων, *&c. forte legendum* ἐὰν δὲ τὰ ὅμοια τμήματα τῆς κύκλων. A

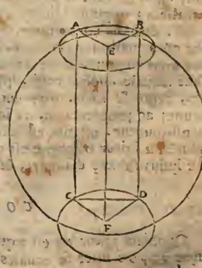


Oſtenditur enim hoc ſimiliter, atque in ſuperiori figura] *producantur enim* C F, D F *vſque ad circumferentiam in puncto* G H, *&* H G *iungatur. erunt trianguli* F G H *duo latera* G F, F H *æqualia duobus lateribus* C F, F D *trianguli* F C D. *& angulus* G F H *æqualis angulo* C F D. *ergo & baſis baſi, triangulumque triangulo, & reliqui anguli reliquis angulis æquales. cum igitur angulus* F G H *ſit æqualis angulo* F C D, *& angulus* F H G *angulo* F D C; *recta linea* H G *ipſi* C D *parallela erit: & circulorum portiones* H G, C D *inter ſe æquales erunt, & ſimiles. ergo* H G *portio ſimilis eſt portioni* A B, *ſuntque ad eaſdem partes centrorum: &* H G *parallela eſt ipſi* A B, *quoniam & ipſi* C D. *ſequitur igitur ex antecedenti rectam lineam* H F, *hoc eſt* D F *ipſi* A B, *&* G F, *hoc eſt* C F *ipſi* B E *parallelam eſſe.* B



THEOREMA X. PROPOSITIO XLIX.

Sint in ſphæra circuli æquales, & paralleli A B, C D: & ad eaſdem partes centrorum æquales, & parallelæ rectæ lineæ A B, C D. dico rectas lineas, quæ earum terminos A B, C D coniungunt, æquales, & parallelas eſſe, & ad plana circulorum perpendiculares. A B C



Manifeſtum autem eſt ex ijs, quæ prius oſtenſa ſunt iunctæ enim A B, C F parallelæ erunt, & ſunt, inter ſe æquales. ergo & A C, B F tum equales ſunt, tum parallelæ. ſimiliter & E F, B D. eſt autem E F perpendicularis ad circulorum plana, etenim circa eoſdem polos ſunt; & recta linea per polos ipſorum du- D E F G

G rum ducta ad vtrumque eſt perpendicularis, & per eorum centra, & ſphęræ tranſibit, vt eſt in ſphæricis. rectæ igitur lineæ AC, BD & æquales ſunt, & parallelę
H inter ſeſe, atque ad plana circulorum perpendiculares.

COMMENTARIVS.

A Sint in ſphæra circuli æquales, & paralleli] *Græcus codex* ἔστωσαν ἐν σφαίρᾳ παράλληλοι κύκλοι. *Sed videtur legendum.* ἔστωσαν ἐν σφαίρᾳ ἴσοι, καὶ παράλληλοι.

B Et ad eaſdem partes centrorum æquales & parallelæ rectæ lineæ AB, CD] *Græcus codex* καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῆς κέντρων ἴσαι, καὶ παράλληλοι, *quibus hæc addenda videntur* αἱ α β, γ δ.

C Dico rectas lineas, quæ earum terminos ABCD coniungunt æquales, & parallelas eſſe] *Græcus codex* ὅτι αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰ πέρατα αὐτῆς τὰ γ η. *videtur legendum* τὰ πέρατα αὐτῶν τὰ α β γ δ.

D Iunctæ enim AE, CF parallelæ erunt] *Ex 47. huius.*

E Et ſunt inter ſe æquales] *Sunt enim ex centro circulorum.*

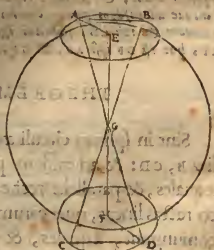
F Etenim circa eoſdem polos ſunt] *Ex prima ſecundi libri Sphæricorum Theodoſii.*

G Et recta linea per polos ipſorum ducta ad vtrumque eſt perpendicularis; & per eorum centra; & ſphęræ tranſibit] *Ex decima primi libri ſphæricorum.*

H Rectæ igitur lineæ AC, BD & æquales ſunt, & parallelæ inter ſeſe, atque ad
33. primi. plana circulorum perpendiculares] *Aequales quidem ſunt, & parallelæ inter ſe, quòd & æquales, & parallelas AB, CD coniungunt: perpendiculares vero ad circulorum plana hoc modo oſtendentur. Quoniam enim AC, EF parallelæ ſunt, atque eſt EF perpendicularis ad circulorum plana; erit AC ad plana eorundem perpendicularis ex 8. vndecimi elementorum. Rurſus quoniam AC, BD ſunt parallelæ, & AC perpendicularis ad circulorum plana, neceſſe eſt BD ad plana eorundem perpendicularem eſſe. Græcus codex* καὶ αἱ α γ β δ ἄρα ἴσαι τε καὶ ὀρθαί εἰσι πρὸς τοῖς κύκλοις. *Sed legendum cenſeo, vt propoſitioni reſpondeat.* καὶ αἱ α γ β δ ἄρα ἴσαι τε καὶ παράλληλοι, καὶ ὀρθαὶ πρὸς τοῖς κύκλοις.

THEOREMA XI. PROPOSITIO L.

Non ſint autem ad eaſdem partes centrorum æquales & parallelæ AB, CD. Dico rectas lineas, quæ earum terminos coniungunt, & inter ſeſe, & ſphęræ diametro æquales eſſe.



Secent enim ſeſe in puncto G: & ad centra ducantur AE, GE: & DF, GF.
A Quoniam igitur AB eſt æqualis CD, & ipſas coniungunt AD, BC; erunt rectæ lineæ BG, GC inter
B ſe æquales. hoc enim manifeſtę conſtat. ergo & AG æqualis eſt GD. Sed & AE ipſi DF eſt æqualis,
C ſunt enim ex centro æqualium circulorum; & eſt parallela; angulus igitur GAE ęqualis eſt angulo GDF. & baſis EG baſi GF, quare & AGE angulus eſt æqualis angulo DGF. communis apponatur EGD angulus. fient anguli AGE, EGD, qui ſunt æquales duobus rectis, ipſis EGD, DGF æquales, ergo & EGD, DGF duobus rectis æquales erunt; ac propterea EG, GF in eadem recta linea
D conſtituuntur. oſtenſa eſt autem EG æqualis GF.
E punctum igitur G ſphęræ eſt centrum, cum circuli æquales ponantur: lineęque AD, BC ipſius ſphærę diametri, & inter ſe æquales.

COMMENTARIVS.

A Quoniam igitur AB eſt æqualis CD, & ipſas coniungunt AD, BC; erunt rectæ lineæ BG, GC inter ſe ęquales, hoc enim manifeſte conſtat] *Eſt enim angulus* AGB

aduer-

ad verticem æqualis angulo CGD, *& angulus* DAB *angulo* ADC *æqualis ob lineas parallelas: angulusque* CBA *angulo* BCD. *triangulum igitur* AGB *triangulo* CGD *æquiangulum eſt; & ideo vt* AB *ad* BG, *ita* DC *ad* CG: *& permutando vt* AB *ad* CD, *ita* BG *ad* CG. *& ſunt* AB, CD *inter ſe æquales. ergo &* BG *ipſi* GC *æqualis erit. & eadem ratione* AG *ipſi* GD *æqualis demonſtrabitur. In Græco autem codice nonnulla interciderunt, quæ ego ita reſtituerem* αἱ δ, ἄρα β κ κ γ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. *poſt quæ verba ſtatim ſequitur.* τοῦτο γὰρ μικρὸν ἐστι. *Sed vel legendum eſt* τοῦτο γὰρ φανερόν ἐστι. *vel ita intelligendum, vt illud perfacile, & nullo negotio oſtendi poſſit.* 15 primi. 29 primi. 4 Sexti.

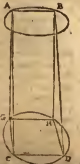
Ergo, & AG æqualis eſt GD] *quomodo hoc ſequatur iam diximus. Græcus autem codex mancus eſt, qui fortaſſe ſic reſtituetur.* ὥστε καὶ ἡ δ η τῇ η α ἴση ἐστί. B

Et eſt parallela] *parallela enim eſt* AB *ipſi* DF, *vt in 48. huius demonſtratum fuit.* C

Punctum igitur G ſphæræ eſt centrum, cum circuli æquales ponantur] *ex 6. primi libri ſphæricorum.* D

Lineæque AD, BC ipſius ſphæræ diametri, & inter ſe æquales] *cum enim* AD, BC *ſint ſphæræ diametri, neceſſariò æquales ſunt, ex quo ſequitur* AD, BC *& inter ſeſe, & ſphæræ diametro æquales eſſe, quod oſtendere oportebat.* E

THEOREMA XI. PROPOSITIO LI.



Si vero ad eaſdem partes iungantur AC, BD, æquales erunt inter ſeſe, & cum AB, CD rectos angulos continebunt. A B

Aptata enim in circulo recta linea GH ipſi CD æquali, & parallela, erit HG perpendicularis ad vtramque ipſarum GC, GA, & ad earum planum. quare & CD. rectus igitur eſt angulus ACD. ſimiliter & reliqui recti erunt. C D

COMMENTARIVS.

Si vero ad eaſdem partes iungantur AC, BD] *hoc eſt, ſi non interſecent ſeſe, vt proxime dictum eſt, ſed* A *cum* C, *&* B *cum* D *iungatur.* A

Aequales erunt inter ſeſe] *Hoc non demonſtrauit Pappus, quòd perſpicue appareat. nam cum rectas lineas* AB, CD *æquales, & parallelas ad eaſdem partes coniungant, & æquales, & parallelæ ſint, neceſſe eſt.* B

Aptata enim in circulo recta linea GH ipſi CD æqualis & parallela] *in eodem circulo, in quo eſt* CD, *aptetur ex altera parte recta linea* GH *ipſi* CD *æqualis, & parallela, vt ſit portio* GH *ſimilis portioni* CD; *& portioni* AB, *quæ eſt in oppoſito circulo ad eaſdem centri partes. quod quomodo fieri oporteat, nos in 48. huius oſtendimus.* C

Erit HG perpendicularis ad vtramque ipſarum GC, GA, & ad earum planum. quare & CD] *iunctis enim* AG, BH, CG, DH; *erunt* AG, BH, *ad circulorum plana perpendiculares, vt in 49. huius demonſtratum eſt. quare anguli* AGH, BHG *ſunt recti. ſed & recti ſunt* CGH, DHG, *quod in ſemicirculo ſunt, vt nos proxime demonſtrabimus. Cum igitur recta linea* GH *duabus rectis lineis* AG, GC *in communi ſectione ad angulos rectos inſiſtat, ducto etiam per ipſas plano ad rectos angulos erit, ex 4 vndecimi elementorum. quare ex 8 eiuſdem & CD, quæ ipſi eſt parallela. Eodem modo oſtendemus* CD *ad angulos rectos eſſe plano per* BH, HD *ducto, anguli igitur* ACD, BDC, CAB, DBA *omnes recti erunt. Græcus codex* ἔσται ἡ θ η ὀρθὴ πρὸς ἑκατέραν τῶν θ γ α γ. *Sed legendum* πρὸς ἑκατέραν τῶν η γ η α. D

THEOREMA XIII. PROPOSITIO LII.

Si ſint in ſphæra rectæ lineæ parallelæ, quæ ipſarum terminos ex eadem parte coniungunt, æquales erunt inter ſeſe. Si vero etiam æquales ſint parallelæ, & illæ parallelæ erunt; & cum ſubiectis parallelis rectos angulos continebunt. A B

Illud

C Illud autem manifeſte patet. producto namque per lineas parallelas plano, fiet
D circulus in quo ſunt dictæ parallelæ. quæ eas coniungunt, cum ſint inæquales,
E trapezium faciunt. Si vero etiam æquales ſint parallelæ, quæ ipſas coniungunt, non amplius trapezium, ſed vel quadratum, vel altera parte longius, quod Græce ἑτερόμηκες dicitur, continent.

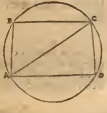
COMMENTARIVS.

A Si ſint in ſphæra rectæ lineæ parallelæ] *Græcus codex ἐὰν ὦσιν αἱ σφαίραις παράλληλοι. lege ἐὰν ὦσιν ἐν σφαίρᾳ παράλληλοι.*

B Quæ ipſarum terminos ex eadem parte coniungunt] *Græcus codex αἱ τὰ ὁμοταγῆ πέρατα τῶν αὐτῶν ἐπιζευγνύουσαι τὰ πέρατα ὁμοταγῆ ſi verbum verbo reddere velimus, diceremus terminos eiuſdem ordinis, ſed nos ita vertere maluimus.*

C Producto namque per lineas parallelas plano, fiet circulus, in quo ſunt dictæ parallelæ] *Ex prima primi libri ſphæricorum Theodoſii, nam lineæ parallelæ in vno & eodem ſunt plano, ex earum definitione. quod tamen Vitellio in principio ſuæ perſpectiuæ demonſtrare aggreſſus eſt.*

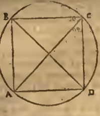
D Et quæ eas coniungunt cum ſint inæquales trapezium faciunt] *Ad horum explicationem ſequens Lemma præmittemus.*

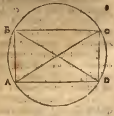


Rectæ lineæ parallelæ in circulo circumferentias æquales intra ſeſe concludunt.

Sit circulus ABCD *& in eo rectæ lineæ parallelæ* AD, BC. *Dico circumferentiam* AB *circumferentiæ* CD *æqualem eſſe.* 29 primi. *Iungatur enim* AC. *erit angulus* ACB *æqualis angulo* CAD. *Sed angulus quidem* ACB *circumferentiæ* AB *inſiſtit: angulus vero* CAD *circumferentiæ* CD, *circumferentia igitur* AB *circumferentiæ* CD. *eſt æqualis.* 26 tertij. *in æqualibus enim circulis æquales anguli æqualibus circumferentijs inſiſtunt.*

Itaque hoc demonſtrato, iungantur AB, CD: *erunt igitur eæ inter ſe æquales, quoniam & circumferentiæ. & ſi quidem parallelæ inæquales ponantur,* 29 tertij. *trapezium continebunt, vt in ſuperiori figura; ſi vero æquales, non trapezium, ſed vel quadratum. vel altera parte longius, quòd parallelas ad rectos angulos coniungant.*





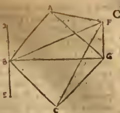
Sint enim æquales AD BC, *& iungantur* AC, BD, *quæ circuli diametri erunt, cum eius circumferentiam in partes æquales ſecent.* 28 tertij. *nam circumferentia* BC *eſt æqualis circumferentiæ* AD, *& circumferentia* AB *circumferentiæ* CD, *vt demonſtratum fuit. anguli igitur* ABC, CDA *in ſemicirculo recti ſunt, & ſimiliter recti* BCD DAB. *Græcus codex καὶ αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς ἐξ ἀρχῆς παραλλήλους ἀνισούσας τραπέζιον ποιήσουσιν. forte per ανισούσας legendum eſt ἀνίσας.*

E Si vero etiam æquales ſint parallelæ, quæ ipſas coniungunt, non amplius trapezium, ſed vel quadratum, vel altera parte longius continent] *Hunc locum nos reſtituimus, nam in Græco codice legitur ἂν δὲ καὶ ἴσαι ὦσιν αἱ παράλληλοι, ἐπιζευγνύουσαι αὐτὰς οὐκ ἔτι τραπέζιον, ἀλλὰ ἑτερόμηκες περιέξουσιν. lege ἀλλὰ τετράγωνον, ἢ ἑτερόμηκες περιέξουσιν. nihil enim prohibet, quo minus etiam quadratum conſtituatur.*

THEOREMA XIV. PROPOSITIO LIII.

A Sint in ſubiecto plano rectæ lineæ AB, BC, quæ cum DBE in eodem plano exiſtente æquales angulos contineant: & erigatur BF, ita vt cum vtraque AB, BC æquales faciat angulos. Dico FB ad DE perpendicularem eſſe. Duca-

Ducatur ad ſubiectum planum perpendicularis FG; & ad ipſas AB, BC perpendiculares ducantur GA, GC; iunganturque FA, FC, GB. erunt FA, FC ad AB, BC perpendiculares. & cum anguli ABF, CBF ſint æquales, & AB, BC inter ſe æquales erunt. itemque æquales AF, FC, & AG GC. & angulus ABG æqualis angulo CBG. Sed & DBA angulus angulo EBC æqualis ponitur. ergo & totus æqualis toti, ac propterea GB ad DE eſt perpendicularis ad planum. recta igitur linea FB ad DE perpendicularis erit. B C



COMMENTARIVS.

Et erigatur BF, ita vt cum vtraque AB, BC æquales faciat angulos] *Erigatur adeo vt ſit ad planum inclinata.* A

Ducatur ad ſubiectum planum perpendicularis FG] *Græcus codex corruptus eſt, & mancus, qui fortaſſe ita reſtituetur.* ἤχθω ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον ὀρθὴ ἡ ζη. B

Et ad ipſas AB, BC perpendiculares ducantur GA, GC; iunganturq; FA, FC, GB. erunt FA, FC ad AB perpendiculares] *Quoniam enim FG perpendicularis eſt ad ſubiectum planum, etiam planum, quod per GF, FA ducitur, ad idem planum rectum erit. ergo FA ad AB eſt perpendicularis. Et eodem modo perpendicularis oſtendetur FC ad CB. Græcus codex etiam hoc loco corruptus, & mancus eſt, qui forte ita reſtituetur.* καὶ ἐπὶ τὰς αβ βγ ἡ ηα ηγ. αἱ ἄρα ἐπιζευχθεῖσαι ζα ζγ ὀρθαὶ ἔσονται ἐπὶ τὰς αβ βγ. C 18 vndecimi.

Et cum anguli ABF, CBF ſint æquales, & AB, BC inter ſe æquales erunt: itemque æquales AF, FC, & AG, GC.] *Ponuntur enim æquales anguli ABF, CBF, & angulus FAB rectus eſt æqualis recto FCB. ergo & reliquus reliquo æqualis; & triangulum ABF ſimile triangulo CBF. Vt igitur FB ad BA, ita FB ad BC. quare AB ipſi BC eſt æqualis. & eodem modo oſtendetur æqualis AF ipſi FC. Rurſus trianguli ABG duo latera GB, BA ſunt æqualia duobus lateribus GB, BC trianguli CBG, & angulus GAB rectus æqualis recto GCB. ergo ex ſeptima ſexti libri elementorum triangulum ABG triangulo CBG ſimile erit, & AG ipſi GC æqualis. Græcus codex ita, vt opinor, corrigetur.* καὶ διὰ τὸ ἴσας εἶναι τὰς αβζ γβζ γωνίας ἴσαι ἔσονται, καὶ αἱ αβ βγ, καὶ ζα ζγ, καὶ ηα ηγ. D

Et angulus ABG æqualis angulo CBG] *Quod triangula ABG, CBG ſunt ſimilia, vt oſtenſum eſt.* E

Eſt autem & FG perpendicularis ad planum; recta igitur linea FB ad DE perpendicularis erit] *Cum FG ſit perpendicularis ad ſubiectum planum, & planum, quod per FG, GB tranſit, ad illud rectum erit, ex quo ſequitur, vt FB ad BE, hoc eſt ad DE ſit perpendicularis.* F 18 vndecimi.

PROBLEMA XL. PROPOSITIO LIV.

In data ſphæra pyramidē deſcribere.

Sit iam deſcripta, & ſint angulorum puncta, quæ ab ipſa efficiuntur in ſuperficie ſphæræ ABCD. ducatur autem per A recta linea EF ipſi CD parallela, quæ cum AC, AD æquales angulos continebit: videlicet vnumquemque duarum tertiarum recti, in eodem, in quo ipſæ exiſtens plano. & erecta eſt AB faciens cum AC, AD æquales angulos. ergo per ea, quæ ante demonſtrata ſunt, BF perpendicularis erit ad AB, & ſphæram continget. Si enim per DA, AC planum producatur, faciet circulum, in quo triangulum æquilaterum ADC deſcribitur, atque eſt ipſi CD parallela EF. recta igitur linea BF A C ſphæri. D



nea BF

E nea EF circulum continget. quare & ipſam ſphæram. Itaque per rectas lineas
EF, AB productum planum ſectionem faciet in ſphæra circulum, cuius diameter
AB, propterea quod ad contingentem BF ſimiliter eſt perpendicularis. & ſi per
F D ipſi AB parallela ducatur GH, ſphæram continget, & ad ipſam perpendicularis
G H erit CD. Si vero per GH, CD planum producatur circulum faciet, cuius diameter
CD, æqualem, & parallelum circulo diametrum habenti AB, parallelæ enim ſunt
K EF, CD, & AB, OH. ducatur per K centrum ipſi CD ad rectos angulos LM. paral-
lela igitur eſt LM ipſi AB. & ſi iungantur BL, BM, erit BM quidem ad vtramque
L ipſarum AB, LM, & ad plana circulorum perpendicularis: BL vero ſphæræ erit dia-
meter, quod antea demonſtratum eſt. Et quoniam iuncta MC quadratum ex LM
M quadrato ex MC eſt duplum, erit & quadratum ex BC duplum quadrati ex CM. &
N O rectus eſt angulus BMC. ergo BM eſt æqualis MC: & propterea quadratum ex LM
P quadrati ex MB duplum. quadratum igitur ex BL ſeſquialterum eſt quadrati ex LM.
Q eſt autem data BL ſphæræ diameter. data igitur erit & LM diameter circuli. qua-
3 datorũ. re & AB; circulique poſitione dati; & data ABCD puncta.
R Compoſitio autem manifeſta erit. Oportebit namque in ſphæra deſcribere duos
circulos æquales, & parallelos, ita vt diameter ſphæræ poteſtate ſeſquialtera ſit
S vniuſcuiuſque eorum diametri. & duas diametros ducere parallelas AB, LM, quem-
admodum docuimus. atque per centrum ipſi LM ad rectos angulos ducatur CD, vt
ABCD ſint puncta angulorum ipſius pyramidis. At demonſtratio reſolutioni con-
trario modo reſpondebit; eritque ſimul demonſtratum ſphæræ diametrum lateris
pyramidis poteſtate ſeſquialteram eſſe.

COMMENTARIVS.

A Quæ cum AC, AD æquales angulos continebit, videlicet vnumquemque duarum
29 primi. tertiarum recti] *Nam cum recta linea* EAF *parallela ſit ipſi* CD, *erit angulus* DAF
æqualis angulo ADC: *& angulus* CAE *ipſi* ACD. *Sed anguli* ADC, ACD *in triangulo
æquilatero inter ſe æquales ſunt, continentque duas tertias recti, ergo & vnuſquiſque
angulorum* DAF, CAE *duas recti tertias continebit.*
B Et erecta eſt AB æquales angulos faciens cum AC AD] *Sunt enim anguli quoque*
BAC, BAD *duarum tertiarum recti.*
C Ergo per ea, quæ ante demonſtrata ſunt EF perpendicularis erit ad AB] *videli-
cet in antecedente.*
D Atque eſt ipſi CD parallelæ EF, recta igitur linea EF circulum continget, quare
& ipſam ſphæram] *Quoniam enim* EF *parallela eſt ipſi* CD, *ſi a puncto* A *ipſi* EF *ad re-
ctos angulos ducatur* AK, *ſecabit ea* CD *bifariam, atque ad angulos rectos, & per cen-
trum tranſibit quare* EF *circulum & propterea ipſam ſphæram contingat neceſſe eſt, ex
16 tertij libri elementorum, & 17 primi libri conicorum Apollonij.*
E Itaque per rectas lineas EF, AB productum planum ſectionem faciet in ſphæra
circulum, cuius diameter AB, propterea quòd ad contingentem EF ſimiliter eſt
perpendicularis] *Recta enim linea circulorum contingens ad diametrum eſt perpendicu-
laris. ex eadem 16 tertij libri elementorum.*
F Et ſi per D ipſi AB parallela ducatur GH ſphæram continget] *Continget enim cir-
culum factum a plano per* GH, DA *ducto, in quo eſt triangulum* DAB.
G Et ad ipſam perpendicularis erit CD] *Ex antecedenti ſcilicet.*
H Si vero per GH, CD planum producatur circulum faciet, cuius diameter CD,
æqualem, & parallelum circulo diametrum habenti AB: parallelæ enim ſunt EF,
CD, & AB, GH] *Sequitur illud ex 15. vndecimi elementorum etenim duæ rectæ lineæ
ſeſe tangentes* EF, AB *duabus rectis lineis ſeſe tangentibus* CD, GH *parallelæ ſunt, &
non in eodem plano. ergo plana, quæ per ipſas ducuntur parallela erunt. circuli autem
ſunt æquales cum æquales habeant diametros* ABCD.
K Parallela igitur eſt LM ipſi AB] *Ex 9. vndecimi libri elementorum. Vtraque enim*
LM, AB *eidem* OH *eſt parallela.*
L Et ſi iungantur BL, BM, erit BM quidem ad vtramque ipſarum ABLM, & ad pla-
na circulorum perpendicularis; BL vero ſphæræ erit diameter, quod antea demon-
ſtratum eſt] *videlicet in 49. & 50. huius. Græcus codex* νῦν ἐπιζευχθεῖσιν αἱ β γ β μ
lege β λ β μ.
M Et quoniam iuncta MC quadratum ex LM quadratum ex MC eſt duplum] *Iun-
gantur*

gantur MC, CL, *quæ inter ſe æquales ſunt, & idea quadratum ex* MC *quadrato ex* CL pẽ.prim.
eſt æquale. quadratum autem ex LM *æquale eſt duobus quadratis ex* MC, CL, *cum angulus* MCL *in ſemicirculo ſit rectus. ergo quadratum ex* LM *quadrati ex* MC *duplum erit. Græcus codex* ἐπὶ τῆς τὸ ἀπὸ τῆς λ μ διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς α μ γ ἐπιζευχθείσης. *Forte legendum* ἔσται τὸ ἀπὸ τῆς λ μ διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς μ γ.

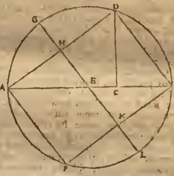
Erit & quadratum ex BC duplum quadrati ex CM] *Eſt enim* BC *ipſi* AB, *videlicet ipſi* LM *æqualis. Græcus codex* ἔσται καὶ τὸ ἀπὸ τῆς β γ διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς γ β. *lege* ἀπὸ τῆς γ μ. N

Et rectus eſt angulus BMC] *Nam cum* BM *ſit perpendicularis ad planum circuli* DMCL, *& ad omnes rectas lineas, quæ ipſam contingunt, in dicto plano rectos efficit angulos.* O

Ergo BM eſt æqualis MC, & propterea quadratum ex LM quadrati ex MB duplum.] P *Eſt enim quadratum ex* BC *æquale duobus quadratis ex* BM, MC, *& eſt duplum quadrati ex* MC, *vt oſtendimus. quadratum igitur ex* BM *quadrato ex* MC *eſt æquale. ideoque quadratum ex* BC, *hoc eſt quadratum ex* LM, *quadrati ex* MB *duplum erit. Græcus codex* ὥστε διπλάσιον ἡ ἀπὸ λ μ. *lege* ὥστε διπλάσιον τὸ ἀπὸ λ μ.

Quadratum igitur ex BL ſeſquialterum eſt quadrati ex LM] *Rurſus enim quoniam* Q *rectus eſt angulus* BML, *erit quadratum ex* BL *æquale duobus quadratis ex* BM, ML, *quorum quadratum ex* LM *duplum eſt quadrati ex* MB. *ergo quadratum ex* BL *quadrati ex* LM *ſeſquialterum erit. Græcus autem codex reſtituendus eſt.* ἡμιόλιον ἄρα τὸ ἀπὸ β λ τοῦ ἀπὸ λ μ. καί ἐστι δοθεῖσα ἡ β λ διάμετρος τῆς σφαίρας. δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ λ μ τοῦ κύκλου διάμετρος.

Oportebit namque in ſphæra deſcribere duos circulos æquales, & parallelos, R ita vt diameter ſphæræ poteſtate ſeſquialtera ſit vniuſcuiuſque eorum diametri.] *Quomodo hoc efficiatur ipſe non docet, ſed nos breuiter explicabimus.*



Sit enim ſphæra, cuius centrum E, *ſeceturque plano per* E *ducto; vt ſit ſectio maximus circulus* ABD: *& iungatur* AEB, *quæ circuli diameter erit. Itaque ſecetur* AB *in* C, *ita vt* AC *ſit dupla ipſius* CB, *& per* C *ipſi* AB *ad rectos angulos ducatur* CD, *iunganturque* AD, DB. *erunt triangula* ABD, ADC *inter ſe ſimilia, & vt* BA *ad* AD, *ita* DA *ad* AC. *quare vt prima ad tertiam, ita quadratum, quod ſit a prima ad quadratum, quod a ſecunda; hoc eſt vt* BA *ad* AC, *ita ex* AB *quadratum ad quadratum ex* AD. *eſt autem* BA *ſeſquialtera* AC, *cum ipſius* CB *ſit tripla. ergo & quadratum ex* BA *quadrati ex* AD *ſeſquialterum erit. Compleatur parallelogrammum* ADBF: *& per* E *ipſis* AF, BD *parallela ducatur altera diameter* GHEKL, *vt ſecet* AD *in* H, *&* FB *in* K. *Si igitur ſphæra ſecetur per* HK *duobus planis ad diametrum* GL *rectis, erunt ſectiones circuli æquales, & paralleli: & vnius quidem diameter erit* AD, *centrum* H, *& polus* G: *alterius vero diameter* FB, *centrum* K, *& polus* L. *cum enim* GL *per centrum ducta ſecet* AD, FB *ad angulos rectos, & biſariam ſecabit. ergo in ſphæra deſcripti ſunt duo circuli æquales & paralleli, ita vt diameter ſphæræ poteſtate ſeſquialtera ſit vniuſcuiuſque eorum diametri, quod facere oportebat.*

Cor.8.Sexti. 4.Sexti. Co.20.Sexti.

Et duas diametros ducere æquidiſtantes AB, LM, quemadmodum docuimus] S *Deſcribantur igitur in ſphæra duo circuli, vt dictum eſt, & per polos eorum ducto plano, fiet ſectio maximus circulus, cuius & circulorum parallelorum communes ſectiones ſint* AB, LM. *erunt hæ circulorum diametri inter ſe æquales, & parallelæ, vt in ſphæricis demonſtratum eſt. Deinde per centrum circuli, cuius diameter* LM, *atque ipſi ad angulos rectos ducatur* CD. *Dico* ABCD *eſſe puncta angulorum ipſius pyramidis in ſphæra deſcriptæ.*

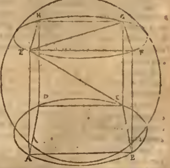
Iungatur enim BL, *quæ diameter erit ipſius ſphæræ, vt ſuperius demonſtratum eſt in 50. huius. Et quoniam quadratum diametri ſphæræ ſeſquialterum eſt vniuſcuiuſque quadratorum ex* AB, LM, *erit quadratum ex* BL *ſeſquialterum quadrati ex* LM; *& eſt angulus* BML *rectus. ergo quadratum ex* LM *quadrati ex* MB *eſt duplum. Sed & duplum eſt quadrati ex* MC; *eſtque angulus* BMC *rectus. quadratum igitur ex* BC *duplum eſt quadrati ex* BM. *& propterea quadratum ex* BC *æquale quadrato ex* LM: *& recta linea* BC

ipſi

ipſi L M, *hoc eſt ipſi* A B *æqualis. Eodem modo oſtendetur* C A *æqualis* A B. *ergo triangulum* A B C *æquilaterum eſt. rurſus quoniam quadratum ex* L M *duplum eſt quadrati ex* M E, *& duplum quadrati ex* M D *iuncta, angulusque* B M D *rectus, ſequitur, vt etiam quadratum ex* B D *ſit duplum quadrati ex* B M. *& ob id recta linea* B D *æqualis* L M, *videlicet ipſi* A B. *Non aliter oſtendetur* A D *æqualis* A B. *eſt autem* C D *ipſi* A B *æqualis, cum ſint æqualium circulorum diametri. triangula igitur* A B C, A D E, B D C, C D A *æquilatera ſunt, & inter ſe æqualia, ex quibus pyramis ipſa conſtat. ergo pyramis in ſphæra deſcripta eſt, cuius quidem anguli ſunt* A B C D, *vt proponebatur.*

PROBLEMA XLI. PROPOSITIO LV.

In data ſphæra cubum deſcribere.



A Sit iam deſcriptus: & ſint in ſuperficie ſphæræ puncta angulorum ipſius A B C D, E F G H: & per ea producantur plana, quæ facient ſectiones circulos æquales, & parallelos,
B etenim quadrata cubi, quæ in ipſis æqualia, & parallela ſunt. Iungatur C E ſphæræ diameter, & E G. Quoniam igitur quadra-
C tum ex G E duplum eſt quadrati ex G H, hoc eſt quadrati ex G C; & eſt angulus C G E rectus, erit quadratum ex C E quadrati ex E G ſeſquialterum: datum autem eſt quadratum ex C E. ergo & quadratum ex E G datum erit. atque eſt A G diameter circuli E F G H. quare & circulus ipſe, circulusque A B C D, & quadrata, quæ in ipſis, & puncta angulorum cubi dabuntur.

D Compoſitio quoque manifeſta erit. oportet enim in ſphæra deſcribere duos circulos parallelos, quorum diametri æquales ſint, & earum ſphæræ diameter po-
E teſtate ſit ſeſquialtera. deinde in vno ipſorum deſcribere quadratum A B C D: & re-
F ctæ lineæ B C in altero parallelam, & æqualem ducere F G, quemadmodum antea generaliter cuicumque datæ æqualem ducere oſtendimus: & ab ipſa quadratum
G E F G H complere, atque ita cubum habere deſcriptum. demonſtrabitur enim con-
H gruenter reſolutioni E F G C quadratum eſſe, & reliqua, quæ ſequuntur; ſimulque demonſtratum erit ſphæræ diametrum poteſtate triplam eſſe lateris ipſius cubi, & circulos eoſdem, tum pyramidis, tum cubi angulos continere. ſiquidem in ipſa pyramide diameter ſphæræ cuiuſcumque circulorum diametri poteſtate erat ſeſquialtera.

COMMENTARIVS.

A In data ſphæra cubum deſcribere] *Græcus codex* εἰς τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν κύκλον ἐγγράψαι. *lege* κύβον ἐγγράψαι.

B Etenim quadrata cubi; quæ in ipſis æqualia, & parallela ſunt] *Græcus codex.* καὶ γάρ τὰ ἐν αὐτοῖς τετράγωνα τὸν του κύβου. *legendum pro* το τοῦ κύβου.

C Iungatur C E ſphæræ diameter] *Græcus codex.* καὶ ἔσται ἐπεζευγμένη ἡ γ ε, *ſed legendum, vt arbitror,* καὶ ἔστω ἐπεζευγμένη ἡ γ ε.

D Oportet enim in ſphæra deſcribere duos circulos parallelos, quorum diametri æquales ſint; & earum ſphæræ diameter poteſtate ſit ſeſquialtera.] *hoc eſt oportet in ſphæra deſcribere duos circulos æquales & parallelos, ita vt diameter ſphæræ vniuſcuiuſque eorum diametri poteſtate ſit ſeſquialtera, quod quomodo fiat, nos proxime oſtendimus.*

E Et rectæ lineæ B C in altero circulo parallelam & æqualem ducere F G] *Primum enim ex 45 huius ducemus in altero circulo diametrum parallelam ipſi* B C *deinde ex 43. in eodem circulo aptabimus* F O *diametro quidem parallelam, ipſi vero* B C *æqualem.*

F Quemadmodum antea generaliter cuicumque datæ æqualem ducere oſtendimus]

In 43.

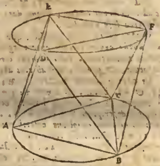
In 43. huius. oportet tamen datam rectam lineam diametro non eſſe maiorem.

Atque in cubum habere deſcriptum] *Græcus codex.* καὶ ἔχειν τὸν κύκλον ἐγγεγραμμένον.. *lege* τὸν κύβον. G

Demonſtrabitur enim congruenter reſolutioni BFGC quadratum eſſe & reliqua, quæ ſequuntur] *iungantur* CE, EG, *erit* CE *ipſius ſphæræ diameter ex 50. huius; &* EG *diameter circuli ex ijs, quæ demonſtrauimus in 52. huius. angulus autem* CGE *eſt rectus, nam* CG, BF *perpendiculares ſunt ad plana circulorum, ex 49. huius, quare & ad omnes rectas lineas, quæ in eis ipſas contingunt. Cum igitur quadratum ex* CE *ſeſquialterum ſit quadrati ex* EG, *& quadratum ex* EG *duplum quadrati ex* FG; *ſitque angulus* CGE *rectus; erit quadratum ex* CE, *quadrati ex* FG *triplum. Rurſus quadratum ex* CE *cum ſeſquialterum ſit quadrati ex* EG; *erit quadrati ex* GC *triplum. quadratum igitur ex* FG *quadrato ex* GC *eſt æquale: & recta linea* FG *æqualis ipſi* GC. *Sunt autem* FB, GC *inter ſe æquales, & anguli* CGF, BFG *recti. ergo* BFGC *quadratum erit, & eadem ratione* AEFB, ABHD, DHGC *quadrata demonſtrabitur. Cubus igitur conſtitutus eſt in data ſphæra, quod facere oportebat.* H 3. defi. vnd.

PROBLEMA XLII. PROPOSITIO LVI.

In data ſphæra octaedrum deſcribere.



Deſcriptum iam ſit. ſintque puncta angulorum ipſius in ſuperficie ſphæræ ABC, DEF: & plana, quæ per ea ducuntur, circulos faciant ABC, DEF. Quoniam igitur à puncto D in ſuperficiem ſphæræ æquales rectæ lineæ incidunt DA, DB, DE, DF, erunt puncta AB. FB in eodem plano: etenim quæ a centro ſphæræ ad ipſa ducuntur, æquales ſunt: & ſunt æquales inter ſe AB, AE, BF, FE, & in circulo. quadratum igitur AEFB, & EF ipſi AB parallela. Similiter & DE parallela eſt BC, & DF ipſi AC. circuli igitur paralleli ſunt, & æquales inter ſe, quoniam & quæ in ipſis triangula æquilatera ſunt æqualia. Et cum in ſphæra æquales, & paralleli circuli ſint, atq; in ipſis rectæ lineæ æquales, & parallelæ AB, EF, quæ non ſunt ad eaſdem partes centrorum, erit iuncta AF diameter ſphæræ, & AE, FB cum AB, EF rectos angulos continebunt; vt ante demonſtratum fuit. ſunt autem æquales AE, EF. ergo quadratum ex AF quadrati ex FE eſt duplum. Sed cum quadratum diametri circuli DEF ſit ſeſquitertium quadrati ex EF, erit quadratum ex AF quadrati diametri circuli DEF ſeſquialterum. data igitur eſt diameter, & circulus, quare & ABC, & puncta, quæ ab ipſis fiunt. A B C D E F G H K

Compoſitio autem manifeſta erit. oportet enim ſimiliter in ſphæra deſcribere duos circulos æquales, & parallelos, quorum vniuſcuiuſque diametri ſphæræ diameter poteſtate ſit ſeſquialtera. & in altero quidem ipſorum deſcribere triangulum æquilaterum ABC; in altero autem ducere rectam lineam EF ipſi AB æqualem, & parallelam. & ab ipſa triangulum DEF deſcribere. atque ita octaedrum habere conſtitutum. ſimul vero demonſtrata eſt ſphæræ diameter poteſtate dupla lateris octaedri. conſtatque ad pyramidis, cubi, & octaedri deſcriptionem eoſdem aſſumi circulos, quorum polyedra in eandem ſphæram accommodantur: & eundem circulum cubi quadratum, & octaedri triangulum comprehendere. L M

COMMENTARIVS.

Quoniam igitur à puncto D in ſuperficiem ſphæræ æquales rectæ lineæ cadunt DA, DB, DE, DF, erunt puncta AB, FB in eodem plano] *erunt enim in plano circuli, cuius polus eſt* D, *ex poli definitione apud Theodoſium in primo libro ſphæricorum.* A

B Etenim quæ à centro ſphæræ ad ipſa ducuntur æquales ſunt] *Ex lineis, quæ à centro ad ea puncta ſuperficiei ſphęrę ducuntur, oſtendere poſſumus, communem ſectionem ſphęrę, & plani illius, quod per dicta puncta tranſit, circulum eſſe, quemadmodum in prima propoſitione primi libri ſphęricorum Theodoſii.*

C Similiter & DE parallela eſt BC, & DF ipſi AC] *rurſus enim quoniam à puncto A ęquales rectę lineę AB, AC, AD, AE in ſphæræ ſuperficiem cadunt, erunt puncta BCDE in circumferentia eiuſdem circuli, cuius polus eſt A: & ſunt inter ſe ęquales BC, CE, ED, DB. ergo BCED quadratum erit, & DE ipſi BC parallela. Eadem quoque ratione ſumpto B polo, DF ipſi AC parallela demonſtrabitur.*

D Circuli igitur paralleli ſunt] *ex 15. vndecimi libri elementorum, quippe cum non ſolum duę rectę lineę ſeſe tangentes duabus rectis lineis ſeſe tangentibus parallelę ſint, ſed etiam tres, quę non ſunt in eodem plano.*

E Erit iuncta AF diameter ſphæræ] *ex 50. huius.*

F Et AB, FB cum AB, FE rectos angulos continebunt] *ex 51. huius, quamquam hoc etiam aliter pateat. nam puncta ABFE in circumferentia eiuſdem circuli eſſe, & quadratum continere ſupra demonſtratum eſt.*

G Sed cum quadratum diametri circuli DEF ſit ſeſquitertium quadrati ex EF] *eſt enim quadratum ex EF triplum quadrati eius, quæ ex centro circuli, vt demonſtratum eſt in duodecima tertijdecimi libri elementorum. Sed quadratum diametri circuli eſt eiuſdem quadruplum. ergo quadratum diametri ad quadratum ex EF eſt, vt quattuor ad tria, hoc eſt ipſius ſeſquitertium.*

H Data igitur eſt diameter, & circulus] *cum enim data ſit proportio diametri ſphęrę ad diametrum circuli; ſitque data ſphęrę diameter, & diameter circuli dabitur, ac propterea ipſe circulus.*

K Quare & ABC, & puncta, quæ ab ipſis fiunt] *Grecus codex* ὥστε καὶ ὁ α β γ. καὶ ἀπ' αὐτῶν σημεῖα *fortaſſe autem legendum erit* ὥστε καὶ τὸ α β γ, *vt per* α β γ. *triangulum intelligatur. Dato namque circulo, datur & triangulum ęquilaterum in ipſo deſcriptum, & puncta, quę ab eius angulis efficiuntur.*

L In altero autem ducere rectam lineam EF ipſi AB æqualem & parallelam] *ex 43. & 45. huius, ita tamen vt EF ad alteras centri partes aptetur.*

M Atque ita octaedrum habere conſtitutum] *iunctis videlicet DA, AE, EC, CF, FB, BD deſcriptum erit octaedrum. triangula enim ęquilatera ABC, DEF ęqualia ſunt, cum in circulis ęqualibus deſcribantur. Et quoniam in circulis ęqualibus, & parallelis ABC, DEF ſunt rectę lineę AB, EF ęquales, & parallelę, non tamen ad eaſdem partes centrorum, erunt iunctę AF, BE ipſius ſphęrę diametri ex 50. huius, & ex 51. AB, BF inter ſe ęquales, & cum AB, EF rectos angulos continebunt; quadratum igitur ex AF æquale eſt duobus quadratis ex AB, BF, eſt autem duplum quadrati ex AB, vt ſuperius oſtenſum fuit; ergo & ipſius quadrati ex BF duplum erit. & ob id quadrata ex AB, BF inter ſe ęqualia, & ęquales rectæ lineę AB, BF. Sed AB eſt ęqualis BF. quare omnes AB, BF, FE, EA inter ſe ęquales erunt. Rurſus quoniam BC, DE ęquales ſunt, & parallelæ, & non ad eaſdem partes centrorum, erunt iunctæ BE, CD diametri ſphæræ. & eodem modo BC, CE, ED, DB inter ſe æquales oſtendentur. poſtremo cum AC, DF æquales, & parallelę ſint, ſimiliter demonſtrabimus CA, AD, DF, FC æquales eſſe. ergo ſequitur triangula ABD, DAE, ACE, ECF, CBF, FBD æquilatera eſſe, & ipſis ABC, DEF æqualia, ex quibus octaedrum conſtat. Octaedrum igitur in data ſphæra conſtitutum eſt, quod feciſſe oportebat.*

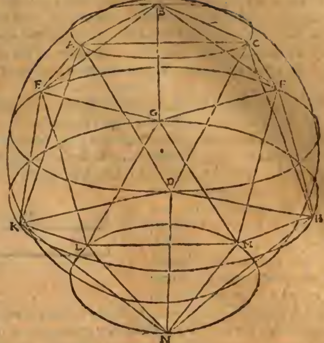
PROBLEMA XLIII. PROPOSITIO LVII.

In data ſphæra icoſaedrum deſcribere.

Sit iam deſcriptum: & in ſuperficie ſphæræ ſint puncta angulorum ipſius ABC, DBF, GHK, LMN. Itaque quoniam a puncto B ad ſuperficiem cadunt rectæ lineæ AB, BC, BF, BG, BE inter ſe æquales, puncta ACFGE in vno erunt plano: etenim
A quę a centro ſphærę ad ipſa ducuntur, æquales ſunt. & æquales inter ſe AC, CF, FG, GE, EA, & ſunt in circulo. æquiangulũ igitur eſt ABGFC pentagonum. ſimliter, &
B pentagona KEBCD, DHFBA, AKLGB, AKNHC, CHMGB, æquilatera ſunt, & æquiangula, & in vno plano ſita. atque erit AC quidem ipſi EF iunctæ parallela, EF

vero

vero parallela KH, & KH ipſi LM, quoniam LGFHM pentagonum eſt. Eodem modo oſtendentur rectæ lineæ coniungentes puncta BC, ED, GH, LN parallelæ eſſe, & itidem parallelæ, quæ puncta BA, FD, GK, MN coniungunt. Similiter & circulus circa ABC puncta æqualis, & parallelus oſtendetur circulo qui eſt circa LMN; æqualia enim & ſimilia in ipſis triangula ſunt ABC, LMN. Circuli vero, qui circa puncta DEF, KGH equales ſunt, & paralleli, ſiquidem triangula, quæ in ipſis æqualia, & æquilatera ſunt, vnumquodque enim latus pentagoni angulum ſubtendit. Quoniam igitur circuli in ſphæra circa DEF, KGH æquales ſunt, &c. in ipſis æquilaterorum triangulorum latera parallela BF, KH, quę non ſunt ad eaſdem centrorum partes; erit recta linea coniungens FK diameter ſphęræ: & angulus FEK rectus; quod ante demonſtratum eſt. Et quoniam pentagonum eſt GEACF, ſi recta linea EF extrema, ac media ratione ſecetur: erit maior eius portio AC. ergo EF ad AC eam proportionem habet, quam latus hexagoni ad decagoni latus: & vtraſque poteſt FK, propterea quòd EK ipſi AC eſt æqualis. habebit igitur FK diameter ſphæræ ad EF proportionem eandem, quam pentagoni latus ad latus hexagoni: ad AC vero, eandem quam pentagoni latus ad latus decagoni. atque eſt data ſphæræ diameter. ergo & vtraque EF, AC data erit, & ob id quæ ex centro circulorum, quæ ſunt poteſtate tertia pars rectarum linearum EF, AC. & circuli ipſi, & qui item eis ſunt æquales, & paralleli iuxta puncta angulorum ipſius polyedri. C D E F G K L M N



Compoſitio autem manifeſta erit. oportebit enim exponere duas rectas lineas, ad quas diameter ſphæræ eam proportionem habeat, quam pentagoni latus ad latus hexagoni, & ad latus decagoni. & in ſphæra duos circulos deſcribere, quorum quæ ex centro ſint poteſtate tertia pars dictarum linearum, vtraque vtriuſque, vt circuli DEF, ABC: & ad alteras partes centri ſphęræ deſcribere circulos æquales ipſis, & parallelos KGH, LMN: & in vnoquoque triangulo aptare latera parallela AC, EF, KH, LM ad oppoſitas centri partes: & omnia triangula ſimiliter iuxta polygoni angulos deſcribere. & demonſtratio ex ipſa reſolutione in promptu erit. Simul vero deprehenſum eſt ſphæræ diametrum poteſtate triplam eſſe lateris pentagoni in circulo DEF deſcripti. etenim KF ad FE eam proportionem habet, quam pentagoni latus ad latus hexagoni. At FE ad latus hexagoni in eodem circulo deſcripti habet eam proportionem, quam latus trianguli ad hexagoni latus: atque eſt latus trianguli poteſtate triplum lateris hexagoni. Tripla eſt igitur poteſtate KF ſphæræ diameter ad latus pentagoni in circulo DEF deſcripti. O P Q

COMMENTARIVS.

Etenim quæ a centro ſphæræ ad ipſa ducuntur, æquales ſunt] *Græcus codex* καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. *Sed legendum vt opinor* καὶ γὰρ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, *quemadmodum in antecedente.* A

Similiter & pentagona KEBCD, DHFBA, &c.] *Corrigendus Græcus codex, vt ex noſtra verſione apparet.* B

Atque erit AC quidem ipſi EF iunctæ parallela] *Hoc nos demonſtrauimus in libro de centro grauitatis ſolidorum propoſitione prima. in Græco codice deſideratur* παράλληλος, *vt ita legendum ſit* καὶ ἔσαι ἡ μὲν α γ τῇ ε ζ ἐπιζευχθείσῃ παράλληλος. C

EF vero parallela KH] *Vtraque enim ipſi AC eſt parallela.* D

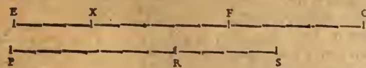
Similiter & circulus circa ABC puncta æqualis, & parallelus oſtendetur circulo, qui E

qui circa LMN, qualia enim & ſimilia in ipſis triangula ſunt ABC, LMN] *Sunt enim AC, LM inter ſe parallelæ, quòd ſint parallelæ eidem KH. & eadem ratione parallelæ CB, LN. ergo quæ per ipſas tranſeunt plana, parallela ſunt, proptereaque circulus ABC circulo LMN eſt parallelus. æqualis autem eſt, cum triangulum ABC æquale & ſimile ſit triangulo LMN. Eodem modo æquales, & paralleli oſtendentur circuli circa DEF, KGH.* 15 vndec.

F Erit recta linea coniungens FK ſphæræ diameter] *ex 50. huius.*

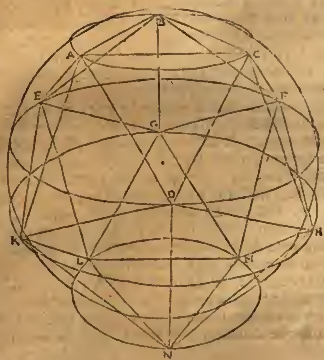
G Et angulus FEK rectus] *ex 51. huius.*

H Et quoniam pentagonum eſt GEACF, ſi recta linea EF extrema, ac media ratione ſecetur, erit maior eius portio AC. ergo EF ad AC eam proportionem habet, quam latus hexagoni ad decagoni latus] *Sit recta linea EF extrema, ac media ratione ſecta in puncto X, ita vt FX ſit maior portio. erit FX æqualis lateri pentagoni, hoc eſt æqualis ipſi AC ex octaua tertij decimi libri elementorum. producatur EF vſque ad O, vt FO ſit æqualis FX.*



tota EO ſecta erit extrema, ac media ratione; atque eius maior portio erit EF, ex quinta eiuſdem. Sit deinde PR latus hexagoni, & RS latus decagoni in eodem circulo deſcripti. rurſus ex nona eiuſdem erit PS extrema, ac media ratione ſecta in puncto R, & PR erit maior portio ipſius. Quoniam igitur duæ rectæ lineæ EO, PS extrema, ac media ratione ſecantur, erit EF ad FO, vt PR ad RS. Sed PR ad RS eam proportionem habet, quam hexagoni latus ad latus decagoni. ergo & EF ad FO, hoc eſt ad AC eandem proportionem habebit. Græcus codex ἡ ἄρα ε α πρὸς τὴν α γ λόγον ἔχει lege ἡ ἄρα ε ζ πρὸς τὴν α γ. Ex vlti. 14. elem. vel ex 44 quinti libri Pappi.

K Et vtraſque poteſt FK, propterea quod EK ipſi AC eſt æqualis] *Quoniam enim angulus FEK rectus eſt, quadratum ex FK eſt æquale duobus quadratis ex FE, EK, hoc eſt FE, AC. eſt enim EK ipſi AC æqualis. Græcus codex διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν τῇ α γ. lege τὴν ε κ τῇ α γ.*



L Habebit igitur FK diameter ſphæræ ad EF proportionem eandem, quam pentagoni latus ad latus hexagoni] *latus namque pentagoni poteſt & hexagoni, & decagoni latus in eodem circulo deſcriptorum ex 10. tertij decimi elementorum.*

M Ad AC vero eandem, quam pentagoni latus ad latus decagoni] *Nam cum ſphæræ diameter FK ad EF proportionem habeat eandem, quam pentagoni latus ad latus hexagoni, EF vero ad AC eandem habeat, quam hexagoni latus ad latus decagoni, habebit ex æquali ſphæræ diameter ad AC eandem proportionem, quam pentagoni latus ad latus decagoni.*

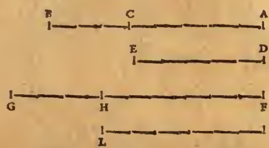
N Et ob id quæ ex centris circulorum, quæ ſunt poteſtate tertia pars rectarum linearum EF, AC] *Eſt enim latus trianguli æquilateri poteſtate triplum eius, quæ ex centro circuli, ex 12. eiuſdem. Græcus codex. ὅσαι καὶ αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῆς κύκλων τρίτον μέρος ἴσαι δυνάμει τῆς ε ζ α γ. lege τρίτον μέρος οὖσαι δυνάμει τῆς ε ζ α γ.*

O Et in vnoquoque triangulo aptare latera parallela AC, EF, KH, LM ad oppoſitas centri partes, & omnia triangula ſimiliter iuxta polygoni angulos deſcribere] *Verbi gratia in circulis DEF, ABC ita triangula aptabimus, vt trianguli DEF latus EF parallelum ſit lateri AC trianguli ABC, & ad oppoſitas centri partes ſtatuatur. deinde iungemus AB, EF, AD, DC. & eodem modo in reliquis faciemus.*

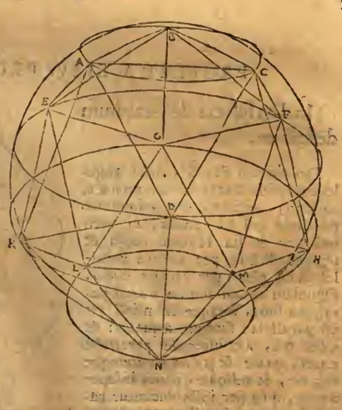
P Et demonſtratio ex ipſa reſolutione in promptu erit] *Habet enim DE latus trianguli in circulo DEF deſcripti ad AB latus trianguli deſcripti in circulo ABC eam proportionem,*

tionem, quam latus hexagoni ad latus decagoni; Sed quam proportionem habet latus hexagoni ad latus decagoni, in eodem circulo deſcriptorum, eandem habet recta linea, quæ pentagoni æquilateri, & æquianguli angulum ſubtendit ad ipſum pentagoni latus, vt deinceps oſtendetur. ergo DB *pentagoni angulum ſubtendit, cuius latus eſt* AB. *& propterea* DA, AE *ſunt eiuſdem pentagoni latera ipſi* AB *æqualia. Eadem ratione &* DF *pentagoni angulum ſubtendet: eruntque* DC, CF *eius latera æqualia ipſi* AB. *Rurſus cum* EF *pentagoni angulum ſubtendat, erunt* EB, BF *eidem æqualia. atque ideo omnia triangula æquilatera, & inter ſe æqualia erunt. Non aliter ad oppoſitas partes centri ſphæræ ex triangulis* KGH, LMN *oſtendemus reliqua triangula æquilatera, & æqualia eſſe, ex quibus icoſaedrum ipſum conſtat. Icoſaedrum igitur in data ſphæra deſcriptum eſt, quod feciſſe oportebat.*

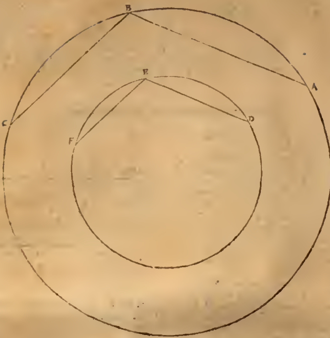
Quod autem poſitum eſt, ſic oſtendetur.



Sit latus hexagoni AB, *& latus decagoni* DE: *ſitque* FG *recta linea, quæ pentagoni cuiuſpiam æquilateri, & æquianguli angulum ſubtendat, &* KL *ſit pentagoni latus. Dico* FG *ad* KL *eandem proportionem habere, quam habet* AB *ad* DE. *Secentur* AB, FG *extrema, ac media ratione in punctis* CH, *vt maiores ipſarum portiones ſint* AC, FH. *erit* AC *quidem ipſi* DE *æqualis, ex iis, quæ nos demonſtrauimus, in tertio decimo libro elementorum ad propoſitionem nonam.* FH *vero æqualis erit ipſi* KL *ex octaua eiuſdem libri. Quoniam igitur* AB, FG *extrema, ac media ratione ſecantur, erit vt* AB *ad* AC, *ita* FG *ad* FH *ex vltima quarti decimi libri elementorum. Sed* DE *eſt æqualis* AC, *&* KL *ipſi* FH. *ergo* FG *ad* KL *eandem proportionem habebit, quam* AB *ad* DE. *quod oſtendere oportebat.*

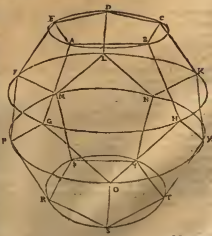


Simul vero deprehenſum eſt ſphæræ diametrum poteſtate triplam eſſe lateris pentagoni in circulo DBF deſcripti, etenim KF ad FE eam proportionem habet, quam pentagoni latus ad latus hexagoni.] *Deſcribatur circulus* ABC, *cuius ea, quæ ex centro æqualis ipſi* EF: *& in ipſo latus pentagoni* AB, *& latus hexagoni* BC. *erit* AB *æqualis* KF *diametro ſphæræ, &* BC *æqualis* EF. *deſcribatur etiam circulus* DBF, *cuius ea, quæ ex centro ſit poteſtate tertia pars ipſius* EF, *& rurſus in ipſo latus pentagoni* DB *& hexagoni* EF, *habebit* AB *ad* BC *proportionem eandem, quam* DB *ad* EF. *Sed latus* BC *eſt poteſtate triplum lateris* EF. *ergo & latus* AB, *hoc eſt ſphæræ diameter* [KF *poteſtate tripla erit ipſius* DB *lateris pentagoni in circulo* DEF *deſcripti.*



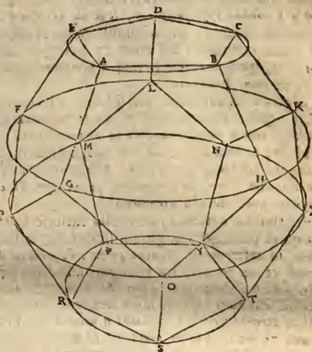
PROBLEMA XLIV. PROPOSITIO LVIII.

In data ſphæra dodecaedrum deſcribere.



Deſcriptum ſit, & puncta angulorum ipſius ſint ABCDE, FGHKL, MNXOP, RSTYΦ, erit vtique ED parallela ipſi FL iunctæ; AE vero
A ipſi FG: & ita reliquæ. ergo & planum ductum per ABCDE parallelum eſt plano per FGHKL ducto. Quoniam autem iunctæ OAXC parallelæ ſunt, vtraque enim ipſi BH eſt parallela, ſuntque æquales: & ipſæ OX, AC inter ſe parallelæ erunt. quare & ST, ED, itemque
B SR, CD, & reliquæ: plana inſuper omnia, quæ per ipſas ducuntur parallela ſunt. Intelligantur igitur circuli per ipſa deſcripti inter ſe paralleli. erit circulus quidem circa

ABCDE æqualis ei, qui circa RSTYΦ, nam pentagona in ipſis deſcripta æqualia
ſunt: circulus vero circa FGHKL æqualis ei, qui circa MNXOP; cum pentagona ſint C
æqualia. atque eſt CL parallela XY, vtraque enim ipſi KN eſt parallela. puncta igi-
tur LCXY in vno erunt plano. & ipſa iungentes æquales ſunt: quòd pentagonorum D
æqualium angulos ſubtendant, ſunt autem in circulo. ergo LCXY quadratum eſt, & E G
ob id recta linea XL iuncta poteſtate dupla eſt ipſius LC, hoc eſt ipſius FL, & angulus F
XLF rectus; in æqualibus enim circulis æquales, & parallelæ ſunt OX, FL; quadratum
igitur ex FX triplum eſt quadrati ex FL. & eſt FX ſphæræ diameter ex ijs, quæ ante H
demonſtrauimus, neque enim OX, FL ſunt ad eaſdem partes centrorum. quare dia- K
meter ſphæræ ad FL eam proportionem habebit, quam trianguli latus ad latus hexa-
goni in circulo FGHKL deſcriptorum. habet autem FL ad trianguli latus proportio-
nem eam, quam pentagoni latus ad latus trianguli. ergo ex æquali diameter ſphæræ L
ad latus trianguli eandem proportionem habebit, quam pentagoni latus ad latus hexa- M
goni. habet autem & FL ad ED pro- N
portionem eam, quam latus hexago- O
ni ad decagoni latus. etenim FL ex-
trema, ac media ratione ſecta, maior
eius portio eſt ED, propterea quòd
pentagoni angulum ſubtendit, cuius
latus ED. Sed vt FL ad ED ita trian- Q
guli latus in circulo FGHKL ad latus
trianguli in circulo ABCDE deſcripti.
ergo & trianguli latus ad latus trian-
guli proportionem habebit eandem,
quam latus hexagoni ad latus deca-
goni. habebit igitur ſphæræ diame-
ter ad latus triãguli in circulo ABCDE
deſcripti eandem proportionem, quã R
pentagoni latus ad latus decagoni.
ideoque trianguli latus in vtroq; cir-
culo datum erit. quare & quę ex cen-
tro circulorum, quæ ſunt poteſtate
tertia pars dictorum laterum: & cir-
culi ipſi, & qui eis æquales ſunt, &
paralleli iuxta puncta, quæ in ipſis
angulorum polyedri.



Oportet igitur in compoſitione duas rectas lineas exponere, ad quas diameter ſphęrę eam proportionem habeat, quam pentagoni latus ad latus hexagoni, & ad latus decagoni; quas etiam in icoſaedro expoſuimus: & deſcribere duos circulos parallelos in ſuperficie ſphærę ad eaſdem partes centri locatos, vt FGHKL, ABCDE, quorum quę ex centris poteſtate ſunt tertia pars expoſitarum rectarum, vtraque vtriuſque. & alios duos circulos his ęquales; & parallelos ad alteras partes cẽtri ſphęrę, vt MNXOP, RSTYΦ & aptare latera pentagonorum ED, FL, OX, ST inter ſe parallela, ab ipſiſque pentagona deſcribere, per quę polygoni anguli conſtituentur. manifeſtum autem eſt ex conſtructione, circulos continentes dodecaedri angulos eoſdem eſſe, qui angulos icoſaedri continent. & pręterea eundem circulum comprehendere triangulum icoſaedri, & pentagonum dodecaedri in eadem ſphęra deſcriptorum.

COMMENTARIVS.

Et ita reliquę] *Hoc eſt* AB *ipſi* GH *parallela*, BC *ipſi* HK, *&* CD *ipſi* KL. A

Et ipſę OX, AC inter ſe parallelę erunt] *Græcus codex* καὶ αἱ ἐπὶ τὰ ο α ξ γ ἄρα παράλληλοι. *lege* καὶ αἱ ἐπὶ τὰ οξ, αγ ἄρα παράλληλοι. B

Atque eſt CL parallela XY] *Græcus codex* καὶ ἔστιν ἡ ἐπὶ γ λ παράλληλος τῇ ἐπὶ τὰ ξ ν, *lege* ἐπὶ τὰ ξ υ. C

Puncta igitur LCXY in vno erunt plano] *Ex 2. vndecimi. Græcus codex*, ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ ἔσται τὰ λ γ ξ η *lege* λ γ ξ υ. D

Quod pentagonorum æqualium angulos ſubtendant] *Græcus codex* ἴσων γὰρ τετραγώνων ὑποτείνουσιν γωνίας. *lege* ἴσων γὰρ πενταγώνων, E

Sunt

F Sunt autem in circulo] *Nam ſi per puncta* L C X Y *planum ducatur, ſectio circulus erit ex prima ſphæricorum Theodoſii.*

G Ergo L C X Y quadratum eſt] *Quæ enim æquales, & parallelas rectas lineas in circulo coniungunt, cum ipſis rectos continent angulos, ex 52. huius. Græcus codex.* τετράγωνες ἄρα ἡ λ γ ξ υ *lege* τετράγωνον ἄρα τό λ γ ξ υ.

H Et angulus K L F eſt rectus, in ęqualibus enim circulis æquales, & parallelę ſunt O X, F L] *Ex 51. huius.*

K Et eſt X F ſphęrę diameter ex ijs, quę ante demonſtrauimus. neque enim O X, F L ſunt ad eaſdem partes centrorum] *Ex 50. huius. Græcus codex* οὐ γὰρ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῆς κέντρων εἰσιν αἱ ε ζ ζ λ. *lege* αἱ ο ξ ζ λ.

L Quare diameter ſphæræ ad F L eam proportionem habebit, quam trianguli latus ad latus hexagoni in circulo F G H K L deſcriptorum) *Eſt enim trianguli æquilateri latus poteſtate triplum eius, quæ ex circuli centro, hoc eſt lateris hexagoni, ex 12. tertijdecimi libri elementorum. Græcus codex* ἕξει οὖν ἡ τῆς &c. πρὸς ἑξαγώνου εἰς τὴν ζ κ θ κ λ κύκλων ἐγγεγραμμένων. *lege* εἰς τὸν ζ η θ κ λ κύκλον ἐγγεγραμμένον,

M Habet autem F L ad trianguli latus proportionem eam, quam pentagoni latus ad latus trianguli) *Eſt enim* F L *pentagoni latus in circulo* F G H K L. *quare ad latus trianguli, quod in eodem circulo deſcribitur, eam proportionem habet, quam pentagoni latus ad latus trianguli.*

N Ergo ex æquali diameter ſphæræ ad trianguli latus eandem proportionem habebit, quam latus pentagoni ad latus hexagoni) *In perturbata ſcilicet proportione. intellige autem latus trianguli in circulo* F G H K L *deſcripti.*

O Habet autem & F L ad E D proportionem eam, quam hexagoni latus ad latus decagoni) *Græcus codex.* ἐπεὶ δὲ καὶ τῆς ζ λ λόγος τὴν ε δ, ὃν ἡ τοῦ ἑξαγώνου πρὸς τὴν τοῦ τριγώνου. *ego ita legendum puto.* ἔχει δὲ καὶ ἡ ζ λ πρὸς τὴν ε δ λόγον, ὃν ἡ τοῦ ἑξαγώνου πρὸς τὴν τοῦ δεκαγώνου.

P Etenim F L extrema, ac media ratione ſecta, maior eius portio eſt E D, propterea quòd pentagoni angulum ſubtendit, cuius latus E D) *Quomodo hoc ſequatur, diximus in antecedente. Græcus codex,* οὗ πλευρὰ ἡ ε λ. *lege* οὗ πλευρὰ ἡ ε δ.

Q Sed vt F L ad E D, ita trianguli latus in circulo F G H K L ad latus trianguli in circulo A B C D E deſcripti. ergo & trianguli latus ad latus trianguli proportionem habebit eandem, quam latus hexagoni ad latus decagoni) *Hoc eſt vt latus pentagoni in circulo* F G H K L *ad latus pentagoni in circulo* A B C D E, *ita & trianguli latus in*

R *circulo* F G H K L *ad latus trianguli in circulo* A B C D E. *Sed pentagoni latus ad latus pentagoni eam proportionem habere oſtenſum eſt, quam latus hexagoni ad latus decagoni. ergo & trianguli latus ad latus trianguli eandem habebit proportionem, quam latus hexagoni ad latus decagoni. Græcus codex mancus eſt, qui ita habet.* ἕξει ἄρα &c. ὃν ἡ τοῦ ἑξαγώνου *adde* πρὸς τὴν τοῦ δεκαγώνου.

S Habebit igitur ſphæræ diameter ad latus trianguli in circulo A B C D E deſcripti eandem proportionem, quam pentagoni latus ad latus decagoni) *Ex æquali ſcilicet, quemadmodum nos ſupra docuimus.*

T Et aptare latera pentagonorum E D, F L, O X, S T inter ſe parallela; ab ipſiſque pentagona deſcribere, per quæ polygoni anguli conſtituentur) *Quoniam igitur latus trianguli in circulo* F G H K L *ad latus trianguli in circulo* A B C D E *deſcripti, habet eam proportionem, quam latus hexagoni ad latus decagoni, habebit & latus pentagoni in circulo* F G H K L *ad latus pentagoni in circulo* A B C D E, *videlicet* G H *ad* A B *eandem proportionem, quam latus hexagoni ad latus decagoni. Sed quam proportionem habet hexagoni latus ad latus decagoni, eandem habet recta linea, quæ angulo pentagoni æquilateri, & æquianguli ſubtenditur ad pentagoni latus, vt ſupra oſtenſum eſt. ergo* G H *ſubtenditur angulo pentagoni, cuius latus eſt* A B. *& ſunt* G O, O H *pentagoni latera, ipſi* A B *æqualia. Quod cum plani* A G O H B, *& ipſius ſphæræ communis ſectio ſit circulus, erit circumferentia* G O H *dupla circumferentiæ* A B. *& ſimiliter circumferentiæ* A G, B H *ſimul ſumptæ duplæ erunt eiuſdem* A B *circumferentiæ. & ſunt æquales, propterea quòd* A B, G H *inter ſe parallelæ ſunt. ergo & rectæ lineæ* A G, B H *æquales erunt ipſi* A B, *& pentagonum æquilaterum, & æquiangulum erit* A G O H B, *ipſi* A B C D E *æquale. Eodem modo & reliqua pentagona æqualia oſtendentur, tum quæ ad pentagonum* A B C D E *adhærent, tum quæ ex altera parte centri ſphæræ adhærent ad ipſum* R S T Y Φ. *Dodecaedrum igitur in data ſphæra conſtitutum eſt, quod feciſſe oportuit.*

T Et preterea eundem circulum comprehendere triangulum icoſaedri, & pentagonum dodecaedri in eadem ſphæra deſcriptorum) *Hoc ſeorſum demonſtratum eſt in 2. quarti decimi elementorum; & ab ipſo Pappo in 48. quinti libri.*

TERTII LIBRI FINIS.

PAPPI ALEXANDRINI MATHEMATICARVM COLLECTIONVM

LIBER QVARTVS.

CVM COMMENTARIIS FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

THEOREMA I. PROPOSITIO I.

SI ſit triangulum ABC, & ab ipſis AB, BC deſcribantur quæuis parallelogramma ABED, BCFG, & rectæ lineæ DEFG producantur ad H, iungaturq; HB: fient parallelogramma ABED, BCFG æqualia parallelogrammo contento ACHB, in angulo, qui vtriſque BAC, DHB ſit æqualis. A



Producatur enim HB ad K, & per AC ipſi KH parallelæ ducantur AL, CM, & LM iungatur. Itaq; quoniam parallelogrammum eſt ALHB, erunt AL, BH æquales, & parallelæ. B Similiter æquales, & parallelæ MG, HB: ergo & LA 34 MC æquales, & parallelæ ſint, neceſſe eſt, & propterea LM 30 primi. AC: parallelogrammum igitur eſt ALMC in angulo LAC: 31 hoc eſt in angulo æquali vtriuſq; BAC, DHB. eſt enim angulus DHB ipſi LAB æqualis, & quoniam DABE parallelogrãmum eſt æquale parallelogrãmo LABH, etenim in eadem baſi AB, & in eiſdem parallelis AB, DH conſiſtit, C parallelogrammum autem LABH parallelogrãmo LAKN eſt 35 primi. æquale, cum ſit in eadem baſi LA, & in eiſdem parallelis LA, HK: erit parallelogrammum ADEB æquale parallelogrammo LAKN. & ob eandem cauſſam parallelogrammum BGFC parallelogrammo KNMC. parallelogramma igitur DABE, BGFC parallelogrãmo LACM æqualia ſunt, hoc eſt ei, quod ACHB continetur, in angulo LAC, qui eſt D æqualis vtriuſque BAC, BHL. atque hoc multo vniuerſalius eſt, quam quod in triangulo rectangulo de quadratis in elementis demonſtratur.

COMMENTARIVS.

Et ab ipſis AB BC deſcribantur quæuis parallelogramma] *Græcus codex.* καὶ ἀπὸ τῶν αβ βγ ἀναγραφῇ τυχόντα ὅμοια παραλληλόγραμμα. *lege* τυχόντα παραλληλόγραμμα. A

Itaque quoniam parallelogrammum eſt ALHB] *Græcus codex* ἐστὶ παραλληλόγραμμον τὸ. *lege* ἐπεὶ. B

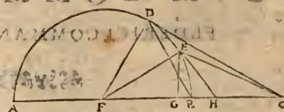
Et quo-

C Et quoniam DABE parallelogrammum] *Græcus codex* καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ δ α β ε παραλληλόγραμμον. *lege* τὸ δ α β ε παραλληλόγραμμον.

D Atque hoc multo vniuerſalius eſt, quam quod in triangulo rectangulo de quadratis in elementis demonſtratur] *videlicet in 47. primi lib. elementorum. idem etiam demonſtratur in 31. ſexti libri de alijs figuris ſimilibus. ſed illud in triangulo rectangulo tantum, hoc in omni triagulo. illud de quadratis tantum vel figuris ſimilibus, hoc vniuerſe de omnibus parallelogrammis etiam inter ſe diſſimilibus.*

THEOREMA II. PROPOSITIO II.

Sit ſemicirculus in recta linea AB, rationalem habens diametrum: & ei, quæ eſt ex centro æqualis, & ipſi AB in directum ſit BC; contingens au-
A tem CD: & circumferentia BD bifariam ſecetur in puncto E, & CE iungatur. Dico CE irrationalem eſſe, quæ minor appellatur.



Sumatur enim centrum ſemicirculi, quod ſit F, & iungantur ED, EB. Itaq; quoniam angulus FDC eſt rectus, erit in ſemicirculo deſcripto in recta linea FC, cuius centrum B. iunctaq; BD, fiet triãgulum æquilaterum BFD. ergo angulus DFB eſt duæ tertiæ recti, & angulus EFB recti tertia. Ducatur a pun-
B cto B ad AB diametrum perpendicularis EG. æquiangulum igitur eſt CFD triangulũ
4. ſexti. triangulo BFG: atque eſt vt FC ad CD, ita BF ad FG. quadratum autem ex FC ſeſ-
C quitertium eſt quadrati ex CD. ergo & quadratũ ex BF quadrati ex FG ſeſquitertium erit; habebitque quadratum ex BF ad quadratum ex FG proportionem eam, quam 16 ad 12; ſed proportio quadrati ex CF ad quadratum ex FB eſt, quam habet 64 ad 16. quadratum igitur ex CF ad quadratum ex FG eſt, vt 64 ad 12. Sit FB quadrupla ipſius BH. atque eſt ipſius BF dupla FC. quare proportio CF ad FH eſt vt 8 ad 5, & proportio FH ad HC vt 5 ad 3. proportio igitur quadrati ex CF ad quadratum ex FH erit, vt 64 ad 25. oſtenſum autem eſt quadratum ex CF ad quadratum ex FG ita eſſe, vt 64 ad 12. ergo & quadratum ex HF ad quadratum ex FG eſt vt 25 ad 12. proptereaque HF, FG rationales ſunt potentia ſolum commenſurabiles: & HF plus poteſt, quam FG quadrato rectæ lineæ ſibi incommenſurabilis longitudine. eſtq; tota FH com-
D mẽſurabilis rationali AB. apotome igitur quarta eſt GH, rationalis autem FC, & ip-
E F ſius dupla. ergo recta linea, quæ poteſt id, quod bis continetur FC, GH, irrationalis eſt, quę minor appellatur. Sed & CE poteſt id, quod bis FC, GH continetur. quare CE eſt minor. At vero CE poſſe id, quod bis continetur FC, GH, ex his manifeſtum erit. Iungatur BH. Et quoniam quadratum ex CE æquale eſt quadratis ex EH, HC vna cum eo,
G quod bis CH, HG continetur. & ſunt quadrata ex BH, BF æqualia & quadrato ex BF,
H & ei, quod bis continetur FH, HG. eſt igitur vt quadratum ex CE ad quadrata ex EH HC vna cum contento bis CH, HG, ita quadrata ex BH, HF ad quadratum ex EF vna cum eo, quod bis FH, HG continetur. & vt vnum ad vnum, ita omnia ad omnia, & qua-
K dratum ex CE æquale eſt quadratis ex EH HC, & ei, quod bis CH, HG continetur. quadrata igitur ex CE, BH, HF æqualia ſunt quadratis ex BH, HC, EF, & contento bis CH HG vna cum contento bis FH, HG, hoc eſt ei, quod bis CF, HG continetur. commune
prima ſecundi. auferatur quadratum ex BH. ergo reliqua quadrata ex CE, HF ſunt æqualia quadratis ex EF, HC vna cum eo, quod bis continetur CF, HG. quorum quadratum ex FH eſt æquale quadratis ex EF, HC. eſt enim quadratum ex FH 25, quadratum vero ex HC eſt 9, & quadratum ex BF 16. reliquum igitur quadratum ex EC eſt æquale ei, quod bis FC, GH continetur.

COMMENTARIVS.

A Dico CE irrationalem eſſe, quæ minor appellatur] *Græcus codex ſic habet.* ἔστω ἡ γε. *lege* ὅτι ἡ γε.

Aequi-

Aequiangulum igitur eſt CFD triangulum triangulo EFG] *Quoniam enim angulus DFC eſt duæ tertiæ recti, & rectus FDC erit DCF recti tertia, atque eſt EFG item tertia recti, angulus igitur DCF eſt æqualis angulo EFG anguluſque FDC rectus æqualis recto FGE, quare, & reliquus reliquo æqualis, & triangulum CFD triangulo EFG æquiangulum.* B

Quadratum autem ex FC ſeſquitertium eſt quadrati ex CD] *Eſt enim CF ipſius FD dupla & idcirco quadratum ex CF quadruplum eſt quadrati ex FD. Sed cum angulus FDC ſit rectus, erit quadratum ex CF quadratis ex FD, DC æquale. ergo quadratum ex FC quadrati ex CD ſeſquitertium eſt, quod ad illud eam proportionem habeat, quam 4. ad 3.* C 47. primi

Apotome igitur quarta eſt HG] *Ex 4. tertiarum definitionum decimi libri elem.* D

Rationalis autem FC, & ipſius dupla] *Eſt enim FC æqualis diametero AB, quæ rationalis ponitur: atque eſt rationalis ipſius dupla, nimirum ipſi commenſurabilis ex 6. definitione decimi libri.* E

Ergo recta linea, quæ poteſt id, quod bis continetur FC, GH irrationalis eſt, quæ minor appellatur] *ex 95. decimi libri element. Nam quod bis continetur FC, GH eſt æquale contento dupla ipſius FC, quæ itidem eſt rationalis, & ipſa GH apotome quarta. Græcus codex ἡ ἄρα δυναμένη τὸ ὑπὸ ζ γ η θ ἄλογός ἐστιν, lege ἡ ἄρα δυναμένη τὸ δὶς ὑπὸ ζ γ η θ.* F

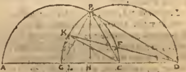
Et quoniam quadratum ex CB æquale eſt quadratis ex EH, HC vna cum eo, quod bis CH, HG continetur] *Ex 12. ſecundi libri elementorum.* G

Et ſunt quadrata ex BH, HF æqualia & quadrato ex EF, & ei, quod bis continetur FH, HG] *Ex 13. eiuſdem libri.* H

Et vt vnum ad vnum, ita omnia ad omnia] *Ex 12. quinti libri elementorum.* K

THEOREMA III. PROPOSITIO III.

Sit ſemicirculus in recta linea AC rationalem habens diametrum, & ei, quæ ex centro æqualis ſit CD, ſitque contingens DB, & angulus CDB bifariam ſecetur recta linea DF. Dico DF eſſe exceſſum, quo quæ ex binis nominibus excedit eam, quæ cum rationali medium totum efficit. A B



Sumatur enim centrum ſemicirculi, quod ſit G; iungaturque BG, & in ipſa GD ſemicirculus GB deſcribatur, & producatur DFK. æqualis igitur eſt BK circumferentia circumferentiæ KG. ducatur ad ipſam AC perpendicularis KL. Et quoniam BG eſt latus hexagoni, erit KL lateris hexagoni dimidia; producta enim duplam circumferentiæ KG ſubtendit. ergo BG ipſius KL eſt dupla; hoc eſt CK dupla ipſius KL. atque eſt angulus LC rectus. quadratum igitur ex KC ſeſquitertium eſt quadrati ex CL: hoc eſt quadratum ex DC quadrati ex CL. ergo DC, CL rationales ſunt potentia ſolum commenſurabiles: & DC plus poteſt; quam CL quadrato rectæ lineæ ſibi commenſurabilis longitudine: & maior DC commenſurabilis eſt rationali AC. ergo DL ex binis nominibus eſt prima. rationalis autem GD. recta igitur linea, quæ poteſt ſpacium contentum GD, DL irrationalis eſt, quæ ex binis nominibus appellatur: poteſt autem ipſum DK. quoniam enim triangulum GDK æquiangulum eſt triangulo DKL, erit vt GD ad DK ita KD ad DL. ergo DK ex binis nominibus eſt. Et quoniã angulus BGC eſt duæ tertiæ recti, & BG eſt æqualis GC, erit triangulum BGC æquilaterum. ducatur perpendicularis BH, dupla igitur eſt BC, hoc eſt DC ipſius CH. Oſtenſum eſt autem quadratum ex DC quadrati ex CL ſeſquitertium. ergo quadratum ex LC triplum eſt quadrati ex CH. ac propterea LC, CH rationales ſunt potentia ſolum commẽſurabiles; & LC plus poteſt, quam CH quadrato rectæ lineæ ſibi longitudine incommenſurabilis; minuſque nomen CH comenſurabile eſt rationali AC. quare LH apotome eſt quinta. oſtenſum autem eſt rectangulũ, quod DG, LH continetur, quadrato ex KF æquale eſſe, atque eſt LH quidem apotome quarta, DG vero rationalis. ergo KF eſt quæ cum rationale medium totum efficit, & oſtenſa eſt DK ex binis nominibus. quare DF eſt exceſſus, quo quæ ex binis nominibus excedit eam, quæ cum rationali medium totum efficit. C D E F G H K L M N

COMMENTARIVS.

A Sit ſemicirculus in recta linea A C] *Græcus codex corruptus eſt, qui ſic habet, ἡμικύκλιον τὸ ἀπὸ τῆ α γ. lege ἐπὶ τῆς α γ.*

B Dico D F eſſe exceſſum, quo quæ ex binis nominibus excedit eam, quæ cum rationali medium totum efficit.] *Græcus codex ὄντως ἡ δ ζ. legendum ὅτι ἡ δ ζ.*

C Aequalis igitur eſt B K circumferentia circumferentiæ K G] *Græcus codex mancus eſt qui in hunc modum reſtituetur ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ β κ περιφέρεια τῇ περιφερείᾳ κ η.*

D Quadratum igitur ex K C ſeſquitertium eſt quadrati ex C L.] *quomodo hoc ſequatur ſuperius dictum eſt.*

E Et D C plus poteſt, quàm C L quadrato rectæ lineæ ſibi commenſurabilis longitudine] *Græcus codex καὶ ἡ δ γ τῆς γ λ μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ lege τῷ ἀπὸ συμμέτρου.*

F Ergo D L ex binis nominibus eſt prima] *ex prima ſecundarum diffinitionum decimi libri elementorum.*

G Recta igitur linea, quæ poteſt ſpacium contentum G D, D L irrationalis eſt, quæ ex binis nominibus appellatur] *ex 55 decimi libri elementorum.*

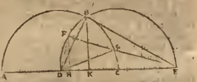
H Quoniam enim triangulum G D K æquiangulum eſt triangulo D K L] *ex 8 ſexti elementorum. Græcus codex διὰ γὰρ τὸ ἰσογώνιον εἶναι τὸ η δ κ τρίγωνον τῷ η λ κ τριγώνῳ lege τῷ δ λ κ τριγώνῳ.*

K Erit vt G D ad D K, ita K D ad D L] *ex 4 ſexti libri elementorum. ex quibus, & ex 17 eiuſdem libri ſequitur quadratum ex D K rectangulo G D L æquale eſſe.*

L Quare L H apotome eſt quinta] *ex quinta tertiarum definitionum decimi libri poſt hæc in Græco codice multa leguntur, quæ cum ſupervacanea viſa ſint, nos conſulto omiſimus.*

M Oſtenſum autem eſt rectangulum, quod D G L H continetur quadrato ex K F æquale eſſe] *Vbi hoc oſtenſum ſit nondum comperi, niſi fortaſſe ipſe oſtenderit in ſuperioribus, quod tamen non apparet. nos autem illud ipſum oſtendere ſequenti lemmate nitemur.*

Sint duo ſemicirculi A B C, D B E: ſitque A D æqualis ipſi D C: & ſumpto in circumferentia B D quouis puncto F, ducatur E F, quæ circumferentiam B C ſecet in G. & à punctis F B ad A C perpendiculares ducantur F H, B K. Dico rectangulum, quod B D H K continetur, quadrato ex F G æquale eſſe.



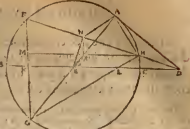
Iungantur D B, D G, quæ inter ſe æquales erunt, cum ſint à centro ad circumferentiam. Et quoniam B D media proportionalis eſt inter E D, D K ex corollario 8 ſexti elementorum, 17. Sexti. *erit quadratum ex B D, hoc eſt quadratum ex D G rectangulo E D K æquale, & eadem ratione iuncta D F, quadratum ex F D æquale eſt rectangulo E D H. quod cum angulus D F G ſit rectus,* 47. primi. *quadratum ex D G æquale eſt duobus quadratis, quæ fiunt ex D F, F G, rectangulum autem E D K eſt æquale duobus rectangulis,* Prima ſecundi. *rectangulo ſcilicet E D H, & ei quod E D, H K continetur. quorum rectangulum quidem E D K oſtenſum eſt æquale quadrato ex D G, rectangulum vero E D H æquale quadrato ex D F, reliquum igitur rectangulum, quod continetur E D, H K reliquo quadrato ex F G æquale erit, quod oportebat demonſtrare.*

N Ergo K F eſt quæ cum rationali medium totum efficit] *ex 96 decimi libri elementorum.*

THEOREMA IV. PROPOSITIO IV.

Sit circulus A B C, cuius centrum E, diameter B C, & recta linea contingens A D, quæ cum B C in puncto D conueniat. Ducatur autem D F, & A iuncta A E producatur ad G, & F K G & G L H iungantur. Dico K E ipſi E L æqualem eſſe.

Factum



Factum iam ſit, & ipſi KL parallela ducatur HXM. ergo MX eſt æqualis XH, ducatur etiam a puncto E ad FH perpendicularis EN. æqualis igitur eſt FN ipſi NH. erat autem & MX æqualis XH. ergo NX ipſi FM eſt parallela. & angulus HNX æqualis eſt angulo NFM, hoc eſt angulo HAX. & in circulo ſunt puncta ANXH. eſt igitur angulus ANH æqualis angulo AXH, videlicet angulo AEL. & propterea in circulo ſunt puncta AENF; rectus eſt enim vterque angulorum EAD END. B C D E F G H K L M N

Componetur autem ſic. Quoniam vterque angulorum EAD, END eſt rectus, puncta ADEN in circulo erunt. æqualis igitur eſt angulus AND angulo AED. Sed angulus AED eſt æqualis angulo AXH propterea quòd parallelæ ſunt ED, XH. ergo in circulo ſunt ANXH puncta: & angulus HAX angulo HNX eſt æqualis. angulus autem HAX æqualis eſt angulo HFM. ergo FM ipſi NX eſt parallela. & eſt FN æqualis NH. quare & MX ipſi XH æqualis erit. eſtque vt XG ad GE, & ita XM ad EK, & HX ad LE. vt igitur XM ad EK, ita HX ad LE. & permutando. æqualis autem eſt MX ipſi XH. ergo & KE ipſi EL eſt æqualis. O P Q R S

COMMENTARIVS.

Dico KE ipſi EL æquale eſſe] *Græcus codex* ὅτι ἴση ἐστίν. ἡ κ ε τῇ ε λ, *ſed forte legendum erit* ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ κ ε τῇ ε λ. A

Factum iam ſit] *hoc eſt ponatur* KE *æqualis* EL. B

Ergo MX eſt æqualis XH] *ob ſimilitudinem triangulorum* MGX, KGE; *&* XGH, EGL. C

Aequalis igitur eſt FN ipſi NH] *ex 3 tertij libri elementorum.* D

Ergo NX ipſi FM eſt parallela] *ex 2 ſexti elementorum. intelligatur autem iuncta* NX *Græcus codex* ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ν ξ τῇ μ ζ. *Sed legendo vt opinor* παράλληλος ἄρα ἡ ν ξ τῇ μ ζ. E

Et angulus HNX æqualis eſt angulo NFM] *Ex 29 primi elementorum.* F

Hoc eſt angulo HAX] *Sunt enim anguli* HAG, HFG *æquales, ex 21 tertij libri elementorum.* G

Et in circulo ſunt puncta ANXH] *Hoc eſt in circuli circumferentia. Quoniam enim anguli* HAX, HNX *æquales ſunt, erunt puncta* HANX *in circumferentia eiuſdem circuli, ex conuerſa 21 tertij libri elementorum.* H

Eſt igitur angulus ANH æqualis angulo AXH] *Nam cum puncta* HANX *ſint in circumferentia eiuſdem circuli, anguli* ANH, AXH *æquales erunt, ex 21 tertij element.* K

Videlicet angulo AEL] *ex 29 primi elementorum, quod* XH, EC *ſunt parallelæ.* L

Et propterea in circulo erunt puncta AEND] *Quippe cum anguli* AND, AED *æquales ſint.* M

Rectus eſt enim vterque angulorum EAD, END] *Ob id etiam puncta* AEND *erunt in circumferentia circuli, quod anguli* EAD, END *inter ſe ſint æquales, nempe recti.* N

Componetur autem ſic] *Hic incipit compoſitio, quam præcedere debet conſtructio eadem, quæ in reſolutione facta eſt.* O

Propterea quòd parallelæ ſint ED, XH] *Græcus codex* διὰ τὰς παραλλήλους τὰ ε ξ θ, *forte legendum* διὰ τὰς παραλλήλους τὰς ε δ, ξ θ. P

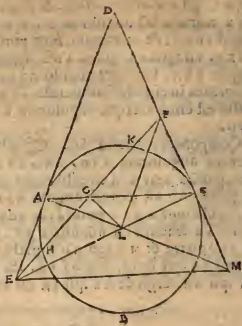
Angulus autem HAX èſt æqualis angulo HFM] *Ex 21. tertij elementorum, vnde ſequitur, Vt* HNX *angulus angulo* HFM *ſit æqualis: & idcirco recta linea* FM *parallela ſit ipſi* NX. *Græcus codex* ἀλλ' ἡ ὑπὸ θ α ξ ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ θ ν ξ. *Sed legendum* τῇ ὑπὸ θ ζ μ. Q

Eſtque vt XG ad GE, ita & XM ad EK, & HX ad LE] *Græcus codex* καὶ ἔστιν ὡς ἡ ξ η πρὸς η ε, οὕτως ἡ μὲν ξ μ πρὸς ε κ, ἡ δὲ θ ξ πρὸς λ ε. *legendum autem* καὶ ἐστὶν ὡς ἡ ξ η πρὸς η ε, οὕτως ἡ μὲν ξ μ πρὸς ε κ, ἡ δὲ θ ξ πρὸς λ ε. R

Vt igitur XM ad EK] *Græcus codex* καὶ ὡς ἄρα ἡ ξ μ πρὸς θ κ. *lege* πρὸς ε κ. S

THEO-

THEOREMA V. PROPOSITIO V.



Sit circulus ABC, & contingentes recτæ lineæ AD, DC; iungatur autem AC, &
A ducatur EF; ſitque EG æqualis GF. Di-
B co & HG ipſi GK æqualem eſſe.

Ducatur ipſi AC parallela EM: ſumaturque
C circuli centrum L. & iungantur LA, LF, LC, LM, LG. Quoniam igitur EG eſt æqualis GF,
D & MC ipſi CF æqualis erit, atque eſt ad an-
E gulos rectos ipſi CL, ergo LF eſt æqualis LM. & quoniam æqualis eſt AD ipſi DC, erit AE æqualis MC, eſt autem & AL ipſi LC æqualis, & angulus DAL rectus æqualis re-
4. primi. cto MCL, ergo & EL æqualis LM, hoc eſt LF.
F Sed EG æqualis eſt GF. eſt igitur GL ad EF
3. tertij. perpendicularis. quare HG ipſi GK æqualis erit.

COMMENTARIVS.

A Et ducatur EF, ſitque EG æqualis GF] *hoc eſt ducatur* EF, *ita vt* EG *ipſi* GF *ſit æqualis, Græcus codex* καὶ διήχθω ἡ ε ζ. ἔστω ἴση ἡ η θ τῇ η ζ. *legendum* καὶ διήχθω ἡ ε ζ. καὶ ἔστω ἴση ἡ ε η τῇ η ζ.

B Dico & HG ipſi GK æqualem eſſe] *ſecet enim recta linea* EF *circuli circumferentiam in punctis* HK. *Græcus codex* ὅτως καὶ *poſt quæ nonnulla deſiderantur. Ego ſic reſtituendum puto* ὅτι καὶ ἡ θη τῇ ηκ ἐστὶν ἴση.

C Quoniam igitur EG eſt æqualis GF, & MC ipſi CF æqualis erit] *ex 2 ſexti elementorum. nam in triangulo* EFM *recta linea* EM *ipſi* AC *eſt parallela.*

D Atque eſt ad angulos rectos ipſi CL. ergo LF eſt æqualis LM] *Quoniam enim recta linea* MCF *tangit circulum in puncto* C, *continebit* LC *cum ipſa angulos rectos ex 18. tertij; & ſunt trianguli* LFC *duo latera* LC, CF *æqualia duobus lateribus* LC, CM *trianguli*
8. primi. LMC. *ergo & baſis* FL *baſi* LM *æqualis erit.*

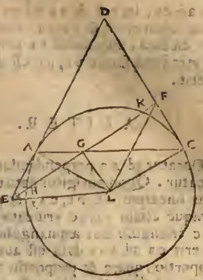
E Et quoniam æqualis eſt AD ipſi DC, erit AE æqualis MC] *primum horum patet ex 36 tertij libri elementorum, videlicet ex ſecundo corollario, nos ad ipſam addidimus. & cum recta linea* EM *parallela ſit ipſi* AC, *ſiunt triangula* ADC, EDM *inter ſe ſimilia, quare vt* AD
4. ſexti. *ad* DC, *ita* ED *ad* DM. *æquales autem ſunt* AD, DC *ergo &* ED, DM *æquales erunt; a quibus ſi auferantur* AD, DC, *relinquetur* AE *ipſi* MC *æqualis.*

F Eſt igitur GL ad EF perpendicularis] *Aequalia enim ſunt, & ſimilia triangula* EGL GLF, *quæ ex æqualibus lateribus conſtant. ergo anguli ad* G *inter ſe æquales, & idcirco recti ſunt.*

THEOREMA VI. PROPOSITIO VI.

Sit circulus ABC, & contingentes AD, DC; iungaturque AC; &
A ducatur EF, vt HG ipſi GK ſit æqualis. dico & EG ipſi GF æqualem eſſe.

Sumatur



Sumatur circuli centrum, quod ſit L. & EL, LA, LC, LG, LF iungantur. itaque quoniam rectus eſt vterque angulorum BAL, EGL, erunt puncta BAGL in circulo quare angulus GEL eſt æqualis angulo GAL rurſus quoniam rectus eſt vterque angulorum LGK, LCF, erunt puncta LGFC in circulo. æqualis igitur eſt angulus GCL, hoc eſt angulus GEL, angulo GFL. & propterea EL eſt æqualis LF, eſtque LG ad rectos angulos. ergo & EG ipſi GF æqualis erit. B C D E

COMMENTARIVS.

Dico EG ipſi GF æqualem eſſe] *Græcus codex οὕτως καὶ ἡ ε η τῇ η ζ ἐστὶν ἴση Ego ſimiliter legerem ὅτι καὶ ἡ ε η τῇ η ζ ἐστὶν ἴση.* A

Erunt puncta BAGL in circulo] *Hæc nos addidimus quæ in Græco non erant, ſed tamen deſiderari videbantur.* B

Quare angulus GBL eſt æqualis angulo GAL] *Græcus codex ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν η λ γωνία &c. Ego totum hunc locum ita reſtituerem. ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ τῶν β α λ ε η λ, ἐν κύκλῳ ἐστὶ τὰ ε α η λ σημεῖα. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν η ε λ γωνία τῇ ὑπὸ η α λ.* C

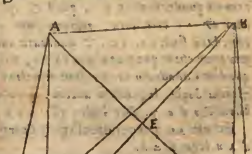
Rurſus quoniam rectus eſt vterque angulorum LGK, LCF, erunt puncta LGCF in circulo] *Græcus codex corruptiſſimus eſt, in quo ſic legitur. ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ τῆς λ η κ λ γ ζ κύκλων, ἐστὶ τὰ λ η γ ζ σημεῖα. ego ſic legendum arbitror ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ τῶν λ η κ λ γ ζ ἐν κύκλῳ ἐστὶ τὰ λ η γ ζ σημεῖα.* D

Aequalis igitur eſt angulus GCL, hoc eſt angulus GBL angulo GFL] *Eſt enim angulus GCL æqualis angulo GAL in triangulo æquicruri ALC. Sed angulo GAL æqualis erat angulus GEL. ergo anguli GCL, GEL inter ſe æquales ſunt. Græcus codex ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν η λ γ γωνία lege ἡ ὑπὸ τῶν η γ λ γωνία.* E

Si ſint tres circuli poſitione, & magnitudine dati, qui ſeſe contingant, & qui ipſos comprehendit circulus magnitudine datus erit. præmittuntur autem hæc.

THEOREMA VII. PROPOSITIO VII.

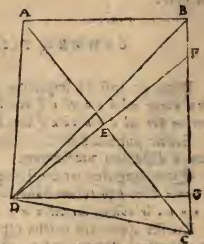
Sit quadrilaterum ABCD, rectum angulum habens ABC, & datam vnamquamque rectarum linearum AB, BC, CD, DA. oſtendendum eſt rectam lineam, quæ BD puncta coniungit, datam eſſe.



Iungatur AC, & perpendiculares ducantur, ad CD quidem recta linea AG; ad AC vero ipſa BEF. & data eſt in numeris vnaquæq; ipſarum AB, BC: anguluſque ABC eſt rectus, & perpendicularis BE. data igitur erit, & vnaquæque ipſarum AE, EC, AC, BE. rectangulum enim ACE cum ſit æquale quadrato ex BC eſt datum; & data AC. quare & AE, EC datæ erunt. Rurſus quoniam vnaquæque rectarum linearum AC, CD, DA eſt data: & eſt AG perpendicularis, data erit & vnaquæque ipſarum DG, GC. etenim exceſſus, quo quadratum ex AC ſuperat quadratum ex DA, ad rectam lineam CD applicatus datum fecit exceſſum, quo recta linea CG ipſam GD ſuperat, quod lemmate demonſtratum eſt, adeo vt DG GC, AG datæ ſint. Et quoniam triangulum AGC triangulo CBF æquiangulum eſt, vt A B C D E F

GC ad CB, ita erit & AC ad CF, & AG ad BF, atque eſt proportio GC ad CB data, datæ igitur erunt & CF, FE. Sed & ipſæ BE, BC. ergo & vnaquæquę ipſarum FF, BG
G CD eſt data. ducatur ad CF perpendicularis BH. datæ igitur ſunt FH, HC, BH. quare
H & vtraque ipſarum DH, HB eſt data. angulus autem BHD eſt rectus. ergo & BD data erit.

ALITER.



Ducatur ad AC perpendicularis DE, & ad F pro-
K ducatur. Quoniam igitur data eſt vnaquæquę rectarum linearum AD, DC, CA, & perpendicularis DE, vtraque etiam AE, EC erit data, & cum triangulum ABC triangulo CEF æquiangulum ſit, vt CB ad BF, ita erit CB ad BA. data eſt autem ipſius CB ad BA proportio, quare & proportio CB ad EF data erit, eſtque CB data. data igitur & EF. Sed & data DE, ergo tota DF erit data. Eadem ratione dabitur vtra-
L que ipſarum BF, FC. Vt enim AC ad CB, ita FC ad CE. & data eſt proportio AC ad CB, quare & proportio FC ad CB dabitur, & eſt data CB. data igitur erit & CF. Rurſus a puncto D ducatur perpendicularis DG. data eſt igitur vtraque ipſarum DG, GF. ergo vtraque BG, GD data. & angulus ad G eſt re-
M ctus. quare & BD data erit.

COMMENTARIVS.

A Et perpendiculares ducantur; ad CD quidem recta linea AG; ad AC vero ipſa BEF, & data eſt vnaquæquę ipſarum AB, BC] *Græcus codex corruptus, & mancus eſt, qui ſic habet.* ϗ καθέτοι ἤχθωσαν ἐπὶ μὲν τ γδ ἡ α η, ἐπὶ δὲ τ τῶν α β β γ. δοθεῖσα ἐστιν ἡ ἐν ἀριθμοῖς. *fortaſſe vero ita reſtituetur* ϗ καθέτοι ἤχθωσαν, ἐπὶ μὲν τ γδ ἡ α η, ἐπὶ δὲ τ α γ ἡ β ε ζ. ϗ ἑκάστη τῶν α β β γ δοθεῖσα ἐστιν ἐν ἀριθμοῖς, ϗ ὀρθὴ ἐστιν, &c. *illud vero* ἐν ἀριθμοῖς *idcircò appoſuit, vt intelligamus rectas lineas illas in numeris datas eſſe, nempe quas menſura quępiam ſecundum numerum metitur notum.*

B Data igitur erit, & vnaquæquę ipſarum AB, BC, AC, BE. rectangulum enim ACB cum ſit æquale quadrato ex BC, eſt datum, & data AC, quare & AB BC datæ erunt] *Data eſt enim* AC *ex penultima primi libri elementorum, quod datę ſint* AB, BC, *rectum angulum continentes, & quoniam in triangulo orthogonio* ABC *ab angulo recto ad baſim per-*
8. Sexti. *pendicularis ducta eſt* BE, *fiunt triangula* ABE, EBC *ſimilia toti, & inter ſeſe. quare cum*
17. Sexti. *ſit vt* AC *ad* CB, *ita* BC *ad* CE, *erit rectangulum* ACB *quadrato ex* BC *æquale, datum autem eſt quadratum ex* BC, *quod & ipſa* BC, *& eſt* AC *data. ergo &* CE *data erit. Similiter &* AE *erit data. rectangulum namque* CAE *æquale eſt quadrato ipſius* AB. *Quod cum datæ ſint* AE, EC, *& quadrata earum data erunt. ergo & datum quadratum ex* BE: *vtraque enim quadrata, quæ ex* BE, EC *æqualia ſunt quadrato ex* BC: *& vtraque ex* BE, EA *quadrata quadrato ex* AB *ſunt æqualia. Grecus codex* καὶ γὰρ τὸ ὑπὸ α γ ε ὂν τῷ ὑπὸ β γ γίνεται δοθὲν. *legendum autem.* ϗ γὰρ τὸ ὑπὸ α γ ε ἴσον ὂν τῷ ὑπὸ β γ γίνεται δοθὲν. ϗ δοθεῖσα ἐστιν ἡ α γ. ὥστε ἑκάστη τῶν α ε ε γ ἔσαι δοθεῖσα.

C Et eſt AG perpendicularis] *Corrigendus Græcus codex, qui ſic habet.* ϗ κάθετός ἐστιν ἡ λ η *lege* ἡ α η.

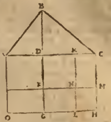
D Data erit & vnaquæque ipſarum DG, GC] *Demonſtratur hoc ſequenti lemmate. quamquam ex 13. propoſitione ſecundi libri elementorum demonſtrari poteſt; nam ſi dimidium exceſſus, quo quadrata ex* AC, CD *ſuperant quadratum ex* AD, *applicetur ad rectam lineam* CD *latitudinem facient ipſam* CG.

E Etenim exceſſus, quo quadratum ex AC ſuperat quadratum ex DA ad rectam lineam CD applicatus datum facit exceſſum, quo recta linea CG ipſam GD ſuperat, quod lemmate demonſtratum eſt] *Vbi hoc lemma ſit non vidi. Sed tamen nos illud idem demonſtrare aggrediemur.*

LEM.

LEMMA.

Sit triangulum ABC, cuius latus BC maius ſit latere AB; & a puncto B ad AC perpendicularis ducatur BD. Dico ſi exceſſus, quo quadratum ex CB ſuperat quadratum ex BA ad rectam lineam AC applicetur, latitudinem facere exceſſum, quo recta linea CD ipſam DA ſuperat.



Fiat enim ex recta linea AD quadratum AEFD, & ex recta linea DC quadratũ DGHC. deinde a recta linea DC abſciſſa DK ipſi AD æquali, per K ducatur KL parallela DG, & BF producatur ad M, vt rectam lineam ACHO compleatur. erit DN quadratum æquale quadrato DB, ac propterea gnomon KHB erit exceſſus, quo quadratum DH ſuperat quadratum DE. Sed parallelogrammum EG eſt æquale parallelogrammo GN, cum rectæ lineæ EF, FN ſint æquales: & parallelogrãmum GN æquale parallelogramo NC. ergo parallelogrammum EG ipſi NC æquale erit, & totum EH parallelogrammum gnomoni KHF æquale. Quoniam igitur quadrato ex AB æqualia ſunt vtraq; quadrata ex AD, DB, & quadrato ex BC æqualia quadrata ex BD, DC, ſublato communi quadrato ex BD, erit exceſſus, quo quadratum ex CD ſuperat quadratum ex DA idem, quo quadratum ex CB quadratum ex BA ſuperat. Sed quadratum ex CD ſuperat quadratum ex DA gnomone KHF, hoc eſt parallelogrammo EH. ergo parallelogrammum EH eſt exceſsus, quo quadratum ex CB ſuperat quadratum ex BA. qui quidem exceſsus applicatus ad rectam lineam EM, hoc eſt ad AC latitudinem efficit HM, hoc eſt HL, vel KC. atqui eſt KC exceſſus, quo recta linea CD ipſam DA ſuperat. patet igitur verum eſſe illud, quod proponebatur. 47.primi

Et quoniam triangulum AGC triangulo CEF æquiangulum eſt] *Eſt enim angulus* ACG *vtrique communis, & angulus* FEC *rectus æqualis recto* AGC. *quare, & reliquus reliquo æqualis.* F

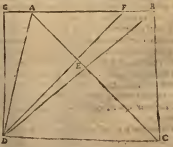
Datæ igitur ſunt FH, HC, BH] *Ex præmiſſo lemmate, quemadmodum ex* DG, GC, AG. G

Angulus autem BHD eſt rectus] *Græcus codex* καὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ βθα *corrige* ἡ ὑπὸ βθδ. H

Quoniam igitur data eſt vnaquæque rectarum linearum AD, DC, CA, & perpendicularis DE, erit, & vtraque ipſarum AE, EC data] *Hoc concludetur quemadmodum in antecedente. Græcus codex* ἐπεὶ δοθεῖσα ἐστιν ἑκάστη τῶν αδ, δγ, γα, καὶ κάθετος ἡ δε, δοθεῖσα ἴσαι ἑκατέρα τῶν αε εγ. *lege* καὶ ἑκατέρα τῶν αε, εγ. K

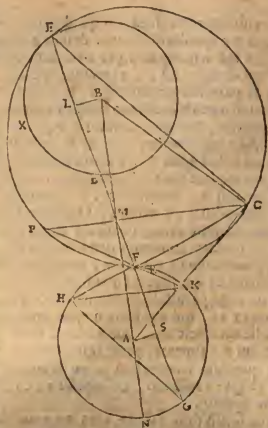
Et data eſt proportio AC ad CB. quare & proportio FC ad CB dabitur, & eſt CB data. data igitur & CF] *Cum autem* CF *data ſit, & tota* CE, *erit &* EF *data. In Græco codice multa deſiderari videntur; qui ſic habet.* καὶ δοθεὶς ὁ τῆς αγ πρὸς γβ λόγος. *ego hæc addenda cenſeo.* δοθεὶς ἄρα καὶ ὁ τῆς ζγ πρὸς γε λόγος. καὶ δοθεῖσα ἐστιν ἡ γε. δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ γζ.

Quare, & BD data erit] *Hoc modo propoſitum demonſtrabitur, quando recta linea* DE *producta cadit in* BC. *Quod ſi in* AB *cadat, vt in ſubiecta figura, erit triangulum* AEF *triangulo* ABC *ſimile, quare vt* AB *ad* BC, *ita* AE *ad* EF. *& eſt* AE *data. ergo &* EF *Sed & data* DE. *& tota igitur* DF *data erit. vt autem* BC *ad* CA, *ita* EF *ad* FA. *& data eſt* EF. *quare &* FA. *Sed &* AB *data. ergo &* EF *dabitur. Rurſus a puncto* D *ad* AB *perpendicularis ducatur* DG *erunt* AG, GF, DG *data. ergo &* GB, *atque eſt angulus ad* G *rectus. &* BD *igitur data erit.*



THEOREMA VIII. PROPOSITIO VIII.

A Sint æquales circuli poſitione, & magnitudine dati, quorum centra
B C A B, & datum punctum C, perque C deſcribatur circulus C E F, contingens circulos, quorum centra A B. Dico ipſius diametrum datam eſſe.

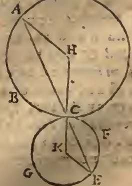


D Iungantur E F G, C F H, C M P, A B, C B, P F K,
E H K. fit igitur G H ipſi C B parallela, propterea quod anguli ad verticem E F C, G F H æquales ſunt, & ſimiles circumferentiæ E P F, G K F; & triangulum C E F triangulo
F F H G æquiangulum. Eadem quoque ratione & H K ipſi P C eſt parallela, & æquales ſunt circuli, quorum centra A B. æqualis
G igitur eſt F G ipſi D E. ducantur perpendi-
H culares A S, B L. ergo A S ipſi B L eſt æqua-
K lis. quare & B M æqualis M A, & L M ipſi M S; duo enim triangula B L M, A S M duos angulos ad verticem æquales habent, & rectos angulos ad puncta L S. habent autem & vnum latus vni lateri æquale, & perpendiculare, videlicet B L ipſi A S. Et data eſt vnaquæque ipſarũ M L, L B, M S, S A, & ita F G, D E, & B L, L S. data igitur, & vtraque ipſarum B M, M A. Sed vtraq; A C C B eſt data. poſitione enim ſunt A B C puncta. quare triangulum A B C ſpecie eſt datum. ergo & data erit C M, perpendicularis ſcilicet a puncto C ad ipſam A B ducta. Et quoniam data eſt N R diameter circuli G H K, & data M A, erit & reliqua M R data. Rurſus quoniã datum eſt rectangulum N M R, datum erit, & ipſum G M F, hoc eſt E M F hoc eſt C M P. & data eſt C M, data igitur & C P. Itaq; cũ circulus cuius centrum A poſitione, ac magnitudine datus ſit, & data poſitione, ac magnitudine C P; ductæque ſint P F K, C F H, ita vt C P parallela ſit ipſi K H; data erit & diameter circuli circa triangulum C F P, hoc eſt C E F deſcripti.

COMMENTARIVS.

A Sint æquales circuli poſitione, & magnitudine dati, quorum centra A B] *Circulos magnitudine datos hoc loco intelligere oportet, vt arbitror, quemadmodum ſupra, nempe quorum diametri in numeris dantur.*

B Et datum punctum C] *Vt datæ quoque ſint rectæ lineæ, quæ a puncto* C *ad circulorum centra* A B *pertinent.*



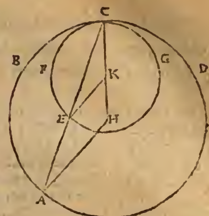
C Perq; C deſcribatur circulus C E F contingens circulos quorum centra A B] *Contingat dictos circulos in punctis* E F.

D Iungantur E F G, C F H, C M P, A B, C B, P F K, H K] *Iungantur* E F, C F, *& producantur, vt ſecent circulum, cuius centrum* A *in punctis* G H. *deinde iuncta* A B, *quæ ſecet rectam lineam* E F *in* M, *ducatur* C M P. *& rurſus iuncta* P F, *productaque ad* K, *iungatur* H K.

E Fit igitur G H ipſi C B parallela propterea, quod anguli ad verticem E F C, G F H æquales ſunt, & ſimiles circumferentiæ E P F, G K F, & triangulum E C F, triangulo F H G eſt æquiangulum] *Ad hoc demonſtrandum infraſcripto lemmate vtemur.*

LEMMA.

Si duo circuli ſe mutuo, ſiue intus, ſiue extra contingant, recta linea, quæ per contactum ducitur, ſimiles eorum circumferentias abſcindit.



Sint duo circuli ABCD, EFCG, qui ſeſe in puncto C cõtingant: & per C ducatur recta linea AE vtrumque eorum ſecans. Dico circumferentiam ABC circumferentiæ EFC ſimilem eſſe. Sumantur enim circulorum centra HK, vt circuli ABCD centrum ſit H, circuli vero EFCG ſit centrum K, iunganturque HA, KB, & HK, quæ per contactum C tranſibit ex 11. & 12. tertij libri elementorum. Itaque quoniam angulus ACH eſt æqualis angulo ECK, & circa alios angulos, qui ad HK latera ſunt proportionalia, eſt enim AH æqualis HC, quod à centro ad circumferentiam, & EK ipſi KC, & reliquorum vterq; eſt recto minor: triangula AHC, EKC inter ſe ſimilia erunt, & angulus AHC, angulo EKC æqualis, circunferentia igitur ABC ſimilis eſt circumferentiæ EFC. & idcirco reliqua ADC reliquæ EGC ſimilis. atq; illud eſt quod oportebat demonſtrare.

Cum igitur circumferentia EPF ſimilis ſit circumferentiæ GKF, erit angulus ECF æqualis angulo FHG. Sed anguli ad verticem EFC, GFH ſunt æquales. reliquus igitur angulus CEF reliquo HGF æqualis erit. & triangulum triangulo æquiangulum. quare ex 28. primi ſequitur rectam lineam HG ipſi CE parallelam eſſe.

Eadem quoque ratione & HK ipſi PC eſt parallela] *Eſt enim ex ijs, quæ demonſtrata ſunt, circumferentia PF ſimilis circumferentiæ FK, & circumferentia CF ipſi FH. quare & angulus PCF angulo FHK eſt æqualis, angulusque CPF angulo HKF; & qui ad verticem PFC ipſi HFK, & triangulum FPC triangulo FHK æquiangulum. recta igitur linea HK recta PC eſt parallela.* F

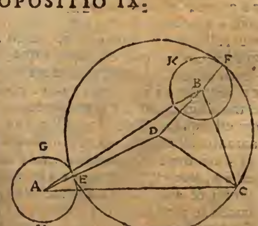
Aequalis igitur eſt FG ipſi DB] *Quoniam enim circumferentia BXD ſimilis eſt circumferentiæ EPF, atque eidem ſimilis eſt FKG circumferentia; erit & circumferentia BXD circumferentiæ FKG ſimilis, & ſunt æqualium circulorum. recta igitur linea FD rectæ FG æqualis erit.* G

Ergo AS ipſi BE eſt æqualis] *In circulo enim æquales rectæ lineæ æqualiter à centro diſtant.* H

Quare & BM eſt æqualis MA, & LM ipſi MS] *Nam cum angulus ad verticem BML ſit æqualis angulo AMS, & rectus angulus ad L æqualis recto ad S; erit & reliquus reliquo æqualis, & triangulum triangulo ſimile. Vt igitur LB ad SA, ita BM ad MA. Sed LB eſt æqualis SA. ergo & BM ipſi MA æqualis erit; & eadem ratione LM demonſtrabitur æqualis ipſi MS.* K

THEOREMA IX. PROPOSITIO IX.

Sit triangulum ABC, habens vnumquodque latus datum, & punctum intra D: & quo ſuperat AD ipſam DC, eo ſuperet CD ipſam DB; ſitque exceſſus datus Dico vnamquamque ipſarum AD, DC, DB datam eſſe.



Quoniam enim exceſſus ipſarum AD, DC eſt datus, ſit exceſsui æqualis vtraq; ipſarum AE, BF. tres igitur rectæ lineæ ED, DC, DF inter ſe æquales ſunt. deſcribatur circa centrum D

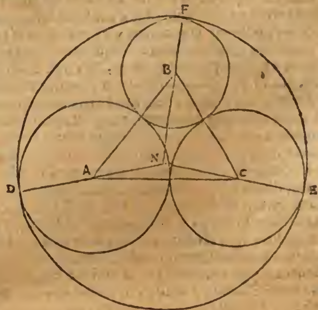
circulus CBF. quare ex eo, quod antea diximus, data eſt DF. quarum BF eſt data. reliqua igitur BD data erit. Sed & ipſarum AD, DC; DC, DB exceſſus erit datus.

Lemmata igitur hæc ſunt. Illud autem eſt, quod imprimis quæritur.

THEOREMA X. PROPOSITIO X.

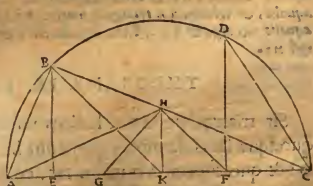
Sint tres circuli inæquales, qui ſeſe contingant, & datas habeant diametros, quorum centra ABC: & circa ipſos ſit circulus contingens DEF, cuius oporteat diametrum inuenire.

Sit autem ipſius centrum N: & centra ABC iungantur, AB, AC, CB, & præterea NAD, NBF, NCB ducantur. Itaque quoniam diametri circulorum, quorum centra ABC, datæ ſunt, fiet etiam vnaquæque ipſarum AB, BC, CA data, & differentiæ ipſarum AN, NC, NB datæ. ex eo igitur, quod ante deſcriptum fuit, data eſt AN. ſed & AD data, quare circuli DEF diameter dabitur; & hoc quidem vnum terminum habet. reliqua autem ſubſcribam.



THEOREMA XI. PROPOSITIO XI.

A Sit ſemicirculus ABC, & inflectatur CBA, ducaturque CD ita, vt CB ſit æqualis vtriſque ſimul AB, CD, & perpendiculares BE, DF ducantur. Dico AF ipſius BE duplam eſſe.



B Ponatur enim ipſi AE æqualis EG: & BH æqualis AB, iunganturq; AH, HG, HF: & ducta KH perpendiculari, iungatur BK. Quoniam igitur CB æqualis eſt vtriſque AB, DC, quarum BH ipſi BA eſt æqualis, reliqua HC reliquæ CD æqualis erit; ergo quadratum ex CD eſt æquale qua-
C drato ex CH. quadratum autem ex CD æquale eſt rectangulo ACF. re-
D ctangulum igitur ACF quadrato ex GH eſt æquale, & ob id angulus FHC
E æqualis eſt angulo HAG. Rurſus quoniam rectangulum CAB æquale eſt quadrato ex
F AB, erit duplum rectanguli CAB, hoc eſt rectangulum CAG, æquale duplo quadrati
G ex AB, hoc eſt quadrato ex AH. angulus igiutur HCF æqualis eſt angulo AHG. eſt
H autem & angulus HAG ęqualis angulo FHC. ergo reliquus AGH reliquo HFC eſt æ-
K qualis ac propterea GH æqualis HF. & ducta eſt HK perpendicularis; quare FK ipſi
L KG æquali erit. Et quoniam vterque angulorum ABH, AKH rectus eſt, & quadrilate-
M rum ABH eſt in circulo, angulus BHA æqualis erit angulo BKA: angulus autem BHA
N eſt dimidia pars recti. ergo & dimidia recti eſt BKA. rectus autem BEK angulus. quare BE,

re BE, BK æquales ſunt. Sed ipſius EK dupla eſt AE, quoniã AE quidem eſt æqualis EG, FK vero æqualis KG. ſequitur igitur rectam lineam AF ipſius BE duplam eſſe quod demonſtrare oportebat. 6. primi.

COMMENTARIVS.

Sit ſemicirculus ABC, & inflectatur CBA, ducaturque CD, ita vt CB ſit æqualis vtriſque ſimul AB, CD] *Græcus codex magna ex parte mancus eſt, quem ita reſtituendum puto.* ἔστω ἡμικύκλιον τὸ α β γ, καὶ κεκλάσθω ἡ γ β α, καὶ διήχθω ἡ γ δ· καὶ ἔστω ἴση ἡ γ β συναμφότερῳ τῇ α β γ δ, καὶ καθέτοι ἤχθωσαν β ε δ ζ. ὅτι ἡ α ζ διπλασίων ἐστὶ τῆς β ε. A

Ponatur enim ipſi AE æqualis EG] *Græcus codex* καὶ κείσθω γαρ. *lege* κείσθω γάρ. B

Quadratum autem ex CD æquale eſt rectangulo ACF] *eſt enim* CD *media proportionalis inter* AC, CF. *nam ducta* AD *erit ex octaua ſexti elementorum triangulum* ADC *ſimile triangulo* CFD, *& vt* AC *ad* CD, *ita* DC *ad* CF. C

Et ob id angulus FHC æqualis angulo HAG] *Quoniam ob ſimilitudinem triangulorum* ADC, CFD, *vt* AC *ad* CD, *hoc eſt ad* CH, *ita* DC *ad* CF, *hoc eſt* HC *ad* CF. *erit triangulum* AHC *triangulo* HCF *ſimile ex 6 ſexti elementorum, cum circa eundem angulum, qui adeſt ad* C *latera proportionalia ſint, ergo & anguli angulis æquales, quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur.* D

Rurſus quoniam rectangulum CAE æquale eſt quadrato ex AB] *namque* AB *media proportionalis eſt inter* CA, AE *ex octaua ſexti elementorum.* E

Erit duplum rectanguli CAE, hoc eſt rectangulum CAG æquale duplo quadrati ex AB, hoc eſt quadrato ex AH] *ponitur enim* AE *æqualis* EG, *quare* AG *ipſius* AE *eſt dupla. & ſunt* AB, BH *æquales, angulusque* ABH *in ſemicirculo rectus, ergo quadratum ex* AH *duplum eſt quadrati ex* AE. F 45. primi.

Angulus igitur HCF æqualis eſt angulo AHG] *quoniam rectangulum* CAG *æquale eſt quadrato ex* AH, *vt demonſtrandum fuit,* AH *media proportionalis erit inter* CA, AG. *quare vt* CA *ad* AH, *ita* HA *ad* AG. *rurſus igitur triangulum* AHG *ſimile eſt triangulo* ACH, *& angulus* AHG *angulo* ACH *æqualis. Græcus codex mancus eſt, & ita reſtituendus.* ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῆς θ γ ζ γωνία τῇ ὑπὸ τῆς α θ η γωνίᾳ. G 17. ſexti. 6.

Eſt autem & angulus HAG æqualis angulo FHC] *ex eo, quod proxime demonſtratum eſt.* H

Ergo reliquus AGH reliquo HFC eſt æqualis] *hoc eſt reliquus angulus trianguli* AHG *æqualis reliquo trianguli* HCF, *vt etiam triangula* AHG, HCF *ſimilia ſint.* K

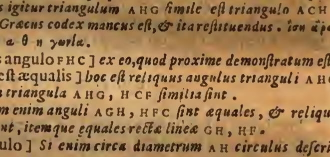
Ac propterea GH æqualis HF] *cum enim anguli* AGH, HFC *ſint æquales, & reliqui ex duobus rectis* HGF, HFC *æquales erunt, itemque æquales rectæ lineæ* GH, HF. L 6. primi.

Et quadrilaterum ABHK eſt in circulo] *Si enim circa diametrum* AH *circulus deſcribatur, per* BK *puncta tranſibit.* M 31. tertij.

Angulus BHA æqualis erit angulo BKA] *Quippe cum in eadem circuli portione conſiſtant.* N

THEOREMA XII. PROPOSITIO XII.

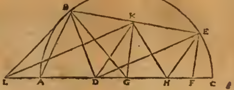
Sit ſemicirculus ABC, & inflectatur ABD, ſitque AB æqualis BD: ipſi vero BD ducatur ad rectos angulos DE, & BE iungatur; cui ad rectos angulos ducatur EF: ſitque centrum G; & vt AG ad GD, ita ſit DH ad HF, & iungatur HE. Dico angulum BED angulo DEH æqualem eſſe.



Ducatur a puncto G ad BE perpendicularis GK, & iungatur KD, ergo BK eſt æqualis KE, atque eſt angulus BDE rectus: tres igitur rectæ lineæ BK, KD, KE inter ſe æquales ſunt; & GK parallela eſt ipſi EF. Itaque quoniam angulus KED eſt æqualis angulo DEH, atque eſt DK æqualis KE; erit angulus KDE æqualis angulo KED, & 3. tertij. A 28. primi. B 5. primi. C 28. primi.

Idcirco

idcirco LDB angulus ipſi DEH æqualis. & DK parallela eſt EH. Ducatur ipſi DE parallela KL, & CD ad L producatur, iungaturque BL. Quoniam igitur KL quidem ipſi DE parallela eſt: KO vero parallela EF, & KD ipſi EH, erit triangulum KLG
4. Sexti. æquiangulum triangulo EDF, & triangulum DKG triangulo HEF. quare vt LG ad OK, ita DF ad FE: & vt KG ad GD, ita EF ad FH; ergo ex æquali vt LG ad GD ita
D DF ad FH; & diuidendo vt LD ad DG, ita DH ad HF: ponebatur autem & vt DH ad HF, ita AG ad GD, vt igitur LD ad DG, ita DH ad HF, hoc eſt AG ad GD. quare LD ipſi
9. quinti. AG eſt æqualis. & ob id LA ipſi DG.
E Sed & AB eſt æqualis BD. ergo LB
F ipſi BG æqualis erit. At BO eſt æ-
G qualis vtriq; LD, AG. ergo BL ipſi
4. primi. LD. Quoniam enim KL parallela



5. primi. eſt DE, & DK ipſi KE, æqualis, erit BKL angulus æqualis angulo LKD. & quoniam BK æqualis eſt KD, & angulus BKL angulo DKL. erit & BL ipſi LD æqualis. Com-
H K poſitio vero reſolutioni congruens erit. Quoniam enim DK æqualis eſt KE, & angu-
L lus KDB angulo KED eſt æqualis, angulus autem KBD æqualis eſt angulo BKL: &
5. primi. angulus KDB ipſi DKL ob lineas parallelas KL, ED. ergo & BKL angulus eſt æqualis angulo DKL. Sed & BK æqualis eſt KD, baſis igitur BL baſi LD æqualis erit. quare
M & angulus LBD angulo BDA, hoc eſt angulo DAB, hoc eſt ABG. cõmunis auferatur angulus ABD, reliquus igitur LBA æqualis eſt reliquo DBG. Sed & BDG æqualis ipſi BAL. ergo duo triangula BDG, BAL duos angulos duobus angulis æquales habent, & latus AB æquale lateri BD, quare BG ipſi BL, & DG ipſi LA eſt æqualis, proptereaq; LD ipſi AO. Itaque quoniam vt AG ad GD, ita ponitur eſſe DH ad HF, atque eſt AG æqualis LD, erit vt LD ad DG, ita DH ad HF: & componendo vt LO ad GD, ita DF
N O ad FH. eſt autem & vt LG ad OK, ita DF ad FE. & vt KG ad GD, ita EF ad FH.
P & angulus EFH eſt æqualis angulo KGD ob lineas parallelas EF, KO. ergo angulus
28 prim. 29 EHF angulo KDO eſt æqualis; & idcirco recta linea KD rectæ EH parallela. angulus igitur KDB, hoc eſt KED angulo DEH æqualis erit.

COMMENTARIVS.

A Tres igitur rectæ lineæ BK, KD, KE inter ſe æquales ſunt] *Si enim centro* K *& interuallo* KE *circulus deſcribatur, tranſibit is per punctum* D. *ergo* KD *ipſi* KE *eſt æqualis.*

B Itaque quoniam angulus KED eſt æqualis angulo DEH & reliqua] *Hic incipit reſolutio. ponit enim illud, quod demonſtrare oportet.*

C Et idcirco KDB ipſi DEH eſt æqualis] *Græcus codex.* ἔτι ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ γ δ ε τῇ ὑπὸ δ ε ο ἴση ἐστίν. *lege* τῇ ὑπὸ δ ε θ.

D Et ob id LA ipſi DG] *Nempe ablata vtrique communi* AD.

E Ergo LB ipſi BO æqualis erit] *Quoniam enim* AB *eſt æqualis* BD, *erunt anguli* BAD,
5. primi. BDA *inter ſe æquales; & iiſdem æquales, qui ex duobus rectis relinquuntur* BAL, BDG; *ergo & baſis* LB *baſi* BG *eſt æqualis.*

F At BG eſt æqualis vtrique LD, AG] *Etenim* LD *oſtenſa eſt æqualis* AG, *& eſt* AG *ipſi* GB *æqualis; à centro namque ad circumferentiam ducuntur.*

G Quoniam enim KL parallela eſt DE, & DK ipſi KE æqualis, erit BKL angulus æqualis angulo LKD] *Aliter oſtendit* BL, LD *æquales eſſe, nam cum* KL, DE *ſint parallelæ, ſitque* DK *æqualis* KE; *erit angulus* BKL *æqualis angulo* KED. *Sed angulus* KED *eſt*
5 primi. 29 *æqualis angulo* KDE. *hoc eſt angulo* LKD. *angulus igitur* BKL *angulo* LKD *eſt æqualis.*

H Angulus autem KBD æqualis angulo BKL] *Græcus codex* ἀλλ' ἡ μὲν ὑπὸ κ δ ε *lege* ὑπὸ κ ε δ.

K Et angulus KDB ipſi DKL] *Græcus codex* ἡ δὲ ὑπὸ κ δ ε τῇ ὑπὸ β κ λ *lege* τῇ ὑπὸ δ κ λ.

L Ergo & BKL angulus eſt æqualis angulo DKL] *Græcus codex* καὶ ἡ ὑπὸ β κ λ τῇ κ λ δ *lege* τῇ ὑπὸ δ κ λ.

M Ergo duo triangula BDG, BAL duos angulos duobus angulis æquales habent, & latus AB æquale lateri BD. quare BO ipſi BL, & DG ipſi LA eſt æqualis] *Erit enim, & reliquus angulus reliquo æqualis, & triangulum triangulo ſimile. quare vt* AB *ad* BD

ita

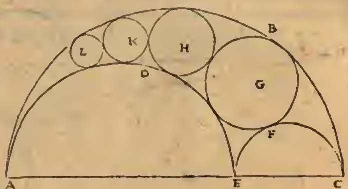
ita LB *ad* BG *&* LA *ad* DG. *eſt autem* AB *æqualis* BD, *ergo &* LB *ipſi* BG, *&* LA *ipſi* DG *eſt æqualis.*

Eſt autem & vt LG ad GK, ita DF ad FB] *ex quarta ſexti elementorum. Nam cum rectæ lineæ* LK, DB *parallelæ ſint, itemque parallelæ* KG, BF, *erunt triangula* LKG, DBF *inter ſe ſimilia.* N

Et vt KG ad GD, ita BF ad FH] *Eſt enim vt* LG *ad* GK, *ita* DF *ad* FB, *& conuertendo vt* KG *ad* GL, *ita* BF *ad* FD. *Sed vt* LG *ad* GD, *ita* DF *ad* FH. *ergo ex æquali vt* KG *ad* GD, *ita* BF *ad* FH. O

Ergo angulus BHF angulo KDG eſt æqualis] *Nam cum ſit vt* KG *ad* GD *ita* BF *ad* FH: *& angulus ad* G *ſit æqualis angulo ad* F; *erunt & reliqui anguli reliquis angulis æquales, ex 6. ſexti libri elementorum.* P

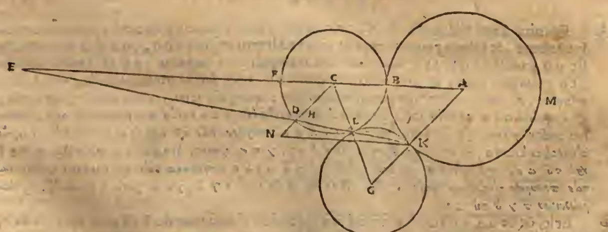
Circumfertur in quibuſdam libris antiqua propoſitio huiuſmodi.



Ponantur tres ſemicirculi ſeſe contingentes ABC, ADE, EFC: & in ſpacio inter ipſorum circumferentias intercecto, quod ἄρβηλον vocant, deſcribantur quotcumque circuli, qui tum ſemicirculos, tum ſeſe mutuo contingant, vt circa centra GHKL; oſtendendum eſt perpendicularem quidem quæ ex centro G ad AC ducitur, diametro circuli circa G deſcripti æqualem eſſe. perpendicularem vero, quæ ab H ducitur, duplam eſſe diametri circuli circa H deſcripti: & quæ à K ducitur, triplam: & quæ deinceps, multiplices eſſe propriarum diametrorum iuxta numeros deinceps ſeſe vnitate ſuperantes, infinite facta circulorum deſcriptione. Sed prius lemmata nonnulla demonſtrabuntur.

THEOREMA XIII. PROPOSITIO XIII.

Sint duo circuli FB, BM circa centra AC, quæ ſeſe in B contingant, & eorum maior ſit BM, ſit præterea alius circulus KL circa centrum G, ipſos contingens in KL, & iungantur CG, AG quæ per KL tranſibunt, iunctaque KL, & producta ſecabit quidem circulum CB, rectæ vero lineæ, quæ per centra AC producitur, occurret: propterea quod trapezij AKLC latus AK maius eſt latere CL. occurrat autem in E, ſecans

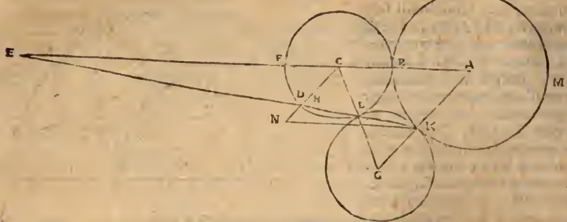


circulum in D. oſtendendum eſt vt AB ad BC, ita eſſe AE ad EC. Eſt autem manifeſtum; iuncta CD etenim fiunt triangula CDL, LKG æquiangula, quæ angulos ad verticem æquales habent, & latera proportionalia, ita vt alterni anguli GCD, CGA ſint æquales, & ſit CD parallela ipſi AK. Vt igitur AE ad EC, ita AK ad CD, hoc eſt ita AB ad BC. A 4. ſexti.

Conuer-

Conuerſum quoque huius perſpicuum eſt. ſi enim ſit vt A B ad B C, ita A E ad E C, erit K D in eadem recta linea, in qua D E.

Parallela enim eſt A K ipſi C D, & vt A B ad B C, hoc eſt vt A E ad E C, ita A K ad C D In eadem igitur recta linea eſt K D, in qua D E. Si enim recta linea, quæ per K E ducitur non tranſeat per D, ſed per H, erit vt A B ad B C, ita A K ad B H, quod fieri non poteſt. ſimiliter neque extra D tranſibit, ſecans C D productam, vt in puncto N nam rurſus erit vt A B ad B C, ita A K ad C M, quod itidem fieri non poteſt. vt enim A E ad E C, ita eſt A K ad C D. vel hoc modo. Ducatur per K ipſi A B parallela K N. erit A C N K. parallelogrammum, & A K æqualis C N. Et quoniam vt A E ad E C, ita A K,



hoc eſt C N ad C D; erit diuidendo vt A C ad C B, ita N D ad D C; & permutando, vt A C, hoc eſt vt K N ad N D, ita B C ad C D. ſuntque circa æquales angulos, qui ad N C latera proportionalia. Simile igitur eſt triangulum B D C triangulo D N K. quare angulus B D C angulo N D K eſt æqualis. & eſt C N recta linea. ergo & K D B recta erit.

19.quinti. Dico præterea K B L rectangulum quadrato ex B B æquale eſſe. Quoniam enim vt A B

2.ſexti. ad B C, ita A B ad B C, hoc eſt ad C F; erit & reliqua B B ad reliquam B F, vt A B ad

D B C, hoc eſt vt K B ad B D. Sed vt K B ad B D, ita K B L rectangulum ad rectangulum

E L B D. vt autem B B ad B F, ita quadratum ex B E ad rectangulum B B F. atque eſt re-

F ctangulum L B D æquale rectangulo B E F. rectangulum igitur K E L quadrato ex B B æquale erit.

COMMENTARIVS.

A Etenim fiunt triangula C D L, L K G æquiangula, quæ angulos ad verticem æquales habent, & latera proportionalia, ita vt alterni anguli G C D, C G A ſint æquales: & ſit C D parallela ipſi A K] *Quoniam enim trianguli* C D L *angulus* C L D *eſt æqualis angulo* K L G *trianguli* L G K, *& circa alios angulos* D C L, L G K *latera proportionalia, immo vero æqualia, aliorum autem vterque eſt minor recto: triangula* C D L, L K G *æquiangula erunt, & angulus* G C D *angulo* C G A *æqualis. ergo recta linea* C D *recta* A K *parallela erit. Græcus codex* γίνεται γὰρ ἰσογώνια τὰ γ δ λ, λ κ η, τρίγωνα τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχοντα, ὥστε, ἴσας εἶναι τὰς ὑπὸ δ η γ, γ η α γωνίας ἐναλλάξ, καὶ παράλληλον τὴν γ δ καὶ τῇ α κ, *lege* γίνεται γὰρ ἰσογώνια τὰ γ δ λ, λ κ η τρίγωνα τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας καὶ τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχοντα. ὥστε ἴσας εἶναι τὰς ὑπὸ η γ δ, γ η α γωνίας ἐναλλάξ, καὶ παράλληλον τὴν γ δ τῇ α κ.

B Erit, & vt A B ad B C, ita A K ad C H, quod fieri non poteſt.] *Eſt enim vt* A E *ad* E C, *ita* A K *ad* C D. *quare* C H *ipſi* C D *eſt æqualis, pars videlicet toti, quod fieri non poteſt.*

C Et eſt C N recta linea. ergo & K D B recta erit] *Nam cum angulus* B D C *ſit æqualis angulo* N D K, *oppoſito vtrique communi* C D K: *erunt anguli* B D C, C D K *æquales* C D K, K D N. *Sed anguli* C D K, K D N *ſunt æquales duobus rectis, quod recta linea ſit* C D N. *ergo &* E D C, C D K *duobus rectis æquales erunt: & idcirco* B D K *recta linea erit.*

D Sed vt K B ad B D, ita K B L rectangulum ad rectangulum L B D] *Ex prima ſexti elementorum ſumpta nimirum* L C *communi altitudine. Græcus codex* ἀλλ᾽ ὡς μὲν ἡ κ ε πρὸς ε δ, οὕτως

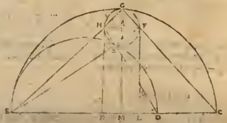
ε δ, ἀντὶ τοῦ ὑπὸ κ ε λ πρὸς τὸ ὑπὸ α ε, ε δ. lege πρὸς τὸ ὑπὸ λ ε δ. & paulo poſt πρὸς τὸ ἀπὸ β ε ζ. lege πρὸς τὸ ὑπὸ β ε ζ.

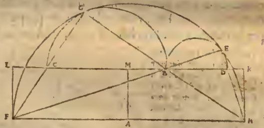
Vt autem BE ad BF, ita quadratum ex BB ad rectangulum BEF] *Ex lemmate in 23. decimi elementorum.* E

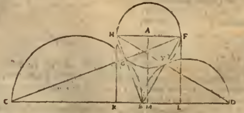
Atque eſt rectangulum LBD æquale rectangulo BEF] *Ex 36. tertij elementorum, videlicet ex primo corollario, quod nos in ipſam conſcripſimus.* F

THEOREMA XIV. PROPOSITIO XIV.

Sint duo ſemicirculi BGC, BED: & ipſos contingat circulus EFGH: a cuius centro A ad BC baſim ſemicirculorum perpendicularis ducatur AM. Dico vt MB ad eam, quæ ex centro circuli EFGH, ita eſſe in prima figura vtramque ſimul CB, BD ad earum exceſſum CD: in ſecunda vero, & tertia figura, ita eſſe exceſſum CB, BD ad vtramque ipſarum CB, BD.







Ducatur per A ipſi BC parallela HF. Quoniam igitur duo circuli BGC, EFGH ſeſe contingunt in puncto G, & eorum diametri BC, FH ſunt parallelæ, quæ per GHB, & quæ per GFC ducitur recta linea erit. Rurſus quoniã duo circuli BED, EFGH ſeſe in puncto B contingunt, & parallelæ ſunt eorum diametri HF, BD; recta linea erit tum quæ per FEB, tum quæ per HED tranſit. Ducantur etiam à punctoH F perpendiculares HK, FL. erit ob ſimilitudinem quidem triangulorum BGC, BHK, vt GB ad BG, ita HB ad BK; & rectangulum CBK æquale rectangulo GBK. ob ſimilitudinẽ vero triãgulorum BFL, BED, vt DB ad BE, ita FB ad BL & DBL rectangulum æquale rectangulo FBE. rectangulum autem GBH eſt æquale ipſi FBB. ergo & CBK rectangulum rectangulo DBL æquale erit. Quod ſi à puncto F perpendicularis ducta cadat in D, erit rectangulum CBK æquale quadrato ex DB. In prima igitur figura erit vt CB ad BD, ita LB ad BK. quare & vt vtraque CB, BD ad earum exceſſum CD, ita vtraq; LB, BK ad earum exceſſum KL. & eſt vtriuſque LB, BK dimidia BM, propterea quod KM eſt æqualis HA, ipſius vero LK dimidia eſt MK. vt igitur vtraque CB, BD ad DC, ita BM ad MK. In ſecunda autem & tertia figura, quoniam rectangulum CBK communiter oſtenſum eſt æquale rectangulo DBL, erit vt CB ad BD, ita LB ad BK, & componendo vt CD ad

A B C 16. ſexti. D E F G H 14. ſexti

K BD, ita

K BD, ita LK ad KB. quare & vt CD ad exceſſum CB, BD ita KL ad exceſſum LB, BK.
L atque eſt ipſius KL dimidia, quæ ex centro circuli BFGH pro LM. & BM dimidia ex-
M ceſſus LB, BK; quod LM ſit æqualis AF. ergo & vt MB ad eam, quæ ex centro circu-
N li BFGH, ita in prima quidem figura vtraque CB, BD ad exceſſum ipſarum CD: in ſe-
O cunda autem, & in tertia figura, ita exceſſus CB, BD ad vtramq; CB, BD, hoc eſt ad CD ex conuerſa ſcilicet ratione.

P Dico inſuper rectangulum contentum BK, LC quadrato ex AM æquale eſſe.

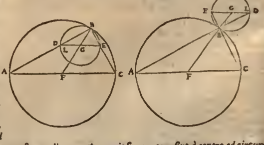
Q Ob ſimilitudinem enim triangulorum BHK, FLC. vt BK ad KH, ita eſt FL ad LC.
16. Sexti. & quod continetur BK, LC eſt æquale contento HK, FL; hoc eſt quadrato ex AM.
R Quod cum ſit vt BC ad CD, ita BL ad LK, rectangulum contentum BC & KL, hoc eſt diametro circuli æquale erit contento BL & DC. & cum ſit vt BD ad DC, ita BK
S ad KL, rectangulum, quod continetur BD & KL, hoc eſt diametro circuli, rectangulo contento BK & DC æquale erit.

COMMENTARIUS.

A Quoniam igitur duo circuli BGC, BFGH ſeſe contingunt in puncto G, & eorum diametri BCFH ſunt parallelæ; quæ per GHB, & quæ per GFC ducitur recta linea erit] *Hoc nos ſequenti lemmate oſtendemus.*

LEMMA.

Sint duo circuli ABC, DBE circa centra FG, quæ ſeſe in puncto B contingant: & per FG ducantur diametri inter ſe parallelæ AFC, DGE, iunganturque AB, CB. Dico rectam lineam AB per punctum D, & rectam CB per punctum E tranſire. hoc eſt ADB, CEB rectas lineas eſſe.



Iuncta enim AB ſecet ipſam DE in L, & ducatur FG, quæ per contactum B tranſibit ex 11. & 12. tertij elementorum. Itaque quoniam AC, DE parallelæ ſunt, fient triãgula ABF, LBG in-
29. primi. *ter ſe ſimilia. angulus enim BLG eſt æqualis angulo BAF & angulus LBG vel vtriq; communis, vel ad verticem, ergo & reliquus reliquo æqualis. Vt igitur BF ad FA, ita BG ad GL. ſed vt BF ad FA, ita eſt BG ad GD. nam BF eſt æqualis FA, & BG ipſi GD, cum ſint à centro ad circumferentiam. quare ex 9. quinti ſequitur GL ipſi GD æqualem eſſe. & LD vnum, atque idem punctum, recta igitur linea eſt ADB. Eodem modo demonſtrabimus CEB rectam lineam eſſe; atque illud eſt, quod demonſtrare oportebat.*

B Erit ob ſimilitudinem quidem triangulorum BGC, BHK &c.] *Eſt enim angulus ad B, vel vtrique communis, vel ad verticem: angulus autem BGC in ſemicirculo rectus æqualis recto ad K. ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum triangulo ſimile erit. triangula quoque BFL, BED ſimilia ſunt, cum angulus ad B ſit vtriſque communis, vel ad verticem & BED rectus æqualis recto qui ad L.*

Vt CB ad BG, ita HB ad BK.] *Græcus codex.* ὡς ἡ βγ πρὸς βη, οὕτως ἡ βθ πρὸς τὴν θη *lege* πρὸς τὴν βκ.

Rectan-

Rectangulum autem GBH eſt inæquale ipſi FBE] *Ex 36. tertij libri elementorum in prima, & tertia figura, in ſecunda verò ob ſimilitudinem triangulorum HBE, BGF erit vt GB ad BF, ita EB ad BH.* D

Quod ſi a puncto F perpendicularis ducta cadat in D, erit rectangulum CBK æquale quadrato ex DB] *Erit enim punctum L idem quod D, & recta linea DB eadem, quæ BL.* E

In prima igitur figura erit vt CB ad BD, ita LB ad BK] *Quoniam rectangulum CBK eſt æquale rectangulo DBL, vt CB ad BD, ita eſt LB ad BK, ex 14. ſexti elementorum: quare per conuerſionem rationis vt BC ad CD, ita BL ad LK. Sed vt vtraque CB, BD ad CB, ita vtraque LB, BK ad LB: ex æquali igitur vt CB, BD ad DC, hoc eſt ad earum exceſſum, ita LB, BK ad earum exceſſum KL. Vt autem LB, BK ad exceſſum KL, ita dimidia ipſarum LB, BK ad dimidium exceſſus KL; hoc eſt ita BM ad MK, vt oſtendetur. ergo vt CB, BD ad DC, ita BM ad MK. At vero BM dimidiam eſſe ipſarum LB, BK perſpicue conſtat. namque LB excedit BK magnitudine KL, & eius dimidia eſt KM, quæ ipſi BK addita totius dimidiam reddit.* F

Quare vt vtraque CB, BD ad earum exceſſum CD, ita & vtraque LB, BK ad earum exceſſum KL] *Græcus codex mancus eſt, quem ita reſtituendum puto.* ὥςε καὶ ὡς συναμφότερος ἡ γβ, βδ πρὸς τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν τὴν γδ, οὕτως καὶ συναμφότερος ἡ λβ, βκ πρὸς τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν τὴν κλ. G

Propterea quod KM eſt æqualis HA, ipſius vero LK dimidia eſt MK] *eſt enim KM ipſi HA, quæ eſt ex centro circuli EFGH æqualis, & ML æqualis AF. ergo ipſius KL dimidia eſt KN, quemadmodum & ipſius HF dimidia eſt HA. Græcus codex* διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν κμ τῇ μα. *ſed legendum puto.* τῇ μλ, *vel potius* τῇ θα. H

Quare & vt CD ad exceſſum CB, BD, ita KL ad exceſſum LB, BK.] *Quoniam enim vt CB ad BD, ita LB ad BK, erit per conuerſionem rationis, vt CB ad exceſſum CB, BD, ita LB ad exceſſum LB, BK. Vt autem vtraque CB, BD ad CB, ita vtraque LB, BK ad LB. ergo ex æquali vt CB, BD, hoc eſt vt CD ad exceſſum CB, BD, ita LB, BK, hoc eſt LK ad exceſſum LB, BK. ſed vt LK ad exceſſum LB, BK, ita dimidia LK, hoc eſt LM ad dimidium exceſſus LB, BK, hoc eſt ad MB. vt igitur LM ad MB, ita CD ad exceſſum CB, BD. & conuertendo vt BM ad ML, hoc eſt ad eam, quæ ex centro circuli EFGH, ita exceſſus CB, BD ad CD.* K

Atque eſt ipſius KL dimidia, quæ ex centro circuli EFGH pro LM] *Nam KL eſt æqualis ipſi HF diametro circuli EFGH, quare eius dimidia eſt AF, quæ ex centro eiuſdem circuli, hoc eſt LM.* L

Et BM dimidia exceſſus LB, BK, quod LM ſit æqualis AF] *Abſcindatur à recta linea LM ipſa MN æqualis MB. & cum LM ſit æqualis MK, & NM ipſi MB, erit, & reliqua LN æqualis BK. ergo BN eſt exceſſus, quo LB ipſam LK excedit, & eius dimidia eſt BM. Græcus codex.* διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν λμ τῇ ακ. *lege* τῇ αζ. M

Ergo & vt MB ad eam, quæ ex centro circuli EFGH, ita in prima quidem figura vtraque CB, BD ad exceſſum ipſarum CD] *Hoc ſuperius concluſum eſt. Græcus codex* ὅπως ἡ μὲν τῆς πρώτης καταγραφῆς. *Sed legendum videtur* οὕτως δὴ μὲν τῆς πρώτης καταγραφῆς. N

In ſecunda autem, & tertia figura, ita exceſſus CB, BD ad vtramque CB, BD hoc eſt ad CD, ex conuerſa ſcilicet ratione] *Vt nos proximè oſtendimus.* O

Dico inſuper rectangulum contentum BK, LM &c.] *Græcus codex* τὰ δ' ὅτι καὶ τὸ ὑπὸ τῆς βκλγ. *Sed forte legendum erit* λέγω ὅτι καὶ τὸ ὑπὸ τῆς βκλγ *quemadmodum in antecedente.* P

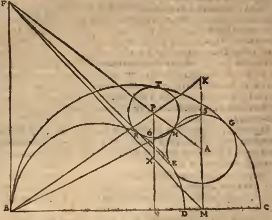
Ob ſimilitudinem enim triangulorum BHK, FLC] *Oſtenſum eſt ſuperius triangula BGC, BHK ſimilia eſſe. Sed triangulum FLC eſt ſimile triangulo BGC, quod angulus ad C vel communis ſit, vel ad verticem: angulus autem ad L rectus æqualis recto BGC. quare & triangulo BHK ſimile erit. & angulus FCL angulo BHK æqualis.* Q

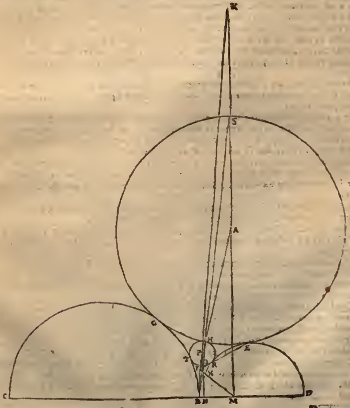
Quod cũ ſit vt BC ad CD, ita BL ad LK] *Quoniã enim rectangulũ CBK æquale eſt rectangulo DBL, quod ſuperius demonſtratũ fuit, vt CB ad BD, ita eſt LB ad BK quare in prima figura ob conuerſionem rationis, vt BC ad CD, ita erit BL ad LK. In ſecunda vero, & tertia figura, erit conuertendo vt DB ad BC, ita KB ad BL: componendoque vt DC ad CB ita KL ad LB: & rurſus conuertendo vt BC ad CD, ita BL ad LK.* R

Et cum ſit vt BD ad DC, ita BK, ad KL] *Quoniam enim vt BC ad CD, ita eſt BL ad LK erit in prima figura diuidendo vt BD ad DC, ita BK ad KL. At in ſecunda, & tertia figura, quoniam vt CB ad BD, ita LB ad BK, componendo, conuertendoque vt BD ad DC, ita erit BK ad KL.* S

THEOREMA XV. PROPOSITIO XV.

Iiſdem poſitis deſcribatur circulus HRT, qui & ſemicirculos iam dictos, & circulum EGH contingat in punctîs HRT, atq; a cētris A P ad B C baſim perpendiculares ducantur AM, PN. Dico vt AM vnà cum diametro circuli EGH ad diametrum ipſius, ita eſſe PN ad circuli HRT diametrum.





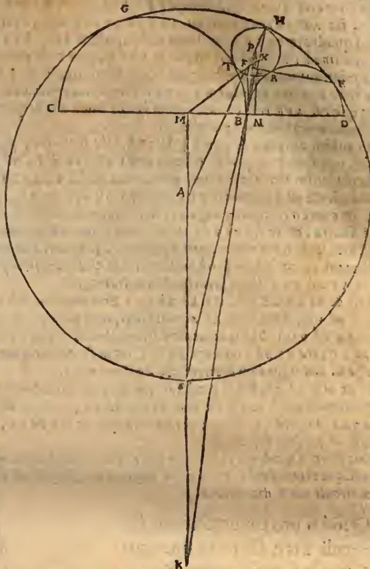
Ducatur

Ducatur ipſi BD ad rectos angulos BF, quæ ſemicirculum BGC continget, & iuncta AP producatur in F. Quoniam igitur per ea, quæ ante oſtenſa ſunt, vt vtraque CB, BD ad exceſſum ipſarum CD, ita BM ad eam, quæ ex centro circuli BGH in prima figura, in ſecũda vero, & tertia vt exceſſus ipſarũ ad vtramq; hoc eſt vt exceſſus CB, BD ad BD, ita BM ad eam quæ ex centro circuli BGH; & BN ad eam, quæ ex centro circuli HRT. quare & permutando vt MB ad BN, ita AH ex centro circuli BGH ad HP ex centro circuli HRT. Sed vt MB ad BN, ita AF ad FP. iuncta enim FM erit vt BM ad BN, ita MF ad FX. & vt AF ad FP, ita AH quæ ex centro circuli BGH ad HP, quę ex centro circuli HRT. circulos autem BGH, HRT circulus quidem BRB contingit in punctis RE. ergo per Theorema antecedens recta linea, quæ puncta RB coniungit, ſi producatur, ad punctum F pertinebit, eritque rectangulum BFR ęquale quadrato ex HF. Sed quadrato ex FB æquale eſt rectangulum BFR; quadratum igitur ex BF quadrato ex FH eſt æquale: & recta linea BF ipſi FH æqualis, recta autem MA producta ſecat circumferentiam circuli BGH in puncto S. & PN ſecat circumferentiam circuli HRT in puncto O. eſtque AH æqualis AS, & PO æqualis PH. ergo recta linea, quæ iungit puncta OS per H tranſibit eſt enim angulus HAS angulo HPO alterno æqualis. & triangulum AHS triangulo PHO æquiangulum. atque eſt APF recta linea, ręcta igitur linea eſt, & quæ per SHO; tranſibit autem & per B; recta enim linea eſt HOB, propterea quod vt BF ad FH ita eſt OP ad PH, cum æquales anguli ſint BFH, OPH in parallelis BF, OP. quod etiam in 13. theoremate demonſtratum eſt. Iungatur præterea BP, & producatur, ita vt rectæ lineæ MA productæ occurrat in K. Quoniam igitur vt MB ad BN, hoc eſt vt KB ad BP, ita AF ad FP, & AH ad HP, erit & vt KB ad BP. ita AS ad PO, & SK ad PO & quoniam tota AK toti diametro circuli EGH eſt equalis: & vt MK ad KS, ita NP ad PO erit & vt MK ad KA, hoc eſt vt MA vna cum diametro circuli BGH ad diametrum ipſius, ita NP ad circuli HRT diametrum. quod demonſtrare oportebat.

coroll. 16. tertij.

A B C D

29. pr. E F G H K L M N O P



COMMENTARIVS.

A Quoniam igitur per ea, quęante oſtenſa ſunt] *In antecedente.*

B Ita BM ad eam, quæ ex centro circuli BGH in prima figura, in ſecunda vero, & tertia] *Vide ne Græcus codex mancus ſit in quo legerem.* οὕτως ἡ β μ ἐπὶ τῆς πρώτης καταγραφῆς. ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας ὡς ἡ ὑπεροχὴ αὐτῶν, &c. *Ego enim ita legerem* οὕτως ἡ β μ πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ε η θ κύκλου ἐπὶ τῆς πρώτης καταγραφῆς. ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας καὶ τρίτης, &c. *tertiam autem figuram nos addidimus, quæ in Græco codice non erat.*

C Sed vt MB ad BN, ita AF ad FP. iuncta enim FM erit vt MB ad BN, ita MF ad FX] *Iungatur* FM *ita vt rectam lineam* NP *in puncto* X *ſecet. erit ob ſimilitudinem triangulorum* MBF, MNX, *vt* MB *ad* BN. *ita* MF *ad* FX. *Vt autem* MF *ad* FX, *ita* AF *ad* FP; *ob*

triang-

triangulorum AFM, PFX *ſimilitudinem. ergo vt* MB *ad* BN, *ita* AF *ad* FP. *Sed vt* MB *ad* BN, *ita erit* AH *ex centro circuli* EGH *ad* HP *ex centro circuli* HRT. *Vt igitur* AF *ad* FP, *ita* AH *ex centro circuli* EGH *ad* HP *ex centro circuli* HRT.

D Sed quadrato ex FB æquale eſt rectangulum BFR] *Ex 36. tertij libri elementorum; recta enim linea* FB *contingit circulum* BRED, *&* FB *in punctis* RE *eundem ſecat.*

E Et triangulum AHS triangulo PHO æquiangulum.] *Ex 6. ſexti elementorum. ſunt enim circa æquales angulos* HAS, HPO *latera proportionalia.*

F Atque eſt APF recta linea, recta igitur linea eſt, & quæ per SHO ducitur] *Quomodo hoc ſequatur diximus in 13. huius.*

G Tranſibit autem, & per B] *Hoc eſt recta linea* OS, *quæ tranſit per* H, *vt demonſtratum eſt, tranſibit etiam per* B. *Græcus codex* ἥξει δὲ καὶ διὰ τοῦ β; *lege* διὰ τοῦ β.

H Recta enim linea eſt HOB, propterea quòd vt BF ad FH, ita eſt OP ad PH &c.] *Etenim oſtenſa eſt* BF *æqualis* FH. *atque eſt* OP *æqualis* PH, *quod a centro ad circumferentiam. & cum circa æquales angulos latera proportionalia ſint, erunt triangula* BFH, OPH *inter ſe ſimilia, & vt* HF *ad* FB, *ita* HP *ad* PO *quare ſi* BH *non tranſiret per* O, *ſed per aliud punctum, ſequeretur totum parti æquale eſſe. quod fieri non poteſt.*

K Hoc eſt vt KB ad BP] *Ob ſimilitudinem videlicet triangulorum* KBM, PBN.

L Ita AF ad FP] *Quod ſuperius demonſtratum fuit.*

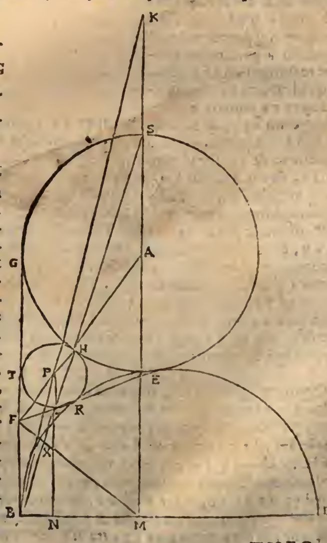
M Erit & vt KB ad BP, ita AS ad PO] *Erit enim vt* KB *ad* BP, *ita* AH *ad* HP, *hoc eſt ita* AS *ad* PO, *nam* HA, AS *æquales ſunt, itemque æquales* HP, PO.

N Et SK ad PO] *Ob ſimilitudinem triangulorum* KBS, PBO, *erit vt* KB *ad* BP, *hoc eſt vt* AS *ad* PO, *ita* KS *ad* PO. *ergo* AS, SK *inter ſe æquales ſunt. In Græco codice legitur* καὶ ἡ σκ, σκ. *Sed legendum arbitror* καὶ ἡ σκ πρὸς πο. 9. quinti.

O Et vt MK ad KS, ita NP ad PO] *Rurſus ob ſimilitudinem triangulorum* SBM, OBN, *itemque triangulorum* KBS, PBO *erit vt* SB *ad* BO, *ita* MS *ad* NO, *& ita* SK *ad* OP. *quare vt* MS *ad* NO, *ita* SK *ad* OP: *permutandoque vt* MS *ad* SK, *ita* NO *ad* OP. *& componendo vt* MK *ad* KS, *ita* NP *ad* PO.

P Erit & vt MK ad KA, hoc eſt vt MA vna cum diametro circuli EGH &c.] *Videlicet ad conſequentium dupla, vt* MK *ad duplam* KS, *hoc eſt ad* KA, *ita* NP *ad duplam* PO; *hoc eſt ad circuli* HRT *diametrum.*

Quòd ſi pro circumferentia ſemicirculi BGC ſit recta linea BG ad ipſam BD perpendicularis, nihilominus circa deſcriptos circulos eadem contingent.

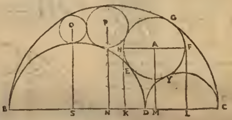


Deſcribatur enim circulus EGH circa centrum A, qui & circumferentiam EBD, & rectam lineam BG contingat. in punctis BG. deinde circa P alius circulus HRT deſcribatur, contingens circulum EGH, circumferentiam EBD, & rectam lineam in punctis HRT, & a centris AP ad BD baſim ductis perpendicularibus AM, PN fiant alia omnia, quę dicta ſunt, vt in quarta figura apparet. Quoniam igitur perpendiculari BG cõtingit circulos EGH, HRT, & ipſis AM, PN eſt parallela, erit BM æqualis ei, quæ ex centro circuli EGH, & BN æqualis ei, quæ ex centro circuli HRT quare vt MB ad BN, ita eſt AH ex centro circuli EGH ad PH ex centro circuli HRT. & ſimiliter atq; in ſuperioribus tandem oſtendemus, vt MA vna cum diametro circuli EGH ad ipſam diametrum, ita eſſe NP ad diametrum circuli HRT.

THEO-

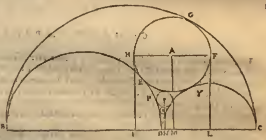
THEOREMA XVI. PROPOSITIO XVI.

His præmonſtratis, exponatur ſemicirculus B G C, & in baſi ipſius quoduis punctum ſumatur D. & in B D, D C ſemicirculi deſcribantur B E D, D Y C. deſcribantur etiam in loco inter tres circunferentias interiecto, qui ἄρβηλον appellatur, circuli quotcumque ſeſe mutuo, & ſemicirculos contingentes circa centra A P O, a quibus ad B C perpendiculares ducantur A M, P N, O S. Dico rectam quidem lineam A M diametro circuli circa A deſcripti æqualem eſſe; ipſam vero P N duplam diametri circuli circa P; & O S diametri circa O triplam, & quæ deinceps propriarum diametrorum multiplices eſſe iuxta numeros ſequentes, qui ſeſe vnitate ſuperant.



A
B
C

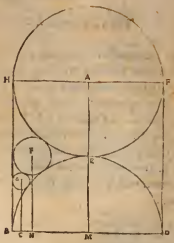
14. ſexti

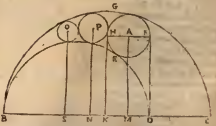


Ducatur diameter H F ipſi B C parallela, & perpendiculares ducantur H K, F L erit ex ijs quæ demõſtrata ſunt, rectangulum C B K æquale rectangulo L B D, & rectãgulum B C L rectangulo K C D. & ob id vt B K ad K L, ita K L ad L C, quod vtraque proportio eadẽ ſit, quę B D ad D C, Quoniam enim rectãgulum C B K æquale eſt rectangulo L B D, vt C B ad B D, ita erit D B ad B K. & permutando vt C B ad B D ita L B ad B K, diuidendoque vt C D ad D B, ita L K ad K B. & conuertendo vt B D ad D C, ita B K ad K L. rurſus quoniam rectangulum B C L rectãgulo K C D eſt æquale, erit vt B C ad C K, ita D C ad C L. & permutando vt B C ad C D, ita K C ad C L. diuidendoque vt B D ad D C, ita K L ad L C. erat autem & vt B D ad D C, ita B K ad K L. ergo & vt B K ad K L, ita K L ad L C. & 17. ſexti. propterea rectangulum, quod B K, C L continetur, quadrato ex K L eſt æquale. ſed an- D tea oſtenſum eſt rectangulum contentum B K, C L æquale eſſe quadrato ex A M. recta igitur linea A M eſt æqualis K L, hoc eſt ipſi F H diametro circuli circa A deſcripti. Et quoniam vt A M vna cum F H ad F H, ita eſt P N ad diametrum circuli circa P deſcripti, quod etiam demonſtratum fuit; atque eſt A M vna cum F H dupla ipſius F H; erit in antecedente. & P N diametri circuli circa P dupla. ergo P N vna cum diametro circuli circa P tripla eſt ipſius diametri, & eandem proportionem habet O S ad diametrum circuli E circa O. recta igitur linea O S diametri circuli circa O eſt tripla, & ſimiliter perpendicularis circuli ſequentis diametri quadrupla erit. & perpendiculares, quæ deinceps ſunt, propriarum diametrorum multiplices inueniuntur iuxta numeros vnitate ſe inuicem ſuperantes, & hoc infinite contingit.

Si autem

F Si autem pro circumferentijs B G C, D Y C ſint rectæ lineæ perpendiculares ad B D, vt apparet in tertia figura, circa deſcriptos circulos eadem contingent. nam quæ a puncto A ad B D perpendicularis ducitur, per ſeſe diametro circuli circa A deſcripti ſit æqualis. Quod ſi circumferentiæ B G O, B E D maneant pro circumferentia vero D Y C, vt in quarta figura, recta linea ponatur D F perpen-
G dicularis ad B C, quæ in numeris quadratam rationem habeat, erit perpendicularis ducta a puncto A commenſurabilis diametro circuli circa A deſcripti; ſin minus, incommen-
H ſurabilis. Generaliter enim quam proportionem habet B C ad C D lõgitudine, eandem poteſtate habet D F ad diametrum circuli circa A quod deinceps oſtendetur. vt ſi B C
K ſit longitudine quadrupla ipſius C D, erit D F, videlicet quæ a puncto A perpendicularis ducitur, longitudine dupla diametri circuli circa A: & perpendicularis, quæ a puncto F tripla, & quæ ab O quadrupla, & ita deinceps iuxta numeros conſequentes.





COMMENTARIVS.

A Ducatur diameter H F ipſi B C parállela] *Diameter videlicet circuli circa* A *deſcripti.*

B Erit ex ijs, quæ demonſtrata ſunt, rectangulum C B K æquale rectangulo L B D, & rectangulum B C L æquale rectangulo K C D] *In quartadecima huius.*

C Et ob id vt B K ad K L, ita K L ad L C, quod vtraque proportio eadem ſit, quæ B D ad D C.] *Hoc ipſe inferius manifeſte oſtendit.*

D Sed antea oſtenſum eſt rectangulum contentum B K, C L æquale eſſe quadrato ex A M] *in 14. huius.*

E Ergo P N vna cum diametro circuli circa F tripla eſt ipſius diametri, & eandem proportionem habet O S ad diametrum circuli circa O] *rurſus quoniam eſt vt* N P *vna cum diametro circuli circa* P *ad ipſam diametrũ, ita* O S *ad diametrum circuli circa* O; *&* N P *vna cum diametro circuli circa* P *tripla eſt eiuſdem diametri erit, &* O S *diametri circa* O *tripla.*

F Si autem pro circumferentijs B G C, D Y C ſint rectæ lineæ perpendiculares ad B D, vt apparet in tertia figura circa deſcriptos circulos eadem contingent] *ſint rectæ lineæ* B H, D F *ad* B D *perpendiculares: & deſcribatur circulus* H E F *circa centrum* A, *ita vt ſemicirculi* B E D *circumferentiam, & lineas* B H, D F *contingat; ſitque eius diameter* H F *ipſi* B D
34.primi *parallela, erit* H F *æqualis* B D: *& a puncto* A *ducta perpendicularis* A M *æqualis erit ipſi* H F; *etenim ex duabus circulorum æqualium ſemidiametris* A E, E M *conſtabit. deinde in loco intermedio deſcribantur circuli quotcumque, qui tum ſeſe, tum circumferentias circulorum, tum rectam lineam* B H *contingant, vt circa centra* P O. *& ad baſim* B D *perpendiculares ducantur* P N, O S *Dico in his quoque idem, quod in ſuperioribus contingere. Quoniam enim ex ijs, quæ nos in antecedentem demonſtrauimus, vt* M A *vna cum diametro circuli circa* A *ad ipſam diametrum, ita eſt* P N *ad diametrum circuli circa* P; *atque eſt* M A *vna cum diametro circuli circa* A *dupla ipſius diametri: erit &* P N *dupla diametri circuli circa* P. *rurſus quoniam vt*

nam ut P N *vna cum diametro circuli circa* P *ad eandem diametrum, ita* O S *ad diametrum circuli circa* O; *erit* O S *diametri circuli circa* O *tripla: & ita in alijs.*

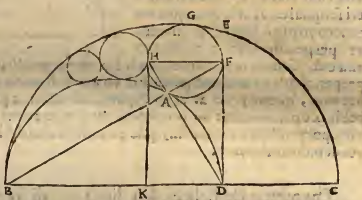
Quæ in numeris quadratam rationem habent] *hoc eſt quæ ad diametrum circuli circa* G
A *deſcripti proportionem habeat eandem, quam numerus quadratus ad quadratum numerum. Græcus codex* ἡ δ ξ ὀρθὴ πρὸς τὴν β γ τετραγωνικὸν ἐν ἀριθμοῖς λόγον ἔχουσα *vel legendum* ἡ δ ξ ὀρθὴ &c. λόγον ἔχουσα. *Vel aliqua deſiderantur, in ijs vero, quæ ſequuntur pro* δ ξ *vbique ſcribendum* δ ζ.

Generaliter enim quam proportionem B C ad C D longitudine, eandem poteſtate habet D F ad diametrum circuli circa A] *Græcus codex* καθόλου γὰρ ὃν ἔχει λόγον ἡ β γ πρὸς τὴν γ δ, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον δυνάμει ἡ δ ζ πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ περὶ τὸ α κύκλου: *Ego addendum cenſeo* μήκει; *vt ita legitur.* καθόλου γὰρ ὃν ἔχει λόγον μήκει ἡ β γ πρὸς τὴν γ δ. &c. H

Vt ſi B C ſit longitudine quadrupla ipſius C D, erit D F &c.] *Si enim* B C *ad* C D *longitudine ſit ut 4. ad 1. erit &* D F *ad* F H *vt 4. ad 1. longitudine vero vt 2. ad 1.* K

THEOREMA XVII. PROPOSITIO XVII.

Quod autem poſitum eſt, ſequenti lemmate oſtendetur. Sint ſemicirculi B G C, B A D, & perpendicularis D F, & circulus contingens H G F A. Dico vt B C ad C D longitudine, ita eſſe poteſtate D F ad diametrum circuli H G F A.



Ducatur diameter H F. ergo rectæ lineæ ſunt F A B, H A D. & ducta perpendiculari H K, erit ex iam demonſtratis rectangulum C B K quadrato ex B D æquale. Vt igitur B C ad C D, ita B D ad D K; hoc eſt ad H F. Sed vt B D ad H F, ita D A ad A H: & vt D A ad A H, ita quadratum ex D F ad quadratum ex F H. triangulum enim rectangulum eſt H F D: & ad ſubtenſam perpendicularis ducitur F A. ergo & vt B C ad C D, ita quadratum ex F D ad quadratum diametri circuli H G F A.

A
B
D
E
F

COMMENTARIVS.

Ducatur diameter H F] *Diameter ſcilicet circuli contingentis, quæ ipſi* B C *ſit parallela.* A

Ergo rectæ lineæ ſunt F A B, H A D] *Hoc eſt* F A B *eſt vna, & eadem recta linea, & ſimiliter* H A D, *quod apparet ex lemmate in 14. huius a nobis conſcripto.* B

Erit ex iam demonſtratis rectangulum C B K quadrato ex B C æquale] *In quartadecima huius.* C

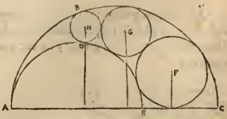
Vt igitur B C ad C D, ita B D ad D K] *Quoniam rectangulum* C B K *æquale eſt quadrato ex* B D, *erit vt* C B *ad* B D, *ad* B K *ita* D B, *quare per conuerſionem rationis, vt* B C *ad* C D, *ita* B D *ad* D K. D

Sed vt B D ad H F, ita D A ad A H] *Ex 4. ſexti elementorum, propterea quod triangula* B A D, H A F *ſimilia ſunt.* E

Et vt D A ad A H, ita quadratum ex D F ad quadratum ex F H] *Cum enim in triangulo orthogonio* H F D *ab angulo recto ad* H D *ſubtenſam perpendicularis ducta ſit* F A, *fiunt triangula ſimilia toti & inter ſeſe. ergo vt* D A *ad* A F, *ita* F A *ad* A H. *Sed vt* D A *ad* A F, *ita* D F *ad* F H. *vt igitur* D A *ad* A H, *hoc eſt vt prima ad tertiam ita quadratum primæ ad quadratum ſecundæ, quadratum videlicet ex* D A *ad quadratum ex* A F; *hoc eſt quadratum ex* D F. *ad quadratum ex* F H *quare vt* D A *ad* A H, *ita quadratum ex* D F *ad id, quod ex* F H *deſcribitur quadratum.* F 3. ſexti.

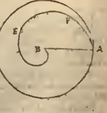
THEOREMA XVIII. PROPOSITIO XVIII.

Ex iam dictis lemmatibus & illud demonſtratur. Sint ſemicirculi ABC, ADE, & deſcribantur circuli eorum circumferentias contingentes, vt circa centra FGH, & alij deinceps, qui ipſis cohæreant, quemadmodum in ſuperioribus. manifeſtum eſt: perpendicularem, quæ ab F ad AC ducitur, ei, quæ ex centro circuli circa F deſcripti æqualem eſſe. Dico perpendicularem a puncto G ductam eius, quæ ex centro circuli circa G eſſe triplam; perpendicularem vero ab H quintuplam, & quæ ſequuntur perpendiculares earum, quæ ex centris multiplices eſſe iuxta numeros deinceps impares:



Quoniam enim ante demonſtratum eſt, vt perpendicularis, quæ a puncto F ducitur vnà cum diametro ad ipſam diametrum, ita eſſe perpendicularem a puncto O ad propriam diametrum. & eſt perpendicularis a puncto F vna cum diametro ipſius diametri ſeſquialtera, erit eius, quæ ex centro tripla. Rurſus quoniam, vt perpendicularis a puncto G vna cum diametro ad diametrum ', ita eſt perpendicularis ab H ad diametrum ipſius. perpendicularis autem a puncto G vna cum diametro ad diametrum proportionem habet eam, quam 5. ad 2. ergo & perpendicularis a puncto H ad diametro eandem habebit proportionem: ac propterea eius, quæ ex centro quintupla erit. Similiter, & aliæ perpendiculares earum, quæ ex centris multiplices iuxta numeros deinceps impares demonſtrabuntur.

Theorema de helice, ſeu linea ſpirali in plano deſcribenda, propoſuit quidem Conon Hainius geometra: Archimedes vero admirabili quidam aggreſſione demonſtrauit. Itaq; dicta linea eiuſmodi ortum habet.



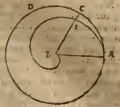
Sit circulus, cuius centrum B, & ea quæ ex centro BA: moueaturque BA, ita vt punctum B maneat, & ipſum A æqualiter feratur in circuli circumferentia. Simul vero aliquod punctum ab ipſo B incipiens in recta linea BA feratur æqualiter vſque ad A. & in æquali tempore B permeet rectam lineam BA, & A ipſam circuli circumferentiam. Punctum igitur in ipſa BA motum ſecundum circulationem deſcribet lineam, qualis eſt BEFA. & eius quidem principium erit punctum B; principium circulationis BA; ipſa vero linea, helix, ſeu linea ſpiralis appellatur, cuius principale accidens eiuſmodi eſt.

THEOREMA XIX. PROPOSITIO XIX.

Si ad lineam ſpiralem quæpiam recta linea ducatur, vt BF, & producatur, erit vt tota circuli circumferentia ad circumferentiam ADC, ita recta linea AB ad rectam BF.

Hoc

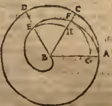
Hoc autem intelligi facile poteſt ex ortu ipſo, in quo enim tempore punctum A totam circuli circumferentiam permeat, in hoc, & B permeat rectam lineam BA: in quo autem A permeat circumferentiam ADC, in hoc & B rectam lineam BF: & ſunt motus ipſi ſibi ipſis æquales. ergo & inter ſe proportionales erunt.



THEOREMA XX. PROPOSITIO XX.

Sed & illud manifeſtum eſt, rectas lineas, quæcumque à puncto B ad ipſam ſpiralem ductæ angulos æquales continent, æqualiter ſeſe inuicem excedere.

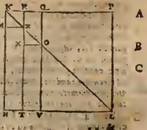
COMMENTARIVS.



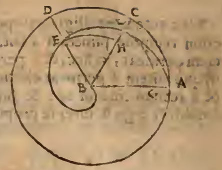
Sit circulus ADC, *& helix* BEFA, *ducanturque rectæ lineæ* BA, BFC, BED, *ita ut angulus* DBC *ſit æqualis angulo* CBA. *centro autem* B, *& interuallo* BF *deſcribatur circuli circumferentia* FG, *quæ rectam lineam* AB *in* G *ſecet. & eodem centro, interualloque* BE *rurſus deſcribatur circuli circumferentia* EH, *ſecans rectam lineam* BC *in* H. *erit* HF *exceſſus, quo* FB *ipſam* BE *excedit, &* GA *hoc eſt* FC *exceſsus, quo* AB *excedit* BF. *Dico* HF *ipſi* FC *æqualem eſſe. Quoniam enim eſt ut tota circumferentia ad circumferentiam* ADC, *ita recta linea* AB *ad rectam* BF; *erit per conuerſionem rationis, ut tota circumferentia ad circumferentiam* CA, *ita recta linea* AB *ad* CF *rectam. Rurſus quoniam ut tota circumferentia ad circumferentiam* AD, *ita recta* AB *ad rectam* DE; *erit per conuerſionem rationis, & tota circumferentia ad circumferentiam* DCA, *ita recta* AB *ad rectam* CH, *& conuertendo, ut circumferentia* DCA *ad totam circumferentiam, ita recta* CH *ad rectam* AB. *quare ex æquali, ut circumferentia* DCA *ad circumferentiam* AC, *ita recta* HC *ad ipſam* CF. *& diuidendo, ut circumferentia* DC, *ad circumferentiam* CA, *ita recta* HF *ad* FC *rectam. Sed circumferentia* DC *eſt æqualis circumferentiæ* CA, *quod & angulus* DBC *angulo* CBA. *ergo recta linea* HF *rectæ* FC *æqualis erit, quod oportebat demonſtrare.*

THEOREMA XXI. PROPOSITIO XXI.

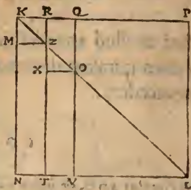
Quibus poſitis oſtendetur figuram contentam linea ſpirali, & recta, quæ eſt in principio circulationis, tertiam partem eſſe circuli ipſam comprehendentis.



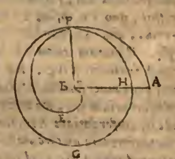
Sit enim, & circulus, & prædicta linea: & exponatur parallelogrammum rectangulum KNLF: ſumaturq; AC circumferentia, pars quædam circumferentiæ circuli: & ſumatur recta linea KR ipſius KF eadem pars. iungantur præterea CB, BA: & rectæ lineæ quidem KN parallela ducatur RT, ipſi vero KR parallela MZ, & circa B centrum deſcribatur circumferentia FG. Quoniam igitur eſt vt recta linea BA ad AG, hoc eſt BC ad CF, ita tota circuli circumferentia ad circumferentiam CA. hoc enim ſpiralis lineæ principale eſt accidens. Vt autem circuli circumferentia ad ipſam CA, ita PK ad



D KR: & vt PK ad KR, ita LK ad KZ, hoc eſt TR ad RZ. vt igitur BC ad CF, ita TR ad RZ: & per conuerſio-
E nem rationis. quare vt quadratum ex CB ad quadratum ex BF, ita quadratum ex RT ad id, quod ex TZ
F quadratum. Sed vt quadratum ex CB ad quadratum ex
G BF: ita ABC ſector ad ſectorem FBG. & vt quadratum ex RT ad quadratum ex TZ, ita cylindrus a parallelogrammo KT circa axem NT factus ad cylindrum à parallelogrammo MT circa eundem axem. Vt igitur ABC ſector ad ſectorem FBG, ita cylindrus a parallelogrammo KT circa axem NT, ad cylindrum a parallelogrammo MT circa eundem axem. Similiter quoque ſi circumferentiæ AC ponamus æqualem CD, ipſi autem KR rectæ lineæ æqualem ponamus RG, & eadem conſtruamus, erit vt DBC ſector ad ſectorem EBH, ita cylindrus a parallelogrammo RV circa axem TV ad cylindrum a parallelogrammo VX circa eundem axem. Simili ratione procedentes demonſtrabimus, vt totus circulus ad omnes figuras ex ſectoribus inſcriptas lineæ ſpirali, ita eſſe cylindrum a parallelogrammo NP circa axem NL ad omnes figuras ex cylindris ipſi cono, qui fit a triangulo KNL circa autem LN inſcriptus. & rurſus vt circulus ad omnes figuras ex ſectoribus circumſcriptas lineæ ſpirali, ita eſſe cylindrum ad omnes figuras ex cylindris eidem cono circumſcriptas. Ex quo manifeſtum eſt circulum ad eam figuram, quæ inter lineam ſpiralem, & rectam AB interijcitur, ita eſſe vt cylindrus ad conum. Circulus igitur triplus eſt prædictæ figuræ, quod demonſtrare oportebat.



Eodem modo demonſtrabimus. Si etiam ducatur quæpiam recta linea ad ſpiralem, vt BF, & per F circa B centrum, deſcribitur circulus: figuram contentam linea ſpirali FEB, & recta FB tertiam partem eſſe figuræ eius, quæ circumferentia circuli FGH, & rectis lineis FB, BH continetur.



COMMENTARIVS.

A Sumaturque AC circumferentia pars quædam circumferentiæ circul] *Græcus codex* καὶ ἀπειλήφθω ἡ μὲν α β γ περιφέρεια μέρος ἐστι τὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας. *Videtur legendum* καὶ ἀπειλήφθω ἡ μὲν α γ περιφέρεια μέρος τὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

B Iungantur præterea CB, BA] *Græcus codex* καὶ ἐπεζεύχθωσαν ἥτε γ β καὶ ἡ κ α *lege* ἥτε γ β καὶ ἡ β α.

C Ipſi vero KR parallela MZ] *Iungatur enim* KL, *quæ lineam* RT *in* Z *ſecet, & a puncto* Z *ipſi* KR *parallela ducatur* ZM.

D Hoc eſt TR ad RZ] *Vt enim* LK *ad* KZ, *ita* PL, *hoc eſt* TR *ipſi æqualis ad* RZ.

E Quare vt quadratum ex CB, ad quadratum ex BF, ita quadratum ad RT ad id, quod ex TZ quadratum] *Ex 22. ſexti elementorum, ſequitur enim per conuerſionem rationis, vt* CB *ad* BF, *ita eſſe* RT *ad* TZ.

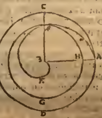
F Sed vt quadratum ex CB ad quadratum ex BF, ita ABC ſector ad ſectorem FBG] *Circulus enim* ADC *ad* ABC *ſectorem eandem proportionem habet, quam quattuor anguli recti ad angulum* ABC *ex vltima ſexti elementorum: ſimiliter circulus, cuius circumferentiæ pars eſt* FG, *ad ſectorem* FBG *habet eandem proportionem, quam quattuor anguli recti ad angulum* FBG. *Sed cum anguli* ABC, FBG *ſint æquales, habebit circulus* ADC *ad ſectorem* ABC *eandem proportionem, quam alius circulus ad ſectorem* FBG. *& permutando circulus ad circulum eandem, quam ſector ad ſectorem. circuli autem inter ſe ſunt, vt diametrorum,* duodecimi. *vel ſemidiametrorum quadrata. ergo & ſectores ipſi. quare vt quadratum ex* CB *ad quadratum ex* BF, *ita erit ſector* ABC *ad* FBG *ſectorem.*

G Et vt quadratum ex RT ad quadratum ex TZ, ita cylindrus a parallelogrammo KT circa axem NT factus ad cylindrum a parallelogrammo MT circa eundem axem] *Cylindrus*

lindrus a parallelogrãmo KT *circa axem* NT *factus baſim habet circulũ, cuius ſemidiameter eſt* KN, *vel* RT, *& altitudinem* NT: *cylindrus autem factus a parallelogrammo* MT *circa eun-dem axem, baſim habet circulum, cuius ſemidiameter* MN, *vel* ZT, *& altitudinem eandem. Hi igitur cylindri cum altitudinem eandem habeant, inter ſe ſunt, vt eorum baſes: baſes autem vt diametrorum, vel ſemidiametrorum quadrata. Vt igitur quadratum ex* RT *ad quadratum ex* TZ, *ita cylindrus factus a parallelogrammo* RT *circa axem* NT *ad cylindrum a parallelogrammo* MT *circa eundem axem.*

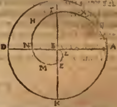
THEOREMA XXII. PROPOSITIO XXII.

Deinceps autem theorema circa eandem lineam notatione dignum conſcribemus. Sit enim & circulus prædictus in ortu, & linea ſpiralis eadem AF, EB. Dico iam ſi ducatur quæpiam recta linea, vt BF, eſſe figuram contentam tota linea ſpirali, & recta AB, ad eam quæ FEB, & BF recta continetur, vt cubus, qui fit à recta linea AB ad cubum, qui ab ipſa FB.



Deſcribatur enim circulus per F circa centrum B, qui ſit FGH. Itaque quoniam vt figura, quæ linea ſpirali AFCB, & recta AB continetur ad figuram contentam ſpirali FEB & recta FB, ita eſt ACD circulus ad figuram circumferentia FGH, & FB, BH rectis lineis contentam. vtrumque enim vtriuſque tertiam partem eſſe iam oſtenſum fuit. circulus autem ACD ad ſpacium contentum rectis lineis FB, FH & circumferentiam FGH proportionem habet compoſitam ex ea, quam habet ACD circulus ad circulum FGH, & ex ea, quam circulus FGH habet ad ſpacium rectis lineis FB, BH, & FGH circumferentia contentũ. Sed vt ACD circulus ad circulum FGH, ita quadratum ex AB ad quadratum ex BF: & vt circulus FGH ad dictum ſpacium, ita tota ipſius circumferentia ad circumferentiam FGH; hoc eſt ACD circuli circumferentia ad ipſam CDA, hoc eſt propter accidens ſpiralis lineæ, recta linea AB ad BF rectam; figura igitur, quæ linea ſpirali & recta AB continetur, ad contentam ſpirali, & recta BF proportionem habet compoſitam ex ea, quam habet quadratum ex AB ad quadratum ex BF, & ex ea, quam recta linea AB habet ad BF. hæc autem proportio eadem eſt, quam habet cubus ex AB ad eum, qui fit ex BF cubum. A

Ex hoc conſtat, ſi poſita linea ſpirali, & circulo circa ipſam, producatur AB ad D, & ad rectos angulos ipſi ducatur recta linea CFBEK, quarum partium vna eſt ſpacium contentum linea ſpirali BLE, & recta BE, earum illud quidem, quod continetur ſpirali NME & rectis NB, BE eſſe ſeptem, & quod continetur ſpirali FHN, & rectis FB, BN vndeuiginti: quod vero ſpirali AXF, & rectis AB, BF continetur triginta ſeptem. perſpicua enim hæc ſunt ex præoſtenſo theoremate. Et quarum AB recta eſt quattuor, earum ipſam quidem FB eſſe triũ, NB autem duarum, & BE vnius, quod etiam perſpicuum eſt ex accidente lineæ ſpiralis, & ex eo, quod circumferentiæ AC, CD, DK, KA, inter ſe æquales ſunt. B



COMMENTARIVS.

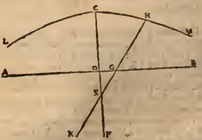
A Hæc autem proportio eadem eſt, quam habet cubus ex AB ad eum, qui fit ex BF cubum] *Hoc nos oſtendimus in libro de centro grauitatis ſolidorum propoſitione* 21.

B Ex hoc conſtat, ſi poſita linea ſpirali, & circulo circa ipſam producatur AB ad D, &c.] *Quoniam enim tota circuli circumferentia in quatuor partes æquales diuiſa eſt per diametros*

AD, CK,

A D, C K, quæ ſeſe ad rectos angulos ſecant. ſi A B *ponatur eſſe partium quattuor, erit* B F *trium,* N B *duarum, &* B E *vnius. Quoniam igitur figura, quæ continetur linea ſpirali, & recta* A B *ad figuram linea ſpirali* B L E *& recta* B E *contentam, eſt vt cubus ex recta linea* A B *factus ad cubum ex ipſa* B E; *& cubus ex* A B *eſt partium 64. cubus autem ex* B E *partis vnius: quarum partium figura contenta linea ſpirali, & recta* A B *eſt 64. earum vnius eſt figura contenta linea ſpirali* B L E, *&* B E *recta. Rurſus quarum partium figura contenta linea ſpirali, & recta* A B *eſt 64. earundem 8. eſt figura, quæ linea ſpirali* N M L E B, *&* N B *recta continetur. quare figura contenta linea ſpirali* N M E, *& rectis* N B, B E *eſt ſeptem, & ſimiliter quarum partium figura contenta linea ſpirali, & recta* A B *eſt 64. earum 27. eſt figura contenta linea ſpirali* F H N M E L B, *&* B F *recta: figura igitur contenta ſpirali* F H N, *&* F B, B N *rectis lineis eſt partium 19. ergo reliqua figurã, quæ ſpirali* A X F, *& rectis* A B, B F *continetur, erit partium 37.*

Ad cubi duplationem excogitata eſt a Nicomede quædam linea, quæ huiuſmodi ortum habet.



Exponatur recta linea A B, cui ad rectos angulos ducatur C O F, & in ipſa C D F ſumatur aliquod punctum datum E. atque puncto E in eodem loco manente, recta linea C O E F feratur in recta A O B, per punctum E attracta, ita vt D ſemper in recta linea A B feratur, & non excidat. dum attrahitur E D, E F. Itaque huiuſmodi motu facto ex vtraque parte, manifeſtum eſt punctum C deſcribere lineam, qualis eſt L C M, cuius accidens eſt, vt ſi recta linea quæpiam a puncto E ductæ lineæ L C M occurrat, ipſam C D æqualem eſſe ei, quæ inter A B & L C M interijcitur. manente enim A B, & puncto E manente, quando O ad G ſe applicauerit, congruet recta C D cum G H, & C ad H ſe applicabit. ergo C D ipſi G H eſt æqualis. ſimiliter, & ſi alia quędam a puncto E ad lineam ducatur, erit ea, quæ inter lineam, & A B rectam interijcitur, ipſi C O æqualis. Vocatur autem, inquit, recta linea quidem A B, regula; punctum E polus: C D interuallum: quoniam huic æquales ſunt, quæ ipſi L C M occurrunt. linea vero L C M vocatur conchoides prima. nam & ſecunda, & tertia, & quarta exponitur, quæ ad alia theoremata vtiles ſunt.

At vero inſtrumentaliter poſſe lineam deſcribi, & ſemper ad regulam magis accedere, hoc eſt omnium perpendicularium, quæ ab aliquibus punctis lineæ L C M ad A B ducuntur, maximam eſſe C O; quæ autem ipſi propinquior eſt, ſemper remotiore eſſe maiorem. & ſi recta linea quædam inter regulam, & conchoidem cadat, producaturque, eam a conchoide ſecari Nicomedes ipſe demonſtrauit, & nos in Analemma Diodori, cum vellemus angulum tripartito ſecare, prædicta linea vſi ſumus.

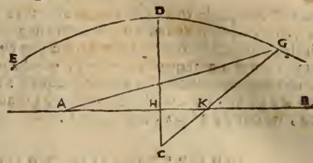
C O M M E N T A R I V S.

Nicomedes ipſe demonſtrauit] *Vide Eutocium in commentarijs in ſecundum librum Archimedis de ſphæra, & cylindro; vbi & hoc demonſtratur, & alia omnia fuſius explicantur.*

PROBLEMA I. PROPOSITIO XXIII.

Ex his autem manifeſtum eſt fieri poſſe, vt angulo dato, videlicet G A B, & puncto extra ipſum C, ducatur C G, ita vt K G, quæ interijcitur media inter lineam, & ipſam A B fiat æqualis rectæ lineæ datæ.

Duca-



Ducatur enim perpendicularis a puncto c ad AB, quæ ſit CH: & producatur, ſitque DH datæ rectæ lineæ æqualis: & polo quidem C, & interuallo dato, videlicet DH, regula autem AB deſcribatur linea conchoides prima EDG. occurrit igitur ipſi AG ex eo, quod dictum eſt, occurret in G, & iungatur CG. ergo & KG rectæ lineæ datæ æqualis erit. Quidam vero commoditatis cauſſa aptantes regulam ad punctum C, ipſamque eò commouent, quo ad quæ interijcitur media inter AB rectam, & lineam EDG experientia fiat datæ rectæ lineæ æqualis. hoc enim exiſtente id, quod initio propoſitum eſt, demonſtratur. Dico autem, cubus cubi duplus inuenitur. vſ- DO * ſi-

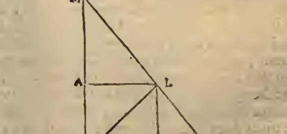
COMMENTARIVS.

Inter AB rectam, & lin am EDG experientia fiat datæ rectæ lineæ æqualis] *Vide ne legendum ſit, inter* AB *rectam, & lineam* AG. *illud enim hoc pacto abſque linea conchoide perfici poteſt.*

PROBLEMA II. PROPOSITIO XXIV.

Sed prius duabus datis rectis lineis duæ mediæ in continua analogia aſſumuntur, quarũ Nicomedes quidem conſtructionem tantum expoſuit: Nos vero, & demonſtrationem conſtructioni accommodabimus; hoc modo.

Sint duæ rectæ lineæ CL, LA ad rectos inter ſe angulos, quarum oportet duas medias proportionales in continua analogia inuenire: compleaturque ABCL parallelogrammum; & vtraque ipſarum AB, BC in punctis DE bifariam ſecetur: & iuncta DL producatur, vt occurrat rectæ lineæ CB productæ in puncto G: ipſi autem BC ſit ad rectos angulos EF, & ducatur CF, quæ ſit æqualis AD: & iuncta FG ipſi parallela ſit CH. angulo autem exiſtente KCH a dato puncto F ducatur FHK, faciens HK ipſi AD, vel CF æqualem. (hoc enim per lineam conchoidem fieri poſſe iam oſtenſum eſt) & iuncta KL producatur, vt occurrat rectæ lineæ AB protractæ in puncto M. Dico vt LC ad CK, ita eſſe CK ad MA; & MA ad AL.



Quoniam enim BC bifariam ſecatur in E, & ipſi adijcitur CK; erit rectangulum BKC vna cum quadrato ex CB æquale quadrato ex BK. commune apponatur quadratum ex EF. rectangulum igitur BKC vna cum quadratis ex CF, EF, hoc eſt vna cum quadrato ex CF æquale eſt quadratis ex KE, EF, hoc eſt quadrato ex KF. Et quoniam vt MA ad AB, ita ML ad LK: vt autem ML ad LK: ita BC ad CK: erit, & vt MA ad AB, ita BC ad CK. atque eſt ipſius quidem AB dimidia AD: ipſius vero BC dupla CG. ergo & vt MA ad AD, ita erit GC ad CK. Sed vt GC ad CK, ita FH ad HK, propter lineas parallelas GF, CH. componendo igitur vt MD ad DA, ita eſt FK ad KH. æqualis autem ponitur AD ipſi HK, quoniam, & ipſi CB. ergo & MD ipſi FK æ-

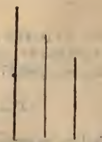
qualis

qualis erit: & quadratum ex MD quadrato ex FK æquale. atque eſt quadrato quidem ex MD æquale rectangulum BMA vna cum quadrato ex AD. Sed quadrato ex FK æquale demonſtratum eſt rectangulum BKC vna cum quadrato ex CF, quorum quadratum ex AD æquale eſt quadrato ex CF, quòd AD ipſi CF æqualis ponatur. ergo & BMA rectangulum rectangulo BKC eſt æquale: & vt MB ad BK, ita KC ad MA, vt autem MB ad BK, ita LC ad CK. quare vt LC ad CK, ita MA ad AL. Vt igitur LC ad CK, ita erit CK ad MA, & MA ad AL.

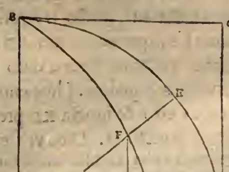
PROBLEMA III. PROPOSITIO XXV.

Itaque cum hoc demonſtratum ſit, perſpicuum eſt, quomodo oporteat dato cubo alium cubum in data proportione inuenire.

Sit enim data proportio, quam habet recta linea A ad B rectam: & ipſarum AB duæ mediæ proporti onales in continua analogia aſſumantur, videlicet CD. erit igitur vt A ad B, ita cubus qui fit ab A ad eum, qui a C cubum. hoc enim ex ipſis elementis manifeſte conſtat.



Ad circuli quadraturam aſſumpta eſt a Dinoſtrato, & Nicomede, & nonnullis iunioribus quædam linea, cui ab accidente, quod circa ipſam, nomen impoſitum eſt. Vocatur enim ab ipſis τετραγωνίζουσα hoc eſt linea quadrans. & ortum habet eiuſmodi.

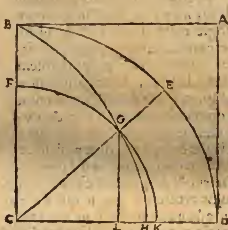


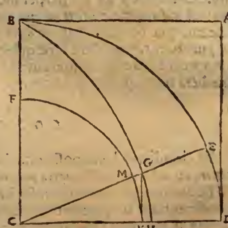
Exponatur quadratum ABCD, & circa centrum A circumferentia BED deſcribatur, & moueatur AB quidem ita, vt punctum A maneat, & B feratur in BED circumferentia: BC vero ſemper parallela ſit ipſi AD ſecum ferens punctum B. in æquali autem tempore, & recta linea AB æquabiliter mota angulum BAD, hoc eſt punctum B circumferentiam BED percurrat, & BC ipſam BA lineam; hoc eſt B punctum in linea BA feratur. conueniet igitur BC cum AD; vbi primum vtræque AB, BC inter ſe congruent. Itaque tali motione facta, AB, BC in latione ſe inuicem ſecant ſecundum aliquod punctum quod ſemper vna cum ipſis transfertur; a quo quidem puncto deſcribitur quædam linea in loco intermedio inter BA, AD, & BED circumferentia, quæ ad eaſdem partes concaua habent, vt BFG. & videtur vtilis eſſe ad illud. nempe dato circulo quadratum ipſi æquale inuenire. Principale aut. eius ſymptoma tale eſt. Si quæpiam recta linea ducatur ad circumferentiam, vt AFE, erit tota circumferentia BED ad ED circumferentiam, vt recta linea BA ad FH. hoc enim ex ipſo lineæ ortu manifeſtò apparet. Hæc autem linea ſper.) iure ac merito non ſatisfacit propter hæc. Primum enim ad quod videtur vtilis eſſe, hoc in ſuppoſitione aſſumit, quomodo, inquit, fieri poteſt, vt duo puncta ab ipſo B principium motus capientia; hoc quidem in recta linea ad A, illud, vero in circumferentia ad D in æquali tempore ſimul reſtituantur, niſi prius proportio rectæ lineæ AB ad circumferentiam BED, cognita ſit? In hac enim proportione, et motuum velocitates ſint, neceſſe eſt. nam quo pacto arbitrantur ea ſimul reſtitui. velocitatibus temere, et nulla ratione vtentia? niſi forte quiſpiam dicat hoc caſu euenire, quod eſt abſurdum. Prætereà terminus, quo ipſi vtuntur ad circuli quadra-

quadraturam, videlicet quo loco punctum ſecet rectam lineam A D non inuenitur. Intelligantur enim quæ dicta ſunt in propoſita figura, quando rectæ lineæ C B, B A motæ ſimul reſtituuntur, congruunt rectæ lineæ A D, neque ſeſe amplius ſecant, ceſſat enim ſectio antequam ipſi A D congruant. quæ quidem ſectio terminus factus eſt lineæ, in quo cum ipſa A D recta linea conuenit: ni forte intelligamus lineam productam quemadmodum poſuimus rectas lineas vſque ad ipſam A D. quod tamen ex eorum principijs non ſequitur. Sed vt cumque ſumatur punctum G, præcedere debet proportio circumferentiæ ad rectam lineam. niſi enim ea detur, illud fieri nequaquam poteſt. An oportet nos eorum, qui talem lineam inuenerunt, opinionem ſecutos, ipſam admittere, quæ quodammodo mechanica eſt, & ad multa problemata ipſis mechanicis conducit? Sed multo magis admittendum eſt problema, quod per ipſam demonſtratur.

THEOREMA XXIII. PROPOSITIO XXVI.

Quadrato enim exiſtente A B C D, & circumferentia B E D circa centrum C, & linea quadrante B H G facta, ſicuti dictum eſt, oſtenditur vt D E B circumferentia ad rectam lineam B C, ita eſſe B C ad ipſam C H.





Si enim non ita eſt, vel erit ad maiorem, quam C H, vel ad minorem. Sit prius ſi fieri poteſt ad maiorem videlicet ad C K: & circa centrum C deſcribatur circumferentia F G K, ſecans lineam in puncto G, & ducatur perpendicularis G L: iunctaq; C G ad E producatur. Quoniam igitur eſt vt D E B circũferentia ad rectã lineã B C, ita B C hoc eſt D C ad C K. vt autem D C ad C K, ita B E D circumferentia ad circumferentiam F G K. vt enim circuli diameter ad diametrum, ita eius circumferentia ad circumferentiam. Quare conſtat cicumferentiam F G K rectæ lineæ B C æqualem eſſe. Et quoniam propter accidens lineæ, vt B E D circumferentia ad circumferentiam E D, ita eſt recta linea B C ad G L, erit vt circumferentia F G K, ad G K circumferentiam, ita B C ad G L. & oſtenſa eſt F G K circumferentia rectæ lineæ B C æqualis; æqualis igitur eſt circumferentia G K ipſi G L rectæ. quod eſt abſurdum. ergo non eſt vt circumferentia B E D ad rectam B C ita B C ad maiorem, quam C H. Dico prætérea neque ad minorem. Si enim fieri poteſt, ſit ad C K: & circa C centrum deſcribatur circumferentia F M K. & ad rectos angulos ipſi C D ducatur K G ſecans lineam quadrantem in G: & iuncta C G producatur ad E. Similiter iam dictis oſtendemus circumferentiam F M K rectæ lineæ B C eſſe æqualem. & vt B E D circũferentia ad circũferentiã E D, hoc eſt vt circumferentia F M K ad M K, ita eſſe B C rectam ad rectam G K. ex quibus ſequitur circumferentiam M K rectæ lineæ K G æqualem eſſe. quod eſt abſurdum. non igitur erit vt circumferentia B E D ad rectam B C, ita B C ad minorem, quam C H. oſtenſum autem eſt, neque ad maiorem. ergo vt circumferentia B E D ad rectam B C, ita eſt B C ad ipſam C H. Sed & illud manifeſtum eſt, tertiam proportionalem ipſarum H C, C B circumferentiæ B E D æqualem eſſe; & eius quadruplam æqualem circumferentiæ totius circuli.

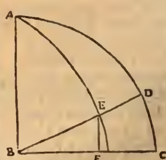
PROBLEMA IIII. PROPOSITIO XXVII.

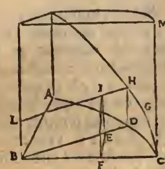
Itaque inuenta recta linea circumferentiæ circuli æquali, perſpicuum eſt quomodo oporteat, & ipſi circulo æquale quadratum facile, & nullo negotio conſtituere.

Etenim quod circuli ambitu, & ea, quæ ex centro continetur, duplum eſt ipſius circuli, vt Archimedes demonſtrauit.

PROBLEMA V. PROPOSITIO XXVIII.

Hic igitur lineæ ortus magis mechanicus eſt, vt dictum fuit, geometrice vero per locos, qui ad ſuperficies dicuntur, reſolui poteſt, hoc modo.





A Sit circuli quadrans poſitione
B datus ABC, & ducatur, vt contingit recta linea BD: & ad BC perpendicularis EF, quæ ad circumferentiam DC proportionem
C datam habeat. Dico punctum E
D ad lineam eſſe. Intelligatur enim a circumferentia ADC recti cy-
E lindri ſuperficies, & in ipſa linea ſpiralis deſcripta, quæ poſitione
F detur CGH, ſitque HD latus cy-
G lindri, & ad planum circuli perpendiculares ducantur EI, BL, videlicet ad rectos an-
H gulos erectæ, & per H ipſi BD parallela HL. Itaque quoniam proportio rectæ lineæ EF ad circumferentiam DC eadem eſt, quæ proportio CE, hoc eſt DH ad circumferentiam DC propter lineam ſpiralem, & data eſt proportio rectæ lineæ CE ad DC: & proportio EF ad DC erit data: ſuntque FE, EI poſitione, ergo & iuncta FI poſitione erit. & eſt ad BC perpendicularis. eſt autem FI in plano, quare & punctum I: atq; eſt in ſuperficie: fertur enim HL & per lineam ſpiralem HGC, & per LB rectam lineam, quæ & ipſa poſitione datur, cum ſit ſubiecto plano parallela. ad lineam igitur eſt punctum I, ergo & E. Hoc quidem vniuerſe reſolutum eſt. Si autem rectæ lineæ EF proportio ad DC circumferentiam eadem ſit, quæ rectæ BA ad circumferentiam ADC, prædicta linea quadrans efficitur.

COMMENTARIUS.

A Sit circuli quadrans poſitione datus ABC] *Sit enim* B *circuli centrum, &* BA, BC *ex centro circuli, &* ADC *quarta pars circumferentiæ ipſius.*

B Et ducatur vt contingit recta linea BD, & ad BC perpendicularis EF, quæ ad circumferentiam DC proportionem datam habeat] *Ex centro* B *ducatur vt cumque* BD, *& ſumpto in* BD *puncto* E, *ducatur ad* BC *perpendicularis* EF, *ita vt* EF *ad circumferentiam* CD *datam habeat proportionem, videlicet eam, quam recta linea* AB *habet ad circumferentiam* ADC.

C Dico punctum E ad lineam eſſe] *Hoc eſt punctum* E *eſſe in linea quadrante.*

D Intelligatur enim a circumferentia ADC recti cylindri ſuperficies] *Hoc eſt intelligatur cylindri recti quarta pars cuius baſis ſit circumferentia* ADC, *& altitudo* CM *ipſi* AB *æqualis.*

E Et in ipſa linea ſpiralis deſcripta, quæ poſitione detur CGH] *Deſcribetur autem linea ſpiralis in dicti cylindri ſuperficie, ſi intelligatur in linea* CM *punctum aliquod incipiens a* C *æqualiter ferri vſque ad* M, *& eodem tempore lineam* CM *rectam ad planum circuli permea-*

re cir

re circumferentiam C D A *punctum etenim illud lineam ſpiralem deſcribet, cuius principale accidens eſt, vt ſumpto quouis puncto in ipſa, quod exempli gratia ſit* H, *ductaque* H D *ad planum perpendiculari, habeat* H D *ad circumferentiam* D C *eam proportionem, quam tota* C M *habet ad circumferentiam* C D A. *illud vero ita eſſe ex ipſo ortu manifeſtò apparet.*

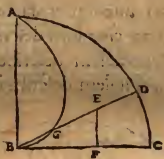
Sitque H D latus cylindri] *Hoc eſt ſit* D H *perpendicularis ad circuli planum, inſtar lateris cylindri. Græcus autem codex ſic habet* καὶ π λ τῶ κυλίνδρου ἡ θ δ. *Sed ſcribendum puto* καὶ πλευρὰ τῶ κυλίνδρου ἡ θ δ. F

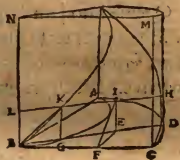
Videlicet ad rectos angulos erectæ] *Græcus codex* ἀνεςαμέναι ὀρθαὶ, *quæ tamen mihi quodammodo ſuperuacanea videntur.* G

Et per H ipſi B D parallela H L.] *Occurret autem* H L *rectæ* E I *in puncto* I, *quoniam* D H *eſt æqualis ipſi* B I, *quòd vtraque eidem* B F *ſit æqualis. Cum enim* D H *ad circumferentiam* D C *eandem proportionem habeat, quam tota* C M, *hoc eſt* A B *ad circumferentiam* A D C *propter lineam ſpiralem in cylindri ſuperficie deſcriptam, habeatque* E F *ad* D C *eandem proportionem, quam* A B *ad circumferentiam* A D C *expoſitione; habebit* D H *ad* D C *eandem proportionem, quam* E F *ad* D C, *ac propterea* D H *ipſi* E F, *hoc eſt ipſi* F I *æqualis erit.* H

PROBLEMA VI PROPOSITIO XXIX.

Poteſt etiam illud per lineam ſpiralem in plano deſcriptam reſolui ſimili ratione.





Sit enim rectę lineæ B F ad circumferentiam D C proportio eadem, quæ ipſius A B ad circumferentiam A D C. & in quo tempore recta linea A B circa B punctum mota pertranſit circumferentiã A D C, punctum, quod eſt in ea incipiens a B peruenit ad C, ipſius A B poſitionem aſſumens & faciat lineam ſpiralẽ B G A. eſt igitur vt A B ad B G, ita A D C circumferentia ad circumferentiam C D: & permutando vt B A ad circumferentiam A D C, ita B G ad C D circumferentiam. Sed & B F ad C D eandem proportionem habet. æqualis igitur eſt B G ipſi E F. ducatur ad planum perpendicularis G K, ipſi B G æqualis. ergo punctum K eſt in ſuperficie cylindrica; in qua eſt linea ſpiralis. ſed eſt etiam in ſuperficie conica. iuncta enim B K in conica fit ſuperficie, quæ per dimidium recti inclinata eſt ad ſubiectum planum, ducta per datum punctum B. ergo ad lineam eſt ipſum K. ducatur per K ipſi B B parallela L K I, & ad planum perpendiculares erigantur B L, B I in πληκτοειδεῖ: igitur eſt ſuperficie L K I. fertur enim per rectam lineam B L, & per lineam ſpiralem poſitione datam. ergo K & I ſunt in ſuperficie. Sed & in plano. eſt enim F E ipſi B I æqualis, quoniam & ipſi B G. & fit poſitione F I, F I quippe quod ad B C eſt perpendicularis. ad rectam igitur lineam eſt punctum I. ergo & B. & manifeſtum eſt, ſi angulus A B C ſit rectus, lineam quadrantem, de qua proxime dictum eſt, oriri.

(margin: A; B; 9. quinti; C; D E; F)

COMMENTARIVS.

Et in quo tempore recta linea A B circa B punctum mota pertranſit circumferentiam A D C, punctum quod in ea eſt, incipiens a B, peruenit ad C, ipſius A B poſitionem aſſumens] *Hæc pertinet ad deſcriptionem lineæ ſpiralis in plano, de qua ſuperius dictum eſt.* A

Eſt igitur vt A B ad B G, ita A D C circumferentia ad circumferentiam C D] *hoc lineæ ſpiralis in plano deſcriptæ peculiare eſt accidens, vt ipſe etiam adnotauit.* B

Ergo punctum K eſt in ſuperficie cylindrica in qua eſt linea ſpiralis] *recta enim linea à puncto* H, *quod eſt in ſuperficie cylindrica, & in linea ſpirali ducta æquidiſtanter ipſi* B D, *occurrit lineæ* G K *in puncto* K, *cum* G K *ſit æqualis ipſi* B G, *hoc eſt* E F, *& ob id ipſi etiam* D H. C

Sed eſt

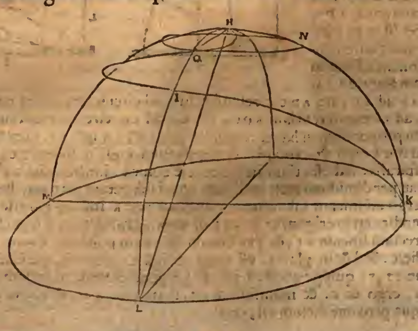
D Sed eſt etiam in ſuperficie conica] *ducatur à puncto* B *recta linea* BN *perpendicularis ad planum, & æqualis ipſi* BA: *& intelligatur recta linea* OP *æqualis* BC, *eandemque ipſi poſitionem habens, ita vt punctum* O *idem ſit quod* B, *&* P *idem quod* C. *Intelligatur præterea punctum aliquod incipiens ab* O *æqualiter ferri in linea* OP; *& in quo tempore punctum pertranſit* OP, *linea* BC *circa* B *mota percurrat circumferentiam* CDA, *ſimulque linea* OP *feratur duabus motionibus, vna quidem eleuando ſeſe à linea* BC, *continenter ipſi parallela, ita vt punctum* O *feratur in linea* BN: *altera vero, vt ſimul cum linea* BC *circumferatur, & in quo tempore punctum* O *ſe applicat ad* N, *linea* BC *vna cum* NO *ipſa pertranſeat circumferentiam* CDA. *deſcribet enim punctum illud lineam ſpiralem in conica ſuperficie, cuius vertex eſt* BON *in ea erit punctum* K. *principale autem eiuſmodi lineę ſpiralis accidens eſt, vt ſumpto quouis puncto in ipſa, velut* K, *& ab eo ducta* KG *perpendiculari ad planum, habeat* KG *ad circumferentiam* CD *proportionem eandem, quam tota* BN, *hoc eſt* BA *habet ad circumferentiam* CDA.

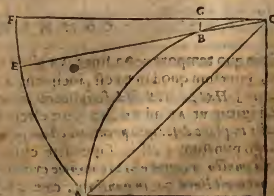
E Iuncta enim BK in conica fit ſuperficie, quæ per dimidium recti inclinata eſt ad ſubiectum planum] *nam cum* EG, GK *æquales ſint, & angulus* BGK *rectus, erit vterque angulorum* GKB, KBG *dimidius recti, ſuperficies autem coni inclinata eſt ad ſubiectum planum per angulum* KBG. *quare & per dimidium recti inclinata erit.*

F In πληκτοειδεῖ igitur eſt ſuperficie LKI] *ſuperficierum* πληκτοειδῶν *inferius mentionem facit. quæ autem ſint, & cur ita dicantur nuſquam me legiſſe memini, ſed vide ne legendum ſit.* ἐν κυλινδροειδεῖ ἄρα ἐπιφανείᾳ ἡ λκι, *hoc eſt in cylindrica igitur ſuperficie eſt* LHI. *ſuperius enim de cylindrica ſuperficie loquens eiſdem fere verbis vſus eſt.*

PROBLEMA VII. PROPOSITIO XXX.

Quemadmodum in plano intelligitur facta linea ſpiralis, dum pun-
A ctum fertur in recta linea, quæ circulum deſcribit, & præterea dum punctum fertur in vno latere ſuperficiem deſcribente, ita & in ſphæra conſequens eſt intelligere lineam ſpiralem deſcribi hoc modo.





Sit in ſphæra circulus maximus KLM
B circa polum H: atque a puncto H maximi circuli quarta pars deſcribatur HNK, & circumferentia HNK circa punctum H manens feratur in ſuperficie, vt ad partes LM, quo ad rurſus in eundem locum reſtituatur, a quo moueri cæpit. ſimul vero aliquod punctum in ipſa latum, videlicet ab H ad K conuertatur deſcribet vtique illud in ſuperficie lineam ſpiralem, qualis
C eſt ipſa HOIK. & quam proportionem habet maximi circuli circumferentia ex polo

H de-

H deſcripta ad circumferentiam KL, eandem habeat circumferentia LH ad ipſam HO. Dico ſi exponatur quarta pars maximi circuli in ſphæra deſcripti, cuius circumferentia ABC, & centrum D; iungatur CA; vt dimidiæ ſphæræ ſuperficies ad ſuperficiem, quæ inter lineam ſpiralem HOIK, & circumferentiam HNK intericitur, ita eſſe ABCD ſectorem ad circuli portionem ABC. ducatur enim recta linea circumferentiam contingens CEF, & circa centrum C per A deſcribatur circumferentia AEF. æqualis igitur eſt ABCD ſector ſectori AEFC: angulus enim ad punctum D duplus eſt anguli ACF, & quadratum, quod fit ex DA dimidium eſt eius, quod ex AC. Dico igitur, & vt E
iam dictæ ſuperficies inter ſe ſunt ita eſſe AEFC ſectorem ad portionem circuli ABC. F
& quæ pars eſt circũferentia KL totius circuli circumferentiæ, eadem pars ſit circumferentia FB ipſius FA. iungaturque BC. erit & circumferentia BC ipſius ABC eadem G
pars. quæ autem pars eſt KL totius circumferentiæ, eadem eſt & HO ipſius HOL. atque eſt æqualis HOL ipſi ABC. ergo HO ipſi BC eſt æqualis. Deſcribatur circa polum H circumferentia ON: & per B circa centrum C deſcribatur BG. Quoniam igi- H
tur vt ſuperficies ſphærica LKH ad ſuperficiem OHN, ita tota dimidiæ ſphæræ ſuperficies ad ſuperficiem portionis ſphæræ, cuius ea, quæ ex polo eſt HO; vt autem dimi- K
diæ ſphæræ ſuperficies ad ſuperficiem portionis ſphæræ, ita eſt quadratum rectæ lineæ, quæ HL puncta coniungit ad quadratum eius, quæ coniungit HO; hoc eſt quadratum ex EC ad CD, quod fit ex CB quadratum: erit & vt ſector in ſuperficie ſphæræ LKH L
ad ſectorem OHN, ita ſector EFC ad ſectorem BGC. Similiter demonſtrabimus, & vt omnes in dimidia ſphæra ſectores æquales ſectori KLH. qui ſcilicet ſunt tota dimidiæ ſphæræ ſuperficies ad ſectores circa lineam ſpiralem deſcriptos; reſpondenteſque ipſi NHO, ita eſſe omnes ſectores in AFC ipſi EFC æquales, hoc eſt totum AFC ſectorem ad ſectores deſcriptos circa portionem circuli ABC, qui ipſi BGC reſpondent. Eodem modo oſtendetur, & vt dimidiæ ſphæræ ſuperficies ad ſectores inſcriptos lineæ ſpirali; ita eſſe ſectorem AFC ad ſectores portioni ABC inſcriptos. quare & vt dimidiæ ſphæræ ſuperficies ad ſuperficiem, quæ inter lineam ſpiralem, & circumferentiam HNK intericitur, ita erit ſector AFC, hoc eſt quarta pars circuli ABCD ad ABC portionem. Itaque concluditur ex hoc ſuperficiem, quæ inter lineam ſpiralem, & circumferentiam HNK intericitur, portionis circuli ABC octuplam eſſe. quoniam & dimidiæ ſphæræ M
ſuperficies ſectoris ABCD eſt octupla. Superficies autem inter lineam ſpiralem, & baſim dimidiæ ſphæræ intercepta octupla eſt trianguli ACD. hoc eſt æqualis ei, quod a diametro ſphæræ fit, quadrato.

COMMENTARIVS.

Et præterea dum punctum fertur in vno latere, ſuperficiem deſcribente] *Hoc dictum* A
eſt, propter lineam ſpiralem, quæ in ſuperficie conica, & cylindra deſcribitur. in quo enim tempore punctum latus coni, vel cylindri pertranſit, in eo & dictum latus fertur in ſuperficie coni vel cylindri, quoad rurſus in eundem locum, a quo moueri cœperat, reſtituatur.

Atque a puncto H maximi circuli quarta pars deſcribatur HNK] *Hoc eſt deſcribatur* B
quarta pars circumferentiæ maximi circuli.

Et quam proportionem habet maximi circuli circumferentia ex polo H deſcripta ad C
circumferentiam KL, eandem habeat circũferentia LH ad ipſam HO] *Sit autem nunc circumferentia LH quadrupla circumferentiæ HO. quoniam poſita eſt tota maximi circuli circumferentia KLM circumferentiæ KL quadrupla.*

Aequalis igitur eſt ABCD ſector ſectori AEFC: angulus enim ad punctum D duplus D
eſt anguli ACF, & quadratum, quod fit ex DA dimidium eſt eius, quod ex AC] *Quoniam enim circulus, cuius ſemidiameter AD dimidius eſt eius, cuius ſemidiameter AC. Sunt enim circuli inter ſeſe vt diametrorũ, vel ſemidiametrorum quadrata; erit quarta pars circuli, cuius ſemidiameter AD æqualis octauæ parti circuli, cuius ſemidiameter AC. Sed ABCD ſector eſt quarta pars circuli, cuius ſemidiameter AD, & ſector AEFC octaua pars eius, cuius ſemidiameter AC, etenim angulus ADC rectus eſt, & angulus ACF dimidius recti, cum ſit æqualis angulo CAD. quare ſequitur ſectorem ABCD ſectori AEFC æqualem eſſe.*

Dico igitur, & vt iam dictæ ſuperficies inter ſe ſunt, ita eſſe AEFC ſectorem ad por- E
tionem circuli ABC] *Hoc eſt dico vt dimidiæ ſphæræ ſuperficies ad ſuperficiem, quæ inter ſpiralem lineam HOIK, & circumferentiam HNK intericitur, ita eſſe ABCD ſectorem hoc* F
eſt ſectorem AEFC ipſi æqualem ad portionem circuli ABC.

Et quæ

F Et quæ pars eſt circumferentia KL totius circuli circumferentiæ, eadem pars ſit circumferentia FB ipſius FA] *Sit autem circumferentia FE quarta pars ipſius FA circumferentiæ, quoniam & KL circumferentia eadem pars eſt circumferentiæ totius circuli.*

G Erit & circumferentia LC ipſius ABC eadem pars] *Quoniam enim eſt, vt circumferentia EF ad circumferentiam FA, ita angulus ECF ad FCA angulum: & vt angulus ECF ad FCA angulum, ita circumferentia BC ad circumferentiam CA: erit vt circumferentia EF ad circumferentiam FA, ita circumferentia EC ad CA circumferentiam. Sed circumferentia EF quarta pars eſt circumferentiæ FA. ergo & circumferentia BC circumferentiæ CA eadem pars erit.*

H Quoniam igitur vt ſuperficies ſphærica LKH ad ſuperficiem OHN, ita tota dimidiæ ſphæræ, ſuperficies ad ſuperficiem portionis ſphæræ, cuius ea, quæ ex polo eſt HO] *Ex 15. quinti libri elementorum. eſt enim ſuperficies ſphærica LKH, hoc eſt ſector in ſuperficie ſphæræ LKH, quarta pars ſuperficiei dimidiæ ſphæræ, & ſector OHN portionis ſphæræ, cuius ea, quæ ex polo eſt recta linea HO, eadem pars. Græcus codex corruptus eſt, vt puto, qui ſic habet.* ἡ ὅλη τοῦ ἡμισφαιρίου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τῆς ἡμισφαιρίου ἐπιφάνεια ἧ ἡ ἐκ τοῦ πόλου ἐστὶν ἡ θ ο. *Sed legendum erit* ἡ ὅλη τοῦ ἡμισφαιρίου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ τμήματος ἐπιφάνειαν ἧ ἡ ἐκ τοῦ πόλου ἐστὶν ἡ θ ο.

K Vt autem dimidiæ ſphæræ ſuperficies ad ſuperficiem portionis ſphæræ, ita eſt quadratum rectæ lineæ, quæ HL puncta coniungit ad quadratum eius, quæ coniungit HO, hoc eſt quadratum ex EC ad id quod fit ex CB quadratum] *Nam ſuperficies dimidiæ ſphæræ ex ijs, quæ Archimedes demonſtrauit in primo libro de ſphæra, & cylindro propoſitione 31. dupla eſt circuli in ſphæra maximi, in quo quadratum deſcribitur, cuius latus eſt recta linea HL: & ſuperficies portionis ſphæræ cuius ea, quæ ex polo eſt recta linea HO, cum ſit æqualis circulo, cuius ſemidiameter eſt HO ex demonſtratis ab Archimede eodem in loco propoſitione 40. dupla eſt eius circuli, in quo quadratum deſcribitur, cuius latus eſt recta linea HO, vt mox demonſtrabitur. Quare vt ſuperficies dimidiæ ſphæræ, ad ſuperficiem portionis ſphæræ cuius ea, quæ ex polo eſt recta linea HO, ita eſt circulus in ſphæra maximus ad circulum, in quo*
1. duode. *quadratum deſcribitur, cuius latus eſt HO. Vt autem circulus ad circulum, ita eſt quadra-*
12. quinti. *tum ad quadratum, ergo vt ſuperficies dimidiæ ſphæræ, ad ſuperficiem portionis ſphæræ cuius ea, quæ ex polo eſt HO, ita eſt quadratum rectæ lineæ HL ad quadratum rectæ HO.*



Sit circulus PQRS circa centrum T, cuius ſemidiameter ſit æqualis rectæ lineæ HO, & in eo quadratum PQRS. rurſus in quadrato PQRS deſcribatur alius circulus VXYZ, & in eo quadratum VXYZ. erit circulus PQRS circuli VXYZ
2. duode. *duplus, quoniam, & quadratum PQRS duplum eſt quadrati VXYZ, quod nos in commentarijs in ſecundam propoſitionem duodecimi libri elementorum demonſtrauimus. Dico ſemidiametrum circuli PQRS æqualem eſſe lateri quadrati VXYZ, hoc eſt rectam lineam PT ipſi VX eſſe æqualem. quod quidem manifeſte patet. Quoniam enim quadratum ex PS æquale eſt duobus quadratis ex PT, TS, erit quadratum ex PS quadrati ex PT duplum. Sed eſt etiam duplum quadrati ex*
9. quinti. *VZ. ergo quadratũ ex PT æquale eſt quadrato ex VZ. & ob id recta linea PT rectæ VZ æqualis. Circulus autem PQRS eſt æqualis ſuperficiei portionis ſphæræ, cuius ea, quæ ex polo eſt recta linea HO. quare ſuperficies dictæ portionis dupla eſt eius circuli, in quo quadratum deſcribitur cuius latus eſt recta linea HC. quod oportebat demonſtrare. Græcus codex.* πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ θ ο ν τὸ ἀπὸ τῆς ε γ τετράγωνον. *Sed corrigendum* πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ θ ο, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ε γ τετράγωνον.

L Erit & vt ſector in ſuperficie ſphæræ LKH ad ſectorem OHN, ita ſector EFC ad ſectorem BGC] *Sequitur ex iam dictis per 11. quinti elementorum, vt ſector in ſuperficie ſphæræ LKH ad ſectorem OHN, ita eſſe quadratum ex EC ad quadratum ex CB. Sed vt quadratum ex EC ad quadratum ex CB, ita eſt ſector EFC ad ſectorem BGC. quod nos ſupra demonſtrauimus. Vt igitur ſector in ſuperficie ſphæræ LKH ad ſectorem OHN, ita ſector EFC ad BGC ſectorem.*

M Quoniam, & dimidiæ ſphæræ ſuperficie ſectoris ABCD eſt octupla] *Eſt enim ſuperficies dimidiæ ſphæræ dupla maximi in ſphæra circuli, hoc eſt circuli eius, cuius quarta pars eſt ſector ABCD.*

N Hoc eſt æqualis ei, quod a diametro ſphæræ fit, quadrato] *Quadratum enim, quod fit a diametro ſphæræ duplum eſt quadrati, cuius latus eſt AC. triangulum autem ACD, huius*

ipſius

ipſius quadrati quarta pars eſt. ex quo ſequitur, quadratum diametri ſphæræ trianguli ACD *octuplum eſſe.*

Antiqui Geometræ datum angulum rectilineum tripartito ſecare volentes ob hanc cauſſam hæſitarunt. Problematum, quæ in Geometria conſiderantur, tria eſſe genera dicimus, & eorum alia quidem plana, alia ſolida, alia vero linearia appellari. Quæ igitur per rectas lineas, & circuli circumferentiam ſolui poſſunt, merito dicuntur plana; lineæ enim per quas talia problemata inueniuntur, in plano ortum habent. Quæcumque vero ſoluuntur, aſſumpta in conſtructionem aliqua coni ſectione, vel etiam pluribus, ſolida appellata ſunt, quoniam ad conſtructionem ſolidarum figurarum ſuperficiebus videlicet conicis vti neceſſarium eſt. Relinquitur tertium genus problematum, quod lineare appellatur; lineæ enim aliæ præter iam dictas in conſtructionem aſſumuntur, quę varium, & difficilem ortum habent, ex inordinatis ſuperficiebus, & motibus implicatis factæ. Eiuſmodi vero ſunt etiam lineæ, quæ in locis ad ſuperficiem dictis inueniuntur, & aliæ quædam magis variæ, & multæ a Demetrio Alexandrino ἐν ταῖς γραμμικαῖς ἐπιστάσεσι hoc eſt in linearibus aggreſſionibus, & a Philone Tyaneo ex implicatione πλεκτοειδῶν, & aliarum varij generis ſuperficierum inuentæ, quæ multa, & admirabilia ſymptomata continent. & nonnullæ ipſarum iunioribus dignæ exiſtimatæ ſunt, de quibus longus ſermo haberetur. Vna autem aliqua ex ipſis eſt, quæ & admirabilis a Menelao appellatur.

A Problematum genera tria. B Problemata plana. Problemata ſolida. Problemata linearia. Lineę in locis ad ſuperficiē dictis Plectoides ſuperficies.

Ex hoc genere ſunt lineæ helices, & quadrantes, & conchoides, & ciſſoides. videtur autem quodammodo peccatum non paruum eſſe apud Geometras, cum problema planum per conica, vel linearia ab aliquo inuenitur. & vt ſummatim dicam, cum ex improprio ſoluitur genere, quale eſt in quinto libro conicorum Apollonij problema in parabola: & in libro de lineis ſpiralibus Archimedis: aſſumpta ſolida inclinatio in circulo. fieri enim poteſt, vt nullo vtentes ſolido problema ab ipſo deſcriptum inueniamus. Dico autem circumferentiam circuli in prima circulatione deſcriptam demonſtrare æqualem rectæ lineæ, quæ a principio lineæ ſpiralis ad rectos angulos ducitur ei, quæ eſt circulationis principium, & a recta linea ſpiralem contingente terminantur: Itaque cum huiuſmodi ſit problematum differentia, antiqui Geometræ problema iam dictum in angulo, quod natura ſolidum eſt, per plana inquirentes inuenire non potuerunt. nondum enim ipſis cognitæ erant coni ſectiones, & ob eam cauſſam hæſitarunt. Poſtea vero angulum tripartito diuiſerunt ex conicis, ad inuentionem infraſcripta inclinatione vtentes.

Lineę helices, quadrantes, conchoides, & ciſſoides. C D ἐπιστάσεσιν.

COMMENTARIVS.

Problematum, quæ in Geometria conſiderantur, tria eſſe genera dicimus] *De his eadem ferè in tertio libro conſcripta ſunt.* A

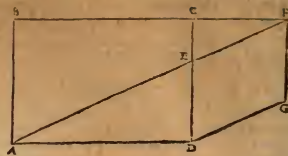
Quæcumque vero ſoluuntur, aſſumpta in conſtructionem aliqua coni ſectione] *Græcus codex* ὅσα δ' λύεται προβλήματα παραλαμβανομένης εἰς τὴν γένεσιν μιᾶς ἢ τ κώνου τομῶν. *Nos corrigendum diximus* εἰς τὴν κατασκευήν. B

Fieri enim poteſt, vt nullo vtentes ſolido problema ab ipſo deſcriptum inueniamus] *Vitellio enim in primo libro perſpectiuæ propoſitione 128. problema illud per rectas lineas, & circuli circumferentiam abſoluit.* C

Dico autem circumferentiam circuli in prima circulatione deſcriptam. &c] *Græcus codex* λέγω δὴ &c. τῇ πρὸς ὀρθὰς ἀγομένῃ εὐθείᾳ τῆς γενέσεως τῆς τε ἐκ ἐφαπτομένης τῆς ἕλικος. *Nos ex ipſo Archimede hunc locum reſtituimus. quam vero Archimedes* τὰν ἀρχὰν τῆς περιφορᾶς, *Pappus* τὴν ἐκ τῆς γενέσεως *videtur appellare; tum hic, tum inferius propoſitione 35. Sed fortaſſe ſic legendum erit.* τῇ ἐκ τῆς γενέσεως καὶ περατουμένῃ ὑπὸ τῆς ἐφαπτομένης τῆς ἕλικος. D

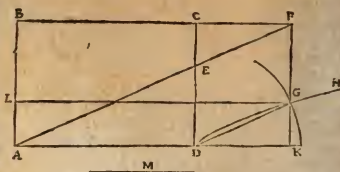
PROBLEMA VII. PROPOSITIO XXXI.

Dato parallelogrammo rectangulo ABCD, & producta BC, opus ſit ducere rectam lineam AE, & facere EF datæ rectæ lineæ æqualem, A



B Factum iam ſit, & ipſis BF, BD parallelæ ducantur DG, GF. Quoniam igitur data eſt BF, & eſt ęqualis ipſi DG, erit etiam DG data: & datum eſt
C punctum D. ergo G eſt ad circumfe-
D rentiam circuli poſitione datam. Et quoniam rectangulum BCD datum eſt. atque eſt æquale rectangulo contento BF, DE; datum erit, & quod BF, DB continetur, hoc eſt rectangulum BFC.
E punctum igitur G eſt ad hyperbolen, ſed etiam ad circuli circumferentiam poſitione datam. ergo & ipſum G datum erit.

Componetur autem problema hoc modo. Sit datum parallelogrammũ ABCD: & recta linea M magnitudine data. ſit autem ipſi æqualis DK, & per D quidẽ circa aſymptotos ABC hyperbole deſcribatur DGH; hoc enim deinceps oſtendemus: per K vero circa centrum D deſcribatur circuli circumferentia KG, ſecans hyperbolen in puncto G: & ducta GF ipſi DC parallela, iungatur FA. Dico BF rectę lineæ M ęqualem eſſe. Iungatur enim GD, & ipſi KA parallela ducatur



F GL. rectangulum igitur FGL, hoc eſt BFG ęquale eſt rectangulo CDA, hoc eſt BCD.
G quare vt FB ad BC, videlicet vt CD ad DE, ita DC ad FG. ergo BD eſt ęqualis FC, & ideo
14. ſexti. parallelogrãmum eſt DEFG. eſt igitur BF ipſi DG, hoc eſt DK, hoc eſt ipſi M æqualis.
9. quinti.

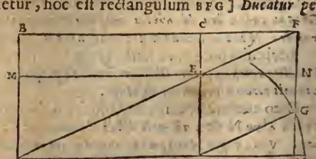
COMMENTARIVS.

A Et producta BC opus ſit ducere rectam lineam AB, & facere BF datę rectę linęę æqualem] *Hoc eſt producta BC opus ſit ducere rectam lineam AEF, quæ cum BC conueniat in puncto F, ita vt EF ſit datæ rectæ lineæ æqualis.*

B Et ipſis BF, BD parallelę ducantur DG, GF] *Græcus codex* καὶ ταῖς ε ξ, ξ δ παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ δ η, η θ. *Sed legendum* καὶ ταῖς ε ζ, ε δ παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ δ η, η ζ.

C Ergo G eſt ad circumferentiam circuli poſitione datam] *Nam ſi centro D, & interuallo DK circuli circumferentia deſcribatur, erit ea poſitione data: & per punctum G tranſibit.*

D Et quoniam rectangulum BCD datum eſt, atque eſt æquale rectangulo contento BF DB; datum erit, & quod BF, DB continetur, hoc eſt rectangulum BFG] *Ducatur per E recta linea MEN ipſi BCF parallela, erit ex 43. primi libri elementorum rectangulum BCE æquale rectangulo DEN, hoc*



1. ſecundi. *eſt ei, quod DB, CF continetur. Cum igitur rectangulo contento BF, DE æqualia ſint duo rectangula, videlicet rectangulum BC, DE contentum, hoc eſt ADB; & contentum CF, DB hoc eſt ECB ipſi æquale: erit totum rectangulum BCD æquale ei, quod BF, DE, hoc eſt quod BF, FG continetur. Græcus codex.* καὶ ἐστιν ἴσον τὸ ὑπὸ β ε, ζ δ. δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ β ε ζ δ, τουτέστι τὸ ὑπὸ β θ η. *Sed ita legendum arbitror.* καὶ ἐστιν ἴσον τῷ ὑπὸ β ζ ε δ δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ β ζ ε δ τουτέστι τὸ ὑπὸ β ζ η.

E Punctum igitur G eſt ad hyperbolen] *Ex conuerſa 12. ſecundi libri conicorum Apollonij. ſequitur enim vt punctum G ſit ad hyperbolem eandem, in qua eſt punctum D. Græcus codex* τὸ η ἄρα πρὸς ὑπερβολήν *ego legerem* πρὸς ὑπερβολῇ. *Vt alibi ſæpius.*

F Rectangulum igitur FGL, hoc eſt BFG ęquale eſt rectangulo CDA, hoc eſt BCD] *Ex 12. ſecundi libri conicorum Apollonij.*

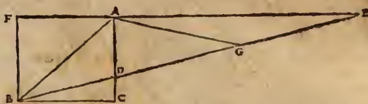
G Quare vt FB ad BC, videlicet vt CD ad DB, ita DC ad FG] *Eſt enim vt FC ad CE,*

ita FB

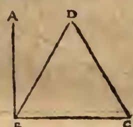
ita F B *ad* E A: *componendoque ut* F B *ad* B C, *ita* F A *ad* A B: *& ob ſimilitudinem triangulorum* C E F, A E D, *ut* F E *ad* E A, *ita* C B *ad* E D. *& rurſus componendo ut* F A *ad* A B, *ita* C D *ad* D E. *Ut igitur* F B *ad* B C, *ita erit* C D *ad* D E. 2. ſexti. 11. quinti

PROBLEMA VIII PROPOSITIO XXXII.

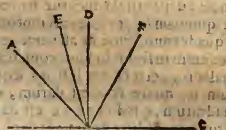
Hoc autem demonſtrato. datus angulus rectilineus tripartito ſecabitur in hunc modum.



Sit enim primum angulus acutus A B C, & ab aliquo puncto ducatur perpendicularis A C: completoq; parallelogrammo C F producatur F A vſque ad E. Cum igitur parallelogrammũ rectangulum ſit, ponatur inter E A C recta linea E D tendens in B, quæ duplæ ipſius A B ſit æqualis. hoc enim fieri poſſe iam demonſtratũ eſt. Itaque dati anguli A B C, dico tertiam partem eſſe E B C. ſecetur E D bifariam in puncto G, & A G iungatur. Tres igitur rectæ lineæ D G, G A, G E æquales ſunt: & D E dupla ipſius A G. Sed & ipſius A B eſt dupla. ergo B A eſt æqualis A G, & A B D angulus angulo A G D æqualis. angulus autem A G D eſt duplus anguli A E D, hoc eſt ipſius D B C. Quod ſi angulum A B D bifariam ſecemus, erit angulus A B C tripartito ſectus.



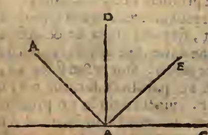
Si vero datus angulus ſit rectus, aſſumemus quandam rectam lineam B C atque ab ipſa triangulum æquilaterum B D C deſcribemus. & angulum, quem ipſa D C ſubtendit bifariam ſecantes, habebimus angulum A B C tripartito ſectum. At ſi angulus obtuſus ſit, ipſi B C ad rectos angulos ducatur B D: & anguli quidem D B C aſſumatur tertia pars D B F; anguli vero A B D itidem tertia pars aſſumatur E B D. hæc enim a nobis ante demonſtrata ſunt. ergo totius anguli A B C tertia pars erit B F. & ipſi E B F æqualem conſtituentes ad vtramque ipſarum A B, B C, datum angulum tripartito ſecuerimus.



COMMENTARIVS.

Hoc enim fieri poſſe iam demonſtratum eſt] *In antecedente.*

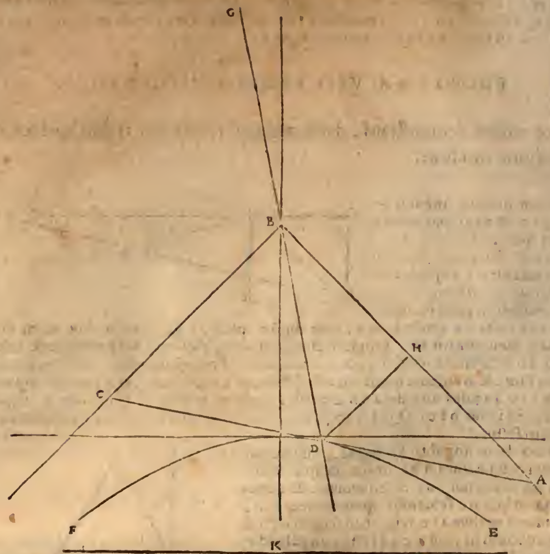
Tres igitur rectæ lineæ D G, G A, G E æquales ſunt] *Nam ſi centro* G *& interuallo* G E *circulus deſcribatur, tranſibit per puncta* A D *angulus enim* E A D *eſt rectus. ergo* D G, G E, G A *inter ſe æquales ſint, neceſſe eſt.*



Atque ab ipſa triangulum æquilaterum B D C deſcribemus] *Trianguli enim æquilateri angulus videlicet* D B C *duas recti tertias continet. ergo angulus* A B D *ipſius* A B C *tertia pars eſt.*

PROBLEMA IX. PROPOSITIO XXXIII.

Problema autem poſitum nunc reſoluemus.



F Duabus rectis lineis A B, B C poſitione datis, & dato puncto D, per D circa aſymptotos A B, B C hyperbolen deſcribere. Factum iam ſit, ſitque hyperpole deſcripta E D F:
A & a puncto D ducatur A D C hyperbolem contingens, & diameter G B D. rectæ vero
B lineæ B C parallela ducatur D H. erunt igitur G D, D H poſitione datæ, & datū punctū H.
C Et quoniam hyperboles aſymptoti ſunt A B, B C, & contingens A C erit A D æqualis D C,
& quadratum, quod fit ab vtraque ipſarum æquale quartæ parti figuræ, quæ eſt ad G D.
D hæc enim in ſecundo libro conicorum demonſtrata ſunt. præterea quoniam C D eſt æ-
2. ſexti. qualis D A, erit & B H ipſi H A æqualis. & data eſt B H data igitur & H A: & datum pun-
E F ctum H. quare & A eſt datum, dataque poſitione A D C, & A C magnitudine ergo
G quadratum, quod fit ex A C eſt datum. & æquale eſt figuræ ad G D conſtitutæ. data
H K igitur erit, & dicta figura: & data C D, etenim dupla eſt ipſius B D magnitudine datæ,
cum datum ſit vtrumque punctorum B D. ergo rectum figuræ latus eſt datum. Itaque
L factum problema tale. Duabus rectis lineis poſitione, & magnitudine datis, videlicet
G D & recto latere, circa diametrum G D deſcribere hyperbolen, cuius eæ, iuxta quam
M poſſunt, ſit recta linea K: & ductæ ordinatim ad G D parallelæ ſint rectæ lineæ A C
poſitione datæ. hoc autem reſolutum eſt in primo libro conicorum. Componetur au-
N tem hoc modo. Sint rectæ lineę A B, B C poſitione datæ, datumque punctum D: & ipſi
quidem B C parallela ducatur D H, ipſi vero B H æqualis ſit H A: iuncta A D in C pro-
ducatur. iuncta deinde B D producatur: & ipſi B D ponatur æqualis B G. quadrato
autem ex A C æquale ſit id, quod G D, & altera quadam recta linea K continetur: cir
caque diametrum G D, & rectum figuræ latus K deſcribatur hyperbole E D F, ita vt
ductæ ad diametrum G D ipſi A C ſint parallelæ. ergo A C ſectionem contingit; atq;
9. ſecundi eſt A D æqualis D C, quoniam & B H ipſi H A. Conſtat præterea quadratum, quod fit
conic. A- ab vtraque ipſarum A D, D C quartam partem eſſe figuræ, quæ ad G D conſtituitur.
pol. 33. rectæ igitur lineæ A B, B C hyperboles E D F aſymptoti ſunt. ergo per D circa datas
rectas lineas, veluti circa aſymptotos hyperbole deſcripta erit.

COM-

COMMENTARIVS.

Et a puncto D ducatur ADC hyperbolen contingens] *Rectius, vt opinor, diceretur, & per punctum D ducatur ADC, &c.* A

Erunt igitur GD, DH poſitione datæ] *Ex 26. & 28. libri datorum Euclidis.* B

Et datum punctum H] *Ex 25. Datorum eiuſdem.* C

Hæc enim in ſecundo libro conicorum demonſtrata ſunt] *In poſitione tertia.* D

Et data eſt BH] *ex 26. Datorum.* E

Data igitur & HA] *Ex 2. Datorum.* F

Quare & A eſt datum] *Ex 27. Datorum.* G

Ergo quadratum, quod fit ex AC eſt datum] *Græcus codex* ὥστε καὶ τὸ δ γ δοθὲν ἔσται. *ego legerem* ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ α γ δοθὲν ἔσται. H

Et æquale eſt figuræ ad OD conſtitutæ] *Eſt enim quadratum ex AD quarta pars quadrati ex AC; & itidem quarta pars figuræ, quæ ad GD conſtituitur. quadratum igitur ex AC figuræ ad GD conſtitutæ æquale erit.* K

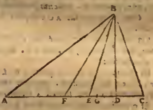
Ergo rectum figuræ latus eſt datum] *Ex 57. Datorum.* L

Cuius ea, iuxta quam poſſunt, ſit recta linea K] *Græcus codex,* ὡς παρ' ἣν δύνανται ἴσαι ἡ λοιπὴ εὐθεῖα *ego legendum puto* ἡ κ εὐθεῖα. M

Hoc autem reſolutum eſt in primo libro conicorum] *Videlicet in propoſitione 53.* O

PROBLEMA X. PROPOSITIO XXXIV.

Et aliter datæ circumferentiæ tertia pars abſcinditur ſine inclinatione per ſolidum locum huiuſmodi. A



Sit recta linea poſitione data, quæ per AC ducitur: & a datis in ea punctis AC inflectatur ABC, quæ faciat angulum ACB duplum anguli CAB. Dico punctum B eſſe ad hyperbolen. Ducatur perpendicularis BD, & ipſi CD æqualis abſcindatur DE. ergo iuncta BE æqualis erit BA, ponatur etiam ipſi DE æqualis EF. quare FC tripla eſt CD. ſit & AC ipſius CG tripla. datum igitur erit punctum G; & reliqua AF tripla ipſius GD. & quoniam quadratorum ex BE EF exceſſus eſt quadratum ex BD; eſt autem & rectangulum DAF eorundem exceſſus; rectangulum DAF, hoc eſt quod ter ADG continetur, quadrato ex BD æquale erit. ergo punctum B eſt ad hyperbolen, cuius tranſuerſum quidem latus figuræ ad axem conſtitutæ eſt AG, rectum vero ipſius AG tripla. Et manifeſtum eſt punctum G abſcindere ad verticem ſectionis rectam lineam CG, quæ eſt dimidia tranſuerſi lateris figuræ, videlicet ipſius AG.

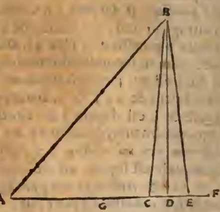
Compoſitio autem manifeſta eſt; oportebit enim rectam lineam AC ita ſecare, vt AG ſit dupla ipſius GC: & circa axem AG per G hyperbolen deſcribere, cuius rectum figuræ latus ſit ipſius AG tripla. & oſtenditur eam facere duplam angulorum proportionem, quam diximus. perſpicue etiam conſtat hyperbolen ita deſcriptam datæ circuli circumferentiæ tertiam partem abſcindere, ſi modo puncta AC termini circumferentiæ ponantur.

COMMENTARIVS.

Et aliter datæ circumferentiæ tertia pars abſcinditur ſine inclinatione per ſolidum locum huiuſmodi] *Solidos locos appellare conſueuerunt Geometræ, quando lineæ per quas problema reſoluitur, à ſolidorum ſectione ortum habent, quales ſunt coni ſectiones, & aliæ nonnullæ. Vtitur autem hoc loco hyperbole. neque enim ab vno duntaxat puncto, ſed à* A

pluribus problema efficitur, quod inferius perſpicue apparet. Græcus codex Χωρισθὶς νεύσεως ſed legendum Χωρὶς τῆς νεύσεως.

B Sit recta linea poſitione data, quæ per A C ducitur] *Hic incipit reſolutio problematis. in quo primum quæri videtur, datum angulum tripartito ſecare, quamquam ex eo, & data circuli circumferentia tripartito ſecari poſſit.*



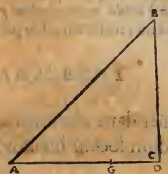
C Inflectatur A B C, quæ faciat angulum A C B duplum anguli C A B] *Græcus codex κεκλάσθω ἡ α β γ διπλασίαν ποιοῦσα τὴν ὑπὸ α β γ γωνίαν τῆς ὑπὸ γ α β legendum autem κεκλάσθω ἡ α β γ διπλασίαν ποιοῦσα τὴν ὑπὸ α γ β γωνίαν τῆν ὑπὸ γ α β.*

D Ducatur perpendicularis B D, & ipſi C D æqualis abſcindatur D E] *cum perpendicularis B D cădit inter A & C, vt in prima figura, abſcinditur D E ex parte A; cum vero cadit extra C, vt in ſecunda figura, abſcinditur ex altera parte: & ita intelligendum de linea B F. quòd ſi cadat in ipſum C, neque puncto E, neque puncto F ad demonſtrationem opus erit.*

E Ergo iuncta B E æqualis erit E A] *Quoniam enim E D eſt æqualis D C, & B D vtrique communis, angulique ad D recti; erit & baſis E B baſi B C æqualis, & angulus B E C æqualis angulo B C E, quare B E C eſt duplus anguli B A E, & eſt æqualis vtriſque B A E A B E. ergo & ipſi inter ſe ſunt æquales, & æqualia, quæ ipſis ſubtenduntur latera B E, E A, & ita quidem argumentabimur, cum perpendicularis B D cadit inter A & C.*

43. primi.

6. primi.



Cum autem extra cadit, vt in ſecunda figura, hoc modo. quare reliquus ex duobus rectis B E F æqualis eſt angulo B C A & idcirco duplus anguli B A E, & alia, quæ ſequuntur. Sed cum perpendicularis cadit in C, ſequitur A C, C B inter ſe æquales eſſe. Cum enim angulus A C B duplus ſit anguli B A C, erit reliquus A B C ipſi B A C neceſſario æqualis.

F Datum igitur erit punctum G] *Data enim erit magnitudine C G ex 2. datorum, & poſitione, data ſiquidem, & tota A C. Quod cum datum ſit punctum C, etiam ipſum G dabitur ex 27. eiuſdem.*

G Et reliqua A F tripla ipſius G D] *Ex 19. quinti elementorum. At in ſecunda figura ſequitur, hoc ex 12. eiuſdem. quoniam enim A C eſt tripla C G, & F C tripla C D, erunt omnes antecedentes A C, C F hoc eſt A F omnium conſequentium G C, C D, hoc eſt G D tripla.*

H Et quoniam quadratorum ex B E, E F exceſſus eſt quadratum ex B D] *Facta eſt enim F B æqualis B D; quadratorum vero ex B E, E F exceſſus eſt quadratum ex B D, quod quadrata ex B D, D E quadrato ex E B ſint æqualia ex 47. primi libri elementorum. Græcus codex καὶ ἔτι τὸ ἀπὸ β ε, ε ζ ὑπεροχὴ ἐστι. Sed legendum puto, καὶ ἔτι τῶν ἀπὸ β ε, ε ζ ὑπεροχὴ ἐστιν τὸ ἀπὸ β δ.*

K Eſt autem, & rectangulũ D A F eorundem exceſſus] *Nam cum recta linea D F bifariam ſecetur, in puncto E, atq; ei adijciatur F A erit rectangulũ D A F vna cũ quadrato ex F E æquale ei, quod fit ex C A quadrato, ex 6. ſecundi libri elementorum. ergo rectangulum D A F eſt exceſſus quo quadratum ex A E, hoc eſt quadratum ex E E ſuperat quadratum ex E F. Quare colligitur rectangulum D A F quadrato ex B D æquale eſſe. In ſecunda verò figura ita dicemus. Quoniam recta linea F D bifariam ſecatur in E, atque ei adijcitur D A, rectangulum F A D vna cum quadrato ex D E æquale eſt quadrato ex E A, & reliquæ, quæ ſequuntur.*

1. ſexti.

L Rectangulum D A F, hoc eſt, quod ter A D G continetur, quadrato ex B D, æquale erit] *Quoniam A F tripla eſt ipſius G D, ſumpta communi altitudine A D, erit rectangulum D A F rectanguli A D G triplum. ergo quod ter continetur A D G rectangulo D A F æquale erit.*

M Ergo punctum B eſt ad hyperbolen cuius, &c. *Cum enim rectangulum D A F, hoc eſt quadratum ex B D triplum ſit rectanguli A D G, habebit quadratum ex B D ad rectangulum A D G proportionem eandem, quam figuræ rectum latus ad tranſuerſum. quare ex conuerſa 21. primi libri conicorum punctum B in hyperbola erit. At ſi perpendicularis cadit in C, vt in tertia figura, ita argumentabimur. Quoniam A C tripla eſt ipſius C G, habebit quadratum ex A C, hoc eſt quadratum ex B C ad rectangulum A C G triplam proportionem, nempe eam, quam*

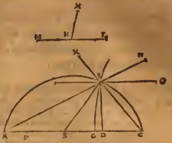
1. ſexti.

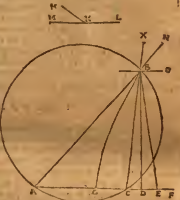
rectum

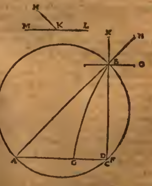
rectum figuræ latus habet ad tranſuerſum, ac propterea punctum B in hyperbola ſit neceſſe eſt.

Et manifeſtum eſt punctum C abſcindere ad verticem ſectionis rectam lineam C O, quæ eſt dimidia tranſuerſi lateris figuræ] *Facta eſt enim A C ipſius C G tripla. ergo C G, qua inter punctum C & verticem ſectionis interijcit tranſuerſi lateris figuræ dimidia erit.* N

Compoſitio autẽ manifeſta eſt] *Sit recta linea A C poſitione, & magnitudine data, qua ita ſecetur in puncto G, ut A G ſit dupla ipſius G C, datus autem angulus rectilineus, quem tripartito ſecare oporteat, ſit H K L: & producta L K ad M, erit angulus H K M reliquus ex duobus rectis etiam datus. Itaque in data recta linea A C deſcribatur portio circuli capiens angulum dato angulo H K M æqualem:* 4. dator. *& circa axem A G per G deſcribatur hyperbole, cuius tranſuerſum quidem figuræ latus ſit A G, rectum vero ipſius A G triplum, & ſecet circuli circumferentiam in B* a. 3. tertij element. *deinde a puncto B ad A C perpendicularis ducatur; quæ vel cadet intra punctum C, vel extra, vel in ipſum C. cadat primum intra, vel extra, & ſit B D. & ipſius D G tripla ſit A F, & F D bifariam in puncto E ſecetur: iunganturque A B, B E, B C quadratum igitur ex B D ad rectangulum G D A eandem proportionem habet quam figuræ rectum latus ad tranſuerſum, ex 21. 1. lib. conicorum, & ideo quadratum ex B D triplum eſt rectanguli G D A,* 8. ſexti *rectangulum autem D A F eſt eiuſdem triplum, quod A F tripla ſit ipſius G D. ergo rectangulum D A F quadrato ex B D æquale erit. Sed quadratum ex B D eſt exceſſus, quo quadratum ex B C ſuperat quadratum ex E D rectangulum autem D A F eſt exceſſus, quo quadratum ex A B ſuperat quadratum ex B F, hoc eſt quadratum ex E D. Eſt enim rectangulũ D A F una cũ quadrato ex E F* 6. ſecundi lib. *æquale quadrato ex A E. quare ſequitur, ut quadratũ ex A B quadrato ex E B ſit æquale ergo recta linea A C eſt æqualis E B, & angulus A B E angulo B A E. Cũ igitur A E ſit tripla ipſius G C, & A F tripla G D erit reliqua F C ipſius C D tripla. & ob id F D dupla D C. Sed eſt etiã dupla ipſius E D. ergo E D, D C æquales ſunt. ac propterea æquales inter ſe E B, B C: angulus B C B angulo B E C æqualis. Sed in prima figura angulus B E C, in ſecunda autem angulus B E F duplus eſt anguli B A C.* 5. primi; *angulus igitur B C A anguli C A B eſt duplus; ideoque circumferentia A B circumferentiæ B C dupla erit.* vel. ſexti *Quod ſi perpendicularis cadat in punctum C, oſtendetur ſimiliter quadratum ex B D triplum rectanguli G D A, & cum A C ſit tripla C G, erit & quadratum ex A C rectanguli G C A triplum, quadratum igitur ex A C æquale eſt quadrato ex C B; & recta linea A C rectæ C B, angulusque A B C angulo B A C æqualis. ergo angulus B C A rectus anguli B A C eſt duplus: & circumferentia A B dupla circumferentiæ B C. Itaque producantur A B, C B in puncta N X, & per B ducatur B O ipſi A C parallela. Dico angulum N B O anguli H K L dati tertiam partem eſſe. Quoniam enim circuli portio A B C capit angulum æqualem dato angulo H K M, erit A B C angulus, hoc eſt X B N angulo H K M æqualis, ergo reliquus ex duobus rectis N B C eſt æqualis ipſi H K L, angulus autem B C A, hoc eſt C B O duplus eſt anguli C A B, videlicet ipſius N B O,* O





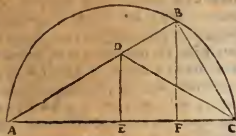


ut de-

vt demonſtratum fuit. angulus igitur NBO *tertia pars eſt anguli* NBC; *hoc eſt* HKL. *At ſi angulum* OBC *bifariam ſecuerimus, erit datus angulus* HKL *tripartito ſectus.*

ALITER.

Expoſuerunt nonnulli reſolutionem eius problematis, in quo quæritur angulum, vel circumferentiam tripartito ſecare ſine inclinatione. Sit autem proportio in circumferentia, nihil enim differt ſiue angulum, ſiue circumferentiam ſecemus.



Factum iam ſit, & circumferentiæ ABC tertia pars BC abſcindatur: & iungantur AB, BC, CA. angulus igitur ACB duplus eſt anguli BAC. ſecetur angulus ACB bifariam per rectam lineam CD: &
A perpendiculares DE, BF ducantur. ergo AD æqualis eſt DC; & propterea AB ipſi BC eſt æqualis.
B C datum igitur eſt punctum B. Itaque quoniam eſt vt AC ad CB, ita AD ad DB, videlicet AE ad BF; & permutando vt CA ad AE, ita erit BC ad EF: dupla autem eſt CA ipſius AE. ergo & BC ipſius EF eſt dupla: & ideo quadratum ex
D BC, hoc eſt quadrata ex BF, FC quadrupla ſunt quadrati ex EF. Cum igitur duo puncta BC ſint data; & ſit BF perpendicularis, ſitque proportio quadrati ex EF ad quadrata ex BF, FC; erit punctum B ad hyperbolen. Sed & ad circuli circumferentiam:
E ergo punctum B eſt datum. & compoſitio manifeſta eſt.

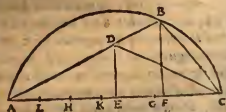
COMMENTARIVS.

A Ergo AD æqualis eſt DC, & propterea AE ipſi EC eſt æqualis] *Quoniam enim angulus* ACB, *qui eſt duplus anguli* CAB, *bifariam ſectus eſt recta linea* CD, *erit angulus* DAE *æqualis angulo* DCB, *anguli vero ad* E *vtrique recti ſunt. ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum* ADE *triangulo* EDC *æquiangulum. Vt igitur* ED *ad* DA, *ita* ED *ad* DC.
4. ſexti. 9. quinti. *quare* AD, DC *inter ſe æquales ſunt. & eodem modo* AE, EC *æquales oſtendentur.*

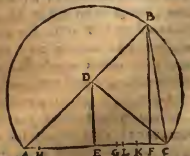
B Datum igitur eſt punctum B] *Ex 7. & 27. Datorum.*

C Itaque quoniam eſt vt AC ad CB, ita AD ad DB] *Ex 3. ſexti elementorum.*

D Cum igitur duo puncta BC ſint data, & ſit BF perpendicularis, ſitque proportio quadrati ex EF ad quadrata ex BF, FC; erit punctum B ad hyperbolen] *Demonſtratur hoc a Pappo ad finem ſeptimi libri propoſitione 237. Sed tamen nos id, quod propoſitum eſt,*
E *etiam aliter reſoluemus, componemuſque in hunc modum.*



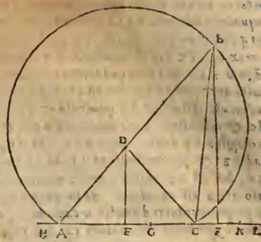
Conſtruantur eadem, quæ dicta ſunt, & ductis perpendicularibus DE, BF, ponatur ipſi quidem FE æqualis EH, ipſi vero CF æquales ſint FK, KL: & ſit AG dupla GC. Eodem quo ſupra, modo oſtendetur AL tripla GF, atque erit AH æqualis CF, & AL æqualis HK. Cum enim AE ſit æqualis EC, & HE ipſi EF, relinquetur AH æqualis FC, hoc eſt ipſi KL. quare in prima, & ſecunda figura, communi HL ablata, vel addita in tertia vero addita communi AK, erit AL ipſi HK æqualis. Itaque quoniam, vt ante demonſtratum eſt, quadrata ex BF, FC ſunt quadrupla quadrati ex FE, quadratum autem ex FH eſt eiuſdem quadruplum, quod FE ſit æqualis EH, erit quadratum ex FH æquale quadratis ex BF, FC. Sed in prima, & ſecunda figura quadrato ex FH æqualia ſunt quadrata ex FK, KH. vna cum duplo rectanguli FKH, hoc eſt vna cum rectangulo FLA: eſt enim LF dupla ipſius FK, & LA æqualis KH. quadrato autem ex KH, hoc eſt quadrato ex

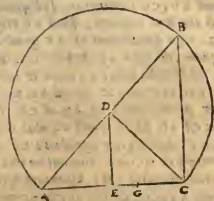


L A vna cũ rectãgulo F L A eſt æqualerectangulũ F A L. In tertia vero figura quadrato ex F H, hoc eſt quadrato ex A K æquale eſt rectãgulum L A F vna cũ quadrato ex F K, quippe cũ recta linea L F bifariam ſecetur in K, atq; ei addatur F A. ergo rectangulũ F A L vna cũ quadrato ex F K æquale eſt quadratis ex B F, F C. quorum quadratum ex F K eſt æquale quadrato ex F C. relinquitur igitur, vt rectangulum F A L quadrato ex B F ſit æquale. At rectangulum F A L æquale eſt ei, quod ter A F, F G continetur. quare ex iam demonſtratis conſtat punctum B eſſe in hyperbola: cuius tranſuerſum latus eſt A G, rectum vero ipſius A G tripla. Quod ſi a puncto B perpendicularis ducta cadat in C, vt in quarta figura, quoniã angulus A C B rectus duplus eſt anguli B A C: erit & A B C angulus angulo B A C, & recta linea B C ipſi C A æqualis. quadratum igitur B C æquale eſt quadrato ex C A. Sed quadratum ex C A triplum eſt eius, quod A C, C G continetur: eſt enim A C ipſius C G tripla. ergo vt quadrato ex B C triplum eſt rectanguli A C G. ac propterea punctum B ſimiliter eſt in hyperbola, cuius tranſuerſum latus A G, & rectum ipſius A G tripla.

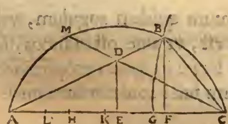
3. ſecun.

6. ſecun.



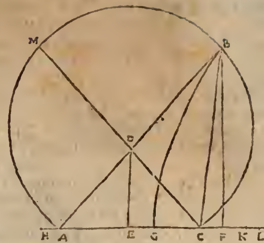


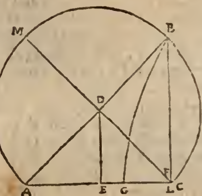
Et compoſitio manifeſta eſt] *Sit enim circumferentia* A B C *quam tripartito ſecare debemus. Itaque primo oportet rectam lineam* A C *ita ſecare, vt* A G *dupla ſit ipſius* G C. *Deinde circa axem* A G *per* G *deſcribere hyperbolen, cuius tranſuerſum latus ſit* A G *rectum vero ipſius* A G *tripla. Secet autem circuli circumferentiam in* B: *& a puncto* B *ducta perpendicularis* B F, *ſit ipſius* F G *tripla* A L, *&* F L *bifariam in* K *ſecetur. Rurſus* A C *ſecetur bifariam in* E, *ipſique* F E *ſit æqualis* E H, *& iunctis* A B, B C, *a puncto* B *attollatur perpendicularis, quæ rectam lineam* A B *ſecet in* D. *Et quoniam* A C *eſt tripla* C G, *&* A L *item tripla* G F, *ſequitur* L C *triplam eſſe* C F, *ideoq;* L F *duplam* F C, *&* L K, K F, F C *inter ſe æquales eſſe. quare ſimiliter atq; in ſuperioribus oſtendetur,* A H *æqualis* F C, *&* A L *ipſi* H K. *Quadratum igitur ex* B F *æquale eſt ei, quod ter* A F, F G *continetur, videlicet rectangulo* F A L. *rectangulum autem* F A L *in prima, & ſecunda figura æquale eſt rectangulo* F L A *vna cum quadrato ex* L A: *quod quidem eſt æquale duplo rectanguli* F K H. *vna cum quadrato ex* K H. *ergo quadratum ex* B F *eſt æquale duplo rectanguli* F K H, *& ei, quod ex* K H *quadrato. quare addito vtrique communi quadrato ex* F C, *hoc eſt ex* F K, *erunt quadrata ex* B F, F C *æqualia quadratis ex* F K, K H *vna cum duplo rectanguli* F K H. *Sed quadratis quidem ex* B F, F C *æquale eſt quadratum ex* B C; *quadratis vero ex* F K, K H *vna cum duplo rectanguli* F K H *æquale eſt, quod ex* F H *quadratum.*





In tertia





In tertia autem figura cum quadratum ex BF ſit æquale rectangulo FAL, addito vtrique communi quadrato ex C, hoc eſt ex FK, erunt quadrata ex BF, FC hoc eſt quadratū ex BC æqualia rectāgulo FAL vna cum quadrato ex FK: hoc eſt æqualia quadrato ex KA, hoc eſt quadrato ex FH.
6. ſecun. *Quadratum igitur ex BC quadrato ex FH eſt æquale, & recta linea BC æqualis rectæ FH, & ob id BC ipſius FE dupla. ergo vt CA ad AE, ita BC ad FE: & permutando vt AC ad CB ita AE ad BF, hoc eſt AD ad DB. quare angulus ACD angulo DCB eſt æqualis. At in quarta figura cum perpendicularis à puncto B cadit in C, erit propter hyperbolen quadratum ex BC triplum eius, quod AC, CG continetur. ſed quadratum ex AC eſt eiuſdem triplum, quod AC tripla ſit ipſius CG. ergo quadratum ex AC quadrato ex CB eſt æquale, & ipſa AC æqualis CB. Et quoniam CE eſt dimidia ipſius AC, erit & ipſius BC dimidia. Rurſus igitur, vt CA ad AE, ita eſt BC ad CE: & permutando vt AC ad CB, ita AE ad BC hoc eſt AD ad DB; quare angulus DCA angulo DCB eſt æqualis. & producta CD ad circumferentiam in M, erit circumferentia CB æqualis circumferentiæ BM. Quoniam igitur æquales ſunt AB, EC, & DB vtrique communis, angulique ad B recti, erit & baſis AD baſi DC æqualis, & triangulum ADB triangulo DBC ſimile ergo angulus DAC æqualis eſt angulo DCA, & circumferentia CB circumferentiæ AM. ſed etiam æqualis erat circumferentiæ BM. circumferentia igitur ABC in tres partes æquales AM, MB, BC ſecta eſt quod feciſſe oportuit.*

PROBLEMA XI. PROPOSITIO XXXV.

Datum quidem angulum, vel circumferentiam tripartito ſecare ſolidum eſt, vt ante oſtendimus, ſed datum angulum, vel circumferentiam ſecare in datam proportionem lineare eſt, & à iunioribus demonſtratum fuit: conſcribetur tamen à nobis dupliciter.



A Sit enim circuli KLH circumferentia LH, & oporteat ipſam in datam proportionem ſecare. Ducantur ad centrum rectæ lineæ LB, BH. & ipſi BH ad rectos angulos attollatur BK, per K vero linea quadrans KADC deſcribatur. & perpendicularis ducta AE ſecetur in F. ita vt AF ad FE datam proportionem habeat, in quam volumus angulum ſecare; & ipſi quidem BC parallela ſit FD.
B iungatur autem BD, & DG perpendicularis duca-
C tur. Quoniam igitur ob lineæ accidens eſt, vt AB ad DG hoc eſt ad FE, ita angulus ABC ad DBC angulum, erit diuidendo vt AF ad FE, hoc eſt vt data proportio, ita ABD angulus, ad angulum DBC, hoc eſt circumferentia LM ad MH circumferentiam.

ALITER

Altero autem modo circuli A G C ſecatur circumferentia A C. D



Ducantur enim ſimiliter ad centrum rectæ lineæ A B, B C, & per B linea ſpiralis deſcribatur B F D C, cuius recta linea; E quæ in ortu ſumitur, ſit C B. proportio autem D B ad B B F ſit eadem, quæ proportio data. & per E circa centrum B deſcribatur circuli circumferentia E F, quæ lineam ſpiralem in puncto F ſecet. iunctaque B F ad G producatur. eſt G igitur propter lineam ſpiralem vt D B ad B F, hoc eſt ad B E, ita A G C circumferentia ad circumferentiam C G: & diuidendo, vt D B ad B E, ita circumferentia A G ad ipſam G C. At proportio D B ad E B eſt eadem, quæ proportio data. H proportio igitur circumferentiæ A G ad G C eadem erit.

COMMENTARIVS.

Et oporteat ipſam in datam proportionem ſecare] *Vel legendum, & oporteat ipſam, vel angulum in datam proportionem ſecare, Vel illud ſubintelligendum, quod & ante propoſitum eſt, & in fine concluditur.* A

Iungatur autem B D] *Intelligendum autem rectam lineam* B D *produci ad circumferentiam in* M. B

Quoniam igitur ob lineæ accidens, eſt vt A E ad D G, hoc eſt ad F E, ita angulus A B C ad D B C angulum] *Eſt enim ob lineæ quadrantis accidens, vt circumferentia* L H *ad ipſam* H M, *ita recta linea* A B *ad* D G. *Vt autem* L H *ad* H M, *ita angulus* L B H *ad angulum* M B H. *ergo vt* A E *ad* D G, *hoc eſt ad* F E, *ita angulus* L B H *ad* M B H *angulum: & diuidendo.* C

Altero autem modo circuli A G C ſecatur circumferentia A G] *Si enim circumferentia* A C, *quam ſecare oporteat in datam proportionem.* D

Et per B linea ſpiralis deſcribatur B F D C, cuius recta linea, quæ in ortu ſumitur B C] *Sit linea ſpiralis in prima circulatione deſcripta quæ terminetur in puncto* C. *Græcus codex* καὶ γεγράφθω διὰ τοῦ β ἡ, βξ, δγ. *Sed ſcribendum* καὶ γεγράφθω διὰ τοῦ β ἡ ἕλιξ βζδγ. E

Proportio autem D E ad E B ſit eadē, quæ proportio data] *Secet enim recta linea* A B *lineam ſpiralem in* D, *& diuidatur* D B *in datam proportionem ad punctum* E. F

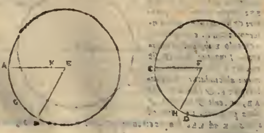
Eſt igitur propter lineam ſpiralem vt D B ad B F, hoc eſt ad B E, ita A G C circumferentia ad circumferentiam C G] *Ex 14. libri Archimedis de lineis ſpiralibus. Græcus codex* ὡς ἡ αβ πρὸς βζ *legendum autem* ὡς ἡ δβ πρὸς βζ. G

Proportio igitur circumferentiæ A G ad G C eadem erit] *Sed & angulus vel potius ſpacium* A B C *in datam proportionem ſecatur. Vt enim circumferentia* A G *ad circumferentiam* G C, *ita angulus* A B G *ad* G B C *angulum.* H

PROBLEMA XII. PROPOSITIO XXXVI.

Ex hoc manifeſtum eſt fieri poſſe, vt à duobus circulis inæqualibus æquales circumferentiæ abſcindantur.

Factum enim ſit, & abſciſſæ ſint æquales circūferentiæ A G B, C H D. ſit A autem maior circa centrū B. circumferentia igitur ſimilis ipſi C H D maior eſt, B quàm A G B. ſit ipſi A G B ſimilis circumferētia C H. C ergo proportio circumferentiæ A G B ad C H eſt data, D eadem enim eſt, quam habent totæ circulorum



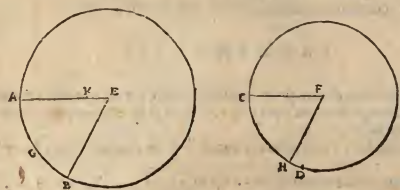
circumferentiæ, vel circulorum diametri. æqualis autem eſt circumferentia AGB ipſi
E CHD. proportio igitur CHD ad CH data eſt: & diuidendo quare circumferentiam
F CHD in datam proportionem ſecabimus, quemadmodum antea traditum eſt.

COMMENTARIUS.

A Factum iam ſit] *reſolutio eſt problematis.*

B Circumferentia igitur ſimilis ipſi CHD maior eſt, quam ACB] *ſit circulus circa centrum* E *maior circulo circa centrum* F. *Itaque cum circumferentia maioris circuli* CHD *æqualis ſit circumferentiæ* AGB *circuli maioris, ſi à circulo* AGB *abſcindamus circumferentiam ſimilem ipſi* CHD, *erit ea maior, quàm circumferentia* AGB.

C Sit ipſi AGB ſimilis circumferentia CH] *Græcus codex* ἔϛω οὖν τῇ αηβ ὁμοία ἡ γλ. *ego legendum puto* ἔϛω τῇ αηβ ὁμοία ἡ γθ.

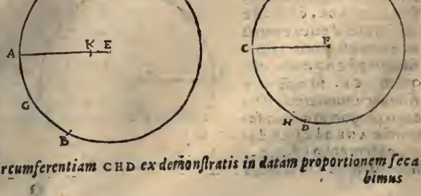


D Ergo proportio circumferentiæ AGB ad CH eſt data, eadem enim eſt, quam habent totæ circulorum circumferentiæ, vel circulorum diametri. *Iungantur* AE, EB, CF, FH. *quoniam igitur circumferentia* AGB *ſimilis eſt circumferentiæ* CH, *erit angulus* AEB *æqualis angulo* CFH. *ergo quattuor anguli recti ad angulum* AEB *eandem habent proportionem quam ad angulum* CFH. *Vt autem quattuor recti ad angulum* AEB, *ita tota circuli* E *circumferentia ad circumferentiam* AGB. *& vt quattuor recti ad angulum* CFH, *ita tota circuli* F *circumferentia ad circumferentiam* CH. *ergo vt tota circuli* E *circumferentia ad circumferentiam* AGB, *ita tota circuli* F *circumferentia ad circumferentiam* CH, *& permutando vt tota circuli* E *circumferentia ad totam circuli* F *circumferentiam, ita circumferentia* AGB *ad circumferentiam* CH. *Sed vt tota circuli* E *circumferentia ad totam circumferentiam circuli* F, *ita diameter circuli* E *ad diametrum circuli* F. *hoc eſt ita ſemidiameter circuli* E *ad circuli* F *ſemidiametrum. illud autem a Pappo demonſtratum eſt in quinto libro propoſitione* 11. *& in octauo propoſitione* 22.

7. quinti.
11. quinti.
15. quinti.

E Proportio igitur CHD ad CH data eſt, & diuidendo] *Sequitur enim ex antedictis circumferentiam* AGB, *hoc eſt* CHD *ipſi æqualem ad circumferentiam* CH *ita eſſe, vt ſemidiameter* AE *ad ſemidiametrum* CF. *fiat ipſi* CF *æqualis* AK. *erit circumferentia* CHD *ad circumferentiam* CH, *vt* EA *ad* AK. *& diuidendo circumferentia* DH *ad* HC *circumferentiam, vt* EK *ad* KA. *conuertendoque circumfentia* CH. *ad* HD, *vt* AK, *hoc eſt* CF *ad* KE.

F Quare circumferentiam CHD in datam proportionem ſecabimus, quemadmodum antea traditum eſt] *Hoc vt arbitror ad compoſitionem attinet.*



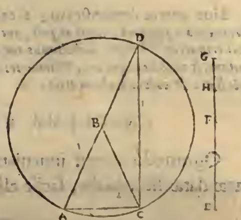
Sint circuli inæquales magnitudine dati circa centra EF: *ſitque circulus* E *maior: & ſit circuli* F *circumferentia* CHD, *cui æqualem a circulo* E *abſcindere oportet. Iungatur* CF, *& ſit circuli* E *ſemidiameter* AE, *a qua abſcindatur* AK *æqualis ipſi* CF. *& cum datæ ſint* AE, CF, *erit &* KE *data, & data proportio* CF, *hoc eſt ipſius* AK *ad* KE. *Itaque circumferentiam* CHD *ex demõſtratis in datam proportionem ſecabimus*

4 dator.

buimus in puncto H; *ita vt* C H *ad* H D *eam proportionem habeat, quam* A K *habet ad* K B: *& circumferentiæ* C H *ſimilis abſcindatur a circulo* E, *quæ ſit* A G B. *Dico circumferentiam* A G B *circumferentiæ* C H D *æqualem eſſe. Quoniam enim vt* A K *ad* K B, *ita eſt circumferentia* C H *ad* H D *circumferentiam: & conuertendo vt* B K *ad* K A, *ita circumferentia* D H *ad* H C: *componendoque vt* B N *ad* A K *hoc eſt ad* C F, *ita circumferentia* D H C *ad* C H. *vt autem* A K *ad* C F, *ita tota circuli* E *circumferentia ad totam circunferentiam circuli* F: *& vt tota circumferentia circuli* E *ad totam circuli* F *circumferentiam, ita circumferentia* A G B, *ad circumferentiam* C H, *vt igitur circumferentia* D H C *ad circumferentiam* C H, *ita circumferentia* A G B *ad circumferentiam* C H. *ergo circumferentia* A G B *circumferentiæ* C H D *eſt æqualis.* 9. quinti.

PROBLEMA XIII. PROPOSITIO XXXVII.

Aequicrure triangulum conſtituere, cuius vterque angulorum qui ad baſim, habeat ad reliquum proportionem datam. A



Factum iam illud ſit; conſtituaturque triangulum A B C: & circa centrum B per puncta A C circulus deſcribatur A D C: producaturque A B in D, & D C iungatur. Itaq; quoniam proportio anguli C A B ad angulum A B C data eſt, atque eſt anguli A B C dimidius angulus, qui ad D; erit & anguli C A D ad A D C angulum proportio data. quare & circumferentiæ D C ad circumferentiam A C. Et cum circumferentia A C D ſemicirculi in datam proportionem ſecetur, datum erit & punctum C, & triangulum A B C ſpecie erit datum. B C D vl. ſexti. E F

Componetur autem hoc modo. Sit enim proportio data E F ad F G, quam vtrumque angulorum, qui ad baſim, habere oportet ad reliquum: & F G bifariam ſecetur in puncto H. exponaturque circulus A D C circa centrum B, & diametrum A D: & ſecetur A C D circumferentia in C, ita vt circumferentia D C ad C A eam proportionem habeat, quam E F ad F H; hoc enim ante traditum eſt, & vniuerſe quo pacto data circumferentia in datam proportionem ſecetur. & iungantur B C, C A, C D. Quoniam igitur vt circumferentia D C ad C A circumferentiam, hoc eſt vt D A C angulus ad angulū A D C, ita eſt E F ad F H, & per conſequent ā dupla. ergo vt angulus C A B ad angulum A B C, ita E F ad F G. æquicrure igitur triangulum conſtitutum eſt A B C, cuius vterque angulorum, qui ad baſim, ad reliquum proportionem habet datam. G H K

COMMENTARIVS.

Aequicrure triangulum conſtituere, &c.] *Græcus codex* ἰσοσκελὲς τρίγωνον συστήσας, *lege* συστῆσαι. A

Producaturque A B ad D] *Græcus codex*, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ α δ ἐπὶ τὸ δ. *legendum* ἡ α β ἐπὶ τὸ δ. B

Itaque quoniam proportio anguli C A B ad angulum A B C data eſt, &c.] *Græcus codex.* ἐπειδὴ λόγος ἐστὶ δοθεὶς τῆς ὑπὸ τῶν α β γωνίας πρὸς τὴν ὑπὸ τῶν α β γ, καὶ ἐστι τῆς ὑπὸ α β ἡμίσεια ἡ πρὸς τῷ δ *lege* ἐπεὶ οὖν λόγος ἐστὶ δοθεὶς τῆς ὑπὸ τῶν γ α β γωνίας πρὸς τὴν ὑπὸ τῶν α β γ καὶ ἐστὶ τῆς ὑπὸ α β γ ἡμίσεια ἡ πρὸς τῷ δ. C

Erit & anguli C A D ad A D C angulum proportio data] *Ex 8. libri datorum.* D

Datum erit punctum C & triangulum A B C ſpecie erit datum] *Quoniam enim circumferentia* A C D *ſemicirculi data in datam, proportionem ſecatur, data erit vtraque ipſarum* A C, C D *ex ſeptima libri datorum. Sed eſt datum punctum* A *vel* D, *ergo & C datum erit ex 27. datorum. Quod cum datæ ſint circumferentiæ, in quibus anguli conſiſtunt, & ipſi anguli dabuntur, quare triangulum* A B C *ſpecie datum erit ex 40. eiuſdem. Græcus codex* δοθὲν ἐστι καὶ δοθὲν τὸ εἴδει τὸ α β γ τρίγωνον. *lege* δοθὲν ἐστι τὸ γ καὶ δοθὲν τῷ εἴδει τὸ α β γ τρίγωνον. E

Componetur autem hoc modo] *Græcus codex* συμβήσεται δὲ οὕτως *lege* συντεθήσεται δὲ οὕτως. F

G Hoc eſt vt DAC angulus ad angulum ADC, ita EF ad FH] *Gracus codex.* τουτέστιν ὡς ἡ ὑπὸ αδγ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ αδγ οὕτως ἡ εζ καὶ τὰ διπλάσια τῶν ἑπομένων. *corrige* τουτέστιν ὡς ἡ δαγ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ αδγ, οὕτως ἡ εζ πρὸς ζθ, καὶ τὰ διπλάσια τῶν ἑπομένων.

H Ergo vt angulus CAB ad angulum ABC] *Gracus codex* ὡς ἄρα ἡ ὑπὸ γδβ *lege* ἡ ὑπὸ γαβ.

L Cuius vterque angulorum, qui ad baſim ad reliquum proportionem habet datam] *Gracus codex.* λογὸν ἔχοντα τὸν δοθέντα πρὸς τῷ λοιπῷ *lege* λόγον ἐχούσας τὸν δοθέντα πρὸς τὸν λοιπόν.

PROBLEMA XIV. PROPOSITIO XXXVIII.

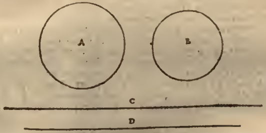
Hoc autem demonſtrato perſpicuum eſt fieri poſſe, vt in circulo deſcribatur polygonum æquilaterum, & æquiangulum, habens quotquot quis latera propoſuerit.

COMMENTARIVS.

Hoc autem demonſtrato] *Si enim heptagonum in circulo deſcribere velimus, vtemur triangulo æquicrure, cuius anguli, qui ad baſim, reliqui tripli ſint. Deinde ex demonſtratis eos tripartito ſecantes, habebimus totam circuli circumferentiam in ſeptem partes æquales diuiſam, ſi vero nonagonum, vtimur triangulo æquicrure, cuius anguli ad baſim reliqui quadrupli ſint. & eodem modo in alijs.*

PROBLEMA XV. PROPOSITIO XXXIX.

Quomodo autem inueniatur circulus, cuius circumferentia rectæ lineæ datæ ſit æqualis, facile eſt cognoſcere.



Inuenta iam ſit circumferentia circuli A rectæ lineæ C æqualis. & exponatur
A circulus quiuis B; atque eius circumferentiæ per lineam quadrantem æqualis inueniatur recta linea D. vt igitur C ad D, ita quæ ex centro circuli A ad eam, quæ ex cen-
B C tro circuli B. ſed rectæ lineæ D ad C proportio eſt data. proportio igitur earum, quæ
D ex centro inter ſe data erit. atq; eſt data quæ ex centro circuli B. ergo & quæ ex cen-
E F tro circuli A erit data. Quare & datus ipſe A circulus, & compoſitio manifeſta eſt.

COMMENTARIVS.

A Atque eius circumferentiæ per lineam quadrantem æqualis inueniatur recta linea D] *Ex 27. huius.*

B Vt igitur C ad D, ita quæ ex centro circuli A ad eam, quæ ex centro circuli B] *Ex ijs, quæ a Pappo demonſtrantur in 5. lib. propoſitione 11. & in 8. propoſitione 22.*

C Sed rectæ lineæ D ad C proportio eſt data] *Ex prima datorum. Vtraq; enim earũ data eſt Græcus codex* λόγω δὲ τῆς δ πρὸς γ δοθείς. *ego legendum puto* λόγος δὲ τῆς πρὸς γ δοθείς.

D Ergo & quæ ex centro circuli A erit data] *Ex 2. datorum.*

E Quare, & datus ipſe A circulus] *Per definitionem quintã libri datorum.*

F Et compoſitio manifeſta eſt] *Sit recta linea data C, & oporteat circulum inuenire, cuius*

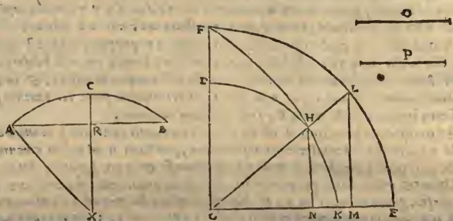
circumſ-

circumferentia ſit æqualis rectæ lineæ C. *Exponatur circulus* B; *atque eius circumferentiæ per lineam quadrantem, æqualis inueniatur* D *recta linea: fiatque vt* D *ad* C, *ita quæ ex centro circuli* B *ad aliam: ex centro* A *interuallo autem dictæ lineæ circulus* A *deſcribatur. Dico circumferentiam circuli* A *datæ rectæ lineæ* C *æqualem eſſe. Quoniam enim vt* D *ad* C, *ita quæ ex centro circuli* B *ad eam, quæ ex centro circuli* A, *vt autem quæ ex centro circuli* B *ad eam, quæ ex centro circuli* A; *ita circuli* B *circumferentia ad circumferentiam circuli* A; *erit vt* D *ad* C, *ita circumferentia circuli* B *ad circuli* A *circumferentiam, & permutando vt* D *ad circumferentiam circuli* B, *ita* C *ad circumferentiam circuli* A. *Sed* D *eſt æqualis circumferentiæ circuli* B. *ergo &* C *circumferentiæ circuli* A *æqualis erit.*

PROBLEMA XVI. PROPOSITIO XL.

Recta linea A B poſitione, & magnitudine data, per puncta A B deſcribere circumferentiam circuli, quæ ad rectam lineam A B proportionem datam habeat.

Deſcripta iam ſit circumferentia ACB: & exponatur quarta pars circuli FGB magnitudine data: deſcribaturque linea quadrās FHK: & angulo, qui in circumferētia AC conſiſtit ad reliquam circumferētiam æqualis fiat EGL; & perpendi- A B C



culares LM, HN ducantur. Erit igitur ob lineæ proprietatem, vt circumferentia ELF D
ad rectam lineam FG, hoc eſt vt LG ad GK. ita LE circumferentia ad rectam lineam E
HN. Sed & vt HG ad GL, ita HN ad LM. ergo vt HG ad GK, ita EL circumferentia F G
ad LM rectam. Sumatur centrum circuli ACB, quod ſit X, & perpendicularis ad AB H
ducatur XYC. ergo angulus CXA angulo EGL eſt æqualis, & ſunt centra XG. Vt igi- K
tur AC circumferentia ad rectam lineam AR. hoc eſt vt HG ad GK, ita circumferen- L M
tia ACB ad AB rectam. atq; eſt ACB circumferentiæ ad rectam AB proportio data. N
quare, & proportio HG ad GK dabitur. & data eſt GK. data igitur erit, & GH, ac O
propterea punctum H eſt ad circuli circumferentiam. Sed & ad lineam FHK, ergo P
datum erit. & HL poſitione data, quare & datus angulus EGL. atque eſt æqualis an- Q
gulo CXA. recta vero linea XC data eſt poſitione, & datum punctum A. poſitione igitur eſt AX. quare, & circumferentia ACB.

Compoſitio autem manifeſta eſt. Oportet autem datæ proportioni conſtituere ean- R
dem, quæ eſt DG ad GK, & circa centrum G per D circumferentiam deſcribere, & ſumere punctum H, in quo ipſa lineam quadrantem ſecat. præterea iungere HG, & AB
ſecantes bifariam, perpendicularemque ſtatuentes RX. ducere XA, quæ vna cum XR S
contineat angulum angulo KGH æqualem. & circa centru X per A deſcribere circuli T
circumferentiā ACB; habereq; proportionē eius ad baſim AB datæ proportioni eandem.

COMMENTARIVS.

Deſcripta iam ſit circumferentia ACB] *Græcus codex* γεγράφθω ἡ α γ ι, *ſcribe* ἡ α γ β. A

Et exponatur quarta pars circuli FGB magnitudine data] *Græcus codex* ϰαὶ ἐκκείσθω τετραπημόριον κύκλου θέσει δεδομένον τὸ ζ η θ *lege* τὸ ζ η ε. B

Et angulo qui in circumferentia AC conſiſtit ad reliquam circumferentiam æqualis fiat EGL. *Vereor ne locus corruptus ſit. improprie enim dici videtur reliqua circumferentia ea, quæ eſt quartæ partis circuli* FLB. C

Erit igitur ob lineæ proprietatem vt circumferentia ELF ad rectam lineam FG, hoc eſt vt LG ad GK] *Eſt enim vt circumferentia* BLF *ad rectam* FG, *ita* FG, *hoc eſt* LG ad GK D

ad GK *quod in propoſitione 26. huius demonſtratum fuit.*

E Ita LB circumferentia ad rectam lineam HN] *Græcus codex* οὕτως ἡ λβ περιφέρεια πρὸς τὴν θν εὐθεῖαν *lege* οὕτως ἡ λε περιφέρεια.

F Sed & vt HG ad GL, ita HN ad LM] *Ex quarta ſexti elementorum. Græcus codex* ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ θβ πρὸς τὴν ηλ *corrige* ὡς ἡ θη.

G Ergo vt HG ad GK, ita EL circumferentia ad LM rectam] *Quoniam enim vt* LG *ad* GK, *ita eſt circumferentia* LB *ad rectam lineam* HN; *& vt* HG *ad* GL, *ita* HN *ad* LM; *erit ex æquali in perturbata ratione, vt* HG *ad* GK, *ita* EL *ad* LM.

H Sumatur centrum circumferentiæ ACB] *Græcus codex* εἰλήφθω δὴ τὸ κέντρον τῆς αβγ περιφερείας τὸ ξ, *lege* τῆς αγβ περιφερείας.

K Er go angulus CXA angulo EGL eſt æqualis] *Angulus namque* EGL *factus eſt æqualis ei, qui in circumferentia* AC *conſiſtit, hoc eſt angulo* AXC. *Græcus codex* ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ γξα τῇ ὑπὸ θηλ. *legendum* τῇ ὑπὸ εηλ.

L Hoc eſt vt HG ad GK] *Proxime enim oſtenſum eſt, vt* HG *ad* GK, *ita eſſe circumferentiam* BL *ad rectam lineam* LM, *hoc eſt circumferentiam* AC *ad* AR *rectam. Græcus codex.* τουτέστιν ἡ θη πρὸς τὴν η'. *lege* πρὸς τὴν ηκ.

M Ita circumferentia ACB ad AB rectam] *Ex 15. quinti elementorum. deſunt autem hæc in Græco codice, quare ita reſtituendus erit.* ὡς ἄρα ἡ αγ περιφέρεια πρὸς τὴν αγ εὐθεῖαν τουτέστιν ἡ θη πρὸς τὴν ηκ, οὕτως ἡ αγβ περιφέρεια πρὸς τὴν αβ εὐθεῖαν.

N Atque eſt ACB circumferentiæ ad rectam AB proportio data] *Græcus codex* καὶ λόγος τῆς αβλ πρὸς τὴν αβ *lege* καὶ λόγος τῆς αγβ πρὸς τὴν αβ δοθεὶς *ſed fortaſſe verbum illud* δοθεὶς *conſulto omiſit breuitatis cauſſa, & in antecedentibus, & in iis, quæ ſequuntur, quemadmodum verbum* λέγω. *nam pro* λέγω ὅτι *vbique ferrè* ὅτι *tantum ſcribit.*

O Data igitur erit & GH] *Ex ſecunda libri datorum.*

P Ac propterea punctum H eſt ad circuli circumferentiam] *Si enim centro* G *& interuallo* GH *circuli circumferentia deſcribatur, punctum* H *ad ipſam circumferentiam erit.*

Q Et HL poſitione data] *Vide ne legendum ſit &* GHL *poſitione data.*

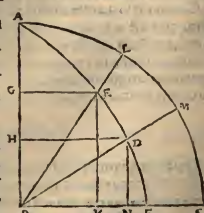
R Oportet enim datæ proportioni conſtituere eandem, quæ eſt DG ad GK.] *Sit data proportio, quam habet* O *ad* P; *& fiat vt* P *ad* O, *ſic* KG *ad* GD. *eſt autem data* GK. *ergo & ipſa* DG. *erit igitur conuertendo* DG *ad* GK, *vt* O *ad* P. *Græcus codex habet.* δεῖ γὰρ *&c.* τὴν τῆς ζη πρὸς ηδ *ego legendum puto* τὴν τῆς δη πρὸς ηκ. *quod ex ipſa reſolutione colligitur.*

S Ducere XA, quæ vna cum XR contineat angulum angulo KGH æqualem] *Conſtituatur ad rectam lineam* AB, *& ad punctum in ea* A *angulus* BAX *æqualis angulo* MLG, *vel* NHG. *erit & reliquus* AXR *reliquo* HGK *æqualis.*

T Habereque proportionem eius ad baſim AB datæ proportioni eandem] *Eſt enim proportio* DG *ad* GK, *hoc eſt* HG *ad* GK *eadem, quæ proportio data. & vt* HG *ad* GK, *ita circumferentia* BL *ad* LM *rectam, hoc eſt circumferentia* AC *ad rectam* AR. *Vt autem* AC *ad* AR, *ita circumferentia* ACB *ad rectam* AB. *ergo vt* DG *ad* GK, *ita circumferentia* ACB *ad* AB *rectam.*

PROBLEMA XVII. PROPOSITIO XLI.

ἀπί-θανον. A Non incredibile autem eſt angulos incõmenſurabiles inueniri. per hoc enim, & per eundem circulum incommenſurabiles ſumuntur circum-



B ferentiæ. & quamquam ponamus, vnum angulum, vel circumferentiam rationalem, tam in reliqua irrationalis fiet.

C Exponatur quarta pars circuli ABC, & in ipſa linea quadrans ABDF: ducaturque BB, & ipſi BC parallela

D EG. abſcindatur prẹterea BH ipſi BG longitudine incommenſurabilis, & ducatur DH parallela, iungaturque DB. Dico EBF angulum angulo DBF incommenſurabilem eſ-

E ſe. Ducatur perpendicularis DN. eſt igitur propter ip-

F ſam lineam, vt EK ad DN, ſic angulus EBF ad DBF angulum. incommenſurabilis autem

G eſt EK ipſi DN, quoniam & GB ipſi BH. ergo & angulus angulo eſt incõmenſurabilis. & quãquam rationalem ponamus angulum ABF, & recti dimidiũ, tamen angulus DBF irrationalis erit.

CO M-

COMMENTARIVS.

Non incredibile autem eſt angulos incommenſurabiles inueniri] *Græcus codex οὐκ ἀπίθανον δὲ οὐδὲ αἱ γωνίας ἀσυμμέτρους εὑρεῖν, ego legendum arbitror οὐδὲ τὰς γωνίας ἀσυμμέτρους εὑρεῖν.* A

Et quamquam ponamus vnum angulum, vel circumferentiam rationalem, tamen reliqua irrationalis fiet] *Græcus codex κἂν ῥη τὴν ὑποστησώμεθα τὴν μίαν γωνίαν, ἡ περιφέρεια . . . . ἡ λοιπὴ γενήσεται. Sed legendum puto, κἂν ῥητὴν ὑποστησώμεθα τὴν μίαν γωνίαν ἢ περιφέρειαν, ἄλογος ἡ λοιπὴ γενήσεται.* B

Et in ipſa linea quadrans A E D F] *Græcus codex καὶ ἐν αὐτῇ lege ἐν αὐτῷ.* C

Abſcindatur præterea B H ipſi B G longitudine incommenſurabilis] *Ex 11. decimi libri elementorum.* D

Eſt igitur propter ipſam lineam, vt O K ad D N, ſic angulus E B F ad D B F angulum] *Intelligantur B E, B D produci vſque ad circumferentiam circuli in puncta L M. erit ob quadrantis lineæ accidens, vt circumferentia L C ad C M circumferentiam, ita recta linea E K ad rectam D N. Sed & vt circumferentia L C ad C M, ita angulus L B C ad angulum M B C. ergo vt E K ad D N, ita angulus L B C, hoc eſt E B C ad angulum M B C, hoc eſt D B C. Græcus codex. ὡς ἡ ε τῇ δ ν. Sed videtur legendum ὡς ἡ ε κ πρὸς δ ν.* E vl. ſexti 11. ſexti,

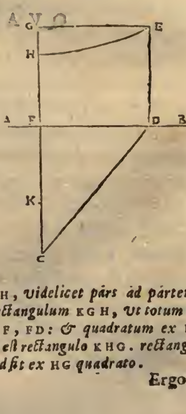
Incommenſurabilis autem E K ipſi D N, quoniam & G B ipſi B H] *Eſt enim E K æqualis G B, & D N ipſi H B. Græcus codex ἀσύμμετρος δὲ ἡ ο γ τῇ δ η ἐπεὶ καὶ η θ τῇ β κ legendum autem ἀσύμμετρος δὲ ἡ ε κ τῇ δ ν, ἐπεὶ καὶ η β τῇ β θ.* F

Ergo & angulus angulo eſt incommenſurabilis] *Hoc eſt angulus E B F angulo D B F. Sequitur autem hoc ex 10. Decimi elementorum.* G

THEOREMA XXV. PROPOSITIO XLII.

Inclinationis eius, quæ ab Archimede ſumpta eſt in libro de lineis ſpiralibus, reſolutionem ordinaui, vt eum librum percurrens hæſitare non poſſit. ſumuntur autem ad ipſam infraſcripti loci, qui ad alia multa problematum ſolidorum vtiles ſunt.

Sit recta linea A B poſitione data, atque à dato puncto C ipſi occurrat recta linea quædam C D, & ipſi A B ad rectos angulos ducatur D E. Sit autem proportio C D ad D E data. Dico punctum E ad hyperbolen eſſe.



Ducatur per C recta linea C F ipſi D E parallela. datum igitur eſt punctum F. & ducatur E G parallela ipſi A B. ſitque proportio C F ad vtramque ipſarum F H, F K eadem, quæ proportio C D ad D E. ergo vtrumq; punctorum H K datum erit. Itaque quoniam vt quadratum ex C D ad quadratum ex D E, ita eſt quadratum ex C F ad quadratum ex F H; erit & reliqui quadrati ex F D, hoc eſt E G ad reliquum rectangulum K G H proportio data. & ſunt data K H. ergo punctum E eſt ad hyperbolen, quæ per puncta H E tranſit. A B

COMMENTARIVS.

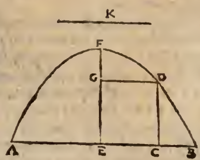
Itaque quoniam vt quadratum ex C D ad quadratum ex D E, ita eſt quadratũ ex C F ad quadratũ ex F H, &c.] *Quoniam enim eſt vt totum quadratum ex C D ad totum quadratum ex D E, ita quadratum ex C F ad quadratum ex F H, videlicet pars ad partem, erit reliquum quadratum ex F D, hoc eſt E G ad reliquum rectangulum K G H, vt totum ad totum. quadratum namque ex C D eſt æquale quadratis ex C F, F D: & quadratum ex D E æquale quadratis ex F H, H G, & duplo rectanguli F H G, hoc eſt rectangulo K H G. rectangulum vero K G H æquale eſt rectangulo K H G vna cum eo, quod fit ex H G quadrato.* A 47. primi. 4. ſecun. 3. ſecun.

Ergo

B Ergo punctum H eſt ad hyperbolen, quæ per puncta H E tranſit] *Erit enim eius hyperbolæ tranſuerſum latus H K, & rectum illud, quod H K eſt. Ut quadratum ex E G ad rectangulum H G K, ex 21. primi libri conicorum Apollonij.*

THEOREMA XXVI. PROPOSITIO XLIII.

Sit recta linea A B poſitione, & magnitudine data, & ad rectos angulos ipſa C D. Sit autem rectangulum A C B æquale ei quod data recta linea, ex C D continetur. Dico punctum D poſitione parabolen contingere.



Secetur A B bifariam in puncto E, & ad rectos angulos ducatur E F: quadrato autem ex E B ęquale fit quod continetur data recta linea, & ipſa B F. datum igitur eſt punctum F. & ipſi A B parallela ducatur D G

A ergo reliquum quadratum, videlicet ex E C, hoc eſt ex D G eſt æquale ei, quod data recta linea & F G contine-

B tur. atque eſt datum punctum F. punctum igitur D poſitione contingit parabolen, quæ per A F B tranſit, cuius axis eſt B F.

COMMENTARIUS.

A Ergo reliquum quadratum, videlicet, ex B C, hoc eſt ex D G eſt æquale ei, quod data

5. ſecun. recta linea, & F G continetur] *Eſt enim rectangulum A C B una cum quadrato ex E C, æ-*

1. ſecun. *quale ei, quod fit ex E B quadrato. rectangulum vero, quod continetur data recta linea K, & ipſa B F æquale eſt duobus rectangulis, rectangulo ſcilicet contento recta linea K & B G: & contento eadem K & ipſa G F.*

B Punctum igitur D poſitione contingit parabolen, quę per A F B tranſit, cuius axis eſt B F] *Quoniam enim quadratum ex B B æquale eſt ei, quod data recta linea K, & E F continetur, quadratum autem ex D G eſt æquale contento eadem K & G F; crit quadratum ex B E ad quadratum ex D G, ut B F ad F G. quare ex 21. primi libri conicorum, puncta D B ſunt in parabola; cuius axis B F, & recta linea K data iuxta quam poſſunt, quæ a ſectione ad diametrum ordinatim applicantur.*

QVARTI LIBRI FINIS.

PAPPI ALEXANDRINI MATHEMATICARVM COLLECTIONVM

LIBER QVINTVS.

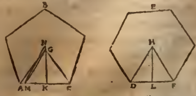
CVM COMMENTARIIS FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

SAPIENTIAE & diſciplinarum cognitionem optimam quidem, & perfectiſſimam Deus hominibus impartiuit. Animalium vero rationis expertium nonnullis particulam quandam aſſignauit. Hominibus igitur tamquam ratione vtentibus permiſit, vt omnia ratione, ac demonſtratione facerent; at reliquis animalibus ſine ratione, quod vtile eſt, & vitæ conducens, ipſum ſolum ex quadam naturali prouidentia habere donauit. Hoc autem intelligere quis poſſit tum eſſe, tum in alijs multis animalium generibus, tum maxime in apibus. ordo enim, & ad eas, quæ in ipſarum republica imperant admirabilis quædam obedientia, ambitio præterea, & munditia mellis copiam congerit. at circa ipſius conſeruationem prouidentia, & diſpenſatio multo admirabilior eſt; perſuaſiſſimum enim habentes, vt par eſt, à Dijs ſe ad elegantes homines ambroſiæ particulam quandam reportare, hanc non temere in terram, vel in lignum, vel in aliam aliquam informem, & inordinatam materiam effundunt, ſed ex ſuauiſſimis floribus, qui in terra naſcuntur, colligentes, optima fingunt ex ijs in mellis receptaculum vaſa, quæ græce κήρια, latine faui appellantur; omnia quidem æqualia, ſimilia, & inter ſe cohærentia, ſpecie autem hexagona. At vero ea ex quadam geometrica prouidentia conſtruere ſic planum fiet. Omnes enim arbitrantur oportere figuras interſe cohærentes eſſe, & latera habere communia, vt ne aliud quippiam incidens in loca, quæ interijciuntur, eorum opera labefactet, & corrumpat. Itaque tres figuræ rectilineæ, & ordinatæ, quod propoſitum eſt, efficere poſſunt. Dico figuras ordinatas, quæ & æquilateræ ſunt, & æquiangulæ. ordinatæ vero, & diſſimiles ipſis api-

bus non placuerunt. Aequilatera igitur triangula, & quadrata, & hexagona abſque alijs figuris diſsimilibus loca replentibus poſſunt appoſita ſibi ipſis latera habere communia: hæc enim per ſeſe locum, qui eſt circa idem punctum, replere poſſunt. aliæ vero figuræ ordinatæ non poſſunt. nam locus qui eſt circa idem punctum repletur, tum a ſex triangulis æquilateris, & per ſex angulos, quorum vnuſquiſque eſt duarum tertiarum recti; tum a quattuor quadratis, & quattuor angulis rectis ipſius; tum a tribus hexagonis, & tribus hexagoni angulis, quorum vnuſquiſque rectum, & recti tertiam continet. Sed pentagona tria minora ſunt, quàm vt poſſint replere locum, qui circa idem punctum conſiſtit; quattuor vero ſunt maiora. Tres quidem anguli pentagoni quattuor rectis minores ſunt; etenim vnuſquiſque continet rectum, & recti quintam: quattuor autem anguli maiores ſunt quattuor rectis. At neque heptagona tria circa idem punctum conſtitui poſſunt, aptatis inter ſeſe lateribus. tres enim heptagoni anguli quattuor rectis ſunt maiores, quod vnuſquiſque rectum, & tres recti ſeptimas contineat. Eadem ratio multo magis accomodabitur ijs, quæ plures angulos habent. Cum igitur tres figuræ ſint, quæ per ſeipſas locum circa idem punctum conſiſtentem replere poſſunt, triangulum ſcilicet, quadratum, & hexagonum, apes illam, quę ex pluribus angulis conſtat, ad ſtructuram ſapienter delegerunt, vtpote ſuſpicantes eam plus mellis capere, quàm vtramque reliquarum. Et apes quidem illud tantum, quod ipſis vtile eſt, cognoſcunt, videlicet hexagonum quadrato, & triangulo eſſe maius, & plus mellis capere poſſe; nimirum æquali materia in conſtructionem vniuſcuiuſq; conſumpta. nos vero, qui plus ſapientiæ, quam apes habere profitemur, aliquid etiam magis inſigne inueſtigabimus; figurarum enim planarum, quæ cum æquilaterę, & æquiangulæ ſint, ambitum æqualem habent, ea ſemper maior eſt, quæ ex pluribus angulis conſtat. circulus vero omnium eſt maximus; ſi modo æquali ipſis ambitu comprehendatur.

THEOREMA I. PROPOSITIO I.

Prius autem oſtendemus polygonorum ordinatorum, quæ angulos quidem numero inæquales habent, ambitum vero æqualem, illud quod ex pluribus angulis conſtat, ſemper etiam maius eſſe.



Sint duo polygona æquilatera, & æquiangula ABC, DEF, & ſint æquales quidem ipſorum ambitus: polygonum vero DEF plures angulos habeat. Dico DEF ipſo ABC polygono maius eſſe. Sumptis enim circulorum, circa ipſa deſcriptorum centris GH demittantur perpendiculares GK, HL: & iungantur AG, GC, DH, HF. Itaq; quoniam polygonum DEF plures angulos habet, quam ipſum ABC, recta linea DF plu-

ries me-

ries metitur ambitum polygoni DEF, quam AC ambitum ipſius ABC. ergo AC maior eſt, quam DF; ambitus enim æquales ponuntur. & idcirco AK, quam DL eſt maior, cum vtraque vtriuſque dimidia ſit. ponatur ipſi DL æqualis KM, & iungatur MG. Quo- A
niam igitur quæ pars eſt recta linea AC polygoni ABC ambitus. eadem eſt pars angulus AGC quattuor rectorum. quod polygonum æquilaterum ſit: & ſimiliter quæ pars eſt DF ambitus polygoni DEF, eadem eſt angulus DHF quattuor rectorum. & ſunt ambitus inter ſeſe æquales; itemque duo recti æquales duobus rectis. Vt igitur AC ad ABC ambitum, ita angulus AGC ad quattuor rectos. & vt ambitus DEF, hoc eſt ABC ad DF, ita quattuor recti ad angulum DHF, ergo ex æquali vt AC ad DF, ita angulus AGC ad DHF angulum. & propterea vt AK ad LD, hoc eſt ad KM, ita AGK an- 15.quinti.
gulus ad ipſum DHL. ſed AK ad KM maiorem proportionem habet, quam angulus B
AGK ad MGK angulum, hoc enim in lemmatibus in ſphærica demonſtratum eſt. ergo AGK angulus ad angulum DHL maiorem proportionem habet, quam AGK angulus ad ipſum MGK. maior igitur eſt angulus MGK angulo DHL. eſt autem angulus ad K rectus æqualis recto ad L. quare reliquus GMK angulus reliquo HDL minor erit. fiat angulo HDL æqualis angulus KMN. atque eſt DL æqualis MK. ergo & LH ipſi KN C
eſt æqualis. maior igitur eſt LH quam KG. & ſunt ambitus inter ſe æquales. ergo rectangulum contentum LH & ambitu DEF maius eſt eo, quod KG & ambitu ABC continetur. ſuntque polygona dictorum rectangulorum dimidia. maius igitur eſt DEF po- D
lygonum polygono ABC.

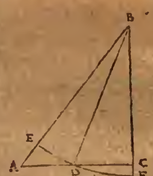
Eſt enim altitudo inæqualis, ambitu eodem exiſtente duorum rectilineorum; & ba- E
ſes inæquales HL, GK: & vt HL baſis ad baſim GK, ita parallelogrammum conſtans ex HL, & ambitu polygoni DEF ad parallelogrammum ex GK, & ambitu polygoni ABC; & dimidia polygona inæqualia. ergo DEF ipſo ABC eſt maius.

COMMENTARIVS.

Quoniam igitur quæ pars eſt recta linea AC polygoni ABC ambitus, eadem eſt pars A
angulus AGC quattuor rectorum] *Cum enim polygoni latera inter ſe æqualia ſint, erunt,* 28 tertij
& circumferentiæ, quas auferunt, æquales, quibus etiam æquales anguli ad centrum inſi- 27
ſtent. & cum circa centrum ſit ſpatium quattuor rectis angulis æquale, ſi ab eo ad laterum extrema rectæ lineæ ducantur, diuident quattuor rectos in tot partes æquales, quot ſunt polygoni latera. ergo quam proportionem habet polygoni latus ad omnia latera, hoc eſt ad totum eius ambitum, eandem angulus, qui lateri inſiſtit, habet ad quattuor rectos.

Sed AK ad KM maiorem proportionem habet, quam angulus AGK ad MGK angu- B
lum] *Illud nos hoc lemmate demonſtrabimus.*

Sit triangulum orthogonium ABC rectum angulum habens ad C, & ab angulo B ad AC ducatur vtcumque recta linea BD. Dico AC ad CD maiorem proportionem habere, quàm ABC angulus ad angulum DBC. Quoniam enim angulus ADB maior eſt angulo BAD erit AB, quàm BD maior. Eadem quoq; 18.primi.
ratione maior erit BD quam BC, quare centro B, interualloque BD circuli circumferentia EDF deſcripta, ſecabit quidem rectam lineam AB (ſecet in E) extra ipſam vero BC cadet. &
producatur BC vt dicta in circumferentiam ſecet in F. triangu- 8.quinti.
lum igitur ABD ad triangulum DBC maiorem proportionem habet, quam BED ſector ad ſectorem DBF. eſt enim triangulum ABD maius ſectore EBD, & triangulum DBC ſectore DBF minus. Vt autem triangu-



lum ABD ad triangulum DBC, ita recta linea AD ad ipſam DC: & vt ſector EBD ad ſecto- 1.ſexti.
rem DBF, ita angulus ABD ad DBC angulum. ergo recta linea AD ad DC rectam ma- vlt.ſexti.
iorem proportionem habebit, quam ABD angulus ad angulum DBC, & componendo ex 28. quinti elementorum a nobis addita habebit AC ad CD maiorem proportionem, quam angulus ABC ad DBC angulum, quod demonſtrare oportebat.

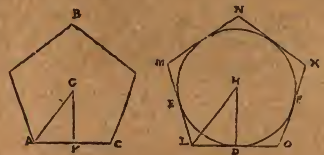
Atque eſt DL æqualis MK, ergo & LH ipſi KN eſt æqualis] *Quoniam enim angulus* C
KMN factus eſt æqualis ipſi HDL, & angulus ad K rectus æqualis recto ad L, erit & reliquus reliquo æqualis, & NMK triangulum triangulo HDL ſimile. vt igitur DL ad LH ita MK ad KN. & permutando vt DL ad MK, ita LH ad NK. Sed DL eſt æqualis MK, ergo &
& LH ipſi KN æqualis erit. 14.quint

D Suntque polygona dictorum rectangulorum dimidia] *Nam triangulum* H D F *dimidium eſt rectanguli, quod* D F *&* H L *continetur.* 41.primi.

E Eſt enim altitudo inæqualis & c.] *vide ne hoc ſcholium quoddam ſit, librarij incuria hoc loco inſertum.*

THEOREMA II. PROPOSITIO II.

Sit rurſus polygonum A B C æquilaterum, & æquiangulum, quod ambitum habeat circuli D E F circumferentiæ æqualem. Dico circulum D E F polygono A B C maiorem eſſe.



Sumatur enim circuli D E F centrum H, & circuli circa polygonum A B C deſcripti centrum G, deinde circa circulum deſcribatur polygonum ſimile polygono A B C, quod ſit L M N X O; iun-
A gaturque H D, & a puncto G ad A C perpendicularis ducatur G K. Quoniã igitur polygoni L M N X O ambitus maior eſt circumferen-
B tia circuli D E F, vt in libro de ſphæra, & cylindro ab Archimede ponuntur, quippe quod ipſam comprehendat; circuli vero circumferentia æqualis eſt ambitui polygoni A B C: erit & polygoni L M N X O ambitus ambitu polygoni A B C maior. ſuntque polygona ſimilia. ergo maior eſt L D, quam A K; & eſt triangulum A G K ſimile triangulo L H D, cum tota polygona ſimi-
C lia ſint. maior igitur eſt D H, quam G K; æqualis autem circuli D E F circumferentia ambitui polygoni A B C. ergo rectangulum contentum D H, & circuli D E F circumferentia maius eſt eo, quod G K & ambitu polygoni A B C continetur. atque eſt re-
D ctangulum contentum D H, & circuli D E F circumferentia duplũ circuli D E F. vt etiam ab Archimede in libro de circuli dimenſione oſtenſum fuit. quod autem continetur G K & polygoni A B C ambitu duplum eſt ipſius polygoni A B C, & eorum dimidia circulus igitur polygono A B C maior erit.

COMMENTARIVS.

A Iungaturque H D, & a puncto G ad A C perpendicularis ducatur G K] *Vel intellige polygonum* L M N X O *circa circulum* D E F *ita deſcriptum, vt latus* L O *circulum contingat in* D, *tunc enim* H D *ad* L O *perpendicularis erit ex* 18. *tertij libri elementorum; Vel locus mendoſus eſt quem ita corrigemus.* & ducatur a puncto H ad L O perpendicularis H D & a puncto G ad A C perpendicularis ducatur G K, & L H, A G iungantur.

B Vt in libro de ſphæra, & cylindro ab Archimede ponitur] *Videlicet in principio.*

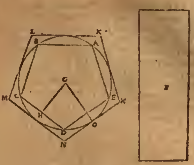
C Maior igitur eſt D H, quam G K] *Quoniam enim triangula ſimilia ſunt, vt* L D *ad* D H, *ita eſt* A K *ad* K G: *& permutando vt* L D *ad* A K, *ita* D H *ad* K G. *Sed* L D *maior eſt, quam* A K. *ergo &* D H *quam* K G. *eſt maior.*

D Vt etiam ab Archimede in libro de circuli dimenſione oſtenſum fuit] *In Græco codice legitur* ἐν τῷ περὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας. *Sed puto legendum* ἐν τῷ περὶ τῆς τοῦ κύκλου μετρήσεως.

THEOREMA III. PROPOSITIO III.

At vero rectangulum, quod circuli ambitu, & ea, quæ ex centro continetur, circuli duplum eſſe demonſtrauit Archimedes, tamen nihilominus

minus deinceps demonſtrabitur, vt ne libro Archimedis ob hoc vnum ta..tum theorema indigeamus.



Sit enim circulus A B C D, & rectangulum, quod circuli ambitu, & ea, quæ ex centro continetur, dimidium ſit ſpacium F. Dico F ſpacium circulo A B C æquale eſſe. Si enim fieri poteſt, ſit ſpacium F minus. ergo ex ijs, quę tradentur in duodecimo elementorum libro, poſſumus in circulo A B C D polygonum deſcribere, ita vt deſcriptum polygonum ſpacio F ſit maius, ſi prius in circulo quadratum deſcribatur, & relictarum portionum circumferentiæ ſemper bifariam ſecentur quoad relinquantur quædam portiones minores eo exceſſu, quo circulus A B C D ſpacium F excedit. deſcribatur, ſitque A B C D E, & a centro G ad vnum aliquod latus polygoni A B C D E, videlicet ad C D perpendi ularis G H ducatur. Itaque quoniam circuli A B C D ambitus maior eſt ambitu polygoni A B C D E, & ea, quæ ex centro circuli maior, quam G H; erit rectangulum contentum ambitu circuli A B C D, & ea quæ ex centro maius rectangulo, quod continetur p lygoni A B C D E ambitu, & recta linea O H. & ipſorum dimidia. ergo ſpacium F maius eſt polygono A B C D E, quod fieri non poteſt. ponitur enim minus. non igitur circulus A B C D ſpacio F eſt maior. Dico eam neque minorem eſſe. Si enim fieri poteſt, ſit minor. ergo circa circulum A B C D polygonum deſcribere poſſumus, ita vt F ſpacium polygono deſcripto iam ſit, ſi prius circa circulum deſcribatur quadratum, & relictis circumferentijs ſemper biſariam diuiſis, contingentes ducantur, quouſq; figurarum extra deſcriptarum relinquantur portiones quædam minores exceſſu, quo ſpacium F circulum A B C D excedit. hoc enim fieri poſſe iam demonſtratum eſt. * Deſcribatur igitur polygonum ſicuti diximus, & ſit K L M N X. iungaturque a centro G ad vnu n contactuum, videlicet ad O recta linea G O. itaque quoniam polygoni K L M N X ambitus maior eſt ambitu circuli A B C D, rectangulum factum ex ambitu polygoni K L M N X & recta linea G O, maius eſt eo, quod fit ex circuli B C D ambitu, & ea lem G O, & ipſorum dimidia. ergo K L M N X polygonum ſpacio F eſt maius. quod fie.i nequit. ponitur enim minus. Non igitur ſpacium F maius eſt circulo A B C D oſtendimus autem neque minus eſſe. ego eſt æquale. atque eſt ſpacij F duplum, illud quod ambitu circuli A B C D, & ea, quæ ex centro continetur.

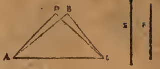
COMMENTARIVS.

Hoc enim fieri poſſe iam demonſtratum eſt] *videlicet in duodecimo elementorum libro propoſitione 2. Nos autem hunc locum emendauimus, nam in Græco codice legebatur τούτο γὰρ ὡς δυνατὸν ἀνάγκη γενέσθαι δειχθήσεται Ubi fortaſſe legendum eſt τοῦτο γὰρ ὡς δυνατὸν γενέσθαι δέδεικται.* *

Non ſolum autem planis figuris ordinatis, quę æquilateræ ſunt, & æquiangulæ, circulus maior eſt, ſed etiam ijs, quæ latera inæqualia, & angulos diſſimiles habent, quando eodem, quo ipſæ ambitu contineantur. demonſtrabitur enim iſoperimetrarum figurarum, quæ multos angulos, & latera numero æqualia habeant; æquilateram, & æquiangulam maximam eſſe. Prius tamen theoremata, quæ ad demonſtrationem huius aſſumuntur, conſcribemus.

THEO-

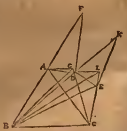
THEOREMA IV. PROPOSITIO IV.



Sit triangulum ABC, maiorem habens AB, quam BC: ſitque recta linea E minor quidem, quam AB, maior vero, quam BC, dico fieri poſſe, vt in ipſa AC duæ rectæ lineæ conſtituantur, ita vt vtræque ſimul æquales ſint ipſis AB, BC, vna autem earum rectæ lineæ E ſit æqualis. quo enim AB, BC ſuperant ipſam E, ſit F. ergo F minor quidem eſt, quam AB, maior autem, quam BC; quoniam vtræque AB, BC æquales ſunt ipſis EF; quarum E maior eſt, quam BC, & minor, quam AB. Quoniam igitur AC, CB maiores ſunt, quam AB, atque eſt E, quam CB maior, & F minor, quam AB: erunt ACE multo maiores, quam F. ſimiliter quoniam AC, CB maiores ſunt, quam AB, & F maior, quam CB, & E minor, quam AB: erunt ACF, quam E multo maiores. poteſt igitur ex AC, EF triangulum conſtitui. conſtituatur, & ſit ACD. conſtat igitur ſi quidem EF æquales ſint, triangulum ACD eſſe æquicrure. ſi vero inæquales, maiorem earum rectæ lineæ CD æqualem eſſe.

THEOREMA V. PROPOSITIO V.

Iſoperimetrorum triangulorum, & eandem baſim habentium æquicrure maximum eſt: & id, quod ad æquicrure magis accedit, ſemper eſt maius.

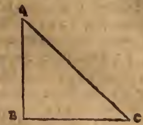


In baſi enim BC ſint triangula iſoperimetra, æquicrure quidem ABC; BDC vero ad æquicrure magis accedens, quam BEC, id quod ex iis, quæ proxime demonſtrata ſunt, conſtitui poteſt. Dico triangulum ABC maximum eſſe; & BDC maius quam BEC. producatur BA, & ipſi CA æqualis ponatur AF; iunganturque FD, DA. Quoniam igitur FD, DB maiores ſunt, quam BF: erunt etiam maiores, quam BA, AC: eſt enim AC æqualis AF. Sed BA, AC æquales ſunt ipſis BD, DC. ergo & BD, DF, quam BD, DC maiores erunt: & communi BD ablata, reliqua FD maior eſt, quam DC. duæ igitur FA, AD duabus CA, AD æquales ſunt altera alteri, & FD baſis maior baſi DC. ergo angulus FAD angulo DAC eſt maior: ac propterea angulus FAC maior eſt, quam duplus anguli DAC. Sed anguli ABC eſt duplus, hoc eſt anguli ACB, cum triangulum æquicrure ſit. angulus igitur ACB maior eſt angulo DAC. ponatur ipſi ACB æqualis angulus CAG. erit AG parallela BC: quod anguli alterni æquales ſint. producta igitur CD ad G, & iuncta BG, conſtat ABC triangulum triangulo BDC maius eſſe: eſt enim BAC triangulo BGC æquale. Rurſus producatur BD ad K: ponaturq; ipſi DC æqualis DK, & KE, ED iungantur. & quoniã BE, EK maiores ſunt, quàm BK: hoc eſt quã BD, DC hoc eſt, quã BE, EC, cõmuni ablata BE: erit reliqua EK, quam EC maior. itaq; duæ KD, DE duabus CD, DE æquales ſunt, altera alteri, & baſis KE maior baſi EC. angulus igitur KDE angulo CDE eſt maior. quare KDC angulus, maior eſt, quam duplus anguli CDE; & anguli DCB minor, quam duplus: etenim DCB angulus maior eſt angulo DBC, quod ABC, ACB æquales ſint: maior igitur eſt DCB quam CDE. conſtituatur ad rectam lineam CD, & ad punctum D angulus CDL ipſi DCB æqualis. perſpicuum eſt DL inter DE, DK intermediam parallelam eſſe ipſi BC, ob angulos alternatim æquales. producta igitur CE vſque ad LD parallelam, quæ occurrat in L,

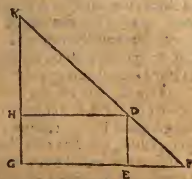
& EL

& BL iuncta, erit BDC triangulum æquale triangulo BLC, cum ſint in eadem baſi BC, & inter duas parallelas BC, DL: quare triangulum ABC maius erit triangulo BEC, quod quidem ipſo BLG eſt minus.

TEOREMA VI. PROPOSITIO VI.



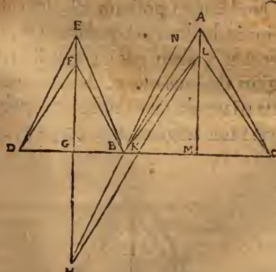
Rurſus ſint duo triangula orthogonia ſimilia ABC, DEF, quæ angulos FC æquales habeant. Dico quadratum quod fit ex AC, DF tanquam ex vna linea æquale eſſe ei, quod ex BC, EF vt vna linea, & ei, quod ex AB, DE ſimiliter vt vna linea efficitur.



Producatur enim FE ad G. ponaturque EG æqualis BC: & per G ipſi DE parallelaoccurrant FD pertractæ in K: & per D ducatur DH parallela FG. Quoniam igitur DH ęqualis eſt EG in parallelogrammo, hoc eſt ipſi BC, & KDH angulus angulo F, hoc eſt angulo C eſt æqualis: & rectus angulus H recto B: reliquuſque K ęqualis reliquo A: erunt triangula KHD, ABC æquiangula, & inter ſe æqualia. ergo quadratum quod fit ex KF æquale eſt eis, quæ ex KG, GF fiunt. hoc eſt quod ex AC, DF tamquam ex vna linea eſt æquale ei, quod ex AB, DE, vt vna linea, & ei, quod ex BC, EF ſimiliter vt vna linea efficitur.

THEOREMA VII. PROPOSITIO VII.

Similia & æquicruria triangula, vtraque ſimul vtriſque ſimul triangulis, quæ in eiſdem baſibus conſtituuntur æquicruribus, & diſſimilibus quidem tum inter ſeſe, tum ſimilibus, iſoperimetris autem, ſunt maiora.

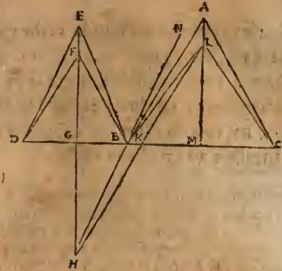


Sint ſimilia, & æquicruria triangula DFB, BAC; & in eiſdem baſibus conſtituantur alia æquicruria triangula DEB, BLC, quæ ſimul ſumpta ſint iſoperimetra quidem ipſis DFB, BAC ſimul ſumptis, diſſimilia autem neceſſario, quod anguli inæquales ſint: hoc enim conſtrui poſſe deinceps oſtendetur. Dico triangula DFB, BAC vtraque vtriſque DEB, BLC maiora eſſe. Iungantur BF, AL & ad baſes producantur. ſecabunt vtique eas bifariam, & ad rectos angulos, ſunt enim DE, EF ipſis BE, BF, æquales: & baſes æquales DF, FB cum æquicruria triangula ſint: angulique æquales, & ſimilia triangula DEF, FEB. quare & æquales anguli extrinſeci FF, quòd intrinſecis æquales ſint æquales autem, & anguli DB, & reliqui item GG. recti igitur ſunt: lineæque DG, GB æquales: & ſimiliter æquales BM, MC, & anguli MM recti. Itaque ſecent in punctis GM: & producatur EG, ipſique ponatur æqualis GH; & BH iungatur. angulus igitur BBG angulo HBG æqualis erit. Sed BBG angulus maior eſt angulo ABC, quoniam

& ma-

& maior angulo FEG ipſi æquali. Similia enim triangula ſunt DFE, BAC. ergo & HBG angulus angulo ABC eſt maior: & recta linea coniungens puncta HL ipſam BM, ſecat poſita nimirũ recta DBC,& HBN extra ipſam AB protracta; quoniã minor eſt ABC angulus angulo HBG, hoc eſt NBC,qui eſt ad verticẽ,& multo minor angulus LBK,ita vt BM ab HL ſecetur in K. & manifeſtũ eſt HL nõ ſecari ipſum MC, vt ne LM producta in alio puncto, quam in L ſecet. Cum igitur DE, EB, BL, LC ſint æquales ipſis DF, FB, BA, AC; ponuntur enim triangula iſoperimetra: & earum dimidiæ EB, BL, hoc eſt HB, BL æquales ſunt ipſis FB, BA. & HB, BL ſunt maiores, quam HL. ergo quod fit ex vtraque FB, BA tamquam ex vna linea maius eſt eo, quod fit ex HL. Sed ei quod fit ex vtraque FB, BA tamquam ex vna linea æquale eſt, quod fit ex vtraq; FG, AM vna cum eo, quod ex vtraque GB, BM vt vna linea, hoc eſt ex GM propter triangulorum GFB, BAM ſimilitudinem: hoc enim ante demonſtratum eſt. Ei vero, quod fit ex HL, hoc eſt ex vtraque HK, KL vt vna linea æquale eſt, quod ex vtraq; LM, GH vt vnà linea, hoc eſt LM, GE vt vna, ſimul cum eo, quod ex vtraque GK, KM vt vna: hoc eſt ex GM, propter eandem cauſam ergo quod fit ex vtraque FG, AM vt linea vna, ſimul cum eo, quod ex GM maius eſt, quam illud, quod fit ex vtraque EG, LM vt vna ſimul cum eo, quod ex GM. Commune auferatur, quod fit ex GM. reliquum igitur, quod ex vtraque FG, AM vt vna linea, maius eſt eo, quod ex vtraque EG, LM vt vna. & ob id FG, AM, vt vna longitudine maior eſt, quam EG, LM vt vna linea. Triangula vero, quorum eadem eſt altitudo, ita ſe habeat, ſic vt baſes. ergo vt EG ad GF, ita & dimidia triangulorum EGB ad FGB; & tota triangula eorum dupla DEB ad DFB. vt autem LM ad MA, ita MLC triangulum ad MAC: & duplum BLC ad BAC. quare & componendo vt EG, LM ad FG, AM, ita DEB, BLC triangula ad triangula DFB, BAC, etenim & hoc quoque deinceps oſtendetur. minor autem eſt vtraque EG, LM, quam vtraque FG, AM. ergo & triangula DEB, BLC vtraque vtriſque triangulis DFB, BAC minora erunt.

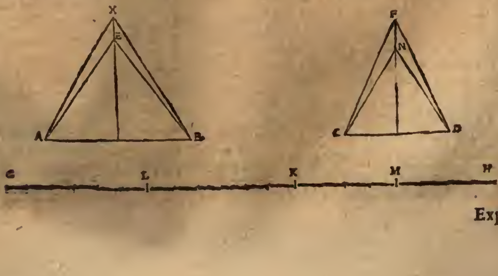
1. ſexti.



PROBLEMA I. PROPOSITIO VIII.

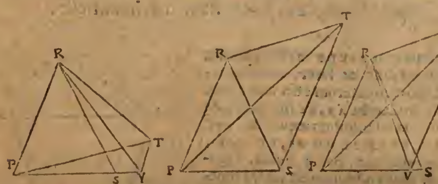
Quod autem poſitum eſt, ita oſtendetur.

Sint in baſibus inæqualibus AB, CD æquicruria triangula AEB, CFD: & ſit AE quidem ipſi CF æqualis; AB vero maior, quam CD. triangula igitur diſsimilia ſunt. Itaque oportet in baſibus ABCD ſimilia æquicruria triangula conſtituere, ita vt quattuor ipſorum latera ſimul ſumpta æqualia ſint lateribus AE, EB, EF, FD ſimul ſumptis.



Exponat

Exponatur enim recta linea GH æqualis ipſis AE, EB, CF, FD: & ſecetur in K, ita vt GK ad KH eandem proportionem habeat, quam AB baſis ad baſim CD. ſecetur etiam vtraque ipſarum GK, KH bifariam in LM punctis. Quoniam igitur GH vtriſque AB, CD eſt maior, quod & ipſæ AE, EB, CF, FD: & vt AB ad CD, ita GK ad KH: erit & GK maior, quam AB: & KH, quam CD maior. ſecta autem eſt vtraq; ipſarum GK, KH bifariam. ergo rectarum linearum AB, GL, LK quæque duæ reliqua maiores ſunt, quocumque ſumptæ. Similiter & ipſarum CD, KM, MH. Conſtituatur igitur ex AB, GL, LK triangulum AXB. manifeſtum eſt ipſum cadere extra rectas lineas AE, EB propterea quod GL, LK maiores ſunt, quam AE, EB: ſunt enim AE, EB ipſius GH dimidia, cum AE, EB æquales ſint ipſis CF, FD: & quattuor latera ſimul, rectæ lineæ GH æqualia. GK vero maior, quam dimidia GH præterea ex CD, KM, MH conſtituatur CND triangulum. eadem ratione intra cadent; atque erunt ea triangula inter ſe ſimilia, quoniam vt AB ad CD, ita eſt GK ad KH: earumque dimidiæ GL, KM, & LK ad MH: & quæ ipſis æquales conſtitutæ ſunt, AX ad CN, & BX ad DN. ſed AEB triangulum triangulo CFD interdum quidem eſt maius, interdum minus, interdum vero ipſi æquale.



Sit enim triangulum PRS habens PR æqualem FC, & RS æqualem FD, & PS ipſi CD. æqualia igitur ſunt, & ſimilia inter ſe triangula CFD, PRS. & quoniam AB maior eſt, quam CD, hoc eſt, quam PS, & AE, EB ſunt æquales PR, RS, quod & ipſis CF, FD; vtraque vtrique erit angulus AEB, quam PRS maior, quod & maior, quam CFD. ponatur angulo AEB æqualis angulus PRT, ipſiq; RS æqualis RT, & PT iungatur. ergo triangulum PRT æquale eſt, & ſimile triangulo AEB. producatur PSY, & ipſi AE æqualis ſit PY. & iungatur RY. maior igitur eſt RY, quam RS, & quam RT, vtraque enim PR, RT ipſi RS eſt æqualis. triangulum autem PRT, vel æquale eſt triangulo PRS, ſi ducta TS parallela ſit ipſi RP, & alterni anguli RPT, PTS æquales ſint, triangula enim in eadem ſunt baſi RP, & in eiſdem parallelis RP, TS. vel ipſo eſt maius, ſi TY parallela ſit ipſi RP: & angulus PTY alterno RPT. ſit æqualis. rurſus enim PRT triangulum ſit æquale triangulo RYP. maius autem triangulum PRY triangulo PRS. ergo & RPT triangulum triangulo PRS eſt maius. Quod ſi TV ſit parallela RP, ob angulos alternos æquales RPT, PTV: & PRT triangulum æquale erit triangulo RPV, ita vt triangulum PRS maius ſit triangulo PRV, hoc eſt triangulo PRT. ergo AEB triangulum æquale exiſtens ipſi PRT, vel maius eſt, vel minus, vel æquale triangulo PRS, hoc eſt CFD.

(right margin, beside the lines "triangulum PRT æquale eſt …" and "qualis ſit PY …": B, C)

COMMENTARIVS.

A Itaque oportet in baſibus AB, CD ſimilia æquicruria triangula conſtituere, ita vt quattuor ipſorum latera ſimul ſumpta æqualia ſint lateribus AE, EB, CF, FD, ſimul ſumptis] *Codex Græcus hoc loco corruptus eſt, vt opinor,* ὡς τὸ τῆς δ σπευρᾶς αὐτῶν ἀμαίσας ἴσ ταῖς αεβ γζδ ἅμα. *legendum autem eſt* ἴσας τὰς δ πλευρὰς αὐτῶν.

B Producatur PSY, & ipſi AB æqualis ſit PY. *Non video quam ob cauſſam* PY *fiat æqualis ipſi* AB. *nam vbicumque ponatur* T *extra* S. *ſemper* RY *maior erit, quam* RS, *quod maiori angulo ſubtendatur. præterea cum a puncto* Y *ducta parallela ipſi* PR *cadit extra* S, *nulla eſt neceſſitas, vt ſemper cadit in* Y. *poteſt enim etiam inter* SY, *&* *extra cadere, quare videtur legendum, producatur* PS *in* Y, *&* RY *iungatur, ita enim* Y *quodlibet punctum notabit extra* S, *quemadmodum &* V *quodlibet intra* S *notat.*

Triangulum autem PRT vel æquale eſt triangulo PRS ſi ducta TS parallela ſit ipſi RP, & alterni anguli RPT, PTS æquales ſint] *Satis erat alterum ipſorum dixiſſe, hæc enim ſeſe mutuo conſequuntur. nam ſi TS parallela eſt ipſi RP, & alterni anguli ſunt æquales, & ſi alterni anguli ſunt æquales, & TS parallela eſt ipſi RP, quod ex 27. & 29 primi libri elementorum manifeſto apparere poteſt.*

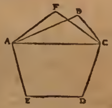
THEOREMA VIII. PROPOSITIO IX.

Reliquum eorum, quæ poſita ſunt.

THEOREMA IX. PROPOSITIO X.

His explicatis propoſitum oſtendemus, videlicet.

Iſoperimetrarum figurarum, quæ rectilineæ ſunt, & latera numero æqualia habent, æquilateram, & æquiangulam maximam eſſe.





Sit enim multilaterum ABCDE maximũ eorum quæ ipſi iſoperimetra ſunt, & latera numero æqualia habeat. Dico æquilaterum eſſe. non enim, ſed ſi fieri poteſt, ſint latera AB, BC inæqualia, & iungatur AC, in qua triangulum æquicrure AFC conſtituatur, ita vt vtraque ſimul AF, FC vtriſq; A ſimul AB, BC æqualia ſint, per 4. huius. Quoniam igitur in 5. huius oſtenſum eſt, iſoperimetrorum triangulorum, quæ in eadem baſi conſiſtant, maximum eſſe æquicrure, triangulum AFC triangulo ABC maius erit. quare addito communi ACDE quadrilatero, erit aliquod ſpacium FCDEA maius maximo ABCDE, iſoperimetrum ipſi, & latera numero æqualia habens, quod fieri non poteſt. æquilaterum igitur eſt ABCDE. & quod ad æquilaterum magis accedit, ſemper maius eſt; quippe eum oſtenſum ſit, triangulum quod magis ad æquicrure accedit, ſemper eſſe maius. Dico præterea quinque laterum ABCDE æquiangulum eſſe. non enim, ſed ſi fieri poteſt, ſit angulus B angulo D maior ergo, & recta AC maior erit, quam CE. æquales enim ſunt AB, BC, CD, DE. Conſtituantur in baſibus inæqualibus AC, CE ſimilia æquicruria triangula, vt in 8. huius oſtenſum eſt, AFC, CGE. quæ vtraque latera AF, FC, CG, GE ſimul ſumpta æqualia habeant vtriſque AB, BC, CD, DE ſimul ſumptis. triangula igitur conſtituta AFC, CGE ſimul maiora erunt, iis quæ a principio ABC, CDE. etenim hoc quoque in 7. oſtenſum eſt, & communi appoſito ACE triangulo idem abB ſurdum ſequetur. nam AFCGE maius erit maximo ABCDE, & iſoperimetrum ipſi, & latera numero æqualia habens. ergo æquiangulum eſt ABCDE, quinque laterum. Iſoperimetrarum igitur figurarum, quæ rectilineæ ſunt, & latera numero æqualia habent, maxima eſt æquilatera, & æquiangula, & ſimul conſtat omnium iſoperimetrarum figurarum circulum maximum eſſe, quoniam circulus iſoperimetra figura ordinata, quæ æquilatera eſt, & æquiangula, maior oſtenſus eſt.

COMMENTARIVS.

A Quoniam igitur in 5. huius oſtenſum eſt, &c.] *in Græco codice legitur.* ἐπεὶ δὲ πρὸ τοῦ ἐδείχθη. *ſed cum propoſitio ea quinta ſit iuxta noſtram diuiſionem, ita vertere maluimus, & idem obſeruauimus in aliis locis.*

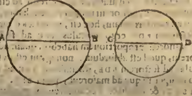
Nam

Nam AFEGE maius erit maximo ABCDE, & iſoperimetrum ipſi, & latera numero æqualia habens. ego æquiangulum eſt ABCDE quinquelaterum] *Hoc loco corruptus eſt Græcus codex. qui fortaſſe ita reſtituetur.* τὸ γὰρ αζγηε μεῖζον ἐστι τοῦ αβγδε μεγίστου, ἰσοπεριμέτρου αὐτῷ, καὶ ἰσαρίθμους πλευρὰς ἔχον· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ αβγδε πεντάπλευρον.

Eiuſdem contemplationis eſt & illud. Circuli portionum, quæ æqualem circumferentiam habent, maxima eſt ſemicirculus. Hoc autem demonſtrabimus, ſi prius ea, quæ ad id ſumuntur, conſcribemus.

THEOREMA X. PROPOSITIO XI.

Circulorum circumferentiæ inter ſe ſunt, vt diametri.



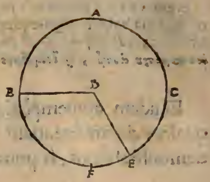
Sint duo circuli AB, CD. Dico vt circuli AB circumferentia ad circumferentiam circuli CD, ita eſſe rectam lineam AB ad ipſam CD. Quoniam enim vt AB circulus ad circulum CD, ita eſt quadratum ex AB ad quadratum ex CD; ſed circuli AB quadruplum eſt rectangulum, quod continetur recta linea AB, & circuli circumferentia; circuli vero CD quadruplum eſt rectangulum recta linea CD, & circuli circumferentia contentum, quod quidem antea demonſtratum eſt: erit vt rectangulum, contentum AB recta linea, & circumferentia circuli AB, ad rectangulum, quod recta linea CD, & circuli CD circumferentia continetur; ita quadratum ex AB ad id, quod fit ex CD quadratum. & permutando vt rectangulum contentũ recta linea AB, & AB circumferentia ad quadratum ex AB, ita rectangulum, quod continetur CD recta linea, & circumferentia CD ad quadratum ex CD. Vt igitur circuli AB circumferentia ad rectam lineã AB, ita circumferentia circuli CD ad rectam CD & permutando vt AB circuli circumferentia ad circumferentiam circuli CD, ita recta linea AB ad CD rectam.

ALITER.

Hoc etiam demonſtrabitur non aſſumendo rectangulum, quod diametro circuli, & circumferentia continetur, circuli quadruplum eſſe. polygona enim ſimilia in circulis deſcripta, vel circumſcripta ambitus habent, qui quidem inter ſe ſunt, vt quæ ex centris circulorum. ergo & circulorum circumferentiæ eandem inter ſe, quam diametri proportionem habent.

THEOREMA XI. PROPOSITIO XII.

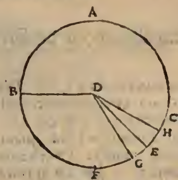
Rurſus ſit circulus ABC circa centrum D, cuius ea quæ ex centro DB: & a puncto D ducatur quædam recta linea DE. Dico vt circuli ABC ambitus ad circumferentiam BFB, ita eſſe circulum ABC ad BDE ſectorem.



Si igitur circumferentia BFB commenſurabilis eſt ambitui circuli ABC, quoniam diuiſo ambitu ABC in menſuras, & a punctis diuiſionum ductis ad centrum rectis lineis, ſectores omnes inter ſe congruunt, atque eſt eorum multitudo æqualis multitudini menſurarum: erit vt totus circuli ABC ambitus ad circumferentiam BFB, ita circulus ABC ad BDE ſectorem, ex

A 15. quinti libri elementorum. Quòd ſi ambitus non eſt commenſurabilis circumferentiæ BFB nihilominus erit, vt ABC circulus ad ſectorem BDE, ita ambitus ABC ad BFB circumferentiam. Sit enim, ſi fieri poteſt, vt ABC circulus ad ſectorem BDB, ita ambitus ipſius ABC ad circumferentiam BF prius

B minorem, quam BFB. & ſumatur alia quædam circumferentia BG maior quidem quam BF, minor vero, quam BFB, atque ambitui ABC commenſurabilis: vt eſt lemma ſphæricorum, iungaturque DG. eſt igitur ex antedictis, & vt circulus ABC ad BDG ſectorem, ita ABC ambitus circuli ad BFG cir-



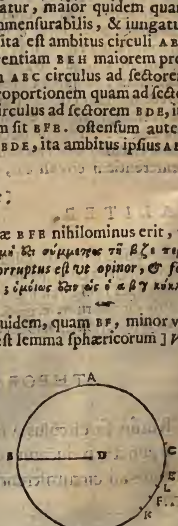
C cumferentiam. Sed ambitus ABC circuli ad circumferentiam BFG, minorem proportionem habet, quam ad BF circumferentiam, hoc eſt, quam ABC circulus ad ſectorem BDB ergo circulus ABC ad ſectorem BDG minorem proportionem habebit, quam ad BDB ſectorem, quod eſt abſurdum. non igitur eſt, vt ABC

D circulus ad ſectorem BDB, ità ambitus ABC ad circumferentiam minorem, quam BFB. Dico inſuper neque ad maiorem, quam BFB. Si enim fieri poteſt, ſit ad circumferentiam BEC. & ſimiliter circumferentia quædam BEH ſumatur, maior quidem quam BFE, minor vero, quam BEC, ſed ambitui circuli ABC commenſurabilis, & iungatur DH. Rurſus quoniam vt ABC circulus ad ſectorem BDH, ita eſt ambitus circuli ABC ad BEH circumferentiam: ambitus vero ABC ad circumferentiam BEH maiorem pronem habet, quam ad BBC circumferentiam, hoc eſt quam ABC circulus ad ſectorem BDB: habebit circulus ABC ad ſectorem BDH maiorem proportionem quam ad ſectorem BDB, quod itidem eſt abſurdum. non igitur vt ABC circulus ad ſectorem BDE, ita eſt ambitus ipſius ABC ad circumferentiam maiorem, quam ſit BFB. oſtenſum autem eſt, neque ad minorem. ergo vt circulus ABC ad ſectorem BDE, ita ambitus ipſius ABC ad BFB circumferentiam.

COMMENTARIVS.

A Quòd ſi ambitus non eſt commenſurabilis circumferentiæ BFB nihilominus erit, vt ABC circulus ad ſectorem BDB, &c.] *Græcus codex.* εἰ δὲ μὴ ἔστι σύμμετρος τῇ βζε περιφερείᾳ μὴ δὲ ἔστιν ὡς ὁ αβγ κύκλος πρὸς τὸν βδε τομέα. *Sed corruptus eſt vt opinor, & fortaſſe ita corrigendus.* εἰ δὲ μὴ ἔστι σύμμετρος τῇ βζε περιφερείᾳ, ὁμοίως ἔστιν ὡς ὁ αβγ κύκλος πρὸς τὸν βδε τομέα.

B Et ſumatur alia quædam circumferentia BG, maior quidem, quam BF, minor vero, quam BFB, atque ambitui ABC commenſurabilis, vt eſt lemma ſphæricorum] *Vbi hoc lemma ſit, nondum noui, ſed tamen illud ita faciemus.*



[...]decimi. *Diuidatur circuli* ABC *circumferentia bifariam, & eius dimidia rurſus bifariam: idq; ſemper fiat, quoad relinquatur circumferentia quadã* BG *minor, quam* BE. *quæ ſi maior ſit, quã* BF, *factũ iam erit, quod proponebatur, ſin minus, diuidatur* BG *bifariã & ſi opus erit rurſus bifariã, quouſq; reliqua ſit circũferentia minor, quam* GE, *cui quidem æqualis ponatur* GK, *& ſi* BGK *adhuc non ſit maior, quam* BGF, *rurſus diuidatur* GK, *eiuſq; dimidia, quouſq; relinquatur circumferentia minor quã* KE, *& ipſi æqualis ſit* KL, *idemq; ſemper fiat, quoad tandem ſumatur circumferentia minor quidem, quam* BE, *maior vero, quam* BF. *quod ipſum facere oportebat.*

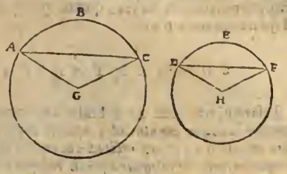
Sed

Sed ambitus ABC circuli ad circumferentiam EFG minorem proportionem habet, quam ad BF circumferentiam] *in Græco codice legitur* πρὸς τὴν εζη περιφέρειαν *ſed legendum* πρὸς τὴν βζη περιφέρειαν. C

Ita ambitus ABC ad BF circumferentiam, minorem, quam BFB] *Græcus codex habet.* πρὸς τὴν βζ περιφέρειαν ἐλάσσονα λόγον ἔχει τῆς βεζ περιφερείας *ſed legendum* πρὸς τὴν βζ περιφέρειαν ἐλάσσονα ἤπερ τῆς βεζ περιφερείας. D

THEOREMA XII. PROPOSITIO XIII.

Similes circulorum portiones interſe ſunt vt baſium quadrata, & circumferentiæ ipſarum interſe vt baſes.



Sint ſimiles circulorum portiones ABC DEF. Dico vt portio quidem ABC ad DEF portionem, ita eſſe quadratum ex AC ad quadratum ex DF: vt autem ABC circumferentia ad circumferentiam DEF, ita AC ad DF. compleantur circuli, ſumanturque ipſorum centra GH, & iungantur AG, GC, DH, HF. Quoniam igitur ſimiles ſunt ABC, DEF portiones; angulus ad G æqualis eſt angulo ad H; triangulumq; AGC triangulo DHF ſimile, & ABC dircumferentia ſimils circumferētiæ DEF. A
ergo vt circulus ABC ad AGCB ſectorem, ita ambitus circuli ABC ad ABC circumferentiã B
hoc eſt quattuor recti ad angulũ G. vt autem DEF circulus ad ſectorem DHFE, ita am- C
bitus circuli DEF ad DEF circumferentiã, & quattuor recti ad H angulũ. Sed angulus H
angulo G eſt æqualis. ergo vt ABC circulus ad ſectorem AGCB, ita circulus DEF ad
DHFE ſectorem: & permutando vt ABC circulus ad circulũ DEF, ita AGCB ſector ad
DHFE ſectorem. & vt circulus ad circulũ, ita quadratum ex AG ad quadratũ ex DH: hoc 2.duodecimi.
eſt AGC triangulum ad triangulum DHF. Vt igitur AGCB ſector ad ſectorem DHFE, ita
triangulũ AGC ad DHF triangulum: & reliqua portio ABC ad portionem DEF, vt trian- D
gulum AGC ad triangulum DHF; hoc eſt vt quadratum ex AC ad id, quod ex DF qua- E
dratum. Dico præterea vt ABC circumferentia ad circumferentiam DEF, ita AC
baſis ad baſim DF. Iiſdem enim conſtructis, vt ABC circuli circumferentia ad circum- 11.huius.
ferentiam circuli DEF, ita circumferentia ABC ad DEF circumferentiam. Vt autem F
circulorum circumferentiæ inter ſeſe, ita AG ad DH, hoc eſt AC ad DF. Vt igitur G
ABC circumferentia ad circumferentiam DEF; ita baſis AC ad DF baſim.

COMMENTARIVS.

Quoniam igitur ſimiles ſunt ABC, DEF portiones, angulus ad G æqualis eſt angulo ad H] *Ex ſimilium circuli portionum definitione.* A

Ergo vt circulus ABC ad AGCB ſectorem, ita ambitus circuli ABC ad ABC circumferentiam] *Ex antecedenti.* B

Hoc eſt quattuor recti ad angulum G] *Ex vltima ſexti.* C

Hoc eſt AGC triangulum ad triangulum DHF] *Nam cum triangulum AGC ſimile ſit triangulo DHF, habebit triangulum AGC ad ipſum DHF duplam proportionem eius, quæ eſt AG ad DH ex 19. ſexti. & ex 20. eandem habebit quadratum ex AG ad quadratum ex DH. Vt igitur quadratum ex AG ad quadratum ex DH, ita eſt AGC triangulum ad triangulum DHF.* D

Et reliqua portio ABC ad portionem DEF, vt triangulum AGC ad triangulum DHF] *Ex 19. quinti.* E

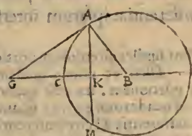
Vt autem circulorum circumferentiæ inter ſeſe, ita AG ad DH] *Ex vndecima huius. Circulorum enim circumferentiæ eandem inter ſe proportionem habent, quam ipſorum diametri, & earum dimidiæ, quæ ex centris circulorum.* F

Hoc eſt AC ad DF] *Ex 4. ſexti ob triangulorum AGC, DHF ſimilitudinem.* G

THEO-

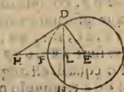
THEOREMA XIII. PROPOSITIO XIIII.

Sint duo circuli; & ad ipſorum centra æquales anguli ABC, DEF. & contingentes quidem rectæ lineæ ſint AG, DH; perpendiculares vero AK DL. oſtendendum eſt, vt AGK triangulum ad trilineum ACK, ita eſſe triangulum DHL ad DFL trilineum.



A Hoc autem ex antedictis manifeſtum eſt. triangu-
B lum enim AGK ſimile ſit triãgulo DHL: & ACK trili-
C neum ſimile trilineo DFL: & vtrumq; ad vtrumq; eandem proportionem habet, quam quadratum ex AK ad quadratum ex DL.

COMMENTARIVS.



A Triangulum enim AGK ſimile ſit triangulo DHL] *Ponitur namque angulus ad B æqualis angulo ad E: & ſunt anguli GAB, HDE recti ex 18. tertij: & ob id inter ſe æquales, ergo & reliquus æqualis reliquo, & triangulum ABG triangulo DEH ſimile. Sed triangulo ABG ſimile eſt triangulum AGK, & triangulo DEH ſimile triangulum DHL, ex 8. ſexti. ergo, & triangula AGK, DHL inter ſe ſimilia erunt.*

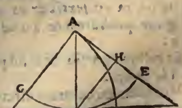
B Et ACK trilineum ſimile trilineo DFL] *Cum enim anguli ad BE ſint æquales, erunt & circumferentiæ AC, DF inter ſe ſimiles: & productæ AK, DL vſq; ad alteram circumferentiæ partem in punctis MN ſimiles circulorum portiones abſcindent, ACM, DFN: quarum dimidiæ ACK, DFL etiam ſimiles ſunt,*

C Et vtrumque ad vtrumque eandem proportionem habet, quam quadratum ex AK ad quadratum ex DL] *Triangulum enim AGK ad triangulum DHL ipſi ſimile eandem habet proportionem, quam quadratum ex AK ad quadratum ex DL, ex eis quæ nos proxime tradidimus. portio autem ACM ad DFN portionem, hoc eſt earum dimidia, videlicet, ACK tri-*

16. quinti. *lineum ad trilineum DFL. ex antecedenti eam proportionem habet, quam quadratum ex AM ad quadratum ex DN: hoc eſt quam quadratum ex AK ad id quod ſit ex DL quadratum: triangulum igitur AGK ad triangulum DHL eandem proportionem habebit, quam trilineum ACK ad trilineum DFL. & permutando AGK triangulum ad trilineum ACK, habebit eandem, quam triangulum DHL ad DFL trilineum.*

THEOREMA XIV. PROPOSITIO XV.

Sit triangulum orthogonium ABC: & circa centrum C per A deſcribatur circumferentia AD. rectus autem eſt angulus ad B. oſtendendum eſt ſectorem ACD ad ABD trilineum maiorem proportionem habere, quàm angulus rectus ad BCA angulum.



16. tertij. Ducatur ipſi CA ad rectos angulos AF, quæ circumferentiam AD contingit: & per B circa centrum A deſcribatur circumferentia EBG: atq; ad AF perpendicularis BH ducatur. Quoniam igitur EBF trilineum ad trilineum EBH maiorem proportionem habet, quam

26. quinti ad BAB ſectorem; & componendo triangulum FHB ad trilineum EBH maiorem habet proportionem, quam FAB triangulum ad ſectorem EAB; vt autem FHB triangulum ad trilineum EBH; ita trian-

triangulum FAB ad ADB trilineum; quòd æquales ſunt anguli BAB, ACD; hoc enim A
ante demonſtratum eſt: & triangulum FAB ad BAD trilineum maiorem propor- B C
tionem habebit, quam ad ſectorem EAB. maior igitur eſt BAB ſector trilineo DAB 10
ac propterea BAB ſector ad ſectorem BAG maiorem habet proportionem, quam 8 quin.
trilineum DAB ad BAG ſectorem. ſed trilineum DAB ad BAG ſectorem maiorem proportionem habet, quam ad triangulum ABC. multo igitur maiorem habet BAB ſector ad ſectorem BAG, quam trilineum DAB ad BAC triangulum. Vt autem ſector BAB ad BAG ſectorem, ita angulus FAB ad angulum BAC. ergo angulus vl. ſexti.
FAB ad BAC angulum maiorem proportionem habet, quam DAB trilineum ad triangulum BAC. & conuertendo triangulum BAC ad BAD trilineum maiorem habet pro- 26. quin.
portionem, quam BAC angulus ad angulum BAF: componendoque ſector DCA ad ABD 28. quin.
trilineum maiorem proportionem habet, quam FAC angulus ad angulum FAB; hoc eſt, quam angulus rectus ad ACB angulum. eſt enim angulus FAB æqualis ipſi ACB, quòd in orthogonio triangulo FAC, perpendicularis eſt AB, & triangulum FAB, 8. ſexti.
triangulo ACF eſt ſimile.

COMMENTARIVS.

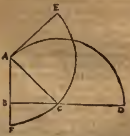
Quod æquales ſunt anguli EAB, ACD] *Ex 8. ſexti. eſt enim triangulum* FAC *orthogonium, & ab angulo recto ad baſim perpendicularis ducitur* AB. *quare* ABF *triangulum ſimile eſt triangulo* CAF, *angulusque* FAB *angulo* FCA *æqualis.* A

Hoc enim ante demonſtratum eſt] *In antecedente.* B

Et triangulum FAB ad BAD trilineum maiorem proportionem habebit, quàm ad ſectorem EAB] *Ex 13. quinti.* C

THEOREMA XV. PROPOSITIO XVI.

Sit rurſus triangulum orthogonium ABC, rectum angulum habens ad B; & circa centrum C per A circuli circumferentia deſcribatur. Dico ACD ſectorem ad trilineum ABD maiorem proportionem habere, quam angulus rectus ad ACD angulum.



Ducatur ipſi AC ad rectos angulos AE: & producta BA per C punctum circa centrum A deſcribatur circuli circumferentia BCF. Quoniam igitur circa eandem ſemidiametrum CA deſcriptæ ſunt circumferentiæ AD, BCF; conſtat eas eſſe æqualium circulorum: & angulus ACD maior eſt angulo CAE. ergo ſector ACD ſectore ACE eſt maior: & ob id maiorem proportionem habet ACD ſector ad triangulum ABC, quam ſector ACE ad idem triangulum: & multo maiorem, quam ſector ACE ad ſectorem ACF. vt autem ACE ſector ad ſectorem ACF, ita angulus BAC ad ACF angulum ergo ACD ſector ad triangulum ABC maiorem proportionem habet, quam BAC angulus ad angulum CAF. & conuertendo, componendoque, & rurſus conuertendo maiorem proportionem habet ACD ſector ad trilineum ABD, quam angulus BAC ad BAF angulum: hoc eſt quam rectus angulus ad angulum ACD. eſt enim angulus BAF æqualis angulo ACD, quoniam & ACD æqualis eſt recto CBA, & BAC angulo.

A 8. quinti. B vl. ſexti C. D

COMMENTARIVS.

Et angulus ACD maior eſt angulo CAE] *Angulus enim* ACD *exterior (ex 32. pr.) æqualis eſt* A

lis eſt duobus interioribus, & oppoſitis A B C, B A C, *quorum* A B C *eſt rectus, ergo angulus* A C D *maior erit, videlicet angulo* C A F, *quem rectum eſſe poſuimus.*

B Et multo maiorem, quam ſector A C E ad A C F ſectorem] *Nam ſector* A C E *ad triangulum* A B C *maiorem proportionem habet, quam ad ſectorem* A C F, *quippe qui triangulo* A B C *eſt maior, ex 8 quinti,*

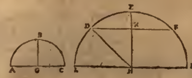
C Et conuertendo, componendoque, & rurſus conuertendo maiorem proportionem habet A C D ſector ad trilineum A B D, quam angulus E A C ad angulum E A F] *Quoniam enim* A C D *ſector ad triangulum* A B C *maiorem proportionem habet, quam* E A C *angulus ad angulum* C A F, *habebit conuertendo ex 26. quinti,* A B C *triangulum ad ſectorem* A C D *minorem proportionem, quam angulus* C A F *ad* B A C *angulum: componendoque ex 28. eiuſdem* A B D *trilineum ad ſectorem* A C D *minorem proportionem habebit, quam angulus* E A F *ad* E A C *angulum: & rurſus conuertendo ſector* A C D *ad* A E D *trilineum maiorem habebit proportionem, quam* E A C *angulus ad angulum* E A F. *In Graeco codice legitur* καὶ ἀνάπαλιν, καὶ συνθέντι, καὶ ἀναστρέψαντι μείζονα λόγον ἔχει, &c.] *Sed corrupta, vt opinor, etenim conuerſa ratione, & compoſita tantum vtimur, non item rationis conuerſione.*

D Eſt enim angulus E A F æqualis angulo A C D, quoniam, & A C D æqualis eſt recto C B A, & E A C angulo.] *Ex 32. primi elementorum.*

THEOREMA XVI. PROPOSITIO XVII.

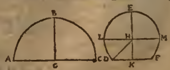
His præmiſſis theorema propoſitum, quod comparatiuum eſt, ita demonſtrabimus.

A Circuli portionum, quæ æqualem circumferentiam habent, maxima eſt ſemicirculus.



Sint duæ circulorum portiones A B C, D E F, quæ æquales habeant A B C, D E F circumferentias: & ſit A B C ſemicirculus. portio vero D E F prius ſit ſemicirculo minor. Dico ſemicirculum portione eſſe maiorem. Sumantur enim circulorum centra G H, & ad rectos angulos ſit

B G B: a puncto autem H ad D F perpendicularis ducatur H K E: & ipſi D F parallela L M, iungaturque D H. Quoniam igitur vt circumferentia L E ad A B circumferentiam, ita
11. huius eſt recta linea L H ad rectam A G. Circulorum enim circumferentiæ inter ſeſe ſunt, vt diametri. Sed circumferentia A B æqualis eſt ipſi D E circumferentiæ. Vt igitur cir-
vi. ſexti. cumferentia L E ad E D, ita eſt L H ad A G. & vt L E ad E D, ita ſector L H E ad E H D ſe-
C ctorem, habet autem quadratum ex H L ad quadratum ex A G duplam proportionem
D eius, quam habet L H ad A G. ergo quadratum ex L H ad quadratum ex A G, hoc eſt ſector L E H ad ſectorem A B G duplam proportionem habebit eius, quam L C H ſector habet ad ſectorem D C H. ac propterea inter ſectores L C H, A B G medius proportiona-
E lis eſt ſector D E H. & quoniam per lemma ante demonſtratum ſector D E H ad trilineum E D K maiorem proportionem habet, quam rectus angulus; hoc eſt angulus L H E ad ip-
F ſum D H E; hoc eſt quam L H E ſector ad ſectorem D H. vt autem ſector L H E ad D H E ſectorem, ita D H E ſector ad ſectorem A B G. ergo ſector D H E ad D E K trilineum ma-
8. quinti. iorem proportionem habet, quam idem ſector ad ſectorem A B G. maior igitur eſt A B G ſector trilineo D K E: & eorum dupla. ergo A B C ſemicirculus portione D E F eſt maior. Sit rurſus portio D E F maior ſemicirculo. Dico itidem ſemicirculum portione maiorem eſſe, conſtruantur enim eadem, quæ ſupra. Similiter demonſtrabimus vt L H E ſector ad ſectorem D H E, ita eſſe ſectorem D H E ad ipſum A B G,



G quod æquales ſint A B, D E circumferentiæ. Et quoniam ob ſecundum lemma ſector D H E ad D K E trilineum maiorem proportionem habet, quam rectus angulus, videlicet L H E ad angulum D H E, hoc eſt, quam L H E ſector ad ſectorem D H E, hoc eſt, quam

ſector

ſector DHE ad ABC ſectorem; erit ABC ſector trilineo DEK maior: & eorum dupla. maior igitur eſt ABC ſemicirculus portione DEF, ex quibus ſequitur omnium circuli portionum, quæ æquales habent circumferentias, ſemicirculum maximum eſſe.

COMMENTARIVS.

Circuli portionum, quę æqualem circumferentiam, habent maxima eſt ſemicirculus] *Hæc nos addidimus perſpicuitatis cauſa, quæ in Græco non erant.* A

Et ipſi DF parallela LM] *Intelligatur per H centrum duci LM ipſi DF parallela, quæ ſit LHM.* B

Habet autem quadratum ex LH ad quadratum ex AG duplam proportionem eius, quam habet LH ad AG. ergo quadratum ex LH ad quadratum ex AG, hoc eſt ſector LEH ad ſectorem ABG duplam proportionem habebit eius, quam LEH ſector habet ad ſectorem DEH] *Græcus codex corruptus eſt, in quo legitur.* καὶ ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς λθ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς αη διπλασίονα λόγον τοῦ τῆς δθλ πρὸς ηα. τὸ δὲ ἀπὸ τῆς δθλ πρὸς τὸ ἀπὸ αη. *ita vero corrigendus eſt, vt opinor* καὶ ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς λθ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς αη διπλασίονα λόγον τοῦ τῆς λθ πρὸς αη, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς λθ πρὸς τὸ ἀπὸ αη. *Quoniam enim vt circumferentia LE ad ED circumferentiam, ita eſt LH ad AG, & rurſus vt LE ad ED, ita ſector LHE ad EHD ſectorem; erit & vt LH ad AG, ita LEH ſector ad ſectorem DEH. Quod cum quadratum ex LH ad quadratum ex AG duplam proportionem habeat eius, quam habet LH ad AG ex 2. ſexti; duplam quoque proportionem habebit eius, quam ſector LEH habet ad DEH ſectorem.* C

Ergo quadratum ex LH ad quadratum ex AG, hoc eſt ſector LEH ad ſectorem AGB] *Semicirculus enim LEM ad ſemicirculum ABC ex 13. huius, eam proportionem habet, quam quadratũ ex LM ad quadratum ex AC, hoc eſt quam quadratum ex LH ad quadratum ex AG, & eorum dimidia; ſector igitur LEH ad ſectorem ABG eſt vt quadratũ ex LH ad quadratũ ex AG.* D

Et quoniam per lemma ante demonſtratum] *Ex 15. huius.* E

Vt autem ſector LHE ad DHE ſectorem, ita DHE, ſector ad ſectorem ABG. ergo ſector DHE ad DEK trilineum, &c.] *Græcus codex mancus eſt, quem nos ita reſtituimus.* ὡς δὲ ὁ λθε τομεὺς πρὸς τὸν δθε, οὕτως ὁ δθε τομεὺς πρὸς τὸν αβγ τομέα. ὁ ἄρα δθε τομεὺς πρὸς τὸ δεκ τρίγραμμον. F

Et quoniam ob ſecundum lemma] *Ex 16. huius.*

Primum & effectorem omnium Deum mundo ſphæricam figuram merito, ac iure dediſſe philoſophi aſſerunt, cum omnium optimam, pulcherrimamque delegiſſet, quæ ipſi ſphæræ inſunt naturalia ſymptomata dicentes, præterea & illud addunt, omnium ſolidarum figurarum, quæ æqualem ſuperficiem habeat, ſphæram maximam eſſe. Itaque alia quidem, quæ ipſi dicunt in eſſe perſpicua ſunt, & minori indigent probatione. At vero maiorem eſſe alijs figuris, neque ipſi philoſophi probant, ſed affirmant ſolum, neque ſine maxima contemplatione perſuaderi facile poteſt. Age igitur quemadmodum in ſuperioribus, circulum maximum omnium, quæ æqualem ipſi ambitum habent, ordinatarum, multiangularumque figurarum, maximum inuenimus, & nunc. quod conſequens eſt, ſphæram omnium, quæ æqualem habeat ſuperficiem, ordinatarum, ac ſolidarum figurarum maximam oſtendere enitamur. Sed prius de ſolidis ipſis, cum quibus ſphæram conferri oportet, pauca diſſeramus. Multæ enim intelligi poſſunt ſolidæ figuræ, varias ſuperficies habentes; magis autem quis exiſtimauerit dignas, de quibus dicatur, eas, quæ ordinate eſſe videntur. & ex his multo magis tum conos, tum cylindros, tum quæ polyedra appellantur. hæc autem ſunt, non ſolum quę apud diuiniſſimum Platonem quinque figuræ, videlicet tetraedrum, hexaedrum, octaedrum & dodecaedrum, & quintum icoſaedrum, ſed etiam quæ ab Archimede inuenta ſunt, numero tredecim; æquilateris quidem, & æquiangulis polygonis, non autem ſimilibus contenta. Primum enim octaedrum eſt, quod quattuor triangulis, & totidem hexagonis continetur. tria vero deinceps, quattuordecim baſium, quorum primum continetur octo triangulis, & octagonis ſex. Secundum quadratis ſex, & hexagonis octo. tertium triangulis octo, & ſex quadratis. Poſtea duo vigintiſex baſium, quorum primum octo triangulis. & duodeuiginti quadratis continetur. Secundum quadratis duodecim hexagonis octo, & ſex octagonis deinde tria triginta duarum baſium, quorum primum triangulis viginti, & duodecim decagonis conſtat. Secundum pentagonis duodecim, & viginti hexagonis, tertium triangulis viginti, & quadratis duodecim, poſt hęc vnum

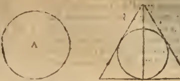
 eſt,

eſt, octo & triginta baſium, quod conſtat triginta duobus triangulis, & quadratis ſex. Hoc ſequuntur duo ſexaginta duarum baſium, quorum primum viginti triangulis, quadratis triginta, & pentagonis duodecim comprehenditur. Secundum triginta quadratis, hexagonis viginti, & decagonis duodecim. Denique vltimum nonaginta duarum baſium, quod triangulis octoginta, & duodecim decagonis continetur. Quot autem angulos ſolidos habeant vnaquæquæ tredecim figurarum polyedrarum, & quot latera, hoc modo comperiemus. Quarum enim ſimpliciter polyedrarum figurarum ſolidi anguli tribus planis angulis conſtant, enumeratis angulis planis, quos habent omnes polyedri baſes, facti numeri tertia pars eſt numerus ſolidorum angulorum. quarum autem polyedrarum angulus ſolidus quattuor planis angulis continetur, enumeratis omnibus angulis planis, quos habeant polyedri baſes, numeri eius quarta pars eſt angulorum ſolidorum numerus. Simili ratione quarum poliedrarum angulus ſolidus quinque planis angulis comprehenditur, quinta pars multitudinis angulorum planorum, eſt numerus ſolidorum angulorum multitudinis. At vero multitudinem laterum, quæ vnaquæque polyedrarum figurarũ habet, hoc modo inueniemus. enumeratis enim omnibus lateribus, quæ habeant ſuperficies polyedrum continentes, eorum numerus æqualis eſt multitudini planorum angulorum. Sed quoniam duorum planorum vnumquodque latus commune eſt, patet dimidium multitudinis numerum eſſe laterum polyedri. Primum igitur tredecim diſſimilium polyedrorum, cum triangulis quattuor, & totidem hexagonis continetur, angulos quidem ſolidos habet duodecim, latera autem duodeuiginti: etenim quattuor triangulorum anguli duodecim ſunt, & latera duodecim, quattuor autem hexagonorum anguli viginti quattuor, & vigintiquattuor latera. numeroque omni facto 36. neceſſe eſt ſolidorum angulorum numerum numeri prædicti tertiam partem eſſe, quoniam, & vnuſquiſque ſolidorum ipſius angulorum tribus angulis planis continetur. At laterum multitudo dimidia pars eſt ipſius numeri, videlicet 36. itaut latera ſint duodeuiginti. Eorum vero, quæ ex quattuordecim baſibus conſtat primum continetur octo triangulis, & quadratis ſex, ita vt duodecim ſolidos angulos habeat, vnuſquiſque enim ipſius angulus quattuor angulis planis comprehenditur, latera autem habeat vigintiquattuor. Secundum, quod continetur quadratis ſex, & octo hexagonis, habebit ſolidos angulos vigintiquattuor: vnuſquiſque enim angulorum ex tribus angulis planis conſtat: & habebit latera triginta ſex. Eorum, quæ ſex, & viginti baſes habet. Primum quod triangulis octo, & duodeuiginti quadratis continetur, habebit ſolidos angulos vigintiquattuor, & quadragintaocto latera. Secundum, quod continetur duodecim quadratis hexagonis octo, & octagonis ſex, habebit ſolidos angulos 48. latera 72. Eorum, quæ ex 32. baſibus conſtant, primum, quod continetur triangulis viginti, & duodecim pentagonis, habebit ſolidos angulos triginta, latera ſexaginta. Secundum, quod continetur duodecim pentagonis, & hexagonis viginti, habebit ſolidos angulos ſexaginta, latera nonaginta. Tertium, quod viginti triangulis, & decagonis duodecim continetur, habebit ſolidos angulos ſexaginta, latera nonaginta. Illud autem, quod ex trigintaocto baſibus conſtat, quoniam continetur triangulis trigintaduo, & quadratis ſex, habebit ſolidos angulos quadraginta, latera ſexaginta. Eorum, quæ ex duabus & ſexaginta baſibus cõſtant, primum continetur triangulis viginti, quadratis triginta, & duodecim pentagonis, habebit ſolidos angulos ſexaginta, latera centum viginti. Secundum quod continetur triginta quadratis, viginti hexagonis, & decagonis duodecim habebit ſolidos angulos centum viginti, latera centum octuaginta. Poſtremo quod ex duobus, & nonaginta baſibus conſtat, quoniam triangulis octuaginta, & pentagonis duodecim continetur, habebit ſolidos angulos ſexaginta, latera centum quinquaginta. Hæ igitur figuræ, vel angulos diſſimiles habent, vel inæqualibus, & diſſimilibus polygonis continentur, ob perturbationem, confuſionemque omittantur. Eas autem, quæ quinque figuræ appellantur, operæ pretium eſt cum ſphæra comparare. quoniam enim æqualibus, & ſimilibus planis continentur, ſolæ angulos ſolidos æquales habeant, ideoque magis ordinatæ ſunt, quam reliquæ. At plures his quinque figuris inueniri non poſſe, quę æqualibus, & ſimilibus æquilateris polygonis comprehendantur, tum ab Euclide, tum ab alijs quibuſdam demonſtratum iam fuit.

THEO-

THEOREMA XVII. PROPOSITIO XVIII.

Itaque hæc ipſa polyedra primum cum ſphæra comparemus.



Sit enim ſphæra quidem, in qua A, vna vero prædictarum quinque figurarum, quæ totam ſuperficiem ſuperficiei ſphæræ A æqualem habeat. Dico ſphæram maiorem eſſe. Intelligatur enim ſphæra intra polyedrum deſcripta, ita vt plana ipſam continentia tangat. maior igitur polyedri ſuperficies, quam ſuperficies deſcriptæ ſphæræ, cum ipſam contineat. ſed ſuperficies polyedri æqualis eſt ſuperficiei ſphæræ A. ergo & ſphæræ ſuperficies A ſuperficie ſphæræ intra polyedrum deſcriptæ maior erit. ac propterea quæ ex centro A ſphæræ A maior eſt, quam quæ ex centro ſphæræ deſcriptæ. ſphæræ autem A ſuperficies æqualis eſt ſuperficiei polyedri. Conus igitur baſim habens circulum æqualem ſuperficiei ſphæræ A, maior eſt pyramide, cuius baſis eſt rectilineum æquale ſuperficiei polyedri, & altitudo quæ ex centro ſphæræ intra ipſum deſcriptæ. Sed conus æqualis eſt ſphæræ A. hoc enim ex iis, quæ ab Archimede demonſtrata ſunt in libro de ſphæra, & cylindro, & aliter ex lemmatibus, quæ a nobis ſubijciuntur, perſpicue conſtat. pyramis autem polyedro eſt æqualis. ergo, & ſphæra A propoſito polyedro maior erit. Habent autem comparationem quandam inter ſeſe, & hæ quinque figuræ, de qua deinceps conſiderabimus. Oſtenditur namque poſitis æqualibus ſuperficiebus, ſolidum, quod plures baſes habet, ſemper etiam maius eſſe, vti coſaedrum maius dodecaedro, & dodecaedrum octaedro, & octaedrum cubo, & cubum pyramide, ſimile enim quiddam in hiſce ſolidis addidit, atque in planis polygonis, in quibus cum æquales ambitus habeant ſemper maius eſt id, quod pluribus angulis continetur. omnibus autem maior eſt circulus, quemadmodum, & nunc oſtenſa eſt ſphæra polyedris maior.

THEOREMA XVIII. PROPOSITIO XIX.

Conſtat præterea & conum, & cylindrum, qui ſuperficiem habeant ſphæræ ſuperficiei æqualem, ipſa ſphæra minores eſſe.

Etenim conus baſim habeat æqualem ſuperficiei ſphæræ, & totam ſuperficiem ſuperficie ſphæræ maiorem, ſphæræ æqualis deprehenditur, cum ipſius altitudo ei, quæ ex centro ſphæræ ſit æqualis. Cylindrus autem baſim habens eandem, quam conus. quæ eſt æqualis ſuperficiei ſphæræ, & altitudinem, tertiam partem axis coni, quippe qui eſt æqualis cono, ſphæræ etiam æqualis inuenitur, cum maiorem, quam ipſa ſuperficiem habeat. nam duæ cylindri baſes duplæ ſunt baſis coni, hoc eſt ſuperficiei ſphæræ. ergo cum vtraque figura ſuperficiem habeat ſuperficiei ſphæræ æqualem, tunc ſphæra neceſſario vtraque ipſarum maior erit.

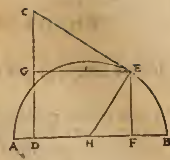
Hæc igitur de comparatione ſphæræ cum quinque figuris, & cum conis, & cylindris dicta ſint. Quæ vero ab Archimede, vt diximus, ſunt demonſtrata, & nos aliter demonſtrabimus, præmittentes lemmata nonnulla, quæ ad eorum demonſtrationes pertinent.

THEOREMA XIX. PROPOSITIO XX.

Sit ſemicirculus in diametro AB, & perpendiculares vtcumque ad diametrum CD, EF; & contingens CE. Dico rectangulum contentum bis FE, EC æquale eſſe ei, quod AB, DF continetur.

 Duca-

Ducatur enim à puncto E ad CD perpendicularis EG, & ſumpto H centro iungatur BH. Quoniam igitur re-
A ctus eſt angulus CBH. erit CEG reliquus reliquo FEH æqualis. ſed & rectus ad F æqualis eſt recto ad G æqui-
4. ſexti. angulum igitur eſt CBG triangulum triangulo HBF; &
B vt FE ad BH, ita GB ad EC. ergo rectangulum, quod continetur FB, BC æquale eſt contento HB, BG, ac
15. quinti. propterea quod bis continetur FB, BC contento bis HE,
C EG eſt æquale. Sed contento bis HB, BG æquale eſt, quod AB, DF continetur eſt enim GE ipſi DF æqualis; rectangulum igitur contentum bis FB, EC æquale eſt ei, quod continetur AB, DF. quare, & contentum vtraque ipſarum ſimul BF, DG, & CB æquale eſt ei, quod AB, DF continetur.



COMMENTARIVS.

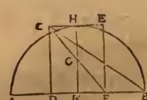
A Erit CBG reliquus reliquo FEH æqualis] *Cum enim ab angulo CEF, ex altera quidem parte auferatur angulus rectus CBH ex altera vero rectus FEG; erit, & reliquus HBF reliquo CBG æqualis.*

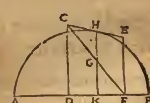
B Ergo rectangulum, quod continetur FB, BC æquale eſt contento HB, BG] *Ex 16. ſexti libri elementorum.*

C Sed contento bis HB, BG æquale eſt, quod AB, DF continetur] *Eſt enim AB ipſius HE dupla.*

THEOREMA XX. PROPOSITIO XXI.

Sint rurſus ad diametrum vtcumque perpendiculares CD, EF: & CHE ſemicirculum contingens, ita vt CH ipſi HE ſit æqualis. Dico rectangulum contentum AB, DF æquale eſſe ei, quod vtraque ſimul CD, EF, & CE continetur.





Ducatur enim perpendicularis HK, & CGF iungatur. Itaque quoniam parallelæ ſunt CD, HK, EF, & CE ipſius CH eſt dupla; erit, & EF dupla HG: & CD ipſius GK. er-
4. ſexti. go & vtraque ſimul CD, EF ipſius
2. quinti. HK eſt dupla. & ex eo, quod proxime oſtendimus rectangulum contentum bis KH, HC eſt æquale ei, quod continetur AB, DK, & ipſorum dupla. rectangulum igitur contentum vtraque ſimul CD, EF, & CE æquale eſt ei, quod AB, DF continetur.

THEOREMA XXI. PROPOSITIO XXII.

Sit rurſum ſemicirculus, & recta linea vt contingit CE; perpendiculareſque CD, EF. Dico rectangulum, quod continetur vtraque ſimul CD, EF, & CE æquale eſſe contento recta linea DF, & ſubtendente circumferentiam, quæ vna cum circumferentia CE ſemicirculum perficit.

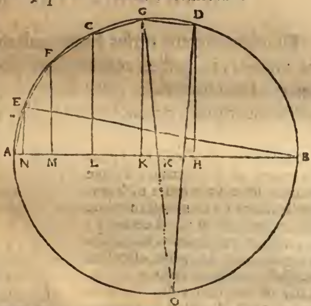
Complea-

Compleatur circulus, ſitque ipſius diameter CH, & producta CD in K, ad ipſam perpendicularis ducatur EG: & EH, EK iungantur. Quoniam igitur AB ſecat CK ad rectos angulos, æqualis eſt CD ipſi DK. Sed & GD eſt æqualis EF; & DF ipſi GE. quæ vero reliquam ſemicirculi CBH circumferentiam ſubtendit, eſt EH. Itaque quoniam angulus K eſt æqualis angulo H, & HBC anguluss in ſemicirculo rectus æqualis recto ad G; erunt triangula HBC, KEG æquiangula. ergo vt HB ad BC, ita KG ad GE. & ob id rectangulum contentum HE, EG hoc eſt HE, DF æquale eſt ei, quod GK, CB hoc eſt ei, quod vtraq; ſimul CD, EF, & CB continetur. 3. tertij. 34. primi 21. tertij. 4. ſexti. 16. ſexti.



THEOREMA XXII. PROPOSITIO XXIII.

Et ex hoc manifeſtum eſt, ſi alicuius ſemicirculi ACB circumferentia quædam vt ACD in quotcumque partes æquales diuidatur, & iungantur rectæ lineæ; quæ a iunctis rectis lineis AE, EF, FC, CG, GD ex conuerſione circa axem AB fiunt, ſuperficies æquales ſunt circulo, cuius ſemidiameter, (iuncta EB) poteſt id, quod EB AH continetur.



Superficies enim quæ fit a GD eſt æqualis circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod continetur vtraque ſimul GK, DH, & GD; quarum media proportionalis eſt ſemidiameter dicti circuli, dicit enim Archimedes. A Si conus iſoſceles plano ſecetur, baſi parallelo; ſuperficiei coni, quæ inter parallela plana interijcitur æqualis eſt circulus, cuius ſemidiameter media proportionalis eſt inter latus coni, quod eſt inter plana parallela, & rectam lineam æqualem vtriſque ſemidiametris circulorum, qui in parallelis planis conſiſtunt. ergo ſuperficies facta a GD eſt æqualis circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod vtraq; ſimul GK, HD, & GD continetur. quod quidem demonſtratum eſt æquale ei, quod continetur BB, KH. B Superficies vero quæ fit a CG ſimiliter æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt id quod continetur BE, LK; etenim completo circulo, & recta linea æquali ipſi BB per G in circulum aptata, quod continetur ipſa & LK eſt æquale contento vtraque ſimul CL, GK, & CG & ſuperficies facta a CF æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt illud, quod continetur BB, MN; hoc enim eſt æquale ei, quod vtraq; ſimul BN, FM, & EF continetur, & in reliquis eodem modo. At conica ſuperficies facta ab extrema AB æqualis eſt circulo, C cuius ſemidiameter poteſt id, quod BB, AN cõtinetur. quod quidẽ eſt æquale rectangulo AEN triãgula namq; ABB, AEN, NEB æquiangula ſunt, & ſuperficies facta ab AB æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod AE, BN continetur; hoc enim Archimedes ipſe demonſtrauit. ergo ſuperficies facta ab omnibus DG, GC, CF, FE, EA cõpoſita æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod EE, AH continetur. Perſpicuum autem eſt, ſi tota ſemicirculi circumferentia in partes æquales diuidatur, quarum vna ſit AB, & inter ſe iungantur; ſuperficiem factam ab omnibus polygoni lateribus ex ſimili conuerſione æqualem eſſe circulo, cuius ſemidiameter poteſt illud, quod BB, BA continetur.

COMMENTARIVS.

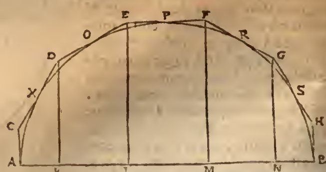
A Dicit enim Archimedes, ſi conus iſoſceles, &c.] *In propoſitione 16. primi libri de ſphæra, & cylindro.*

B Quod quidem demonſtratum eſt æquale ei, quod continetur EB, KH] *Compleatur enim circulus, cuius centrum X, & ducta GX producatur ad circumferentiam in O, iungaturque DO; erit circumferentia DBO ea, quæ vna cum GD ſemicirculum perficit. quare ex antecedente contentum vtraque ſimul GK DH, & GD æquale eſt ei, quod DO, KH continetur. Sed cum circumferentia GD, BO ſit ſemicirculi, æqualis erit circumferentiæ ACB. atque eſt circumferentia GD æqualis ipſi AE. ergo, & reliqua DBO reliquæ ECB eſt æqualis. & ob id recta linea DO æqualis eſt rectæ EB. contentum igitur vtraque ſimul GK, DH,*
36. tertij. *& GD eſt æquale ei, quod EB, KH continetur.*

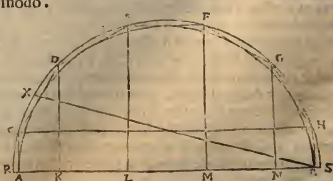
C At conica ſuperficies facta ab extrema AB æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod EB, AN continetur] *Superficies namque conica, quæ fit ab AB æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter media proportionalis eſt inter AB latus coni, & EN ſemidiametrum circuli, qui eſt coni baſis, vt Archimedes in primo libro de ſphæra, & cylindro propoſitio-*
17. ſexti. *ne 14. demonſtrauit. quæ quidem ſemidiameter poteſt id, quod AB, EN continetur. Cum autem in triangulo orthogonio AEB ab angulo recto ad baſim perpendicularis ducatur EN, erunt triangula AEN, ENB ſimilia toti, & inter ſeſe. ergo vt AN ad NE, ita eſt AE ad EB: &*
8 ſexti, 4 *ideo quod continetur AN, EB eſt æquale contento AE, EN. Superficies igitur conica facta ab AE eſt æqualis circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod AN, EB continetur.*

THEOREMA XXIII. PROPOSITIO XXIV.

Diuidatur autem rurſus ſemicirculi circumferentia in quotcumque partes æquales, in quibus contingentes ducantur, ſicuti in deſcriptione apparet. Dico ſuperficies, quæ fiunt ab ipſis CD, DE, EF, FG, GH, ex ſimili conuerſione, æquales eſſe circulo, cuius ſemidiameter eſt AB.



Ducantur perpẽdiculares a punctis DEFG ad diametrum. Itaque cum CX ſit æqualis ipſi XD, & perpendiculares CA, DK; rectangulum BAK æquale eſt ei quod vtraq; CA
A DK, & CD continetur. hoc enim in theoremate 21. priùs oſtenſum eſt. ſed ſuperficies facta a CD æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod continetur
B vtraque CA, DK, & CD, ex eodem 16. Archimedis theoremate. circulus igitur, cuius ſemidiameter poteſt id, quod BA, AK continetur, æqualis eſt ſuperficiei factæ a CD. Similiter, & circulus, cuius ſemidiameter poteſt id, quod continetur AB, KL cum rurſus DO æqualis ſit OE, eſt æqualis ſuperficiei, quæ fit a DE. & ita in alijs, quæ ſe-
C quuntur. ergo & circulus, cuius ſemidiameter AB æqualis eſt ſuperficiei factæ ab om-
D nibus CD, DE, EF, FG, GH. Vel hoc modo.



Idem polygonum AC, DE, FG, HB inſcribatur alteri ſemicirculo, circa idem centrum cuius ſemidiameter ſit RS: & perpendiculares
E ſimiliter ducantur. erit vtique CD ipſius AC dupla, & GH dupla HB
F ex eo, quod propoſitum eſt. & idcirco CD vna cum DH æqualis eſt ipſi XDS, ſubtendit enim circũferentiam CDH iuncta CH, qua eſt æ-

qualis

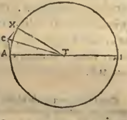
qualis ipſi A C, hoc eſt ipſi X D S. ergo ex 21. theoremate, quod continetur C H, A K, hoc eſt B A K rectangulum æquale eſt ei, quod vtraque C A D K, & C B continetur; & quod continetur A B, K L eſt æquale contento vtraque D K, B L, & D B. & in reliquis eodem modo. quare omnia omnibus ſunt æqualia. Circulus igitur, cuius ſemidiameter eſt A B æqualis erit ſuperficiebus, quæ ab ipſis C D, D E, E F, F G, G H fiunt.

COMMENTARIVS.

Hoc enim in theoremate 21. prius oſtenſum eſt] *Græcus codex ſic habet. τοῦτο γὰρ ἐν θεωρήματι προδέδεικται. Sed quoniam theorema illud in diuiſione noſtra vigeſimum primum obtinet locum, ita vertere maluimus.* A

Ex eodem 16. Archimedis theoremate] *In Græco codice legitur διὰ τὸ αὐτὸ ἀρχιμήδους ιϛ θεώρημα. Sed fortaſſe corrigendum eſt 15. namq; illud theorema eſt ſextumdecimum libri de ſphæra, & cylindro.* B

Ergo & circulus, cuius ſemidiameter A B æqualis eſt ſuperficiei factæ ab omnibus C D, D E, E F, F G, G H] *Poteſt enim ſemidiameter A B id quod A C, & omnibus eius portionibus, A K, K L, L M, M N, N B continetur, ex prima ſecundi libri elementorum. Animaduertendum autem eſt rectam lineam contingentem A C ipſi C X æqualem eſſe, & X D ipſi D O, & ita in reliquis.* C



Sit enim circuli centrum T, & ducantur C T, X T. Quoniam igitur trianguli A C T angulus ad A rectus æqualis eſt recto ad X trianguli X C T; & circa angulos, qui ad T, latera ſunt proportionalia, immo vero æqualia. eſt enim T A æqualis T X, cum ſint a centro ad circumferentiam, & C T vtrique communis: reliquorum autem angulorum, qui ad C vterq; eſt recto minor. triangulum igitur A C T triangulo X C T æquiangulum eſt, ex 7. ſexti libri elementorum: & vt T A ad A C, ita eſt T X ad X C: & permutando, vt T A ad T X, ita A C ad C X. ſed T A, T X ſunt æquales. ergo & æquales A C, C X. Eodem modo, & reliquis demonſtratio fiet. ex quibus ſequitur D C ipſius C A duplam eſſe, & G H duplam ipſius H B.

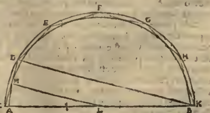
Vel hoc modo] *Illud idem aliter oſtendit, nempe alio polygono circa triangulum deſcripto, cuius idem ſit centrum, & diameter R S.* D

Erit vtique C D ipſius A C dupla, & C H dupla H B] *quod nos proxime oſtendimus.* E

Et idcirco C D vna cum D H æqualis eſt ipſi X D S] *Græcus codex habet. καὶ διὰ τοῦτο ἡ γδ μετὰ τῆς δθ ἴση τῇ δθσ. Sed mendoſe, vt arbitror. neque enim C D H ipſi D H S eſt æqualis. Quamobrem nos hunc locum reſtituimus aptata in ſemicirculum figura, ita vt circumferentia C D bifariam ſecetur in X, & iungatur X S. namque fiet C X æqualis R G, & H S. Quod ſi a ſemicirculo auferantur R C, S H, quæ vtræque ſimul ſunt æquales R X, relinquetur circumferentia C D H ipſi X D S æqualis, videlicet ei, quæ vna cum R X, hoc eſt vna cum C D ſemicirculum complet. recta igitur linea C H, quæ ei ſubtenditur, hoc eſt A B, ipſi X S æqualis ſit neceſſe eſt.* F

Ex iis, quæ hoc loco demonſtrata ſunt, conſtat ſuperficiem factam ab omnibus polygoni lateribus A C, C D, D E, E F, F G, G H, H B æqualem eſſe circulo, cuius ſemidiameter eſt A B, vna cum duobus circulis, quorum ſemidiametri ſunt ipſi C A, vel H B æquales.

Sed illud quoque demonſtrare oportebat.



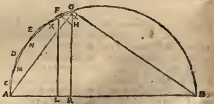
Deſcribatur circa ſemicirculum, cuius diameter A B polygonum æquilaterum C D E F G H K. quod quidem ab altero ſemicirculo C D K circa idem centrum comprehendatur. Dico ſuperficiem, quæ fit a lateribus C D, D E, E F, F G, G H, H K ex conuerſione circa C K æqualem eſſe circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod C K, A B continetur.

Polygonum enim ſemicirculo circumſcri-

cumſcriptum, cuius diameter AB, *inſcriptum eſt ſemicirculo* CDK. *ergo ſi* DK *iungatur, ſuperficies facta ab omnibus polygoni lateribus æqualis erit circulo, cuius ſemidiameter poteſt id quod continetur* DKC *ex demonſtratis in 23. huius. Sed* DK *ipſi* AB *eſt æqualis, vt perſpi-*
18. tertij. *cue apparet. Sit enim centrum* L, *& a puncto* L *ad punctum, in quo* CD *ſemicirculum con-*
26. primi. *tingit, ducatur* LM. *erit* LM *ad* CD *perpendicularis, & ipſi* DK *parallela; quod angulus* CDK *in ſemicirculo etiam rectus ſit: fientque triangula* KDC, LMC *inter ſe ſimilia. Vt igitur* CK *ad* KD, *ita eſt* CL *ad* LM: *& permutando vt* KC *ad* CL, *ita* DK *ad* ML. *eſt autem* KC *dupla* CL. *ergo &* DK *ipſius* ML, *hoc eſt ipſius* AL *dupla erit. ac propterea* DK *erit æqualis ipſi* AB *diametro minoris circuli quare ſequitur ſuperficiem factam a polygoni lateribus circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod* CK, AB *continetur, æqualem eſſe.*

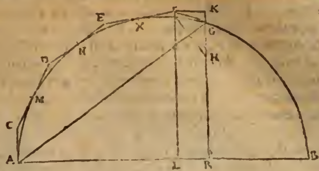
THEOREMA XXIV. PROPOSITIO XXV.

Sit ſemicirculus, cuius diameter AB, & ducatur recta linea, vt contingit AG, diuitadurque AG circumferentia in quotcumque partes æquales in MNX: a punctis vero AG, & à diuiſionibus ducantur rectæ lineę contingentes AC, CD, DE, EF, FG. & ipſi FG æqualis fiat GH; perpendiculari exiſtente GR. Dico ſi circa axem AB ſemicirculus conuerſus in priorem locum reſtituatur, ſuperficiem factam ab omnibus AC, CD, DE, EF, FG maiorem eſſe, quam circulum, cuius ſemidiameter eſt AG circulo,
A cuius ſemidiameter poteſt dimidium eius, quod fit a recta linea HF.



Ducantur perpendiculares a puncto F, ad rectam quidem lineam AB ipſa FL; ad GR vero FK. quæ quidem FK, cum angulus FGH ſit acutus, inter GH cadet; cum autem obtuſus, cadet extra G, vt in figuris apparet. Itaque quoniam rectangulum contentum bis ROH, vel RGF æquale eſt ei, quod AB, LR contine-
B tur. hoc enim in XX. Theoremate eſt demonſtratum, commune apponatur rectangulum BAL vna cum GHK. ergo rectangulum BAL vna cum eo, quod BA,
C LR continetur, & GHK æquale eſt contento bis RGH vna cum BAL, & GHK. ſed re-
D E ctangulo BAL vna cum eo, quod BA, LR continetur, hoc eſt rectangulo BAR æquale eſt, quod fit ex AG. ergo, & quod fit ex AG vna cum rectangulo GHK eſt æquale contento bis RGH vna cum GHK, & BAL. contento autem bis RGH vna cum GHK æquale eſt quod vtraque ſimul RK, & GH continetur vna cum quadrato ex GH. hoc namque deinceps demonſtrabitur. ergo quod fit ex AG vna cum GHK eſt æquale rectangulo BAL. & ei quod continetur vtraque ſimul GR, RK, & GH vna cum quadrato ex GH. Quoniam autem circuli inter ſe eandem proportionem habent, quam dia-
F metrorum, & ſemidiametrorum quadrata; & ante oſtenſum eſt figuram quidem coſtantem ex ſuperficiebus conicis, quæ fiunt a contingentibus CD, DE, EF, æqualem eſſe
G circulo, cuius ſemidiameter poteſt, quod continetur BAL; figuram vero ex conicā ſuperficie, quæ in conuerſione fit ab ipſa FG æqualem eſſe circulo, cuius ſemidiameter poteſt quod vtraque ſimul GR, RK, & GH continetur ex 16. Archimedis theore-
H mate. & figura, quæ fit a CA circulus eſt, cuius ſemidiameter poteſt id quod fit a GH:
K erunt tres circuli, hoc eſt ſuperficies facta ab AC, CD, DE, EF, FG maior eſt, quam circulus, cuius ſemidiameter poteſt, quod fit ab AO circulo, cuius ſemidiameter po-
L teſt, quod GHK continetur, hoc eſt dimidium eius, quod fit ab FH. At vero dimidium eius, quod ab FH æquale eſſe ei, quod continetur GHK ex his patet. Nam in prima figura, cum angulus FGH acutus eſt, quod fit ab FH vna cum eo, quod bis HGK continetur

tinetur, æquale eſt duobus quadratis ex FG, GH per 13. ſecundi libri elementorum. ergo dimidium eius, quod fit ab FH vna cum rectangulo HGK æquale eſt quadrato ex HG, quod æquales ſint FG, GH. Sed quadratum ex HG eſt æquale rectangulo HGK vna cum ipſo GHK. quare ſublato communi HGK, erit reliquum, videlicet dimidium eius, ſecundi. quod fit ab FH reliquo GHK æquale. Cum autem angulus FGH ſit obtuſus, vt in ſecunda figura, rurſus rectangulum KHG æquale eſt dimidio eius, quod fit ab FH, quoniam enim quod fit ab FH maius eſt, quam quadrata ex FG, GH, eo quod bis HGK continetur, erit dimidium eius, quod fit ab FH maius, quam quadratum ex GH, rectangulo HGK



quadratum igitur ex GH vna cum rectangulo HGK æquale eſt dimidio eius, quod fit ab FH. ſed quadratum ex GH vna cum HGK rectangulo eſt æquales rectangulo KHG ex 3. ſecundi libri elementorum. dimidium igitur eius, quod ab FH rectangulo KHG eſt æquale. Et quoniam dimidium M eius, quod ab FH ſemper minus eſt duplo quadrati ex FG; conſtat ſuperficiem factam N ab AC, CD, DE, EF, FG, circulo, cuius ſemidiameter eſt AG vna cum duobus circulis, quorum ſemidiametri ſunt FG, minorem eſſe.

Quod autem bis continetur RGH vna cum rectangulo KHG, æquale eſſe ei, quod vtraque ſimul GR, RK, & GH continetur, vna cum quadrato ex GH, ita demonſtrabimus.

Ponatur rectæ lineæ, GR æqualis RS, & ipſi HR æqualis O RL. reliqua igitur LS ipſi GH eſt 3 ſecu æqualis. Itaque quoniam rectangulum RGH æquale eſt rectãgulo RHG vna cum quadrato ex GH, erit duplum rectanguli



RGH æquale duplo rectanguli RHG vna cũ duplo quadrati ex GH. æquale autem inter 15. quin ſe ſunt GR, RS; itemq; HR, RL. rectangulũ igitur SGH æquale eſt rectangulo LHG vna cum duplo quadrati ex GH. commune apponatur rectangulum KHG. ergo rectangu- P lum SGH, hoc eſt GSL vna cum KHG, hoc eſt cum KGH, & quadrato ex GH. videlicet quod vtraque ſimul GR, RK, & GH continetur, vna cum quadrato ex GH eſt æqua- Q R le rectangulo LHG vna cum duplo quadrati ex GH, & rectangulo KHG rectangulum vero LHG vna cum quadrato ex GH æquale eſt rectangulo LGH & quadratũ ex GH eſt æquale ei, quod GH, LS continetur. rectangulum igitur SGH videlicet, quod bis continetur RGH vna cum rectangulo KHG æquale eſt ei, quod vtraque ſimul GR, RK, & GH continetur vna cum quadrato ex GH.

COMMENTARIVS.

Dimidium eius, quod fit a recta linea HF] *Græcus codex habet* τὸ ἥμισυ τοῦ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ θζ. *Sed nos perſpicuitatis cauſſa ita vtendum cenſuimus.* A

Hoc enim in XX. Theoremate eſt demonſtratum] *In Græco codice legitur* τοῦτο γὰρ ἐν τῷ δευτέρῳ θεωρήματι δέδεικται. B

Sed rectangulo BAL vna cum eo, quod BA, LR, continetur, hoc eſt rectangulo BAR] *Ex prima ſecundi libri elementorum.* C

Aequale eſt quod fit ex AG] *iuncta enim BG triangula ABG AGR ſimilia ſunt ex octaua ſexti libri elementorum. ergo vt BA ad AG, ita GA ad AR, ac propterea rectangulo BAR æquale eſt quadratum ex AG.* D 4 ſexti. 17

Ergo & quod fit ex AG vna cum rectangulo GHK] *Græcus codex mancus eſt, qui ita reſtituetur* ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς αγ μετὰ τοῦ ὑπὸ ηθκ. E

Et ante oſtenſum eſt figuram quidem conſtantem ex ſuperficiebus conicis.] *In Græco codice legitur.* καὶ ἐδείχθη πρὸ ἴσον. *Illud vero oſtenſum eſt in 24. propoſitione huius.* F

G Figuram vero ex ſuperficie conica, quæ in conuerſione fit ab ipſa EG æqualem eſſe circulo, cuius ſemidiameter poteſt quod vtraque ſimul GR, RK, & GH continetur ex 16. Archimedis theoremate] *Superficies conica, quæ fit ab FG ex 16. Archimedis, æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod continetur vtraque ipſarum GR, FL, & FG. Sed cum RK ſit æqualis FL, & GH æqualis ipſi FG, contentum vtraque GR, RK, & GH eſt æquale ei, quod vtraque GR, FL, & FG continetur.*

H Et figura quæ fit a CA circulus eſt, cuius ſemidiameter poteſt id, quod fit a GH] *Facta eſt enim GH æqualis FG, hoc eſt ipſi AC, namque AC, CM, MD, DN, NE, EX, XF, FG inter ſe ſunt æquales, quod a nobis ſupra demonſtratum fuit.*

K Erunt tres circuli, hoc eſt ſuperficies facta ab AC, CD, DE, EF, FG maior quam circulus, cuius ſemidiameter poteſt quod fit ab AG, circulo, cuius ſemidiameter poteſt quod GHK continetur] *Ex iis quæ dicta ſunt, ſequitur tres circulos, hoc eſt ſuperficiem factam ab omnibus AC, CD, DE, EF, FG æqualem eſſe duobus circulis, videlicet circulo, cuius ſemidiameter eſt AG, & ei cuius ſemidiameter poteſt quod GHK continetur.*

L Hoc eſt dimidium eius, quod fit ab FH. At vero dimidium eius, quod ab FH æquale eſſe ei, quod continetur GHK ex his patet] *Græcus codex mancus eſt, quem ita reſtituemus* τοῦτέστι τὸ ἥμισυ τοῦ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ ζθ. ὅτι δὲ τὸ ἥμισυ τοῦ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ ζη ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ηθκ δῆλον ἐντεῦθεν.

M Et quoniam dimidium eius, quod ab FH ſemper minus eſt duplo quadrati ex FG] *Dimidium enim eius quod ab FH, hoc eſt rectangulum GHK ſemper minus eſt duplo quadrati ex FG quod quidem in prima figura manifeſte patet, in qua rectangulum GHK minus eſt quadrato ex GH, hoc eſt quadrato ex FG. quare multo minus duplo eiuſdem. In ſecunda vero figura rectangulum GHK, hoc eſt ex 3. ſecundi libri elementorum, quadratum ex GH, vna cum rectangulo HGK, idcirco minus erit duplo quadrati ex FG, quod rectangulum HGK minus ſit quadrato ex GH. etenim recta linea GK ſemper minor eſt, quam FG, quæ maiori angulo ſubtenditur.*

N Conſtat ſuperficiem factam ab AC, CD, DE, EF, FG circulo, cuius ſemidiameter eſt AG vna cum duobus circulis, quorum ſemidiametri ſunt FG minorem eſſe] *Superficies facta ab AC, CD, DE, EF, FG demonſtrata eſt æqualis duobus circulis, videlicet circulo, cuius ſemidiameter eſt AG, & circulo, cuius ſemidiameter poteſt dimidium eius, quod fit ab FH. Sed cum dimidium eius, quod ab FH ſemper minus ſit duplo quadrati ex FG, erit dicta ſuperficies ab AC, CD, DE, EF, FG minor tribus circulis, videlicet circulo, cuius ſemidiameter eſt AG, & duobus circulis, quorum ſemidiametri ſunt FG.*

O Ponatur rectæ lineæ GR æqualis RS, & ipſi HR æqualis RL] *Hæc demonſtratio ad ſecundam tantum figuram pertinet; nam primæ figuræ ſequens theorema ſeorſum aptatum eſt.*

P Rectangulum igitur SGH æquale eſt rectangulo LHG vna cum duplo quadrati ex GH] *Nam rectangulum SGH duplum eſt rectanguli RGH, quod SG dupla ſit ipſius GR, RG: & rectangulum LHG duplum eſt rectanguli RHG cum LH ſit dupla ipſius HR.*

Q Vna cum KHG, hoc eſt cum KGH & quadrato ex GH] *Sequitur hoc ex 3. ſecundi libri elementorum.*

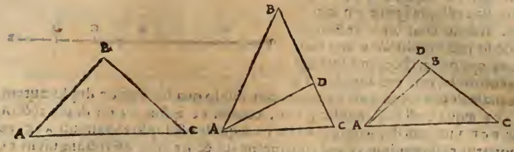
R Videlicet, quod vtraque ſimul GR, RK, & GH continetur, vna cum quadrato ex GH] *Quod enim continetur vtraque ſimul GR, RK, & GH eſt æquale duobus rectangulis SGH & KGR.*

Ex iam demonſtratis duo huiuſmodi theoremata elici poſſunt.

THEOREMA PRIMVM.

Sit triangulum æquicrure ABC, & a puncto A ad ipſam BC perpendicularis ducatur AD. Dico rectangulum DCB dimidio quadrati ex AC æquale eſſe.

Vel igitur angulus ABC rectus eſt, vel acutus, vel obtuſus. Si quidem rectus, quod propoſitum eſt, manifeſto conſtat, punctum enim D in ipſum B cadet. & cum quadratum eſt AC æquale ſit duobus quadratis ex AB, DC, erit DCB rectangulum, hoc eſt quadratum ex BC æquale



quale dimidio quadrati ex A C *cũ* A B, B C *inter ſe ſint æquales. Si vero ſit acutus, cadet* D *inter* 13.ſecun
B, *&* C *vt in ſecunda figura, & quadratum ex* A C *vna cum duplo rectanguli* C B D *æqualis erit duobus quadratis ex* A B, B C *dimidium igitur quadrati ex* A C *vna cum rectangulo* C B D *eſt æquale quadrato ex* B C. *at quadrato ex* B C *æqualia ſunt vtraque rectangula ſimul* C B D, D C B *ergo communi ſublato* C D B, *relinquetur rectangulum* D C B *dimidio quadrati ex* A C *æquale Quod ſi angulus* A B C *ſit obtuſus, cadet* D *in ipſam* A B *productam extra* B *vt in tertia figura. Itaque quoniam quadrata ex* A C *ſuperat quadrata ex* A B, B C *duplo rectanguli* C B D. *dimidium quadrati ex* A C *ſuperabit quadratum ex* B C *rectangulo* C B D. *quadratum igitur ex* 12.ſecun.
B C *vna cum rectangulo* C B D *eſt æquale dimidio quadrati ex* A C. *Sed quadrato ex* B C *vna* 3.ſecun.
cum rectangulo C B D *æquale eſt* D C B *rectangulum. ergo rectangulum* D C B *dimidio quadrati ex* A C *æquale erit.*

THEOREMA [illegible]II.

Sit recta linea A B, & in ipſa ſumantur quæuis puncta C D. Dico duplum rectanguli A D C vna cum B C D rectangulo æquale eſſe ei, quod vtraque B A, A D, & C D continetur, vna cum quadrato ex C D.



3.ſecun.

Producatur A B *ex parte* A, *ſitque* E A *æqualis* A D, *&* F A *æqualis* A C. *erit &* E F *reliqua reliquæ* C D *æqualis. Quoniam igitur* A D C *rectangulum æquale eſt rectangulo* A C D, *vna cum eo, quod fit ex* C D *quadrato: duplum rectanguli* A D C *æquale erit duplo rectanguli* A C D, *& duplo quadrati ex* C D. *Sed* E D C *rectangulum duplum eſt rectanguli* A D C *cum* E D *dupla ſit ipſius* D A. *& eadem ratione rectangulum* F C D *rectanguli* A C D *eſt duplum. rectangulum igitur* E D C *æquale eſt rectangulo* F C D, *& duplo quadrati ex* C D. *commune apponatur rectangulum* B C D. *ergo* E D C *rectangulum vna cum rectangulo* B C D *eſt æquale rectangulo* F C D *vna cum duplo quadrati ex* C D, *& rectangulo* B C D. *rectangulo autem* E D C *vna cum ipſo* B C D, *hoc eſt vna cum rectangulo* B D C, *& quadrato ex* C D *æquale eſt id, quod continetur* E B *&* C D, *hoc eſt quod continetur vtraque* B A, A D *&* C D *vna cum quadrato ex* C D. *at rectangulo* F C D *vna cum quadrato ex* C D *æquale eſt* F D C *rectangulo.* 3.ſecun.
quadrato autem ex C D *æquale eſt id, quod* E F, *&* C D *continetur. ergo rectangulum* E D C *hoc eſt duplum rectanguli* A D C *vna cum rectangulo* B C D *eſt æquale ei, quod vtraque* B A, A D *&* C D *continetur, vna cum eo, quod fit ex* C D *quadrato.*

THEOREMA XXV. PROPOSITIO XXVI.

Sit recta linea A B, & in ipſa ſumantur quæuis puncta C D. Dico illud, quod continetur vtraque B A, A D & C B vna cum quadrato ex C B, æquale eſſe duplo rectanguli A B C vna cum B C D rectangulo.

Ponatur ipſi A D æqualis A B, & ipſi A C æqualis A F. reliqua igitur C D æqualis erit B F. Itaque cum A B C rectangulum æquale ſit rectangulo A C B vna cum quadrato ex C B per 3. theorema ſecundi libri elementorum; erit rectanguli A B C



duplum æquale duplo rectanguli A C B vna cum duplo quadrati ex C B duplo autem rectanguli A C B æquale eſt rectangulum F C B; etenim F C ipſius C A eſt dupla rectangulum igitur F C B vna cum duplo quadrati ex C B æquale eſt duplo rectanguli A B C, commune apponatur rectangulum, quod continetur C B & B F, hoc eſt rectangulum B C D. ergo rectangulum B C B vna cum duplo quadrati ex C B eſt æquale duplo rectanguli A B C vna cum B C D rectangulo. Sed rectangulo E C B vna cum duplo quadrati ex C B æquale eſt rectangulum B B C vna cum quadrato ex C B: rectangulum enim E C B vna cum quadrato ex C B eſt æquale ipſi E B C rectangulo. ex eodem theoremate ſecundi libri elementorum. ergo rectangulum E B C, hoc eſt id, quod vtraque B A, A D, & C B continetur, vna cum quadrato ex C B, eſt æquale duplo rectanguli A B C vna cum B C D rectangulo.

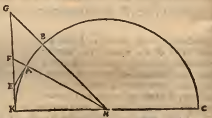
PROBLEMA I. PROPOSITIO XXVII.

Sit aliqua circuli circumferentia K B C, & recta linea D. Dico fieri poſſe, vt infinite abſcindatur circumferentia K A quæ ipſius K B C pars exiſtat, ita vt ductæ contingente A E, K E minores ſint, quam D recta linea.

A Sit enim recta linea contingens K G ipſi D æqualis, & ad centrum ducatur G B H. Itaque ſecantes circumferentiam K B C bifariam, & rurſus eius dimidium bifariam. hocque

B ſemper facientes, relinquemus quãdam circumferentiam, vt K A, quæ minor erit, quam K A B. & ducatur recta linea A E poſitionem contin-

C gens. ergo A E ipſi E K eſt æqualis. & factum iam erit, quod proponebatur. ducta enim per H A recta linea ad F, erunt K E, E A. quam K F



D minores, propterea quod F E maior eſt vtraque ipſarum A E, E K, cum angulus F A E ſit rectus: & multo minores, quam D, quæ ipſi K G æqualis ponitur.

COMMENTARIVS.

A Sit enim recta linea cõtingens K G ipſi D æquales, & ad centrum ducatur] G B H *Græcus codex mendoſus eſt, qui ſic habet.* ὡς γὰρ ἐφαπτομένη ἡ κη ἐλάσσων τῆς δ, καὶ ἐπὶ τὸ κέντρον ἡ θβη *corrigendus autem hoc modo.* ἴση γὰρ ἐφαπτομένη ἡ κη ἴση τῇ δ, καὶ ἐπὶ τὸ κέντρον ἡ βθ. *recta enim linea* K G *non minor, quam* D, *ſed ipſi æqualis ponitur, quod etiam apparet ex iis, quæ ad finem ſcripta ſunt.*

B Relinquemus quandam circumferentiam, vt K A, quæ minor erit, quam K A B] *Ex prima decimi libri elementorum.*

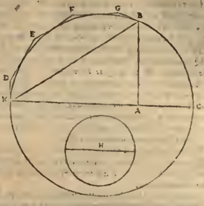
C Ergo A E ipſi E K eſt æqualis] *Hoc nos ſupra in 24. huius demonſtrauimus.*

D Propterea quod F E maior eſt vtraq; ipſarum A E, E K, cum angulus F A E ſit rectus] *Recta enim linea* F E, *quæ recto angulo ſubtenditur, maior eſt ipſa* E A, *ex 19. primi elementorum: & cum* E K *ſit vtrique communis. erit tota* K F *maior, quam ipſæ* A E, E K. *nam ſi æqualibus, inæqualia addantur, tota erunt inæqualia. Græcus autem codex ſic habet* ὀρθῆς οὔσης τῆς ὑπὸ ζαι ὀρθῆς *corrige* οὔσης τῆς ὑπὸ ζαε.

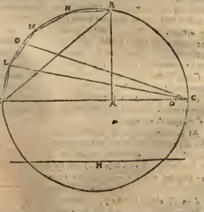
THEO-

THEOREMA XXVI. PROPOSITIO XXVIII.

Omnis portionis ſphæræ curua ſuperficies æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter eſt æqualis ei, quæ ex polo ipſius portionis.



Sit enim portio ſphæræ, cuius polus eſt punctum K, & quæ ex polo KB. Circulus autem maximus per KB tranſiens ſit, cuius diameter KC, ad quam perpendicularis ducatur BA. Dico ſphæricam ſuperficiem portionis, quæ baſim habet circulum, cuius ſemidiameter AB, & verticem punctum K, circulo, cuius ſemidiameter eſt KB æqualem eſſe. Sit enim hæc inæqualia, ſi fieri poteſt, & ſit primum portionis ſuperficies maior: exceſſu autem ipſorum intelligatur minor eſſe circulus, cuius diameter eſt recta LH, ita vt ſu- A
perficies portionis maior ſit duobus circulis, videlicet circulo, cuius ſemidiameter eſt KB, & eo, cuius diameter eſt H. diuidaturque circumferentia KB in quotcumque partes æquales, & contingentes ducantur quemadmodum in figura apparet, ita vt vnaquæque ipſarum minor ſit ea, quæ poteſt octauam B
partem quadrati, quod ſit ex recta linea H. hoc enim fieri poſſe iam demonſtratum eſt. C
Quoniam igitur quadratum ex H. maius eſt eo, quod octies ſit ex GB; & circulus circa D
diametrum H maior erit duobus circulis; quorum ſemidiameter eſt GB. hi enim duo circuli vna cum circulo, cuius ſemidiameter eſt KB, vt demonſtratum fuit in 25. huius, E
maiores ſunt ſuperficie facta a rectis lineis contingentibus, quæ quidem circa portionem ſphæræ deſcripta eſt: erit igitur ipſa ſuperficies minor, & ſuperficies portionis ſphæræ multo minor duobus circulis, videlicet circulo, cuius ſemidiameter eſt KB, & circulo, cuius diameter eſt H. atqui maior ponebatur. quod eſt abſurdum.



Sed ſit circulus, cuius ſemidiameter KB maior ſuperficie ſphærica portionis. ergo circulus F
cuius ſemidiameter poteſt id, quod CKA continetur curua ſuperficie portionis maior erit. Intelligatur circulus, cuius ſemidiameter poſ- G
ſit id, quod continetur DKA, inter ipſa medius. maior igitur eſt KC, quam recta linea H. ſit ipſi H æqualis CO. & diuidatur circumferentia KOB in quotcumque partes æquales, quarum vnaquæque ſit minor circumferentia KI O, vt pro- H
xime oſtenſum eſt: iunganturque KL, LM, MN, NB. ſuperficies igitur quæ ab ipſis ſit ex conuerſione circa axem KA, quouſque ad priorem locum redeat, comprehenditur à ſuperficie portionis, eandemque baſim habet; & eſt æqualis circulo. cuius ſemidiameter (iuncta CL) poteſt id; quod LC & & KA continetur ex 23. huius; minor K L
autem eſt ſuperficie ſphærica portionis. circulus igitur, cuius ſemidiameter poteſt id M
quod

M quod OC, & KA, hoc eſt quod recta linea H & KA continetur, ſuperficie ſphærica
N portionis multo minor erit. ſed & maior, cum ſit medius inter portionem, & circulum,
O cuius ſemidiameter K . quod fieri non poteſt. ex quibus ſequitur ea inter ſe æquana
P eſſe. Conſtat præterea ſi punctum A ſit centrum, portionem eſſe dimidiam ſphæram.
Q atque erit totius ſphæræ ſuperficies æqualis circulo, cuius ſemidiameter eſt KC, id quod etiam ex vtriſque portionibus qualeſcumque ſint, concludi poterit.

COMMENTARIVS.

A Ita vt ſuperficies portionis maior ſit duobus circulis, videlicet circulo, cuius ſemidiameter eſt KB, & eo, cuius diameter eſt H] *Græcus codex diminutus eſt, & ita corrigendus.* ὥστε τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ τμήματος μείζονα εἶναι τῶν δύο κύκλων, οὗ τε ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ κβ, καὶ οὗ διάμετρός ἐστιν ἡ θ, καὶ δύναται ἡ κβ περιφέρεια εἰς ἴσας ὁποσαοῦν.

B Hoc enim fieri poſſe, iam demonſtratum eſt] *In antecedente.*

C Quoniam igitur quadratum ex H maius eſt eo, quod octies fit ex GB.] *In Græco codice habetur.* ἐπεὶ οὖν μείζονες ἐστὶ τὸ ἀπὸ θ. *ſed legendum* ἐπεὶ οὖν μεῖζον ἐστὶ τὸ ἀπὸ θ.

D Et circulus circa diametrum H maior erit duobus circulis, quorum ſemidiameter eſt GB] *quadratum enim ex dupla ipſius GB quadruplum eſt eius, quod fit ex GB, per 20. ſexti libri elementorum. & duo huiuſmodi quadrata ſimul ſumpta eiuſdem ſunt octupla: & minora quadrato ex H. & cum circuli eandem inter ſe proportionem habeant, quam ipſorum quadrata, erit circulus circa diametrum H maior duobus circulis, quorum diameter eſt dupla ipſius GB, hoc eſt quorum ſemidiameter eſt GB.*

E Vt demonſtratum fuit in 25. huius] *In Græco cod. legitur* ὡς προδέδεικται τῷ κε θεωρήματι

F Ergo circulus, cuius ſemidiameter poteſt id quod CKA continetur, curua ſuperficie portionis maior erit.] *Eſt enim rectangulum CKA quadrato ex KB æquale, ex 8. ſexti libri elementorum.*

G Intelligatur circulus, cuius ſemidiameter poſſit, quod continetur DKA inter ipſa medius] *Hoc eſt intelligatur circulus minor quidem circulo, cuius ſemidiameter poteſt quod CKA continetur, maior autem ſphærica ſuperficie portionis. erit eius ſemidiameter minor, & poterit id, quod continetur KA, & recta linea minore, quam KC, quæ ſit DK, hoc eſt in qua H.*

H Vt proxime oſtenſum eſt] *In antecedente ex prima decimi libri. Græcus autem codex habet* ὡς ἐστι πρὸ ἑνός.

K Ex 23. huius] *In Græco codice legitur* διὰ τὸ κγ θεώρημα.

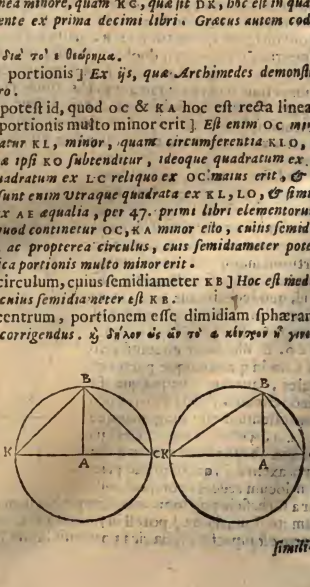
L Minor autem eſt ſuperficie ſphærica portionis] *Ex iis, quæ Archimedes demonſtrauit in 23. primi libri de ſphæra, & cylindro.*

M Circulus igitur, cuius ſemidiameter poteſt id, quod OC & KA hoc eſt recta linea H & KA continetur, ſuperficie ſphærica portionis multo minor erit]. *Eſt enim OC minor quàm CL. nam cum circumferentia ponatur KL, minor, quam circumferentia KLO, & recta linea KL minor erit, quam recta, quæ ipſi KO ſubtenditur, ideoque quadratum ex KL minus quadrato ex KO reliquum igitur quadratum ex LC reliquo ex OC maius erit, & ob id recta linea LC maior, quam recta OC; ſunt enim vtraque quadrata ex KL, LO, & ſimiliter vtraque ex KO, OC idem quadrato ex AE æqualia, per 47. primi libri elementorum. quare circulus, cuius ſemidiameter poteſt quod continetur OC, KA minor eſt illo, cuius ſemidiameter poteſt id. quod LC, KA continetur, ac propterea circulus, cuis ſemidiameter poteſt, quod continetur OC, KA ſuperficie ſphærica portionis multo minor erit.*

N Cum ſit medius inter portionem, & circulum, cuius ſemidiameter KB] *Hoc eſt medius inter portionis ſuperficiem, & circulum, cuius ſemidiameter eſt KB.*

O Conſtat præterea ſi punctum A ſit centrum, portionem eſſe dimidiam ſphæram] *Græcus codex mendoſus eſt, & fortaſſe, ita corrigendus.* καὶ δῆλον ὡς ἂν τὸ α κέντρον ᾖ γίνεται τὸ τμῆμα ἡμισφαίριον.

P Atque erit totus ſphæræ ſuperficies æqualis circulo, cuius ſemidiameter eſt KC] *Græcus codex mendoſus eſt, in quo legitur* καὶ ἴσαι ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας ὅλης ἴσον κύκλῳ ὅση ἐκ τοῦ ἐστιν ἡ κγη *legendum autem vt arbitror,* ἴση κύκλῳ οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ κγ. *Si igitur manente KC ſemicirculus KBC continetur, quouſque ad priorem locum redeat, portio KBA dimidiam ſphæram deſcribet, &*



ſimili-

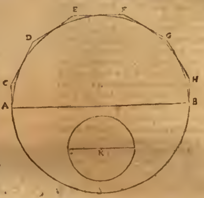
ſimiliter C B A reliquam dimidiam, eritque ex iam demonſtratis dimidia ſphæræ K B A curua ſuperficies æqualis circulo, cuius ſemidiameter eſt K B A & alterius dimidia C B A ſuperficies æqualis circulo, cuius ſemidiameter C B. ergo totius ſphæræ ſuperficies erit æqualis circulo, cuius ſemidiameter K C. eſt enim quadratum ex K C duobus quadratis ex K B, B C æquale per 47. primi libri elementorum.

Ex quibus perſpicue patet, totius ſphæræ ſuperficiem circuli in ſphæra maximi quadruplam eſſe.

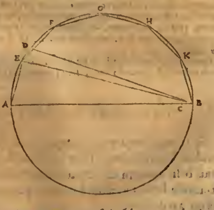
Id, quod etiam ex vtriſque portionibus, qualeſcumque ſint concludi poſſent] Sed non cadat punctum A in centrum, vt in ſecunda figura. Eodem modo demonſtrabitur totius ſphæræ ſuperficiem æqualem eſſe circulo, cuius ſemidiameter eſt K C. etenim quadratum ex K C pariter eſt æquale duobus quadratis ex K B, B C. Poſſumus etiam ex iis, quæ permiſſa ſunt, aliter ipſius ſphæræ ſuperficiem oſtendere, hoc modo. Q

Sphæræ totius ſuperficies æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter diametro circuli in ea maximi eſt æqualis.

Sit ſphæra, & circulus in ea maximus, cuius diameter eſt A B. Dico totius ſphæræ ſuperficiem circulo, cuius ſemidiameter eſt A B, æqualem eſſe. niſi enim ita ſit, erit ſphæræ ſuperficies, vel maior, vel minor dicto circulo. ſit primum maior, ſi fieri poteſt, & exceſſu ipſorum intelligatur minor circulus, cuius ſemidiameter eſt recta linea K, ita vt ſuperficies ſphæræ maior ſit duobus circulis, circulo ſcilicet, cuius ſemidiameter eſt A B, & circulo, cuius diameter K: diuidaturq; ſemicirculi circumferentia in quotcũq; partes æquales; & rectæ lineæ contingentes ducantur, quemadmodum in figura apparet, ita tamen vt vnaquæque ipſarum minor ſit ea, quæ poteſt octauam partem quadrati rectæ lineæ K.



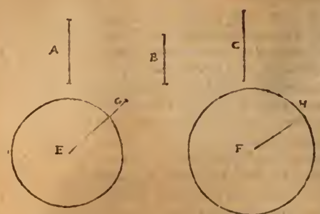
Itaque quoniam quadratum ex K maius eſt eo, quod octies fit ex A C, erit & circulus, cuius diameter K maior duobus circulis, quorum ſemidiameter ſunt A C qui quidem duo circuli vna cum circulo, cuius ſemidiameter A B ex 24. huius æquales ſunt ſuperficiei factæ à rectis lineis contingentibus, quæ circa ſphæram deſcripta eſt. ergo ea ſuperficies minor erit, & ſuperficies ſphæræ multo minor duobus circulis, videlicet circulo, cuius ſemidiameter A B, & circulo, cuius diameter K. ſed & maior ponebatur. quod fieri non poteſt. Quod ſi circulus, cuius ſemidiameter A B ſuperficie ſphæricæ ſit minor, intelligatur alius circulus inter ipſa medius, cuius ſemidiameter poſſit id, quod C A B continetur, hoc eſt minor quidem circulo cuius ſemidiameter A B ſphærica autem ſuperficie maior erit C A minor, quam A B. ſit ipſi C A æqualis B D, & ſemicirculi A D B circumferentia diuidatur in quotcumque partes æquales, quarum vnaquæque ſit minor quam A D: iunganturque A E, E F, F G, G H, H K, K B, B E. ergo ſuperficies, quæ ab ipſis fit ex conuerſione circa A B æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt id quod continetur E A B ex 23. huius. & cum a ſuperficie ſphæræ comprehendatur, ea minor erit. eſt autem D B minor, quam B E, quod D A, maior ſit, quam A E: circulus igitur, cuius ſemidiameter poteſt, quod C B A, hoc eſt quod C A B continetur, multo minor erit ſuperficie



perficie ſphæræ. Sed & maior, quod eſt abſurdum. Ex quibus ſequitur ſuperficiem ſphæræ circulo, cuius ſemidiameter AB *æqualem eſſe, quod demonſtrare oportebat.*

THEOREMA XXVII. PROPOSITIO XXIX.

Si ſint tres rectæ lineæ ABC, conus baſim habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt id, quod AB continetur, altitudinem vero C, æqualis eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter poteſt, quod continetur BC, & altitudinem A.



Exponantur enim duo circuli E F: A & circuli quidem E ſemidiameter poſſit, quod AB continetur, circuli vero F ſemidiameter poſſit. quod continetur BC, & altitudo ipſius E fit BG æqualis C: altitudo autem F 1.ſexti. fit FH: æqualis A. Quoniam igitur B vt A ad C, hoc eſt vt FH ad EG, ita rectangulum contentum AB ad id, quod BC continetur; hoc eſt quadratum, quod fit a ſemidiametro circuli E ad quadratum, quod a ſemidiametro circuli F; hoc eſt circulus E ad F circulum. C Conus igitur, cuius baſis eſt circulus E, & altitudo EG æqualis eſt cono, cuius baſis circulus F, & altitudo FH. baſes enim ex contraria parte ipſis altitudinibus reſpondeat.

COMMENTARIVS.

A Et circuli quidem E ſemidiameter poſſit, quod AB continetur, circuli vero F ſemidiameter poſſit, quod continetur BC] *Græcus codex mancus eſt, atque ita corrigendus.* καὶ τοῦ μὲν ε ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάσθω τὸ ὑπὸ αβ; τοῦ δὲ ζ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάσθω τὸ ὑπὸ βγ.

B Hoc eſt quadratum, quod fit a ſemidiametro circuli E ad quadratum, quod a ſemidiametro circuli F] *In Græco codice legitur* τουτέστιν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ε πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ζ. *Sed mendoſe, vt opinor, non enim eſt, vt rectangulum contentum* AB *ad rectangulum, quod* BC *continetur, ita ſemidiameter circuli* B *ad ſemidiameter circuli* F. *quare fortaſſe ita legendum erit.* τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ε πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ζ.

C Conus igitur, cuius baſis eſt circulus E, & altitudo EG, æqualis eſt cono, cuius baſis circulus F & altitudo FH.] *Ex 15. duodecimi libri elementorum.*

THEOREMA XXVIII. PROPOSITIO XXX.

Sit triangulum ABC, & manente BC vſque eò conuertatur, quoad in eundem locum redeat. Dico ſolidum ab ipſo factum æquale eſſe cono, cuius baſis quidem eſt æqualis ſuperficiei conicæ, quæ in conuerſione fit a recta linea AB, altitudo autem perpendicularis, quæ a puncto C ad ipſam AB ducitur.

A pun-

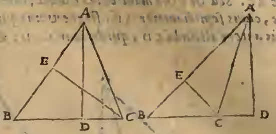
A punctis enim A C ad ipſas A B, B C perpendiculares ducantur, C E, A D. Et quoniam rectus angulus ad D æqualis eſt recto ad E, communis autem, qui ad B; erit triangulum A B D triangulo B C E æquiangulum. quare vt B A ad A D, ita B C ad C E. Sed vt B A ad A D, ita B A D rectangulum ad quadratum ex A D. vt igitur rectangulum B A D ad quadratum ex A D, ita B C ad C E. ergo conus baſim quidem habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt id, quod B A D continetur, altitudinem vero C E æqualis eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter A D, & altitudinem B C, quoniam rurſus ipſorum baſes reſpondent altitudinibus ex contraria parte. ſolidum autem quod in conuerſione fit à triangulo B A C æquale eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter A D, & altitudinem B C. ergo idem ſolidum æquale eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter poteſt, quod continetur B A D, & altitudinem C E. Sed hic circulus eſt æqualis ſuperficiei conicæ, quæ in conuerſione fit a recta linea A B per XIV. Theorema Archimedis, omnis enim coni æquicruris ſuperficies excepta baſi, eſt æqualis circulo, cuius ſemidiameter media proportionalis eſt inter coni latus, & ſemidiametrū circuli, qui eſt coni baſis. Si igitur manente B C conuerſum triangulum in eundem locum reſtituatur, a quo moueri cæpit, factum ab ipſo ſolidum æquale erit cono, cuius baſis eſt æqualis ſuperficiei conicæ, quæ in conuerſione fit a recta linea A B, altitudo autem perpendicularis, quæ a puncto C ad ipſam A B ducta fuerit.

4. ſexti. A

15. duod. B

C

D

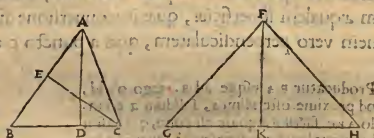


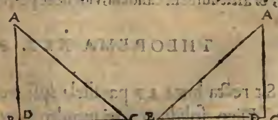
COMMENTARIVS.

Sed vt B A ad A D, ita B A D rectangulum ad quadratum ex A D] *Ex prima ſexti, vel ex lemmate in 23. decimi libri elementorum.* A

Solidum autem, quod in conuerſione fit a triangulo B A C æquale eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter A D, & altitudinem B C.] *Punctum enim D vel cadit inter* B C *vel in alterum ipſorum, vel extra. cadat primum inter* B C. *Vt in prima figura.* B

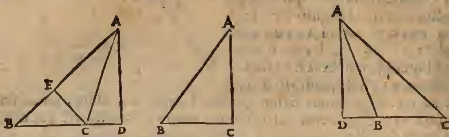
Si igitur manente B C *triangulum* B A C *conuertatur fiet ſolidum conſtans ex duobus conis, quorum baſis eſt eadem videlicet circulus, cuius ſemidiameter* A D, *& alterius quidem altitudo* B D, *qui dicatur conus* B A D: *alterius vero* C D *qui dicatur* C A D. *Sit prætærea alius conus* E G H, *baſim babens æqualem circulo, cuius ſemidiameter* A D, *& altitudinem* F K, *quæ ipſi* B C *ſit æqualis. erit hic conus æqualis duobus conis iam dictis. Vt enim* B A D *conus ad conum*, C A D *ita altitudo* B D *ad* D C *altitudinem ex* 14. *duodecimi libri elementorum, & componendo, vt duo dicti coni ad conum* C A D, *ita* B C *ad* C D. *Sed vt conus* F G H *ad eundem conum* C A D. *ita* F K, *hoc eſt* B C *ad* C D. *duo igitur coni* B A, D C, A D. *hoc eſt ſolidum ex ipſis conſtans, æquale eſt cono* F G H, *hoc eſt cono, baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter* A D, *& altitudinem* B C. *Si autem punctum* D *cadat in* B, *vel in* C, *vt in ſecunda figura, quod proponitur manifeſte patet. Solidum enim, quod in conuerſione fit, eſt idem ipſe conus, qui baſim habet circulum, cuius ſemidiameter* A D, *& altitudinem* B C. *Quod ſi* D *cadat extra* C *in lineam* B C *productam, vt in* 3. *figura nihilominus idem concludetur, ſolidum enim quod fit in conuerſione trianguli* A B D *eſt æquale cono baſim habenti circulum cuius ſemidiameter* A D, *& altitudinem* B D *ſolidum vero quod fit à triangulo* A C D *æquale eſt cono baſim habenti eandem, & altitudinem* C D, *ergo reliquum ſolidum, quod fit a triangulo* A B C *eſt æquale cono, qui eſt in eadem baſi, & altitudinem babet reliquam, videlicet* 9. quinti





T licet

licet B C. *Sed vt illud manifeſtius conſtet, intelligantur tres coni in eadem baſi, in circulo ſcilicet, cuius ſemidiameter* A D. *ſitque vnius quidem altitudo* B C, *qui dicatur conus* B A C, *alterius autem altitudo* C D, *qui dicatur* C A D; *& tertij altitudo* B D, *qui dicatur* B A D.

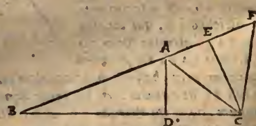


Itaque vt conus B A C *ad conum* C A D, *ita eſt altitudo* B C, *ad* C D. *quare & componendo, vt vtrique coni* B A C, C A D *ad conum* C A D, *ita* B D *ad* D C. *conus autem* B A D *ad eundem* C A D *eſt vt* B D *ad* D C *ergo vtrique coni* B A C, C A D *cono* B A D *ſunt æquales. ſi igitur a cono* B A D *auferatur conus* C A D, *relinquetur* B A C. *conus quare ſolidum, quod in conuerſione fit a triangulo* B A C *eſt æquale cono baſim habenti circulum; cuius ſemidiameter* A D, *& altitudinem* B C. *Eodem modo fiet demonſtratio ſi punctum* D *cadat extra* B. *vt in 4. figura. erunt enim duo coni* C A B, B A D *vni cono* C A D *æquales. quare ſi ab eo auferatur* B A D, *reliquus erit conus* C A B, *qui baſim habebit circulum, cuius ſemidiameter* A D, *& altitudinem* C B.

C Si igitur manente B C conuerſum triangulum in eundem locum reſtituatur, a quo moueri cæpit] *In Græco codice legitur* ἐν ἄρα μενούσης τῆς βγ *legendum vero vt opinor.* ἐὰν ἄρα.

THEOREMA XXIX. PROPOSITIO XXXI.

Sit rurſus triangulum A C F, & recta linea, vt contingit B C; qua manente conuertatur triangulum quouſque ad eundem locum redeat. Dico ſolidum ab ipſo factum æquale eſſe cono, baſim quidem habenti circulum æqualem ſuperficiei, quæ in conuerſione fit a recta linea A F, altitudinem vero perpendicularem, quæ a puncto C ad ipſam A F ducitur.



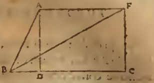
Producatur F A vſque ad B: ergo ob id, quod proxime oſtendimus, ſolidum a triangulo A B C factum æquale eſt cono, qui baſim habet æqualem ſuperficiei coni, quæ fit a recta linea A B, altitudinem vero perpendicularem a puncto C ad B A ductam. ſolidum autem, quod fit a triangulo B F C ſimiliter eſt æquale cono baſim habenti æqualem ſuperficiei coni, quæ fit a B F, & eandem altitudinem. reliquum igitur ſolidum a triangulo A C F factum æquale erit cono baſim habenti æqualem ſuperficiei coni, quæ fit ab A F, & altitudinem eandem, videlicet perpendicularem, quæ a puncto C ad A F ducitur.

THEOREMA XXX. PROPOSITIO XXXII.

Sit recta linea A F parallela ipſi B C, & perpendiculares E F, A D ducantur. Dico ſolidum a triangulo A B F in conuerſione factum æquale eſſe cono baſim quidem habenti circulum, cuius ſemidiameter eſt C F, altitudinem verò rectæ lineæ A F, hoc eſt ipſius D C duplam.

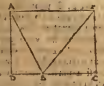
A

Quoniam



Quoniam enim cylindrus, qui fit a parallelogrāmo A C æqualis eſt cono baſim quidem habenti A D, altitudinem vero ipſius D C triplam; conus autem qui fit a triangulo A B D baſim eandem habet, & altitudinem B D: erit ſolidum factum a triangulo A B D vna cum parallelogrammo A D, C F æquale cono baſim habenti eandem, & altitudinem B D vna cum tripla ipſius D C, communis auferatur conus qui fit a triangulo E C F, eandemque baſim habet, & altitudinem B D vna cum D C ſemel ſumpta. reliquum igitur ſolidum factum a triangulo A B F æquale eſt cono eandem baſim habenti C F, & altitudinem ipſius D C, vel A F duplam. B C

Sed illud etiam conſtant, ſuperficiei cylindricæ, quæ fit ab A F æqualem eſſe circulum, cuius ſemidiameter media proportionalis eſt inter cylindri latus, & diametrum baſis cylindri. hoc enim Archimedes in 13. theoremate primi libri de ſphæra, & cylindro demonſtrauit. quare ſuperficies, quæ fit ab A F æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod bis F C D continetur. D



Si vero B cadat inter D C, quod propoſitum eſt facilius oſtendetur. cylindrus enim a parallelogrammo A D, C F factus, eandemque baſim habens, quam coni qui fiunt a triangulis A B D, B C, & altitudinem D A, ipſos excedit cono, qui eſt in eadem baſi, & altitudinem habet ipſius D C duplam. quare & ſolidum a triangulo A B F factum eidem cono eſt æquale. quod oſtendere oportebat. E

COMMENTARIVS.

Dico ſolidum a triangulo A B F in conuerſione factum, æquale eſſe cono baſim quidem habenti circulum, cuius ſemidiameter eſt C F, &c.] *Intelligatur circa manentem rectam lineam B D C conuerti parallelogrammum A C vna cum A B D triangulo.* A

Aequalis eſt cono baſim quidem habenti A D] *Hoc eſt æqualis cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter A D.* B

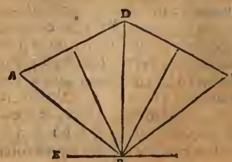
Altitudinem vero ipſius D C triplam] *Eſt enim conus, qui baſim habet circulum, cuius ſemidiameter A D, & altitudinem triplam ipſius D C; tertia pars cylindri baſim eandem habentis, & æqualem altitudinem: cuius ipſius cylindri tertia quoque pars eſt cylindrus, qui in eadem baſi conſtituitur, & altitudinem habet D C. erit igitur cylindrus, æqualis eſt cono baſim eandem habenti, & altitudinem ipſius D C triplam.* C 10 duod. 14 9. quinti.

Quare ſuperficies, quæ fit ab A F æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod bis F C D continetur] *Grecus codex corruptus eſt, in quo legitur ὥστε ἡ ἀπὸ τῆς α β γενομένη ἐπιφάνεια, ἴση ἐστὶ τῷ δὶς ἀπὸ τῷ ζ γ δ corrigendus autem eſt in hanc ſententiam ὥστε ἡ ἀπὸ τῆς α β γενομένη ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῷ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ δὶς ὑπὸ ζ γ δ. nam ſi cylindri ſuperficies æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter media proportionalis eſt inter cylindri latus, & diametrum baſis cylindri, vt Archimedes demonſtrauit in 13. theoremate primi libri de ſphæra, & cylindro, erit ſuperficies facta ab A F æqualis circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod dupla ipſius F C continetur, & C D: hoc eſt quod bis F C D continetur. eſt enim F C ſemidiameter baſis cylindri, & C D latus eiuſdem.* D

Cylindrus enim a parallelogrammo A D C F factus eandemque baſim habens, quam coni, qui fiunt a triangulis A B D, F B C, &c.] *Cylindrus baſim habens circulum, cuius ſemidiameter A D, & altitudinem D C eſt æqualis cono, qui baſim eandem habet altitudinem ipſius D C triplam. At duo coni, qui fiunt a triangulis A B D, F B C ſunt æquales cono baſim habenti eandem, & altitudinem D C, vt ſuperius demonſtratum eſt. ergo cylindrus hunc ipſum conum excedit cono, qui baſim eandem habet, & altitudinem duplam ipſius D C. ſed etiam excedit ſolido, quod fit a triangulo A B F. dictum igitur ſolidum eidem cono æquale ſit neceſſe eſt. In Græco codice legitur. ὁ γὰρ ὑπὸ τοῦ α δ γ ζ παραλληλογράμμου γινόμενος κύλινδρος τοῖς ὑπὸ τῶν α β δ, ζ β γ τριγώνων, &c. legendum autem eſt, vt opinor, ὁ γὰρ ἀπὸ τοῦ α δ γ ζ παραλληλογράμμου γινόμενος κύλινδρος τοῖς ἀπὸ τῶν α β δ, ζ β γ τριγώνων κώνοις.* E

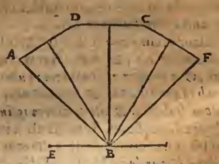
THEOREMA XXXI. PROPOSITIO XXXIII.

Sit quadrilaterum ABCD, à puncto B ad ipſas AD, DC perpendiculares ductæ ſint æquales. ducatur autem recta linea quædam BE, & ea manente conuertatur quadrilaterum quouſque in eundem locum reſtituatur. Dico ſolidum a quadrilatero factum æquale eſſe cono, baſim quidem habenti æqualem ſuperficiebus, quæ a rectis lineis AD, DC in conuerſione fiunt, altitudinem vero perpendicularem, quæ à puncto B ad vnam ipſarum AD, DC ducitur.



Iungatur BD. ergo ſolidum a quadrilatero factum eſt idem, quod fit a triangulis ABD. DCB. & proxime oſtenſum eſt, quod fit a triangulo ABD æquale eſſe cono baſim habenti æqualem ſuperficiei factæ ab ipſa AD altitudinem vero perpendicularem a puncto B ad AD, vel DC ductam: quod autem fit a triangulo DBC æquale cono, cuius baſis eſt æqualis ſuperficiei factæ a DC, & altitudo eadem. ergo totum ſolidum a quadrilatero factum ęquale erit cono baſim quidem habenti æqualem ſuperficiebus, quæ ab ipſis AD, DC in conuerſione fiunt, altitudinem vero perpendicularem, quæ a puncto B ad alterum ipſarum AD, DC ducta fuerit.

THEOREMA XXXII. PROPOSITIO XXXIV.



Quòd ſi pro quadrilatero quinquelaterum ſit DABFC, & quotcumque latera habens, ita vt a puncto B ad vnamquamque ipſarum AD, DC, CE perpendiculares ductæ ſint æquales, ſimiliter oſtendetur ſolidum a polygono factum æquale eſſe cono, baſim quidem habenti æqualem ſuperficiebus, quæ ab ipſis AD, DC, CF fiunt; altitudinem vero vnam aliquam dictarum perpendicularium. & nihil differt, ſi extrema ipſi AB congruat.



A Idem autem eſt, ac ſi dicamus. Si circa ſemicirculum, cuius centrum S polygonum aliquod deſcribatur, quotcumq; latera habens vt BEFHLC & manente BC polygonum conuertatur, quoſque ad eundem locum redeat, ſolidum ab ipſo factum, quod

B etiam deſcriptum eſt circa ſphæram; quam facit ſemicirculus, æquale eſt cono, baſim quidem habenti ſuperficiem, quæ in conuerſione fit a polygoni lateribus, altitudinem vero ſemidiametrum ſphæræ. omnes enim perpendiculares, quæ a puncto S ad latera ducuntur, vt SM, SK, SN, SA, SD æquales ſunt. neq; quicquam differt, ſi D idem ſit, quod O, vel M idem quod X. Perſpicuum autem eſt, etiam ſi circa ſectorem circuli, vt XSA, vel MSA polygonum aliquod deſcribatur, eadem prorſus demonſtrari.

COM-

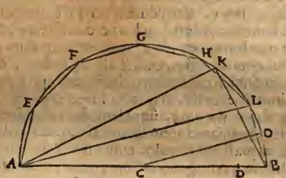
COMMENTARIVS.

Idem autem eſt, ac ſi dicamus. Si circa ſemicirculum, cuius centrum s, polygonum aliquod deſcribatur, quotcumque latera habens, &c.] *Non enim quadrilaterum, vel quinquelaterum, vel plurilaterum eiuſmodi fieri poteſt, niſi circa ſemicirculi circumferentiam deſcribatur. Idem quoque intelligendum eſt de polygono æquilatero ſemicirculi circumferentiæ inſcripto, nam ſi diametro manente conuertatur, quouſque ad eundem locum redeat, ſolidum ab ipſo factum, quod & ſphæræ inſcriptum eſt. æquale erit cono baſim habenti ſuperficiem, quæ in conuerſione fit a polygoni lateribus, altitudinem vero perpendicularem, quæ a centro ad vnum aliquod latus ducta fuerit.* A

Quod etiam deſcriptum eſt circa ſphæram, quam facit ſemicirculus] *Græcus codex. ὃ δὴ καὶ περιγέγραπται περὶ τὴν σφαίραν καὶ ποιεῖ τὸ ἡμικύκλιον. Sed legendum puto περὶ τὴν σφαίραν ἣν ποιεῖ τὸ ἡμικύκλιον.* B

THEOREMA XXXIII. PROPOSITIO XXXV.

Omnis ſphæra æqualis eſt cono, cuius baſis quidem eſt ſuperficies ſphæræ, altitudo vero eiuſdem ſemidiameter.

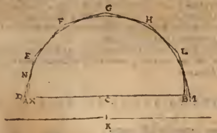


Sit enim ſphæra, cuius diameter AB, centrum C: & ſi fieri poteſt, ſit primum maior conus, cuius baſis eſt ſuperficies ſphæræ, hoc eſt circulus, cuius ſemidiameter AB, & altitudo CB ipſius ſphæræ ſemidiameter. Intelligatur alius conus inter ipſa medius, hoc eſt minor cono, ſphæra autem maior, cuius quidem baſis eadem ſit, & altitudo BD minor. quam CD. & in ſemicirculo AEB ducatur AK, quæ poſſit id quod bis continetur AB, CD. ergo reliquum, hoc eſt, quod bis ABD continetur, æquale eſt ei, quod fit à BK. & eorum dimidia; videlicet quod continetur ABD æquale ei, quod BK & eius dimidia continetur. quod enim continetur bis ABD vna cum contento bis AB, CD, hoc eſt, quod bis ABC continetur æquale eſt quadrato ex AB. quadratum autem ex AB quadratis ex AK, KB eſt æquale, cum angulus ad K in ſemicirculo rectus ſit. Deſcribatur in ſemicirculo polygonum æquilaterum, quod latera habeat numero paria AEFGHLB, ita vt circumferentia BL minor ſit quam BLK. quod quidem fieri poteſt. ſecantes enim ſemicirculum bifariam, & rurſus dimidiam circumferentiam bifariam ſecantes, atque hoc facientes ſemper, tandem relinquemus circumferentiã minorẽ, quam BLK, vt BL. & iuncta AL, ducatur ipſi parallela CO. Quoniam igitur triangulum ALB æquiangulũ eſt COB triangulo, & dupla eſt AL ipſius CO, & LB dupla BO; eſtq; LB minor, quam AL, erit quod continetur AL, CO maius eo, quod LB, & eius dimidia cõtinetur. Eadem quoq; ratione ſi per C. ipſi AK parallelam duxerimus vſque ad KB: erit quod parallela ex AK continetur, maius eo, quod continetur KB, atque eius dimidia contentum igitur AL, CO multo maius eſt eo, quod eiſdem continetur. hoc eſt ABD rectangulo. quare conus baſim quidem habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt id, quod continetur AL, CO, altitudinem vero AB, maior eſt cono baſim habente circulum, cuius ſemidiameter poteſt id, quod ABD continetur, & altitudinem AB. Sed conus baſim habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt, quod continetur AL, CO, & altitudinem AB, æqualis eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter poteſt, quod AL, AB continetur, & altitudinem CO. hic igitur conus baſim habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod LAB, & altitudinem CO maior eſt cono baſim habente circulum, cuius ſemidiameter poteſt, quod ABD, continetur, & altitudinem AB: hoc eſt maius cono huic æquali, qui baſim habet circulum, cuius ſemidiameter eſt AB, altitudinem vero BD. vt enim quadratum ex AB ad ABD rectangulum, ita AB ad BD & oſtenſum eſt in 23. huius ſuperficiem factam ab omnibus polygoni lateribus ex ſimili conuerſione, æqualem

A B C D E F G H I K L M N O P Q R S T V

eſſe

eſſe circulo, cuius ſemidiameter poteſt id quod LAB continetur, conus igitur baſim habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod LAB continetur, & altitudinem CO,
X qui quidem eſt æqualis figuræ ſolidæ ibi ſphæra deſcriptæ maior eſt cono baſim haben-
Y te circulum, cuius ſemidiameter AB. & altitudinem BT. quare & ſolida figura iam dicta maior eſt cono, cuius baſis ſemidiameter eſt AB, altitudo autem BD. ſed etiam hic
Z conus poſitus eſt maior ſphæra. ſolida igitur figura in ſphæra deſcripta multo maior erit, quam ipſa ſphæra. quod fieri non poteſt.



Sit autem ſphæra minor dictus conus, baſim quidem habens circulum, cuius ſemidiameter eſt AB, altitudinem vero CB, hoc eſt conus baſim habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod ABC continetur, & altitudinem AB. vt enim AB ad BC, ita eſt quadratum ex AB ad ABC rectangulum. & inter ſphæram, & conum intelligatur alius conus medius, cuius baſis ſit eadem, & altitudo recta linea K maior quam AB,
circa ſemicirculum vero deſcribatur polygonum æquilaterum, ita vt vnum latus DB
α minus ſit exceſſu, quo recta linea K ipſam AB excedit atque eſt DE maior, quam vtra-
β que ſimul DA, EM, ſiquidem & DN maior eſt, quam DA. ergo DM, quam K minor
γ erit. Quoniam autem ſuperficies, quæ a polygono fit ex ſimili conuerſione circa axem
δ DM æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt, quod DM, AB continetur, patet ſolidum a polygono factum, quod etiam deſcriptum eſt circa ſphæram, quam facit ſemicirculus, æquale eſſe cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod continetur DM, AB, & altitudinem CB ipſius ſphæræ ſemidiametrum ex 35. huius. Sed conus baſim habens circulum cuius ſemidiameter poteſt quod continetur DM, AB, & altitudinem CB, æqualis eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter poteſt, quod ABC continetur, & altitudinem DM, cum baſes ex contraria parte altitudinis reſpondeant. eſt enim vt, quod continetur DM, AB ad rectangulum ABC, ita DM ad BC. Solidum igitur a polygono factum æquale eſt cono baſim habenti circulum cuius ſemidiameter poteſt quod ABC continetur, & altitudinem DM. eſt autem K maior, quam DM: & conus baſim habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod ABC continetur, & altitudinem K, minor eſt ſphæra, quare ſolidum circa ſphæram deſcriptum ipſa ſphæra multo minus erit, quod fieri non poteſt, conus igitur ſphæra neceſſario eſt æqualis.

COMMENTARIVS.

A Sit enim ſphæra, cuius diameter AB, centrum C] *Græcus codex* ἔστω γὰρ σφαῖρα, ἧς διάμετρος ἡ αδ. *Sed legendum* ἡ αβ.

B Hoc eſt circulus, cuius ſemidiameter AB] *Ex 29. huius.*

C Et altitudo B minor, quam CD] *Græcus codex* ὕψος δὲ ἡ βδ, *legendum autem* δβζ.

D Et in ſemicirculo AFB ducatur AK, quæ poſſit id, quod bis continetur, AF, CD] *Græcus codex corruptus eſt, vt opinor, qui ſic habet,* καὶ ἡμικυκλίῳ ὕψος τοῦ αβε ἰδεήχθη ἡ. *Sed forte legendum erit:* καὶ ἡμικυκλίῳ ὕψος τοῦ αεβ ἤχθω ἡ ακ.

E Et eorum dimidia, videlicet quod continetur ABD æquale ei, quod BK & eius dimidia continetur] *Græcus codex.* καὶ τὰ ἥμισυ, τὸ ὑπὸ αβδ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ βκ. *legendum autem puto* καὶ τὰ ἥμισυ, τὸ ὑπὸ αβδ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῆς ἐπὶ τὰ βκ, καὶ τῆς ἡμισείας.

Hoc

Hoc eſt quod bis ABC continetur æquale eſt quadrato ex AB] *Ex prima ſecundi li-* F
bri elementorum.

Quadratum autem ex AB quadratis ex AK, KB eſt æquale] *Ex penultima primi libri* G
elementorum. Græcus autem codex diminutus eſt, & ita reſtituetur, τουτέστι τὸ δὶς ὑπὸ αβγ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς αβ. τὸ δὲ ἀπὸ τῆς αβ ἐστὶν ἴσον τοῖς ἀπὸ ακ κβ.

Quod quidem fieri poteſt] *Ex prima 10. libri elementorum.* H

Et iuncta AL ducatur ipſi parallela CO] *Ducatur CO vſque ad LB, quam in O* I
ſecet.

Quoniam igitur triangulum ALB æquiangulum eſt COB triangulo] *eſt enim angu-* K
lus OCB æqualis angulo LAB, & COB æqualis ipſi ALB ex 21. primi libri elementorum. ergo & reliquus reliquo æqualis erit.

Et dupla eſt AL ipſius CO, & LB dupla BO] *Vt enim BA ad AL, ita eſt BC ad CO:* L
& permutando vt AB ad BC, ita AL ad CO ſed AB eſt dupla BC, ergo & AL ipſius CO dupla erit. Eodem modo demonſtrari poteſt LB dupla BO, quod tamen per ſe patet ex tertia tertij libri elementorum recta enim linea CO ſecat LB ad rectos angulos. ergo, & biſariam ſecat.

Eſtque LB minor quam AL] *Quoniam enim BD poſita eſt minor, quam DC erit quod* M
bis continetur ABD, hoc eſt quadratum ex BK minus eo, quod bis AB, CD continetur, hoc eſt quadrato ex KA. ergo BK minor eſt, quam KA. Sed cum BL ſit minor, quam BK, quadratum ex BL minus eſt quadrato ex BK. quare reliquum quadratum ex AL maius eſt reliquo ex AK quadrato eſt enim quadratum ex AB æquale duobus quadratis ex AL, LB: itemque duobus ex AK, KB. ergo AL maior eſt, quam AK. multo igitur minor erit LB, quam AL.

Erit quod continetur AL, CO maius eo, quod LB ex eius dimidia continetur] *Hoc* N
eſt maius eo, quod continetur LBO. Græcus codex τὸ ἄρα ὑπὸ αλγο μεῖζόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς λβ. Sed legendum arbitror. τὸ ἄρα ὑπὸ αβγη μεῖζόν ἐστι τοῦ ὑπὸ λβ καὶ τῆς ἡμισείας τῆς λβ. Hæc quidem vera ſunt, ſed quid conferant ad demonſtrationem non video ſatis enim erat demonſtrare id, quod continetur AL, CO maius eſſe eo, quod KB, & eius dimidia continetur, hoc eſt rectangulo ABD.

Eadem quoque ratione ſi per ipſi AK parallelam duxerimus vſque ad KB] *Corruptus* O
eſt hoc loco græcus codex, quem nos in eam ſententiam corrigemus.

Maius eſt eo, quod continetur KB atque eius dimidia] *Græcus codex μεῖζον ἐστι τοῦ ἀπὸ* P
τῆς ἡμισείας τῆς κβ εὐθείας. Sed legendum puto μεῖζον ἐστι τοῦ ὑπὸ τῆς κβ καὶ τῆς ἡμισείας τῆς κβ εὐθείας.

Contentum igitur AL, CO multo maius eſt eo, quod iiſdem continetur] *Hic etiam* Q
corrigendus eſt græcus codex.

Hoc eſt ABD rectangulo] *Rectangulum enim ABD æquale eſt dimidio quadrati ex KB,* R
hoc eſt ei, quod KB & eius dimidia continetur. Græcus codex τουτέστι τὸ ὑπὸ αβδ. Sed legendum τουτέστι τὸ ὑπὸ αδβ.

Sed conus baſim habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod continetur AL, S
CO, & altitudinem AB, æqualis eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod AL, AB continetur, & altitudinem CO] *Ex 15. duodecimi libri elementorum.*

Qui baſim habet circulum, cuius ſemidiameter eſt AB, altitudinem vero BD] *Græ-* T
cus codex ὃ ἡ μὲν βάσις ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ δβ, ὕψος δὲ ὁ β. Sed legendum eſt vt arbitror οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ αβ ὕψος δὲ ἡ βδ.

Et oſtenſum eſt in 23. huius] *In græco codice legitur καὶ δέδεικται τὸ δ' θεώρημα.* V

Qui quidem eſt æqualis figuræ ſolidæ in ſphæra deſcriptæ] *Ex 35. huius.* X

Quare, & ſolida figura] *In græco codice legitur ὥς δὲ καὶ τὸ. lege ὥστε καὶ τὸ.* Y

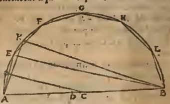
Quod fieri non poteſt] *Eſt enim minor, quod Archimedes in 25 primi libri de ſphæra, &* Z
cylindro demonſtrauit.

Hæc Pappus, quæ fortaſſe non omnino ſatisfacere videbuntur. poſſet enim quis plane dicere conum qui baſim habeat ſuperficiei ſphæræ æqualem, & altitudinem CD, ſphæra quidem maiorem eſſe, ſed non adeo, vt inter ipſa conus medius conſtituatur, eandem baſim habens, & altitudinem BD, quæ minor ſit, quam CD. quinimmo eius coni altitudinem multo maiorem eſſe, quam BD. oportet namque exceſſu quantulocumque dato conſequi id, quod fieri non poteſt. quamobrem ego ita demonſtrandum cenſerem.

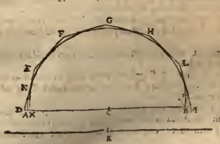
Sit ſphæra, cuius diameter AB, centrum C: & ſi fieri poteſt, ſit primum maior conus, cuius baſis eſt ſuperficies ſphæræ, hoc eſt circulus, cuius ſemidiameter AB, & altitudo AC, videlicet ipſius ſphæræ ſemidiameter. Sit alius conus inter ipſa medius, hoc eſt minor cono,

ſphæra

ſphæra autem maior, cuius baſis eadem ſit & altitudo A D, *minor quidem, quam* A C, *maior vero, quam* D C. *& deſcripto circa* A B *ſemicirculo ducatur* A K, *quæ poſſit id, quod bis continetur* A B, D C. *erit reliquum quod bis* B A D *continetur æquale ei, quod fit a* B K. *& eorum dimidia: videlicet quod continetur* B A D *æquale dimidio eius, quod fit a* B K, *hoc eſt ei, quod* B K *& eius dimidia continetur. Deſcribatur in ſemicirculo polygonum æquilaterum, quod latera habeat numero paria* A E F G H L B *ita vt circumferentia* A E *minor ſit quam* A E K, *quod facile fieri poteſt: & iuncta* E B *per* C *ducatur* C O *ipſi parallela. Itaque quoniam triangulum* A B E *triangulo* A C O *eſt æquiangulum,*



& eſt B A *dupla* A C, *&* B E *ipſius* C O *dupla erit. poſita eſt autem* A E *minor, quam* A K. *& ob id quadratum ex* A E *minus erit quadrato ex* A K. *ergo reliquum quadratum ex* B E *maius eſt quadrato ex* B K. *Vtraque enim quadrato ex* A B *ſunt æqualia ex penultima primi libri elementorum & dimidium quadrati ex* E B, *hoc eſt quod continetur* E B, *& eius dimidia* C O *maius dimidio quadrati ex* B K, *hoc eſt eo, quod* B K *& eius dimidia continetur, videlicet* B A D *rectangulo. conus igitur baſim habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod* E B, C O *continetur, & altitudinem* A E, *maior eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter*
15.duod. *poteſt, quod continetur* B A D, *& altitudinem* A B. *Sed conus baſim habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod continetur* E B, C O, *& altitudinem* A E *æqualis eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod* E B A *continetur, altitudinem autem* C O. *Vt enim rectangulum contentum* E B, C O *ad rectangulum* E B A, *ita eſt* C O *ad* A E. *& rurſus conus baſim habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod* B A D *continetur, & altitudinem* A B *æqualis eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter* A B, *& altitudinem* A D. *quoniam vt quadratum ex* A B *ad rectangulum* B A D, *ita eſt* B A *ad* A D. *ergo conus baſim habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod* E B A *continetur, & altitudinem* C O *maior eſt cono baſim habente circulum, cuius ſemidiameter eſt* A B, *& altitudinem* A D. *Sed demonſtratum*



eſt in 23. huius ſuperficiei coniei, quæ in conuerſione fit ab omnibus polygoni lateribus æqualem eſſe circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod E B A *continetur. conus igitur baſim habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod* E B A *continetur, & altitudinem* C O, *qui eſt æqualis ſolidæ figuræ in ſphæra deſcriptæ maior eſt cono baſim habente circulum, cuius ſemidiameter* A B, *& altitudinem* A D. *ergo & ſolida figura in ſphæra deſcripta maior eſt cono, cuius baſis ſemidiameter eſt* A B, *& altitudo* A D. *& hic autem conus poſitus eſt maior quam ſphæra ſolida; igitur figura in ſphæra deſcripta multo maior erit, quam ipſa ſphæra quod fieri minime poteſt.*

a Atque eſt D E maior, quam vtraque ſimul D A, B M, ſiquidem, & D N maior eſt, quam D A] *Secetur* D E *bifariam in puncto* N, *a quo ad diametrum perpendicularis ducatur* N X *erit* N D, *quæ maiori angulo, videlicet recto ſubtenditur, maior quam* D X, *& multo maior, quam* D A. *Eodem modo ex altera parte oſtendetur dimidium lateris* M L *maius eſſe, quam* B M. *quare tota* D E *maior erit, quam vtraque* D A, B M *ſimul ſumptæ. In Græco codice legitur* καὶ ἔτι μείζων ἡ δε τῆς βα, βζ. ὅτι καὶ ἡ μδ τῆς δα. *Sed nos ita legendum duximus.* καὶ ἔτι μείζων ἡ δε τῶν δα, δμ ὅτι καὶ ἡ νδ τῆς δα. *Quoniam enim in polygoni lateribus*

teribus erat elementum ζ, nos pro ζ hic repoſuimus B C, *& medium lateris* O B *aptauimus* N, *perpendicularemque* N X *duximus, ut omnia magis perſpicua eſſent, quamquam in figura graeci codicis nihil horum omnino apponeretur.*

Ergo D M, quam K minor erit] *Ponitur enim* K *maior, quam utraque ſimul* A B, D B *& eum rurſus* O B *maior ſit, quam utraque* D A, B M, *erit ipſa* K *multo maior, quam* D M. β

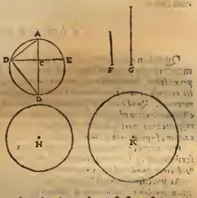
Quoniam autem ſuperficies, quæ a polygono fit & reliqua] *Græca Verba magna ex parte corrupta eſſe arbitramur, & ita reſtituenda, Ut ex iis, quæ nos vertimus colligi poteſt: An vero hoc Pappus, aut aliud quippiam intelligi voluerit, alii conſiderabunt.* γ

Aequalis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt, quod D M, A B continetur] *Hoc a Pappo demonſtratum non eſt in iis, quæ extant, ſed a nobis in commentariis in 24. huius.* δ

Ex 35. huius] *In Græco codice legitur* διὰ τὸ κ θεώρημα.

THEOREMA XXXIV. PROPOSITIO XXXVI.

Sphæra data, & data proportione, ſuperficiem ſphæræ, plano ita ſecare, ut portionum ſuperficies inter ſe proportionem habeant eandem datæ proportioni.



Sit enim ſphæra, cuius maximus circulus A D, B E, diameter A B, & data proportio quam habet F ad G: ſeceturque A B in C, ita ut A C ad C B eandem habeat proportionem, quam F ad G, & per C ducto plano ad rectos angulos ipſi A B ſecetur ſphæra. ſit autem communis ſectio D E, & iunctis A D, D B, exponantur duo circuli H K, ut H quidem ſemidiametrum habeat ipſi A D æqualem, K vero habeat æqualem ipſi D B. erit igitur circulus H æqualis ſuperficiei portionis D A E, & K æqualis ſuperficiei D B E portionis. hoc enim ante demonſtratum eſt. Et quoniam rectus angulus eſt A D B, & perpendicularis O C; ut A C ad C B, hoc eſt ut F ad G, ita erit quadratum ex A D ad quadratum ex D B, videlicet quadratum ſemidiametri circuli H ad quadratum ſemidiametri ipſum K hoc eſt circulus H ad K circulum, hoc eſt ſuperficies portionis ſphæræ D A E ad ſuperficiem D B E portionis. A B

COMMENTARIUS.

Hoc enim ante demonſtratum eſt] *In 29. huius.* A

Vt A C ad C B, hoc eſt ut F ad G, ita erit quadratum ex A D ad quadratum ex D B] *Ex 8. propoſitione ſexti libri elementorum ſiunt enim triangula* A C D, D C B *ſimilia toti, & inter ſeſe. quare ut* A C *ad* C D, *ita* D C *ad* C B *ut autem* A C *ad* C D, *ita* A D *ad* D B. *ergo ex 20. eiuſdem ut prima* A C *ad tertiam* C B, *ita quadratum primæ* A C *ad quadratum ſecundæ* C D, *hoc eſt ita quadratum ex* A D *ad id, quod ſit ex* D B *quadratum.* B

THEOREMA XXXV. PROPOSITIO XXXVII.

Quæ cum ita ſint, perſpicue conſtat cylindrum, cuius baſis æqualis ſit maximo in ſphæra circulo, & altitudo æqualis diametro ſphæræ, ipſius ſphæræ ſeſquialteram eſſe; & eius ſuperficiem ſuperficiei itidem ſphæræ ſeſquialteram.

Sit enim ſemicirculus A B C, cuius diameter A C, & punctum E circumferentiam biſariam diuidens, & centrum F. Cum igitur per A E C tres rectæ lineæ contingentes ducantur, A B, B D, D C, & manente A C conuertatur ſemicirculus, quouſque rurſus ad eundem locum redeat, a quo cæpit moueri, cylindrus a parallelogrammo rectangulo A B C D factus ad



ſphæram, quæ a ſemicirculo deſcribatur, ſeſquialteram proportionem habebit, quam
A & ipſius cylindri ſuperficies habet ad ſuperficiem ſphæræ. Quoniam enim ſuperficies
cylindri, quæ fit a B D æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter media proportionalis
eſt inter B D, & vtramque ipſarum ſimul A B, C D, hoc eſt circulo, cuius ſemidiameter
B A C: hic autem circulus æqualis eſt quatuor maximis circulis eorum, qui in ſphæra de-
C ſcribuntur, atque oſtenſum eſt ſphęræ ſuperficiem quattuor circulis maximis æqualem
eſſe: erit, & ſuperficies, quæ fit a B D ſuperficiei ſphæræ æqualis. ergo vna cum duo-
bus circulis, qui ſunt baſes cylindri, ad ſuperficiem ſphæræ proportionem habet, quam
ſex ad quattuor, videlicet ſeſquialteram. Et quoniam conus baſim habens æqualem
D ſuperficiei ſphæræ, & altitudinem ſphæræ ſemidiametrum, ipſi ſphæræ eſt æqualis;
erit conus baſim habens circulum in ſphæra maximum, & altitudinem eandem quarta
pars ipſius ſphæræ. Sed & hic conus ſexta pars eſt cylindri, qui eandem baſim habet,
E altitudinem ſphæræ diametrum, quare ſequitur cylindrum ipſum ſphæræ ſeſquialte-
rum eſſe.

COMMENTARIVS.

A Quoniam enim ſuperficies cylindri, quæ fit a B D æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter media proportionalis eſt inter B D, & vtramque ipſarum ſimul A B C D] *Ex 13. primi libri Archimedis de ſphæra ex cylindro. eſt enim ſuperficies cylindri facta à B D æqualis circulo, cuius ſemidiameter media proportionalis eſt inter latus cylindri B D, & baſis diametrum. Quod cum B D ſit æqualis diametro baſis, erit & inter ipſas media eidem æqualis, oſtenſum autem eſt ſuperius in 24. huius, etiam ſi circumferentia ſemicirculi non in duas, ſed in quotcumq; partes æquales diuidatur; atque a diuiſionibus rectæ rectæ lineæ contingentes ducantur, ſuperficiem a contingentibus factam æqualem eſſe circulo. cuius ſemidiameter eſt* A C.

B Hic autem circulus æqualis eſt quattuor maximis circulis eorum, qui in ſphæra deſcribuntur.] *Circuli enim inter ſe duplam eius, quæ eſt diametrorum, proportionem habent videlicet quadruplam, cum eorum diametri ſint duplæ.*

C Atque oſtenſum eſt ſphæræ ſuperficiem quattuor circulis maximis æqualem eſſe] *Ex 31. primi libri Archimedis de ſphæra, & cylindro, ſed & ſuperius oſtenſum eſt in 29. huius, ſphæræ ſuperficiem æqualem eſſe circulo, cuius ſemidiameter* A C.

D Ipſi ſphæræ eſt æqualis; erit conus baſim habens circulum in ſphæra maximum, & altitudinem eandem, quarta pars ipſius ſphæræ. ſed & hic conus ſexta pars eſt cylindri, qui eandem baſim habet, & altitudinem ſphæræ diametrum.] *Hæc autem omnia nos ſuppleuimus, quæ in Græco codice deſiderari videbantur. conus enim baſim habens circulum maximum in ſphæra, & altitudinem ſphæræ diametrum, tertia pars eſt ipſius cylindri. At conus baſim habens eandem, & altitudinem ſemidiametrum ſphæræ, dimidia pars eſt dicti coni. hic igitur conus cylindri ſexta pars neceſſario erit.*

4. duodecimi.

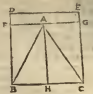
E Quare ſequitur cylindrum ipſum ſphæræ ſeſquialterum eſſe.] *Nam cum ſphæra contineat quattuor eiuſmodi conos, quorum cylindrus continet ſex, habebit cylindrus ad ſphæram proportionem eandem, quam ſex ad quattuor, videlicet ſeſqui alteram.*

Hæc igitur dicta ſint de ijs, quæ Archimedes in libro de ſphæra, & cylindro demonſtrauit. deinceps vero (vt polliciti ſumus) comparationes quinque figurarum, quæ æqualem ſuperficiem habent, deſcribemus, videlicet pyramidis, cubi, octaedri, dodecaedri, & icoſaedri, quarum quidem demonſtrationes non per reſolutiuam methodum, vt nonnulli antiquorum fecerunt, in prædictis figuris, ſed per compoſitiuam a nobis ad id, quod manifeſtius eſt, ac breuius redactæ ſunt. quoniam, & lemmata omnia tum parua, tum magna ob multos, qui diſcendi ſtudio flagrant, diſpoſui numero quattuordecim; tot enim hoc loco indigemus. ad comparationes autem hæc præmittimus.

THEO-

THEOREMA XXXVI. PROPOSITIO XXXVIII.

In omni triangulo æquilatero, quadratum, quod ab vno latere fit, maius eiuſdem eſt, quam duplum dicti trianguli, minus vero, quam quadruplum.



Sit enim triangulum æquilaterum ABC: ſitque ad baſim BC perpendicularis AH, quæ ſcilicet ipſam bifariam ſecat, & a BC deſcribatur quadratum BDBC, quod quidem triangulum ABC ſuperabit, cum perpendicularis AH trianguli latere minor ſit. & per A ipſi BC parallela ducatur FAG. Quoniam igitur AB poteſtate quadrupla eſt ipſius BH, erit AB ſeſquitertia ipſius AH poteſtate, hoc eſt DB ipſius BF. eſt igitur DB minor, quam dupla BF. atque vt DB ad BF, ita eſt BE quadratum ad parallelogrammum FC. ergo & BE quadratum parallelogrammi FC minus eſt, quam duplum & minus quam quadruplum trianguli ABC. quadratum igitur BE minus eſt, quam quadruplum, maius vero, quam duplum trianguli ABC. A B

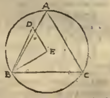
COMMENTARIVS.

Erit AB ſeſquitertia ipſius AH poteſtate] *Ex penultima primi libri elementorum Hoc etiam per ſeſe a nobis demonſtratum eſt in commentarijs in 12. propoſitionem tertij decimi libri.* A

Et minus quam quadruplum trianguli ABC] *Eſt enim parallelogrammum FC trianguli ABC duplum ex 41. primi libri elementorum Græcus codex mancus eſt, qui ita reſtituetur.* B
ϗ ἐλάσσον ἢ τετραπλάσιον τοῦ α β γ τριγώνου.

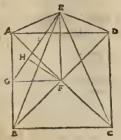
THEOREMA XXXVII. PROPOSITIO XXXIX.

Quæ centro ſphæræ ad planum octaedri perpendicularis ducitur, poteſtate tertia pars eſt ſemidiametri ſphæræ.



Sit triangulum ſphæræ octaedrum comprehendentis ABC, in ſphęra exiſtens, & circa ipſum circulus. a ſphæræ autem centro D ad circuli planum perpendicularis DE. erit ex ſphæricis punctum E circuli centrum. Iungantur EB, BD. Dico quadratum ſemidiametri ſphæræ BD quadrati ipſius DE triplum eſſe. Quoniam enim in octaedro oſtenſa eſt ſphæræ diameter poteſtate dupla lateris octaedri; eſt autem, & ſemidiametri ſphæræ, quadrupla poteſtate: quadratum ex BC quadrati ex BD duplum erit. Et quoniam quadratum ex BC triplum eſt quadrati ex BE per 12. tertij decimi libri elementorum, & quadrati ex BD duplum, erit quadratum ex BD ſeſquialterum quadrati ex BE. Sed quadratis ex BE, ED quadratum ex BD eſt æquale. ergo quadrata ex BE, ED quadrati ex BE ſeſquialtera ſunt; ac propterea quadratum ex BE duplum eſt quadrati ex ED; quadrati igitur ex BE, ED, hoc eſt, quadratum ex BD quadrati ex DE eſt triplum. A B C D E

A L I T E R.



Exponatur quadratum, in quo dimidium octaedri ſit ABCDE: & iungantur AC, BD diametri ipſius quadrati, & EF. ergo EF ſemidiameter eſt ſphæræ comprehendentis octaedrum, vt in elementis demonſtratum eſt. ducatur a centro F ad ipſam AB perpendicularis FG. erit AG ipſi GB æqualis, iunganturque EG, EB. Et quoniam æquilaterum eſt triangulum ABE, & AG æqualis GB; tranſibit EG per centrum circuli circa triangulum ABE deſcripti. ergo quæ a puncto F ad planum ABE trianguli perpendicularis ducitur in rectam lineam EG cadet, cadat vt FH. Itaque quoniam AF æqualis eſt FB, & angulus AFB eſt rectus, erit FAG dimidius recti. ſed & rectus eſt FGA. reliquus igitur AFG eſt recti dimidius. & ob id AG eſt æqualis GF; quadratumque ex AF quadrati ex FG duplum. eſt autem AF æqualis FE. ergo quadrata ex EF, FG tripla ſunt quadrati ex FG. ſed quadrata EF, FG æqualia ſunt quadrato ex EG, propterea quod EF perpendicularis eſt ad quadratum ABCD. quadratum igitur ex EG quadrati ex GF eſt triplum. atque vt EG ad GF, ita EF ad FH, cum æquiangula ſint EFG, EFH triangula. ergo quadratum EF ſemidiametri ſphæræ quadrati FH perpendicularis ad planum octaedri triplum erit.

Marginal letters and notes (left margin): F, G, H, K, L, M, N beside the lines at "drati", "prehendentis", "cularis", "EG, EB", "ABE", "ducitur", "Itaque"; "6. primi element." beside "eſt rectus"; "47. primi element." beside "AG eſt æqualis GF"; O beside "qualis FE"; "8. ſexti." beside "ABCD."; P beside "EF ad FH".

C O M M E N T A R I V S.

A Erit ex ſphæricis punctum E circuli centrum] *Ex corollario primæ propoſitionis ſphæricorum Theodoſij.*

B Quoniam enim in octaedro oſtenſa eſt ſphæræ diameter poteſtate dupla lateris octaedri] *In 14. tertij decimi elementorum.*

C Eſt autem & ſemidiametri ſphæræ quadrupla poteſtate: quadratum ex BC quadrati ex BD duplum erit] *Etenim BC eſt octaedri latus. & BD ſemidiameter ſphæræ. In Græco codice legitur* ἐπεὶ δὲ ϗ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας δυνάμει. τετραπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ βγ τοῦ ἀπὸ βδ. *ſed legendum* ἐπεὶ δὲ καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας δυνάμει τετραπλασία. διπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ βγ τοῦ ἀπὸ βδ.

D Et quoniam quadratum ex BC triplum eſt quadrati ex BE per 12. tertii decimi libri elementorum, & quadrati ex BD duplum erit quadratum ex BD ſeſquialterum quadrati ex BE] *Quorum enim partium quadratum ex BC eſt ſex, earum quadratum ex BE eſt duarum, & quadratum ex BD trium. Græcus codex habet* διὰ τὸ θ τοῦ ιγ στοιχείου *ſcribendum autem* διὰ τὸ ιβ τοῦ ιγ στοιχείου.

E Ergo quadrata ex BE, ED quadrati ex BE ſeſquialtera ſunt] *In Græco codice legitur* τὸ ἄρα ἀπὸ βε ἐδ ἡμιόλιον τοῦ ἀπὸ βε. *ſed legendum vt arbitror,* τὰ ἄρα ἀπὸ βε, εδ ἡμιόλια τοῦ ἀπὸ βε.

F Et EF] *Intelligantur diametri ipſius quadrati AC, BD ſeſe in puncto F ſecantes.*

G Vt in elementis demonſtratum eſt] *Videlicet in 14. tertij decimi libri elementorum.*

H Erit AG ipſi GB æqualis] *Sunt enim anguli FAB, FBE inter ſe æquales, ex quinta primi libri elementorum, & æquales, qui ad G recti ergo & reliqui reliquis æquales ſunt, & trianguli FAG triangulo FBG ſimile. cum igitur ſit vt FG ad GA, ita GF ad GB; erit AG ipſi GB æqualis.*

4. ſexti. 9. quinti. (margin)

K Iunganturque EG, EB] *Græcus codex habet.* ϗ ἐπεζεύχθω ἡ εκ. *Ego legendum puto* ϗ ἐπεζεύχθω ἡ εκ ϗ εβ.

L Tranſibit EG per centrum circuli circa triangulum ABE deſcripti] *Ex corollario primæ propoſitionis tertij libri elementorum.*

M In rectam lineam EG cadet. cadat vt FH] *Cadet autem in centrum circuli ex corollario primæ propoſitionis ſphæricorum Theodoſij.*

N Et angulus AFB eſt rectus] *Nam circa centrum F conſiſtunt quattuor anguli æquales omnes igitur recti ſunt.*

O Sed quadrata ex EF, FG æqualia ſunt quadrato ex EG] *Ex 47. primi libri elemento-*

rum

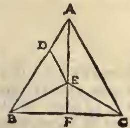
rum. In Græco autem codice legitur ἀλλὰ τὸ ἀπὸ εζη ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ θη *ſed legendum* ἀλλὰ τὰ ἀπὸ εζ, ζη ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ εη.

Ergo quadratum BF ſemidiametri ſphęræ quadrati FH perpendicularis ad planum P octaedri triplum erit] *Græcus codex* καὶ τὸ ἀπὸ τῆς θζ ἄρα. *ſed corrigendum* καὶ τὸ ἀπὸ τῆς εζ ἄρα.

THEOREMA XXXVIII. PROPOSITIO XL.

Sit triangulum æquilaterum ABC in ſphæra deſcriptum, ſphæræ autem centrum D, a quo ad trianguli planum ducatur perpendicularis DE. ergo E eſt centrum circuli circa triangulum ABC deſcripti, in prima ſphæricorum Theodoſij. vt in ſphæricis demonſtratum fuit: & iuncta A AE producatur. Dico rectam lineam AE ipſius EF eſſe duplam.

Iungantur enim BE, EC, quæ inter ſe æquales ſunt, & quoniam vterque angulorum BAE, EBF tertia pars eſt recti, erit vterque BEF, ABF duæ tertiæ recti, & triangulum ABF triangulo BEF æquiangulum. eſt igitur vt AB ad BF, ita BE, hoc eſt AE ad EF. Sed AB eſt dupla BF. ergo & AE ipſius EF dupla erit. B C D E



COMMENTARIVS.

Et iuncta AE producatur] *videlicet vſque ad trianguli baſim, quam ſecet in puncto* F. A

Iungantur enim BE, EC, quæ inter ſe æquales ſunt] *Quod à centro circuli ad circumferentiam ducantur, quibus etiam eſt æqualis* AE. B

Et quoniam vterq; angulorum BAE, EBF tertia pars eſt recti erit vterque BEF, ABF C duæ tertiæ recti] *Recta enim linea* AE *ab angulo trianguli æquilateri ducta per centrum circuli, qui circa triangulum deſcribitur, baſim bifariam ſecat, & ad ipſam eſt perpendicularis, vt nos demonſtrauimus in commentarijs in ſecundam propoſitionem tertij decimi elementorum, quare angulus* BAF *eſt æqualis angulo* FAC. *Quod cum trianguli æquilateri angulus duas recti tertias contineat, erit* BAF *angulus tertia pars recti, itidemque angulus* EBA, *ipſi eſt æqualis, & reliquus angulus* EBF *ex quo ſequitur angulum* BEF *duas recti tertias eſſe, videlicet ipſis* BAE, EBA *interioribus & oppoſitis æqualem ex 32. primi elementorum.*

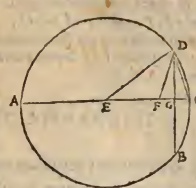
Eſt igitur vt AB ad BF, ita BE, hoc eſt AE ad EF] *Ex 4. ſexti libri elementorum.* D

Ergo & AB ipſius EF dupla erit] *Simile quippiam a nobis demonſtratum eſt in commentarijs in primam propoſitionem quartidecimi libri elementorum, eam ſcilicet, quæ a centro circuli ad latus trianguli æquilateri perpendicularis ducitur, dimidiam eſſe eius, quæ ex centro circuli. eſt enim* E *centrum circuli circa triangulum* ABC *deſcripti, &* AE *æqualis ei, quæ ex centro.* E

THEOREMA XXXIX. PROPOSITIO XLI.

Sit circulus ABCD circa centrum E, & diameter AC; pentagoni autem latus ſit DGB ſecans diametrum AC ad rectos angulos, & ipſi CG æqualis ponatur GF. Dico rectam lineam EC extrema, ac media ratione ſecari in F, & EF maiorem portionem eſſe.

Iungan-



A Iungantur enim ED, FD, CD. & quoniam CD circumferentia eſt decagoni, quòd DCB pentagoni ſit; angulus DBC continet duas quintas recti quare vterque angulorum BCD, EDC quatuor recti quintas continet. Sed FG eſt æqualis GC, & communis DG, & quæ ipſam ad rectos ſecet angu-
B los. ergo & FD æqualis erit DC, ac propterea angulus DFC angulo DCF æqualis continebit quatuor quintas recti. continet autem FED duas quin-
C tas recti, reliquus igitur EDF duas recti quintas continebit: eritque DBF angulus angulo FDB æqualis quare & latus EF æquale lateri FD, hoc eſt ipſi DC. Itaque quoniam EDC angulus angulo BCD, videlicet ipſi DFC eſt æqualis, & communis DCF: erit reliquus DEC æqualis reliquo FDC & triangulum DEC triangulo FDC æquiangulum. Vt igitur EC ad CD, ita eſt DC ad CF, ideoque ECF rectangulum quadrato ex CD eſt æquale. Sed CD æqualis eſt EF. rectangulum igitur ECF quadrato ex EF æquale erit. ergo recta linea EC extrema, ac media ratione ſecta eſt in F, atque eſt EF maior eius portio.

COMMENTARIVS.

A Et quoniam CD circumferentia eſt decagoni, quod DCB pentagoni ſit] *Nam cum recta linea AC ſecet ipſam DB ad rectos angulos, & circumferentiam DB biſariam ſecabit, quod ex 30 tertij libri elementorum manifeſto patere poteſt.*

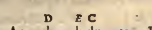
B Ergo & FD æqualis erit DC] *Ex quarta propoſitione primi libri elementorum.*

C Reliquus igitur EDF duas recti quintas continebit] *Eſt enim angulus exterior DFC duobus interioribus, & oppoſitis æqualis ex 32. primi libri elementorum.*

Ex ijs autem, quæ hoc loco demonſtrantur, ſatis conſtare poteſt. ſi hexagoni latus extrema, ac media ratione ſecetur, maiorem eius portionem eſſe latus decagoni.

THEOREMA XL. PROPOSITIO XLII.

Si recta linea extrema, ac media ratione ſecetur, quod fit a tota ad id quod quinquies fit a minore portione maiorem proportionem habet, quam quattuor ad tria.



Recta.n.linea AB extrema, ac media ratione ſecetur in C, ſitq; minor ipſius portio CB. Dico quadratum ex AB ad id, quod quinquies fit à CB maiorē habere proportionem, quam quattuor ad tria. Ponatur ipſi CB æqualis CD. Quoniam igitur AB extrema, ac media ratione ſecatur in C, erunt quadrata ex AB, BC æqualia
A triplo quadrati ex AC, ex 4 theoremate tertijdecimi lib. elem. hoc eſt æqualia triplo
B rectanguli ABC. ſed triplum rectanguli ABC æquale eſt triplo rectanguli ACB, & triplo
C quadrati ex BC. etenim quod ſemel ABC continetur æquale eſt rectāgulo ACB, & ei, quod fit ex BC quadrato ex 3. ſec. lib. ele. & ablato communi quadrato ex BC, erit reliquum
D ex AB quadratum æquale triplo rectanguli ACB, & duplo quadrati ex BC, hoc eſt æquale triplo rectanguli ACD, & duplo quadrati ex CD. At vero triplum rectanguli ACD eſt æquale triplo rectanguli ADC, & triplo quadrati ex CD. nam quod ſemel ACD cōtinetur
E eſt æquale rectangulo ADC, & quadrato ex CD. ex eadem 3. ſecundi libr. element. Quadratum igitur ex AB æquale eſt triplo rectanguli ADC, & quintuplo quadrati ex CD, hoc eſt quintuplo quadrati ex CB. ponatur ipſi AD æqualis DE: perſpicuum eſt AD minorem eſſe, quam DC, quoniam & CA extrema, mediaq; ratione ſecatur, & maior portio ipſius
F eſt DC. Generaliter.n.ſi recta linea extrema ac media ratione ſecetur, vt AB, cuius minor portio ſit CB, ipſiq; CB æqualis ponatur CD, & AC extrema, ac media ratione ſecta erit, & eius maior portio DC. ob eandem quoq; cauſam & DC extrema ac media ratione
G ſecatur in E; & maior ipſius portio eſt DE. poſita.n.CB ipſi DC æquali, erit tota AB extrema,

ma.ac media ratione in puncto c ſecta. minor igitur eſt e c, quam vtraq; ipſarum a d o b,
quoniam vt a c ad c d, ita eſt c d ad o a, hoc eſt ad o b. & diuidendo vt a o ad d c, ita c b
ad e d. minor autem eſt a d, quam o c. ergo & c b, quam b o minor erit. Quadruplum H
igitur d b c rectanguli maius eſt rectangulo d c e. commune apponatur, videlicet qua-
druplum rectanguli d c e. ergo quadruplum o b c, & quadruplum d c b rectanguli, hoc eſt K
quadruplum quadrati, quod fit ex o b maiora ſunt quintuplo rectanguli o c b. Sed qua- L
druplum d b c rectanguli, & quadruplum quadrati ex o b æqualia ſunt quadruplo rectan-
guli c d b. quadruplum igitur rectanguli c d e maius eſt quintuplo ipſius d c e. Rurſus M
commune apponatur quintuplum rectanguli c d b. erit nonuplum rectanguli c d b maius
quintuplo d c e, & quintuplo c d b rectanguli, hoc eſt maius quintuplo quadrati ex o c. N
triplum igitur rectanguli a d c ad quintuplum quadrati ex d c maiorem proportionem O
habet, quam ad nonuplum rectanguli a d c. proportio autem tripli a d c ad nonu-
plum a d c rectanguli eſt, quam habet vnum ad tria. ergo triplum rectanguli a d c ad
quintuplum quadrati ex o c maiorem habet proportionem, quam vnum ad tria, &
componendo triplum rectanguli a d c, & quintuplum quadrati ex d c, hoc eſt qua- P
drati ex c b ad quintuplum quadrati ex c b maiorem proportionem habet, quam quat-
tuor ad tria. Sed demonſtratum eſt triplum rectanguli a d c, & quintuplum quadrati
ex c b quadrato ex a b æquale eſſe. ergo quadratum ex a b ad quintuplum quadrati
ex c b maiorem proportionem habet, quam quattuor ad tria.

COROLLARIVM.

Ex quo manifeſte conſtat quadratum ex a b quintuplo quadrati ex c b maius eſſe.

COMMENTARIVS.

Hoc eſt æqualia triplo rectanguli a b c] *Eſt enim rectangulum* a b c *æquale quadrato* A
ex a c, *quod* a b *extrema, ac media ratione ſecetur in* c.

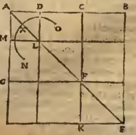
Etenim quod ſemel a b c continetur æquale eſt rectangulo a c b & ei, quod fit ex B
b c quadrato] *Græcus codex* ἐπεὶ καὶ τὸ ἅπαξ ὑπὸ αβ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ αβγ, καὶ τῷ ὑπὸ βγ,
Sed legendum eſt. ἐπεὶ καὶ τὸ ἅπαξ ὑπὸ αβγ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ αγβ καὶ τῷ ὑπὸ βγ.

Ex tertia ſecundi libri elementorum] *Poſt hæc in Græco codice nonnulla leguntur, quæ* C
nos conſulto reliquimus, ne idem fruſtra iteretur.

Hoc eſt æquale triplo rectanguli a c d, & duplo quadrati ex c o] *Facta eſt enim* c d D
ipſi c b *æqualis.*

Quadratum igitur ex a b æquale eſt triplo rectanguli a d c & quintuplo quadrati E
ex c o] *Namque erat æquale triplo rectanguli* a o c, *& triplo quadrati ex* c o *vna cum*
duplo quadrati ex b c *hoc eſt quadrati ex* c d.

Generaliter enim ſi recta linea extrema, ac media ratione ſecetur, vt a b, cuius F
minor portio ſit c b, ipſique c b æqualis ponatur c d; & a c extrema, ac media ratio-
ne ſecta erit, atque eius portio o c] *Sit recta linea* a b *quadratum* a b, *& dupla figura*
deſcribatur. Quoniam igitur a b *extrema, ac media ratione ſecta eſt in* c, *quod* a b, b c *continetur, videlicet rectangulum* c b *eſt æquale quadrato ex* a f. *Sed ipſi* c e *æquale eſt* g b *rectangulum. ergo* o b *quadrato* a f *eſt æquale. Atque ſi a rectangulo* g b *auferatur quadratum* f b, *& a quadrato* a f *auferatur* l f *quadratum, quod quidem eſt æquale quadrato* f b, *cum* o c, c b *ſint æquales inter ſe; reliquum* g k *rectangulum, hoc eſt rectangulum* m f *nempe* d f *gnomoni* n x o *æquale erit. a quibus ablato communi* l c, *erit reliquum* d g *rectangulum æquale quadrato* l f. *At vero rectangulum* d g *ipſis* c a, a d *continetur, & quadratum* l f *fit a* o c. *Vt igitur* a c *ad* c d, *ita* c o *ad* o a. *Sed* a c *maior eſt, quam* c d. *ergo &* c d, *quam*



d a *maior erit. recta igitur linea* a c *extrema, ac media ratione ſecatur in* d, *& maior eius portio eſt* c d, *quod oportebat demonſtrare.*

Poſita

G Poſita enim CB ipſi CD æquali, erit tota AB extrema, ac media ratione ſecta in C] *Ex 5. tertij decimi libri elementorum.*

H Quadruplum igitur DBC rectangulum maius eſt rectangulo DCE] *Rectangulum enim* DCB *eſt æquale rectangulo* DEC, *&* *quadrato ex* EC, *quæ multo minora ſunt quadruplo rectanguli* DBC.

K Hoc eſt quadruplum quadrati, quod fit ex DB] *Rectangulum namque* DCB *quadrato ex* DE *eſt æquale ob extremam, ac mediam rationem.*

L Sed quadruplum DBC rectanguli, & quadruplum quadrati ex DB æqualia ſunt quadruplo rectanguli CDB] *Rectangulum enim* DBC, *&* *quadratum ex* DE *æqualia ſunt rectangulo* CDE, *ex 3. ſecundi libri elementorum.*

M Quadruplum igitur rectanguli CDE maius eſt quintuplo ipſius DCE] *Græcus codex mancus eſt qui ſic reſtituetur,* τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ γδε μεῖζον τοῦ πεντάκις ὑπὸ δγε.

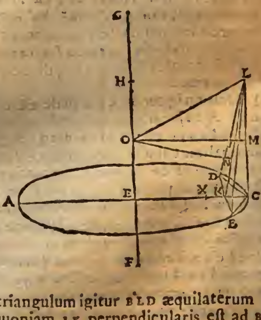
N Hoc eſt maius quintuplo quadrati ex DC] *Sunt enim rectangula* CDE, DCB *quadrato ex* DC *æqualia; ex 2. ſecundi libri elementorum.*

O Triplum igitur rectanguli ADC ad quintuplum quadrati ex DC maiorem proportionem habet, quam ad nonuplum rectanguli ADC] *Ex octaua quinti libri elementorum pro rectangulo autem* CDB *aſſumpſit* ADC, *quod eſt æquale ipſi* CDE. *ſunt enim* AD, DE *inter ſe æquales.*

P Et componendo triplum rectanguli ADC, & quintuplum quadrati ex DC, hoc eſt quadrati ex CB ad quintuplum quadrati ex CB maiorem proportionem habet, quam quattuor ad tria] *Ex 28. quinti libri elementorum, quam nos addidimus. Græcus codex.* τὸ ἄρα τρὶς ὑπὸ αδγ καὶ πεντάκις ἀπὸ δγ, ἤτοι τὸ πεντάκις ἀπὸ γβ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ δ πρὸς γ. *lege* ἤτοι τὸ πεντάκις ἀπὸ γβ πρὸς τὸ πεντάκις ἀπὸ γβ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ δ πρὸς γ.

THEOREMA XLI. PROPOSITIO XLIII.

Poteſtate duodecuplum perpendicularis eius, quæ a centro ſphæræ icoſaedrum comprehendentis ad vnum aliquod icoſaedri planum ducitur, maius eſt poteſtate quintuplo lateris icoſaedri.



A Exponatur circulus ABC ſuſcipiens pentagonum dodecaedri, vt in elementis: ſitque AC circuli diameter, centrum E, & DKB pentagoni æquilateri latus ad rectos angulos

B ipſi diametro. Eſt autem illud latus icoſae-

C dri vt in elementis. & a punctis EC erigantur rectæ lineę ad circuli planum perpendiculares, FEHG, LC, & vtraque quidem ipſarum EH, CL ſit latus hexagoni; vtraque verò EF, GH decagoni; ſeceturque EH

D bifariam in puncto O, quare O eſt ipſius ſphæræ centrum, vt apparet in 16. theoremate tertijdecimi libri elementorum. Itaque iungantur LD, LB, LK, BC. Et quoniam hexagoni latus eſt CL, & BC latus decagoni, anguluſque BCL rectus; erit BL pentagoni latus per 10. theorema tertijdecimi libri elementorum. Similiter, & LD, & BD. triangulum igitur BLD æquilaterum eſt

E ex iis, quæ icoſaedrum continent. Rurſus quoniam LK perpendicularis eſt ad BD, & planum per AC, KL ductum, quod tranſit per parallelas EG, CL, rectum erit ad ipſam BD, ac propterea BD ad dictum planum eſt perpendicularis. hæc enim in ſo-

F lidis elementorum oſtenſa ſunt. ergo omnia, quæ per BD tranſeunt plana, quorum vnum eſt triangulum BLD, recta ſunt ad planum per OG, CL, in quo eſt triangulum CKL. quare & triangulum BLD ad ipſum CKL rectum erit. Ducatur ad rectam lineam KL perpendicularis ON. duo igitur plana CKL, BDL inter ſe recta ſunt. & ad

G communem ipſorum ſectionem KL in vno plano perpendicularis eſt ON. ergo & ON ad trian-

ad triangulum BLD eſt perpendicularis, quod cum LB dupla ſit ipſius BX, erit & LN H
& ipſius NK dupla ex 40. huius. ſecetur CL bifariam in puncto M, & OM iungatur,
erit vtique OM parallela ipſi BC. eſt enim BO æqualis CM, quoniam & CL, BH du- K
plæ, & parallelæ ſunt. præterea LI eſt æqualis IK, etenim in triangulo CKL ipſi L
CK æquidiſtans ducta eſt IM. atque eſt LM æqualis MC, & LN ipſius NK dupla.
Quarum igitur partium KL eſt ſex, earum LN erit quattuor, & KN duarum, & vtra-
que LI, IK trium, & reliqua NI vnius. ergo LI tripla eſt ipſius IN. Dico duode-
cim quadrata ex ON quinque quadratis ex BD æqualia eſſe? Ponatur ipſi CK æqua- M
lis KX. Itaque ex 41. huius recta linea BC extrema ac media ratione ſecta eſt in X,
cuius maior portio BX, & ex 42. huius quadratum ex BC maius eſt quintuplo quadrati N
minoris portionis XC. ergo quadratum, quod fit ex BC quadrati ex CX maius eſt,
quam quintuplum. quadrati vero ex CK maius, quam vigintuplum. atque eſt vt qua- O
dratum ex BC ad quadratum ex CK, ita quadratum ex LC ad quadratum ex CK, hoc P
eſt quadratum ex ON ad quadratum ex NI; æquiangula enim ſunt triangula ONI, Q
LIM, LKC. quadratum igitur ex ON maius eſt viginti quadratis ex NI. & 36. qua- R
drata ex ON 720. quadratis ex NI ſunt maiora. ſed 720. quadrata ex NI ſunt 80. qua- S
drata ex LI, etenim LI oſtenſa eſt tripla ipſius IN. octoginta vero quadrata ex LI. T
ſunt 20. quadrata ex LK, quod KL ipſius LI ſit dupla. At 20. quadrata ex KL ſunt V X
15. quadrata ex BD: æquilaterum namque eſt triangulum DBL, perpendicularisque
LK, & BD ipſius KL poteſtate ſeſquitertia. ergo 36. quadrata ex ON quindecim qua- Y
dratis ex BD ſunt maiora, & ob id duodecim quadrata ex ON quinque quadratis ex Z
BD maiora erunt; quod oſtendere oportebat.

COMMENTARIVS.

Exponatur circulus ABC ſuſcipiens pentagonum dodecaedri, vt in elementis] *pro-* A
poſitione 16. tertij decimi libri.

Eſt autem illud latus icoſaedri, vt in elementis] *Eodem in loco.* B

Et a punctis BC erigantur rectæ lineæ ad circuli planum perpédiculares FE, HG, CL] C
Intelligatur FE *dodecaedri latus eſſe infra planum circuli* ABCD, *&* EHG *ſupra, quarum*
EH *eſt latus hexagoni, &* HG *decagoni Græcus codex habet* αἱ ζε, ηγ α *ſed legendum* ζεηθ, γκ.

Quare O eſt ipſius ſphæræ centrum, vt apparet in 16. theoremate tertijdecimi li- D
bri elementorum.] *Etenim* ZEGH *ſphæræ diameter, quæ ex latere hexagoni* EH, *& duo-*
bus decagoni FE, HG *in eodem circulo deſcriptorum lateribus conſtat. centrum igitur ſphæ-*
ræ eſt punctum illud, quod latus hexagoni bifariam diuidit.

Rurſus quoniam LK perpendicularis eſt ad BD, & planum per AC, KL du- E
ctum, quod tranſit per parallelas BG, CL rectum erit ad ipſam BD, ac propterea
BD ad dictum planum eſt perpendicularis] *Cum enim recta linea* BD *duabus rectis lineis*
AC, LK *ſeſe mutuo ſecantibus, in communi ſectione ad angulos rectos inſiſtat: & ad earum*
planum perpendicularis erit, ex 4. vndecimi libri elementorum. Græcus autem codex habet.
καὶ ἐπεὶ ἡ λκ τῇ βδ. καὶ τὸ α διὰ τῆς αγκλ ἄρα ἐπίπεδον ὀρθόν ἐστιν ... διὰ τῆς ... παραλ-
λήλων, ὀρθὸν ἐστι πρὸς τὴν βδ. Sed legendum, vt arbitror. καὶ ἐπεὶ ἡ λκ τῇ βδ, καὶ τὸ διὰ
τῆς α ἄρα γκλ ἐπίπεδον ὅπερ ἐστι διὰ τῆς ... γλ παραλλήλων, ὀρθόν ἐστι πρὸς τὴν βδ.

Ergo omnia, quæ per BD tranſeunt plana, quorum vnum eſt triangulum BLD recta F
ſunt ad planum per BG, CL] *Ex 18. vndecimi libri elementorum.*

Ergo & ON ad triangulum BLD eſt perpendicularis] *Ex 4. diffinitione vndecimi li-* G
bri elementorum atque erit punctum N *centrum circuli, triangulum* BLD *comprehendentis*
ex corollario primæ ſphæricorum Theodoſij.

Quod cum LB dupla ſit ipſius BK, erit & LN ipſius NK dupla ex 40. huius] *In ea* H
enim oſtenditur LN *duplam eſſe ipſius* NK *ex eo, quod* LB *ipſius* BK *ſit dupla. In Græco co-*
dice legitur καὶ διπλῆ ἐστιν ἡ λβ τῆς οκ. corrigendum autem τῆς βκ.

Erit vtique OM parallela ipſi BC. eſt enim BO æqualis CM, quoniam & CL, BH K
duplæ, & parallelæ ſunt] *Ex 33. primi libri elementorum.*

Præterea LI eſt æqualis IK. In triangulo enim CKL ipſi CK parallela ducta eſt L
IM] *Ex 2. ſexti libri elementorum.*

Ponatur ipſi CK æqualis KX] *In Græco codice legitur κείσθω τῇ κγ ἴση ἡ κξ, ηο γ.* M
ſed legendum ἴση ἡ κξ.

Cuius maior portio BX] *Græcus codex καὶ τὸ μεῖζον αὐτῆς τμῆμα ἐστι τὸ .α. leg. τὸ βξ.* N

O Quadrati vero ex CK maius, quam vigintuplum] *Quadratum enim ex CX quadruplum eſt quadrati medietatis CK, cum proportionem habeat duplam eius, quæ eſt XC ad CK. ex 20. ſexti libri elementorum.*

P Atque eſt vt quadratum ex BC ad quadratum ex CK, ita quadratum ex LC ad quadratum ex CK] *Ex 7. quinti libri elementorum; poſitæ enim ſunt BC, CL inter ſe æquales.*

Q Aequiangula enim ſunt triangula ONI, LIM, LKC] *Triangulum namque LIM ſimile eſt triangulo LKC propter lineas IM, KC parallelas. Sed trianguli ONI rectus angulus ad N eſt æqualis recto ad C, vel M, & angulus OIN æqualis ipſi LIM, qui ad verticem conſtituitur. ergo & reliquus reliquo æqualis. Græcus codex hoc loco corruptus eſt.*

R Et 36. quadrata ex ON 720. quadratis ex NI ſunt maiora] *Quam enim proportionem habet 1. ad 20. eandem 36. habet ad 720.*

S Sed 720. quadrata ex NI ſunt 80. quadrata ex LI] *Nam cum LI tripla ſit ipſius IN, erit quadratum ex LI. nonuplum quadrati ex IN, ac propterea vnumquodque quadratorum ex LI continebit 9. quadrata ex IN. octoginta igitur quadrata ex LI ſunt 720. quadrata ex IN.*

T Octoginta vero quadrata ex CL ſunt 20. quadrata ex LK] *Eſt enim quadratum ex KL quadrati ex LI quadruplum.*

V Quod KL ipſius LI ſit dupla] *Græcus codex διπλῆ γάρ ἡ δκ τῆς δι. ſed legendum διπλῆ γάρ ἡ λκ τῆς λι.*

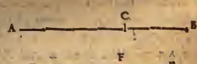
X At 20. quadrata ex KL ſunt 15. quadrata ex BD, æquilaterum namque eſt triangulum DLB, perpendicularíſque LK, & BD ipſius KL poteſtate ſeſquitertia] *Eſt enim quadratum ex BD, videlicet quadratum ex BL æquale duobus quadratis ex BK, KL. Sed quadratum ex LB quadruplum eſt quadrati ex BK. ergo quadratum ex LB reliqui quadrati ex KL ſeſquitertium erit. Græcus codex. εἴκοσι δὲ τὰ ἀπὸ κλ ιε τῶν ἀπὸ βδ μείζονα. Sed legendum vt opinor, εἴκοσι δὲ τὰ ἀπὸ κλ ιε τὰ ἀπὸ βδ. neque enim 20. quadrata ex KL 15 quadratis ex BD ſunt maiora, ſed ipſis æqualia, vt manifeſto apparet.*

Y Ergo 36. quadrata ex ON quindecim quadratis ex BD ſunt maiora] *Hoc eſt primum maius eſt vltimo. Græcus codex ὥστε λς τὰ δ ἀπὸ ον ιε τῶν ἀπὸ βδ: legendum autem ὥστε λς τὰ ἀπὸ ον ιε τῶν ἀπὸ βδ μείζονα.*

Z Et ob quindecim quadrata ex ON quinque quadratis ex BD maiora erunt] *Ex 15. quinti libri elementorum; vtrumque enim vtriuſque tertia pars eſt.*

THEOREMA XLII. PROPOSITIO XLIV.

Si duę rectæ lineæ extrema, ac media ratione ſecentur, in ſubiecta ſunt analogia.



Secetur enim AB extrema, ac media ratione in C, ita vt maior ipſius portio ſit AC. ſimiliter & DE ſecetur in F, ſitque maior portio DF. Dico vt tota AB ad maiorem eius portionem AC, ita eſſe & totam DE ad maiorem portionem DF. Quoniam enim ABC rectangulum æquale eſt quadrato ex AC, rectangulum vero DEF æquale quadrato ex DF; erit vt ABC rectangulum ad quadratum ex AC, ita rectangulum DEF ad quadratum ex DF. vt igitur quadruplum rectanguli ABC ad quadratum ex AC ita quadruplum rectanguli DEF ad quadratum ex DF: & componendo, vt quadruplum rectanguli ABC vna cum quadrato ex AC ad quadratum ex AC, ita quadruplum rectanguli DEF vna cum quadrato ex DF ad quadratum ex DF. Sed quadruplum rectanguli ABC vna cum quadrato ex AC eſt quadratum quod fit ex vtraque AB, BC per octauum theorema ſecundi libri elementorum, & quadruplum rectanguli DEF vna cum quadrato ex EF eſt quadratum, quod fit ex vtraque DE, EF. ergo vt quadratum ex vtraque AB, BC ad quadratum ex AC, ita quadratum ex vtraque DE, EF ad quadratum ex DF. & longitudine vt vtraque AB, BC ad AC, ita vtraque DE, EF ad DF. componendoque vt vtraque AB, BC vna cum AC, hoc eſt duæ AB ad AC, ita vtraque DE, EF vna cum DF, hoc eſt duæ DE ad DF; & antecedentium dimidia, vt AB ad AC, ita DE ad DF. Ex quo manifeſte patet, ſi ſint duæ rectæ lineæ æquales vt AB, DE, quarum vtraque extrema, ac media ratione ſecetur, in punctis CF, erunt maiores portiones ipſarum æquales inter ſe, & minores ſimiliter æqua-

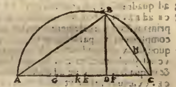
æquales. Quoniam enim demonſtratum eſt, vt AB ad AC, ita eſſe DB ad DF, & permutando erit vt AB ad DB, ita AC ad DE.

COMMENTARIVS.

Hoc ſimiliter demonſtratum eſt in quartodecimo libro elementorum, propoſitione VIII.

THEOREMA XLIII. PROPOSITIO XLV.

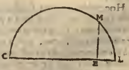
Sit ſemicirculus ABC cuius centrum E: ſitque AC tripla CD: & ipſi AC ad rectos angulos DB; & AB, BC iungantur, erit AC ipſius CB potestate tripla, vt enim AC ad CD, ita quadratum ex AC ad quadratum ex CB, ob triangulorum ABC, BCD ſimilitudinem. Itaque ſecetur BC extrema, ac media ratione in H, vt maior portio ſit BH: & fiat CE poteſtate quintupla ipſius EF; quod quidem fieri poteſt, etenim CE, cum ſit longitudine tripla ipſius ED, poteſtate nonupla erit. Dico proportionem BH ad CF poteſtate eſſe eam quam habent quinque ad tria. A B C



Ponatur ipſi FE æqualis EG, & FG extrema ac media ratione ſecetur in K, vt FK ſit maior ipſius portio. & quoniam recta linea CE ſui ipſius portionem EF quintuplum poteſt; & dupla ipſius EF extrema, ac media ratione ſecatur in K: erit KF æqualis FC per ſecundum theorema tertij decimi libri elementorum quare & CG extrema, ac media ratione ſecta eſt in F, cuius maior portio FG. Sed ex eo, quod proxime demonſtratum eſt, vt CB ad BH, ita CG ad GF, hoc eſt GF ad FC: & permutando vt FC ad FG, ita BH ad CF. Quoniam igitur AC ipſius quidem CB poteſtate tripla eſt, ipſius vero GF quintupla: quarum partium AC poteſtate eſt quindecim, earum CB eſt quinque, & FG trium; ergo BC ad FG poteſtate eam proportionem habet, quam quinque ad tria, quare, & BH ad FC poteſtatem habet eandem, quam quinque ad tria. D E

COMMENTARIVS.

Erit AC ipſius CB poteſtate tripla; vt enim AC ad CD, ita quadratum ex AC ad quadratum ex CB] *Nam cum triangula* ABC, BDC *æquiangula ſint, ex 8. ſexti libri elementorum, erit vt* AC *ad* CB *in triangulo* ABC, *ita* BC *ad* CD *in triangulo* BDC. *ergo* AC *ad* CD, *hoc eſt vt prima ad tertiam, ita quadratum primæ* AC *ad quadratum* CB *ſecundæ ex corollario 20. eiuſdem.* A



Quod quidem fieri poteſt] *Si recta linea* CE, *quæ producatur in* L, *ita vt* CE *ipſius* EL *ſit quintupla; & circa diametrum* CL *deſcribatur ſemicirculus* CML; *perque* E *ipſi* CL *ad rectos angulos ducatur* EM. *erit* CE *ipſius* EM *poteſtate quintupla. Vt enim* CE *ad* EM, *ita* ME *ad* EL. *quare vt* CE *ad* EL, *ita quadratum ex* CE *ad quadratum ex* EM. *Si igitur* EF *fiat æqualis* EM, *factum iam erit, quod oportebat.* B

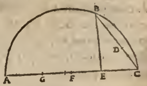
Etenim CE cum ſit longitudine tripla ipſius EF, poteſtate nonupla erit] *Eſt enim* AC *longitudine tripla ipſius* CD, *quare* AD *dupla eſt* DC. *Itaque quoniam tota* AC *dupla eſt totius* CE, *& pars* AD *itidem dupla partis* DC *erit, & reliqua* CD *dupla reliquæ* DE; *& tota* CE *ipſius* ED *tripla.* C

Quare, & CG extrema, ac media ratione ſecta eſt in F, cuius maior portio FG] *Ex 15. tertij decimi libri elementorum.* D

E Quoniam igitur AC ipſius quidem BC poteſtate tripla eſt, ipſius vero GF quintupla.] *Horum primum ante demonſtratum eſt, ſecundum vero manifeſte patet. Nam cum CB ipſius BF poteſtate ſit quintupla, erit & dupla ipſius CB, hoc eſt AC duplæ BF, videlicet FG ſimiliter quintupla poteſtate ex 15. quinti libri elementorum.*

THEOREMA XLIV. PROPOSITIO XLVI.

Rurſus ſit ſemicirculus ABC, cuius centrum F, & quadratum ex CF quintuplum quadrati ex FE. ipſi vero AC ad rectos angulos ſit BE, & iuncta BC extrema, ac media ratione ſecetur in D, vt BD ſit portio maior. Dico quadrata ex CB, BD quadrati ex CE quintupla eſſe.



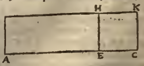
A Ponatur FG æqualis BF. ergo CG extrema, ac media ratione ſecta eſt in E, atque eius maior portio EG; & quoniam rectangulum GCB æquale eſt quadrato ex BG, ipſa vero BC eſt æqualis AG, quoniam & BF ipſi FG; erit ABC rectangulum quadrato ex BG æquale. eſtque vt quadratum quidem ex BG, hoc eſt rectangulū ABC ad quadratum ex BC, ita quadratū ex CB
B ad quadratū ex BD, quoniā & vt GB ad BC, ita
C CB ad BD. vt autem rectangulū ABC ad quadratū ex BC, ita AB ad BC. hoc enim per primam ſexti libri elementorum oſtenditur, deſcripto ſcilicet quadrato ab ipſa BC, & completo in AE parallelogrammo. vt igitur AB ad BC, ita quadratum ex CB ad id
D quod fit ex BD quadratum; & componendo vt AC ad CB, hoc eſt vt quadratum ex
E AC ad quadratum ex CB, ita quadrata ex CB, BD ad quadratum ex BD. eſt autem,
& vt quadratum ex BC ad quadratum ex BG. ita quadratum ex BD ad quadratum ex CB. ex æquali igitur vt quadratum ex AC ad quadratum ex FG. ita quadrata ex CB BD ad quadratum ex CB. Sed quadratum ex AC quintuplum eſt quadrati ex EG. ergo & quadrata ex CB, BD quadrati ex CE quintupla erunt, quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

A Ergo GC extrema ac media ratione ſecta eſt in E, atque eius maior portio EG] *Nam ex 2. tertijdecimi libri elementorum recta linea BG extrema ac media ratione ſecatur, cuius maior portio eſt æqualis BC, ergo & tota CG extrema, ac media ratione ſecta eſt in E, cuius maior portio EG ex quinta eiuſdem.*

B Quoniam & vt GB ad BC, ita CB ad BD] *Ex 22. ſexti elementorum. Cum enim GB extrema, ac media ratione ſecetur, atque eius maior portio ſit æqualis BC, vt proxime dictum eſt, erit ex 44. huius vt GB ad BC, hoc eſt ad maiorem eius portionem, ita, & CB ad BD.*

C Hoc enim ex prima ſexti elementorum oſtenditur, deſcripto ſcilicet quadrato ab ipſa BC, & completo in AE parallelogrammo] *Deſcribatur ex EC quadratum HE.CK & parallelogrammum compleatur. erit AH rectangulum, quod ABC continetur. ergo vt rectangulum AH ad HC quadratum, ita AB ad BC ex prima ſexti; ſed illud per ſeſe patet ex lemmate in 23. decimi libri element.*



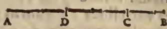
D Et componendo vt AC ad CB, hoc eſt vt quadratum ex AC ad quadratum ex CB] *Ob ſimilitudinem triangulorum ABC, BBC nempe ducta AB, quemadmodum in antecedenti oſtendimus.*

E Eſt autem, & vt quadratum ex BC ad quadratum ex BG, ita quadratum ex BD ad quadratum ex BC] *Eſt enim ex 45. huius vt CB ad BD, ita GE ad EC. ergo, & permutando vt BC ad BG ita BD ad CB.*

THEO-

THEOREMA XLV. PROPOSITIO XLVII.

Hexagoni latere extrema, ac media ratione ſecto, maior portio eius eſt decagoni latus.



Hexagoni enim latus DB extrema, ac media ratio-
ne ſecetur in C: & ſit maior portio DC. Dico DC la-
tus decagoni eſſe. apponatur enim DA, quæ ſit de-
cagoni latus. ergo AB extrema, ac media ratione ſe- A
catur in D. Similiter & BD in C ſecatur. quare per B
octauum lemma vt AB ad BD, hoc eſt vt BD ad DA, ita BD ad DC. æqualis igitur eſt C D
AD ipſi DC. Sed CD eſt latus decagoni. ergo, & DC decagoni latus erit. E

COMMENTARIVS.

Ergo AB extrema, ac media ratione ſecatur in D] *Ex 9. tertijdecimi libri element.* A

Quare per octauum lemma] *Nam inter quattuordecim lemmata, quæ ad comparationes* B
quinque figurarum præmittit, octauum tenet locum. eſt autem 44. huius.

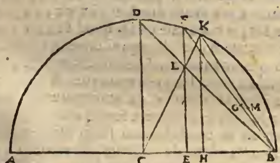
Ita BD ad DC] *In codice græco mendoſe legitur.* οὕτως ἡ αβ πρὸς δγ *cum legendum ſit* C
οὕτως ἡ βδ πρὸς δγ.

Aequalis igitur eſt AD ipſi DC] *Ex 9. quinti elementorum.* D

Ergo & DC decagoni latus erit] *Nos autem hoc aliter demonſtrauimus in commentarijs* E
in 9. tertijdecimi elementorum propoſitione prima.

THEOREMA XLVI. PROPOSITIO XLVIII.

Idem circulus comprehendit pentagonum dodecaedri, & triangulum icoſaedri in eadem ſphæra deſcriptorum.

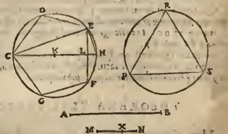


Exponatur enim ſphæræ diameter AB,
& circa ipſam ſemicirculus, cuius centrum
C, & ab ipſo ad rectam lineam AB per-
pendicularis CD, ſecetur autem AB in E, A
ita vt AE dupla ſit EB, & perpendicula- B
ris EF, iunganturque FLB, FB. ergo FB
eſt latus cubi, vt demonſtratum eſt in ter-
tiodecimo libro elementorum. in cubo.
ſecetur FB extrema, ac media ratione in
G, & ſit maior portio FG. erit FG dode-
caedri latus, vt in tertiodecimo lib. elem.
in dodecaedro. iuncta autem CL producatur in K, & perpendicularis ad AB agatur KH; C
iunctaq; KB extrema ac media ratione ſecetur in M; & M ſit maior portio. Quoniam
igitur AB dupla eſt BC, & AE item dupla BE: erit & reliqua BE reliquæ EC dupla ſed
BE eſt æqualis BL, propterea quòd vt BC ad CD, ita eſt BE ad EL. ergo & LE dupla D
eſt EC. ſed & KH ipſius HC eſt dupla. quadruplum igitur eſt quadratum ex KH qua- E
drati ex HC, & ideo quadratum ex KC quintuplum eſt quadrati ex CH. quare, &
quadratū ex BC quadrati ex CH quintuplum erit. ergo KB eſt latus icoſaedri, quod de- F
monſtratum fuit in tertiodecimo libro elementorum. Quoniam igitur in nono qui- G
dem lemmate demonſtratur proportionem quadrati ex FG ad quadratum ex BH eſſe
eam, quam habent quinque ad tria: in decimo autem quadrata ex FK, KM quintupla H
eſſe quadrati ex BH: erunt quadrata ex BK, KM quadrati ex FG tripla. Itaque expo- K
natur circulus comprehendens icoſaedri triangulum, & a centro ducta recta linea, vt
contingit, NX, extrema, ac media ratione ſecetur in O, ſitq; maior portio ipſius NO.

ergo NO eſt decagoni latus, quod ante oſtenſum eſt. & quoniam latus trianguli æquilateri deſcripti in circulo, cuius centrum N, poteſtate triplum eſt ipſius NX ſemidia-
L metri, vt in tertiodecimo libro elementorum demonſtratur, erat autem trianguli latus KB: quadratum ex KB quadrati ex NX eſt triplum. & ſunt vtraque extrema, ac
M media ratione ſectæ ergo ex ante demonſtratis, vt BK ad NX, ita KM ad NO; & eorum quadrata & vt vnum ad vnum, ita omnia ad omnia. quadrata igitur ex BK, KM
N tripla ſunt quadratorum ex NX, NO. Sed oſtenſa ſunt quadrata ex BK, KM tripla quadrati ex FG. ergo quadrata ex NX, NO quadrata ex FG æqualia erunt. atque eſt NX latus hexagoni, & NO decagoni quare FG eſt latus pentagoni in eodem circulo, cuius
prop. 10. centrum N deſcripti, quod etiam in tertiodecimo libro elementorum demonſtratur. recta vero linea FG cum ſit pentagoni, & dodecaedri latus erit. Idem igitur circulus triangulum icoſaedri, & dodecaedri pentagonum comprehendit.

A L I T E R.

Idem circulus comprehendit icoſaedri triangulum, & dodecaedri pentagonum.



Exponatur quædam ſphæra, & in ipſa dodecaedrum, & icoſaedrum deſcribantur. ſitq; dodecaedri quidem pentagonum CDBFG circulo CDB contentum, icoſaedri vero triangulum in circulo PRS. Dico circulos æquales eſſe. hoc eſt pentagonum, & triangulum eodem circulo comprehendi. Iungatur CB. ergo CB eſt latus cubi in eadem ſphæra deſcripti. in qua
prop. 17. dodecaedrum. hoc enim demonſtratum fuit in tertiodecimo libro elementorum. Sumatur circuli centrum K, & ab ipſo perpendicularis KL producatur AD, CH & iungatur BH. ergo BH eſt decagoni
O latus & quoniam quadratum ex CH, hoc eſt quadrata ex CB, BH, quadrupla ſunt qua-
P drati ex HK erunt quadrato ex CB, BH, HK quadrati ex HK quintupla. Sed quadratis ex BH, HK æquale eſt id, quod ſit ex BF quadratum: etenim latus pentagoni poteſt & hexagoni, & decagoni latus in eodem circulo deſcriptorum, quod in tertiodecimo
prop. 10. libro elementorum demonſtratum eſt. quadrata igitur ex CB, BF quintupla ſunt quadrati ex HK. Itaque exponatur & ſphæræ diameter AB, & recta quædam linea MN,
Q ita vt quadratum ex AB quintuplum ſit quadrati ex MN. eſt autem & ſphæræ diameter poteſtate quintupla ſemidiametri circuli, in quo deſcribitur icoſaedrum, vt oſten-
prop. 16. ſum eſt in tertiodecimo libro elementorum. ergo MN eſt ſemidiameter circuli, in quo icoſaedrum deſcribitur. Secetur MN extrema, ac media ratione in X, vt maior
R ipſius portio ſit MX. Eſt igitur MX decagoni latus per quartum lemma. & quoniam
prop. 15. quadratum ex AB quadrati quidem ex MN quintuplum eſt, quadrati vero ex CB late-
S T re cubi triplum, vt in tertiodecimo lib. elementorum; erunt tria quadrata ex CB quinque quadratis ex MN æqualia. Sed vt tria quadrata ex CB ad tria quadrata ex DB, ita quinque ex MN quadrata ad quinque quadrata ex MX, etenim cubi latere extre-
prop. 17. ma, ac media ratione ſecto, portio maior eſt dodecaedri latus; vt oſtenditur in tertio-
V decimo libro elementorum. tria igitur quadrata ex CB, & tria quadrata ex DB æqualia ſunt quinque quadratis ex MN, & quinque quadratis ex MX. quinque autem quadrata ex MN, & quinque quadrata ex MX ſunt æqualia quinque quadratis ex RS: vt
prop. 16. in tertiodecimo libro elementorum oſtenſum eſt in icoſaedro ergo quinque quadrata
X ex RS æqualia. ſunt tribus ex CB quadratis, & tribus quadratis ex DB. Sed quinque quidem quadrata ex RS æqualia ſunt quindecim quadratis ſemidiametri circuli circa PRS triangulum deſcripti per 12. tertij decimi libri elementorum; tria vero quadrata ex CB, & tria quadrata ex DB ſunt æqualia quindecim quadratis ſemidiametri circuli, qui circa pentagonum CDBFG deſcribitur, cum demonſtratum ſit quadrata ex CB, BF

quadra-

quadrati ex HX quintupla eſſe: quindecim igitur quadrata ſemidiametri circuli circa triangulum PRS, ſunt æqualia quindecim quadratis ſemidiametri circuli circa CDEFO pentagonum deſcripti. quare & vnum vni æquale, diameterque diametro, & circulus circulo eſt æqualis. Idem igitur circulus comprehendit dodecaedri pentagonum, & triangulum icoſaedri in eadem ſphæra deſcriptorum.

COMMENTARIVS.

Secetur autem AB in E, ita vt AB dupla ſit EB] *Græcus codex habet* καὶ τετμήσθω ἡ αβ ὥστε διπλασίαν εἶναι τὴν αβ τῆς εβ *ſed legendum* τὴν αε τῆς εβ. A

Ergo FB eſt latus cubi, vt demonſtratum eſt in tertiodecimo libro elementorum in cubo] *propoſitione 15. & vltima.* B

Vt in tertiodecimo libro elementorum in dodecaedro] *propoſitione 17.* C

Propterea quod vt BE ad CD, ita eſt BE ad EL] *Ex quarta ſexti ob ſimilitudinem triangulorum BDC, BLE. eſt autem BC æqualis CD, cum C ſit ſemicirculi centrum. ergo & BE ipſi EL eſt æqualis.* D

Sed & KH ipſius HC eſt dupla. quadruplum igitur eſt quadratum ex KH quadrati ex HB] *Ob ſimilitudinem ſcilicet triangulorum LCB, KCH. in græco codice legitur* ἀλλὰ καὶ ἡ κθ τῆς θγ διπλῆ. τετραπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ κθ τοῦ γθ. *ſed corrigendum* ἀλλὰ καὶ ἡ κθ τῆς θγ διπλῆ. τετραπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ κθ τοῦ ἀπὸ θγ. E

Ergo KB eſt latus icoſaedri, quod demonſtratum fuit in tertiodecimo libro elem.] *propoſitione 16. & vltima.* F

Quoniam igitur in nono quidem lemmate demonſtratur proportionem quadrati ex FG ad quadratum ex BH eſſe eam, quam habent quinque ad tria] *videlicet in 46. huius.* G

In decimo autem quadrata ex BK, KM quintupla eſſe quadrati ex FH] *in 47. huius.* H

Erunt quadrata ex BK, KM quadrati ex FG tripla. *Nam cum quadratum quidem ex FG ad quadratum ex BH proportionem habeat, quam quinque ad tria, quadrata vero ex BK KM ad idem quadratum ex BH eam habeat, quam quinque ad vnum, hoc eſt quam quindecim ad tria, habebunt quadrata ex BK, KM ad quadratum ex FG proportionem eandem, quam quindecim ad quinque, videlicet triplam. In Græco codice omnia ferè ſunt corrupta; qui ſic habet* ἐν δὲ τῷ α τὰ ἀπὸ βζ, ζθ πενταπλάσια τοῦ ἀπὸ βθ. τὰ ἄρα ἀπὸ βζ, ζθ τριπλάσια τοῦ ἀπὸ ζκ. *ego ſic corrigendum arbitror.* ἐν δὲ τῷ ι τὰ ἀπὸ βκ, κμ πενταπλάσια τοῦ ἀπὸ βθ. τὰ ἄρα ἀπὸ βκ, κμ τριπλάσια τοῦ ἀπὸ ζκ. K

Vt in tertiodecimo libro elementorum demonſtratur] *propoſitione 1.* L

Ergo ex ante demonſtratis vt BK, ad NX, ita KM ad NO; & eorum quadrata, & vt vnum ad vnum, ita omnia ad omnia. quadrata igitur ex BK, KM tripla ſunt quadratorum ex NX, NO] *eſt enim ex 45. huius vt BK ad KM, ita XN ad NO. permutandoque vt BK ad XN, ita KM ad NO. Vt quadratum ex BK ad quadratum ex NX, ita quadratum ex KM ad quadratum ex NO. vt autem vnum ad vnum, ita omnia ad omnia. Sed quadratum ex BK triplum eſt quadrati ex NX. quadrata igitur ex BK, KM quadratorum ex NX, NO ſunt tripla. In codice græco legitur* διὰ τὸ ἐν ἀρχῇ τοίνυν ἐστὶν ὡς ἡ βζ πρὸς ρξ. ἡ ζο πρὸς ρο, καὶ τὰ τετράγωνα, καὶ ὡς ἓν πρὸς ἕν πάντα πρὸς πάντα, τὰ ἄρα ἀπὸ βκο τῶν ἀπὸ ξρο τριπλάσια. *quæ nos ita emendauimus* διὰ τὸ ἐν ἀρχῇ τοίνυν ἐστὶν ὡς ἡ βκ πρὸς νξ, ἡ κμ πρὸς νο καὶ τὰ τετράγωνα. καὶ ὡς ἓν πρὸς ἕν, πάντα πρὸς πάντα. τὰ ἄρα ἀπὸ βκμ τῶν ἀπὸ ξνο τριπλάσια. M 22. ſexti. 12. quinti

Sed oſtenſa ſunt quadrata ex BK, KM tripla quadrati ex FG] *Græcus codex habet.* ἐδείχθη δὲ καὶ τὰ ἀπὸ ζο τὰ ἀπὸ τῆς βζ, ζν τριπλάσια. *ſed legendum* τὰ ἀπὸ τῆς βκ, κμ τριπλάσια. N

Ergo BH eſt decagoni latus] *Etenim CH circumferentiam pentagoni AF bifariam diuidit in H, quod in 41. huius adnotauimus.* O

Hoc eſt quadratum ex CE, EH] *Ex penultima primi libri elementorum.* P

Ita vt quadratum ex AB quintuplum ſit quadrati ex AN] *Hoc quomodo fieri poſſit nos ſupra oſtendimus in commentarijs in 45. huius.* Q

Eſt igitur MX decagoni latus per 11. lemma] *videlicet per præcedentem.* R

Erunt tria quadrata ex CB quinque quadratis ex MN æqualia] *Quoniam enim, quarum partium quadratum ex AB eſt quindecim, earum quadratum quidem ex MN eſt trium quadratū ex verò CB quinq; erunt tria ex CB quadrato quadrato ex AB æqualia: & quinque quadrata ex MN ſimiliter æqualia eidem quadrato ex AB; tria igitur ex CB quadrata quinque quadratis ex MN æqualia erunt.* S

Sed

T Sed vt tria quadrata ex C B ad tria quadrata ex D E, ita quinque ex M N quadrata ad quinque quadrata ex M X] *Secetur cubi latus C E extrema, ac media ratione, erit maior eius portio æqualis lateri pentagoni D E, hoc eſt lateri dodecaedri ex 8. tertydecimi libri elementorum, & 17. eiuſdem. ergo vt C E ad maiorem portionem D E, ita & M N ad M X: & vt quadratum ex C E ad quadratum ex D E, ita quadratum ex M N ad quadratum ex M X. Vt autem quadratum ex C B ad quadratum ex D B, ita tria ex C B quadrata ad tria quadrata ex D B. & vt quadratum ex M N ad quadratum ex M X, ita quinque ex M N quadrata ad quinque quadrata ex M X. Vt igitur tria quadrata ex C B ad tria quadrata ex D E, ita quinque quadrata ex M N ad quinque ex M X quadrata.*

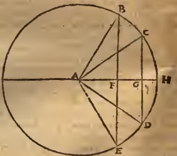
ex .. huius.
ex .. ſex.
15. quin.

V Tria igitur quadrata ex C E, & tria quadrata ex D B æqualia ſunt quinque quadratis ex M N, & quinque quadratis ex M X] *Quoniam enim oſtenſum eſt, vt tria quadrata C B ad tria quadrata ex D B, ita eſſe quinque quadrata ex M N ad quinque ex M X quadrata, erit permutando vt tria quadrata ex C E ad quinque quadrata ex M N, ita tria quadrata ex D B ad quinque quadrata ex M X. & vt vnum ad vnum, ita omnia ad omnia. Vt igitur tria quadrata ex C E ad quinque quadrata ex M N, ita tria quadrata ex C E, & tria quadrata ex D B ad quinque quadrata ex M N, & quinque quadrata ex M X. Sed tria quadrata ex C E ſunt æqualia quinque quadratis ex M N. ergo tria quadrata ex C E, & tria quadrata ex D B quinque quadratis ex M N & quinque quadratis ex M X æqualia erunt.*

X Sed quinque quidem quadrata ex R S æqualia ſunt quindecim quadratis ſemidiametri circuli, &c.] *In Græcis codicibus mendoſe legitur.* ἀλλὰ πεντεμὲν τὰ ἀπὸ ρσ ἴσα ἐστὶ δὲ καὶ πέντε τοῖς ἀπὸ τοῦ κέντρου. *ſcribendum autem* ἀλλὰ πέντε μὲν τὰ ἀπὸ ρσ ἴσα ἐστὶ δέκα καὶ πέντε τοῖς ἀπὸ τοῦ κέντρου, *& ita inferius multis in locis.*

THEOREMA XLVII. PROPOSITIO XLIX.

Duodecim pentagona maiora ſunt viginti triangulis, quæ in eodem circulo deſcribuntur.



Sit circulus comprehendens triangulum icoſaedri, & pentagonum dodecaedri B C D E, & in ipſo deſcribatur trianguli quidem latus B E, pentagoni vero C D, quæ inter ſe parallela ſint. ſumatur autem circuli centrum A, & ab ipſo ad parallelas perpendicularis ducatur A F G H, iunganturque A B, A C, A D,

A A E. Quoniam igitur B E eſt trianguli latus circunferentia B H hexagoni eſt. rurſus quoniam C D pentagoni latus eſt circumferentia C H eſt decagoni, & perpendiculares ſunt B F, C G. maius igitur eſt C G A rectangulum rectangulo B F A ex eo, quod mox demonſtrabitur; propterea; triangulum A C D maius eſt triangulo A F E. & ſexaginta triangula A C D ſexaginta triangulis A B E ſunt ma-

B iora. At ſexaginta quidem triangula A C D dodecaedrum eſt, vnumquodque enim pentagonum quinque triangula habet ipſi A C D ſimilia. ſexaginta vero triangula A B E icoſaedrum eſt, cum vnumquodq; triangulum tria triangula contineat ſimilia ipſi A B E. duodecim igitur pentagona maiora ſunt viginti triangulis eorum, quæ in eodem circulo deſcribuntur.

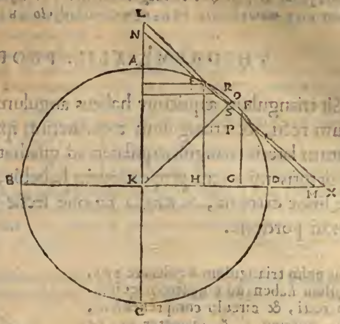
Quod autem poſuimus, ita demonſtrabitur.

THEOREMA XLVIII. PROPOSITIO L.

Sit circulus A B C D, cuius centrum K, diametrique ad rectos angulos inter ſeſe A C, B D: & hexagoni quidem circumferentia D E, decagoni ve-

ro D F

ro DF: & EH, FG ad diametrum BD perpendiculares. Dico FGK rectangulum rectangulo EHK maius eſſe.



Sit enim octanguli circumferentia DO. ergo quarum partium circulus eſt 360. earum DE quidem erit 60. DF vero 36. & DO 45. reliqua igitur FO eſt 9. & OB 15. ponatur ipſi FO æqualis OR. erit, & reliqua AR æqualis DF; iunctæ autem FB, FR producantur. ſintque rectæ lineæ NEFX, LRFM: & iuncta KO ipſam FR bifariam, & ad rectos angulos ſecat. ſecet in S, & quoniam vterque angulus OKL, OKM eſt recti dimidius, erit KM æqualis KL, & KX multo maior, quam KN. atque eſt vt NK ad KX, ita FG ad GX. minor igitur eſt FG quam GX, ſed FG maior eſt, quam quæ a puncto B ad AK perpendicularis ducitur: hoc eſt quam KH. etenim perpendicularis, quæ a puncto R ducitur æqualis eſt FG. quare GH ad HK maiorem proportionem habet, quam ad GX, & componendo GK ad KH maiorem habet, quam HX ad XG, hoc eſt quam BH ad FG. rectangulum igitur FGK rectangulo BHK maius erit.

C D E F G H 8 quinti. K L M

COMMENTARIVS.

Quoniam igitur BB eſt trianguli latus, circumferentia BH hexagoni eſt. rurſus quoniam CD pentagoni latus eſt, circumferentia CH eſt decagoni] *Nam cum AH rectas lineas BB, CD ſecet bifariam, & ad rectos angulos, circumferentias quoque BB, CD bifariam ſecabit ex 30. tertij elementorum. in Græco codice legitur.* ἡ γθ ἄρα δωδεκαγώνου *ὅτι lege* δεκαγώνου. A

At ſexaginta quidem triangula ACD dodecaedrum eſt, &c.] *Dodecaedrum, & icoſaedrum hoc loco pro dodecaedri, & icoſaedri ſuperficie vſurpauit.* B

Erit, & reliqua AR æqualis DF.] *Punctum enim O circumferentiam DA bifariam ſecat. quare æqualibus vtrinque ſublatis, reliqua æqualia erunt.* C

Iunctæ enim FB, ER producantur] *Producantur ſcilicet in vtramque partem quouſque diametros productas ſecent.* D

Et iuncta KO ipſam FR bifariam ad rectos angulos ſecat] *Intelligantur enim iunctæ KR, KF, & quoniam circumferentiæ RO, OF æquales ſunt, erunt anguli RKS, SKF æquales; ſunt autem æquales, & qui ad RF: reliquus igitur reliquo eſt æqualis, & ob id vterque rectus. quod cum KO ipſam FR ad rectos angulos ſecet, bifariam quoque ſecabit.* E. vlt. ſexti 1. quinti 3. tertij.

Et quoniam vterque angulus OKL, OKM eſt recti dimidius, erit KM æqualis KL, & KX multo maior, quam KN] *Angulus enim OKL eſt dimidius recti LKM, quod circumferentia AO ſit dimidia circumferentiæ AD. & eadem ratione angulus OKM eſt recti dimidius; anguli autem ad S recti ſunt. ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum LKS triangulo SKM ſimile. Cum igitur ſit vt SK ad KM, ita SK ad KL, erit KM æqualis ipſi KL. Sed KX eſt maior, quam KM, & KN minor quam KL. recta enim linea EX cadit extra EM, quod FN intra FL cadat. ergo KX multo maior erit, quam KN.* F 9. quinti.

Atque eſt vt NK ad KX, ita FG ad GX] *Ex quarta ſexti elementorum. Nam cum FG parallela ſit ipſi NK, ſiunt triangula NKX, FGX inter ſe ſimilia.* G

Sed FG maior eſt, quam quæ a puncto E ad AK perpendicularis ducitur] *Ex 15. tertij libri elementorum.* H

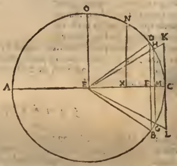
Et componendo GK ad KH maiorem habet, quam HX ad XG] *Ex 28. quinti elementorum, quam nos ex Pappo addidimus.* K

L Hoc eſt, quam EH ad FG] *Sunt enim triangula* EHX, FGX *inter ſe ſimilia. ergo* EH *ad* HX *eſt vt* FG *ad* GX. *& permutando* EH *ad* FG, *vt* HX *ad* XG.

M Rectangulum igitur FGK rectangulo EHK maius erit] *Quoniam enim* CK *ad* KH *maiorem proportionem habet, quam* EH *ad* FG, *fiat vt* GK, *ad* KH, *ita* EH *ad aliam, erit ea* 8. quinti. *minor, quam* FG: *ſit* GP. *rectangulum igitur* PGK *æquale eſt rectangulo* EHK. *Sed rectan-* 16. ſexti. *gulum* FGK *maius eſt ipſo* PGK, *ergo & rectangulo* EHK *eſt maius.*

THEOREMA XLIX. PROPOSITIO LI.

Sit triangulum æquicrure habens angulum ad verticem quattuor quintarum recti, & triangulum æquilaterum ipſi æquale conſtituatur; quadratum lateris trianguli æquilateri ad quadratum vnius laterum æqualium æquicruris minorem proportionem habebit, quàm quadratum totius rectæ lineæ extrema, ac media ratione ſectæ ad id, quod quinquies fit a minori portione.



Sit enim triangulum æquicrure BDE, angulum habens ad E quattuor quintarum recti, & circulo comprehenſum, cuius centrum E, & diameter AE, FC ad lineam BD perpendicularis. ergo BFD eſt latus pentagoni. Si igitur vtramque circumferentiarum CG, CH dodecaedri aſſumamus, iungamuſque GH, EG,
A EH, erit EGH triangulum æquilaterum.
B & ſi rectam lineam contingentem KCL ducamus, triangulum quoque EKL æquilaterum erit. Quòd ſi velimus aptare triangulum æquale triangulo BDE, cadet illud inter triangula HEG, KEF, hoc eſt triangulo HEG maius erit & triangulo KEL minus, quod ſic oſten-
C ditur. Quoniam enim proportio quadrati ex HE ad quadratum ex EM eſt ea, quam habent 4 ad 3. eſt autem HE æqualis
D EC; erit & quadrati ex CE proportio ad quadratũ ex E , quam habet 4. ad 3. ſed vt
E quadratum ex CE ad quadratum ex EM, ita quadratum ex KL ad id, quod fit ex HG quadratum, hoc eſt triangulum KEL ad triangulum HEG; & ita hexagona. circumſcriptum igitur hexagonum ad inſcriptum proportionem habet, quam 4. ad 3. hoc eſt,
F quam 12. ad 9. Circumſcriptum vero hexagonum ad quinque triangula KEL eam proportionem habet, quam 12. ad 10. ergo quinque triangula KEL inſcripto hexagono
G ſunt maiora, & multo maiora inſcripto pentagono. nam pentagonum æquilaterum circulo inſcriptum inſcripto hexagono eſt minus. triangulum igitur DEB minus eſt triangulo KEL. Dico & triangulo HEG maius eſſe. ſumatur enim CN circumferentia hexagoni & perpendicularis ducatur NX. Itaque quoniam ex antecedente rectan-
H gulum DFE maius eſt NXE rectangulo, & æquale eſt NXE rectangulum rectangulo HME, omnia enim omnibus ſunt æqualia: erit rectangulum DFE rectangulo HME maius. quare & DEB triangulum maius eſt triangulo HEG, & ideo ſi triangulum æquilaterum æquale triangulo DEB conſtituatur, ita vt baſis ipſius parallela ſit ipſi HG vel
K KL, inter KH cadet. Quoniam igitur oſtenſum eſt in ſexto lemmate, recta linea extrema, ac media ratione ſecta, quadratum totius ad id, quod quinquies fit a minori portione, maiorem proportionem habere, quam 4. ad 3. habet autem quadratum ex KE ad quadratum ex EC, hoc eſt ad quadratum ex EH proportionem eandem, quam 4. ad 3. ergo totius rectæ lineæ quadratum ad id, quod quinquies fit a minori portione
8. quinti. multo maiorem proportionem habebit, quam quadratum lateris trianguli æquilateri,
L quod inter KE, HE cadit, ad quadratum ex ED lateris æquicruris.

COM-

COMMENTARIVS.

Erit B G H triangulum æquilaterum] *Quoniam enim vtraque* G C, C H *circumferentia* A
eſt dodecagoni, erit tota G C H *circumferentia hexagoni, & recta linea* G M H *hexagoni latus,*
quod quidem ſemidiametro eſt æquale, triangulum igitur E G H *æquilaterum eſt.*

Et ſi rectam lineam contingentem K C L ducamus, triangulum quoque E K L æquila- B
terum erit] *Hoc ita intelligendum eſt, vt recta linea circulum contingens in* C *ab* E H *pro-*
ducta ſecetur in K, *& ab* E G *in* L. *fiunt enim triangula* E H G, E K L *ſimilia, quod* H G, K L
inter ſe parallela ſint.

Quoniam enim proportio quadrati ex H B ad quadratum ex B M eſt ea, quam ha- C
bent 4. ad 3.] *Demonſtratur hoc in 39. huius.*

Sed vt quadratum ex C B ad quadratum ex E M, ita quadratum ex K L ad id, quod D
fit ex H G quadratum, hoc eſt triangulum K E L ad triangulum H E G] *Eſt enim ob trian-*
gulorum ſimilitudinem, vt C E *ad* E M, *ita* K C *ad* H M, *& ita eorum dupla* K L *ad* H G; *trian-*
gulum autem K E L *ad triangulum* H E K *duplam habet proportionem eius, quam* K L *ad* H G.
Sed, & quadratum ex K L *ad quadratum ex* H G *duplam proportionem habet eius, quam* K L
ad H G. *Vt igitur quadratum ex* K L *ad quadratum ex* H G, *ita triangulum* K E L *ad* H E G
triangulum.

Et ita hexagona] *Ex 15. quinti elementorum. Sunt enim hexagona ſextupla triangulo-* E
rum, nempe circumſcriptum hexagonum trianguli K E L, *& inſcriptum trianguli* H E G *ſex-*
tuplum.

Circumſcriptum vero hexagonum ad quinque triangula K E L eam proportionem F
habet, quam 12. ad 10.] *Habet namque eam, quam 6. ad 5.*

Nam pentagonum æquilaterum circulo inſcriptum inſcripto hexagono eſt minus] G
Latus enim pentagoni æquilateri in circulo deſcripti, ex ijs, quæ à Ptolemæo in magna conſtru-
ctione tradita ſunt, minus eſt triginta tribus partibus earum, quarũ diameter circuli eſt 120. ergo
totus poligoni ambitus minor eſt 165. partibus hexagoni vero latus continet 30. earundẽ partiũ
& totus ambitus 180. pentagoni igitur ambitus ambitu hexagoni eſt minor. Sed cum in prima
huius eſt oſtenſum ſit, polygonorum ordinatorum, quæ angulos quidem numero inæquales habent
ambitum vero æqualem, illud, quod ex pluribus angulis conſtat ſemper maius eſſe, ſi penta-
gonum, & hexagonum æquali ambitu conſtituantur, pentagonum minus erit hexagono. At
pentagoni æquilateri ambitus minor eſt ambitu hexagoni in eodem circulo deſcriptorum. ergo
dictum pentagonum hexagono multo minus ſit neceſſe eſt.

Et æquale eſt N X E rectangulum rectangulo H M E, omnia enim omnibus ſunt æqua- H
lia] *Ducatur à centro* E *ipſi* A C *ad rectos angulos* E O, *& cum* C N *ſit circumferentia he-*
xagoni, erit reliqua N O *dodecagoni circumferentia ipſi* C H *æqualis, &* H O *circumferen-*
tia hexagoni æqualis C N. *ergo recta linea* N X *eſt æqualis ei, quæ a puncto* H *ad* E O *diame-*
trum perpendicularis ducitur, videlicet ipſi M E, *&* H M *ſimiliter æqualis perpendiculari a*
puncto N *ad* E O *ductæ, hoc eſt* E X. *rectangulum igitur* H M E *rectangulo* N X E *eſt æquale.*

Quoniam igitur oſtenſum eſt in ſexto lemmate] *Videlicet 42. huius.* K

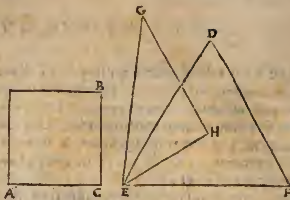
Ad quadratum ex E H, hoc eſt quadratum ex E D lateris æquicruris] *In Græco codi-* L
legitur πρὸς τ̃ εθ τετρ. τ̃ εδ τῆς ἰσοσκελοῦς, *ſed mendoſe, vt opinor. legendum erit* πρὸς
τὸ ἀπὸ τῆς εθ, τετρ. τὸ ἀπὸ τῆς εδ ἰσοσκελοῦς.

THEOREMA L. PROPOSITIO LII.

Quæ igitur ad comparationem quinque figurarum æqualem ſuperfi-
ciem habentium aſſumuntur, ſeorſum poſita ſint. Deinceps vero oſten-
dendum eſt icoſaedrum maximum eſſe, poſt icoſaedrum dodecaedrum,
deinde octaedrum, deinde cubus, poſtremo omnium minima pyramis.

Cubus pyramide maior eſt. A

Sit enim primum de cubo, & pyramide ſermo, ſitque cubi A B C qua-
dratum A B, & pyramidis triangulum D E F.



Quoniam igitur æquales ponuntur figurarum ſuperficies, erunt ſex quadrata A B æqualia quattuor triangulis D E F ergo proportio trianguli D E F ad A B quadratum eſt ea, quam habent 3. ad 2.
B ducatur a pyramidis vertice ad planum perpendicularis G H, & E H iungatur.
C perſpicuum eſt H centrum eſſe circuli
D circa triangulum D E F deſcripti. quadratum igitur ex D E, hoc eſt quadratum ex E G triplum eſt quadrati ex E H, atque
E eſt angulus E H G rectus, quare proportio quadrati ex G E ad quadratum ex G H eſt,
F G quam habẽt 3. ad 2. hoc eſt quã 54. ad 36. quadrati autem ex G H ad quadratũ tertiæ partis G H proportio eſt, quam habent 36 ad
H 4. ergo proportio quadrati ex G E, hoc eſt ex E F ad tertiæ partis G H quadratum eſt,
K quam habent 54. ad 4. Et quoniam in omni triangulo æquilatero quadratum, quod ab vno latere fit, minus eſt, quam quadruplum dicti trianguli, erunt quattuor triangula
L D E F, quæ ſunt ſex quadrata A B, maiora quadrato ipſius E F. ergo A B quadratum ad quadratum ex E F maiorem proportionem habet, quam 1. ad 6. hoc eſt quam 9. ad 54. quadrati autem ex E F ad quadratum tertiæ partis G H proportio eſt, quam
M habet 54. ad 4. vt oſtenſum fuit. & ex æquali quadratum A B hoc eſt quadratum ex A C ad quadratum tertiæ partis G H maiorem proportionem habet, quam 9. ad 4. ergo, & longitudine recta linea A C ad tertiam partem G H maiorem habet proportionem, quam 3. ad 2. Sed oſtenſum eſt proportionem trianguli D E F ad A B quadratum eſſe eam, quam habet 3. ad 2. triangulum igitur D E F ad A B quadratum minorem proportionem habet, quam recta linea A C ad tertiam partem G H & ex contrario recta linea A C ad tertiam partem G H maiorem proportionem habet, quam triangu-
N lum D E F ad A B quadratum. Si igitur faciamus vt A C ad tertiam partem G H, ita D E F
O triangulum ad aliud quippiam; erit ad ſpacium minus quadrato A B. atque eſt cubus
P quidem quadratum A B, cuius altitudo A C: pyramis vero triangulum D E F, cuius altitudo eſt tertia pars perpendicularis, quæ a pyramidis vertice ad triangulum D E F du-
Q citur. ergo cubus pyramide maior erit.

COMMENTARIVS.

A Cubus pyramide maior eſt] *Hæc nos addidimus perſpicuitatis cauſa, vt eſſent loco propoſitionis.*

B Ducatur a pyramidis vertice ad planum perpendicularis G H] *Grecus cod.* ἤχθω δὴ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τῆς πυραμίδος ἐπίπεδον. *ſed legendum* ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον. *hoc eſt ad planum trianguli* D E F.

C Perſpicuum eſt H centrum eſſe circuli circa triangulum D E F deſcripti] *Intelligantur iunctæ* D H, H F, G F. *Quoniam igitur recta linea* G F *eſt æqualis* G E, *& quadratum ex* G F *quadrato ex* G E *æquale erit. quadrato autem ex* G F *æqualia ſunt vtraque quadrata ex* G H, H F *quod angulus* G H F *ſit rectus: & quadrato ex* G E *ſimiliter æqualia ſunt vtraq; quadrata* G H, H E. *ergo quadrato ex* G H, H F *quadrata ex* G H, H E *ſunt æqualia, & ablato communi quadrato ex* G H, *relinquetur quadratum ex* H F *æquale quadrato ex* H E. *ergo recta linea* H F *eſt æqualis* H E. *Eodem quoque modo oſtendetur* H D *ipſi* H E *æqualis. tres igitur rectæ lineæ* H F, H E, H D *ſunt æquales inter ſeſe. ergo ex 9. tertij elementorum* H *eſt centrum circuli circa* D E F *triangulum deſcripti.*

D Quadratum igitur ex D E, hoc eſt quadratum ex E G triplum eſt quadrati ex E H] *Ex 12. tertijdecimi libri elementorum.*

E Quare proportio quadrati G E ad quadratum ex G H eſt, quam habent 3. ad 2.] *Quadratum enim ex* G E *eſt æquale duobus quadratis ex* E H, H G. *Quod cum quadratum ex* G E *ad quadratum ex* E H *ſit vt 3. ad 1. erit quadratum ex* E G *ad quadratum ex* G H, *vt 3. ad 2.*

F Hoc eſt quam 54. ad 36.] *Ex 15. quinti eſt enim vtrumque vtriuſque octodecuplum, vel duodeuigintuplum.*

G Quadrati autem ex G H ad quadratum tertiæ partis G H proportio eſt quam habent

36. ad

36. ad 4.] *Nam proportio quadrati ex* GH *ad quadratum tertiæ partis ipſius eſt dupla eius, quam habet* GH *ad tertiam partem* GH, *videlicet nonupla. Græcus codex.* τοῦ ἀπὸ ηθ πρὸς 20. ſexti.
τὸ ἀπὸ τοῦ γ *lege* τοῦ δὲ ἀπὸ ηθ, *&c.*

Ergo proportio quadrati ex GE hoc eſt ex EF ad tertiæ partis GH quadratum eſt, H
quam habent 54. ad 4.] *videlicet ex æquali. Græcus autem codex* καὶ τοῦ ἀπὸ ηε ἄρα, τουτέστι τοῦ ἀπὸ εδ πρὸς τὸ ἀπὸ τριγώνου τῆς ηθ *habet. ſed legendum,* τουτέστι τοῦ ἀπὸ εζ πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ τρίτου τῆς ηθ.

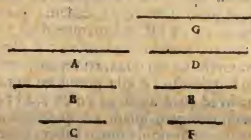
Et quoniam in omni triangulo æquilatero quadratum, quod ab vno latere fit minus K
eſt, quam quadruplum dicti trianguli] *Ex 39. huius.*

Quæ ſunt ſex quadrata AB] *In Græco codice legitur* ἅπερ ἐστὶν ἓξ τετράγωνα ἀπὸ αγ. *Sed* L
quoniam quadratum quod fit ab AC *eſt ipſum* AB, *nos ita vertere maluimus, quod & obſeruauimus in aliis locis.*

Et ex æquali quadratum AB, hoc eſt quadratum ex AC ad quadratum tertiæ partis M
GH maiorem proportionem habet, quam 9. ad 4.] *Hoc in elementis per ſeſe demonſtratum non eſt, ſed tamen facile demonſtrabitur hoc modo.*

Si ſint tres magnitudines, & aliæ ipſis numero æquales, habeatque prima priorum ad ſecundam maiorem proportionem, quam prima poſteriorum ad ſecundam, ſecunda vero priorum ad tertiam eandem proportionem habeat, quam ſecunda poſteriorum ad tertiam, etiam ex æquali prima priorum ad tertiam maiorem proportionem habebit, quam prima poſteriorum ad tertiam.

Sint tres magnitudines ABC, *& aliæ ipſis numero æquales* DEF, *habeat autem* A *ad* B *maiorem proportionem, quam* D *ad* E, *&* B *ad* C *habeat eandem, quam* B *ad* F. *Dico* A *ad* C *maiorem habere proportionem, quam* D *ad* F. *fiat enim vt* A *ad* B, *ita alia, quæ ſit* G *ad* E, *erit* G *maior, quam* D. *ex æquali igitur vt* A *ad* C, *ita eſt* G *ad* F. *ſed* G *ad* F *maiorem habet proportionẽ, quam* D *ad* F. *ergo ex 13. quinti libri elementorum* A *ad* C *maiorem proportionem habebit, quam* D *ad* F. *quod demonſtrandum fuerat.*



Si igitur faciamus, vt AC ad tertiam partem GH, ita DEF triangulum ad aliud N
quippiam, erit ſpacium minus quadrato AB] *Hoc eſt ſi fiat vt* AC *ad tertiam partem* GH, *ita* DEF *triangulum ad aliud ſpacium, quod ſit quadratum* K. *erit illud quadrato* AB *minus ex octaua quinti elementorum. quare priſma baſim habens triangulum* DEF *& altitudinem tertiam partem* GH, *æquale erit priſmati, cuius baſis ſpacium* K, *quod eſt minus quadrato* AB, *& altitudo* AC *baſes enim altitudinibus ex contraria parte reſpondent. quod quidem ex vndecimo, & duodecimo libro elementorum facile conſtare poteſt, & demonſtratur a nobis in commentariis in IX. propoſitionem duodecimi libri elementorum.*

Atque eſt cubus quidem quadratum AB, cuius altitudo AC] *Eſt enim cubus priſma cuius baſis* AB *quadratum, & altitudo* AC *æqualis ſcilicet lateri ipſius baſis, quippe cum ſex quadratis æqualibus contineatur.* O

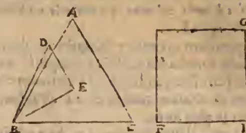
Pyramis vero triangulum DEF, cuius altitudo eſt tertia pars perpendicularis, quæ à P
pyramidis vertice ad triangulum DEF ducitur] *Hoc eſt pyramis eſt æqualis priſmati, cuius baſis eſt triangulum* DEF, *& altitudo tertia pars perpendicularis* GH; *priſma enim baſim habens triangulum* DEF, *& altitudinem* GH *eſt triplum pyramidis, quæ eandem baſim habet, & altitudinem æqualem ex corollario ſeptimæ duodecimi libri elementorum, atque eſt triplum priſmatis, cuius eadem eſt baſis, & altitudo tertia pars ipſius* GH *priſmata namque omnia & pyramides, quæ in eiſdem, vel æqualibus baſibus conſtituuntur, eam inter ſe proportionem habent, quam altitudines, vt nos demonſtrauimus in libro de centro grauitatis ſolidorum propoſitione 30. pyramis igitur baſim habens triangulum* DEF, *& altitudinem* GH *eſt* 9. quinti.
æqualis priſmati, cuius eadem eſt baſis, & altitudo tertia pars ipſius GH.

Ergo cubus pyramide maior erit] *Cubus enim maior eſt priſmate, cuius baſis eſt minor* Q
quadrato AB, *& altitudo* AC, *nam cum altitudinem æqualem habeant, inter ſeſe, ſunt vt ipſorum baſes ex 32. vndecimi libri elementorum, ex quo ſequitur cubum pyramide maiorem eſſe.*

THEO-

THEOREMA LI. PROPOSITIO LIII.

Octaedrum cubo maius eſt.



Sit enim octaedri quidem triangulum ABC cubi vero quadratum FG, & a centro ſphæræ octaedrum comprehendentis ducatur ad ABC triangulum perpendicularis DE, & DB, BE iungantur. Quoniam igitur ponimus octo triangula ABC æqualia eſſe ſex quadratis FG, erit proportio FG quadrati ad trian-
38. huius. gulum ABC, ea quam habent 4. ad 3. atque eſt per primum lemma generaliter in omni
A triangulo æquilatero, quadratum, quod ab vno latere fit, maius eſt, quam duplum dicti trianguli. ergo quadratum ex BC maius eſt ſex partibus earum, quarum quadra-
8. quinti. tum FG eſt quattuor, ac propterea 4. ad 6, hoc eſt 36. ad 54. maiorem proportionem
39. huius. habent, quam FG quadratum ad quadratum ex BC. Et quoniam per ſecundum lemma proportio quadrati ex BD ad quadratum ex DB eſt ea, quam habent 3. ad 1. quadratum autem ex BD æquale eſt quadratis ex BE, ED; erit proportio quadrati
B ex DB ad quadratum ex BB, eadem, quæ eſt 1. ad 2. Sed proportio quadrati ex BC ad quadratum ex BB eſt eadem, quæ 6. ad 2. ex duodecima tertijdecimi libri elementorum. ergo proportio quadrati ex DB ad quadratum ex BC eſt 1. ad 6. videlicet 9. ad 54 proportio autem quadrati tertiæ partis ipſius DB ad quadratum ex DB eſt 1. ad 9.
C etenim longitudine tripla poteſtate nonupla ſunt. quadrati igitur tertiæ partis DB
D proportio ad quadratum ex BC eſt 1. ad 54. oſtenſum autem eſt 36. ad 54. maiorem ha-
E bere proportionem, quam FG quadratum ad quadratum ex BC. ergo ex æquali 36. ad 1. maiorem proportionem habet, quam quadratum FG ad quadratum tertiæ partis DE, & longitudine 6. ad 1. maiorem habet proportionem, quam recta linea FK ad tertiam ipſius DB partem. At proportio ſex quadratorum FG ad vnum eſt, quam habeat
F 6. ad 1. & ſunt ſex quadrata FG æqualia octo triangulis ABC. octo igitur triangula
7. quinti. ABC ad quadratum FG maiorem proportionem habet, quam recta linea FH ad tertiam
G partem DB, atque eſt octaedrum quidem octo triangula ABC, quorum altitudo eſt tertia pars DE. cubus autem quadratum FG, cuius altitudo FH. octaedrum igitur ipſo cubo eſt maius.

COMMENTARIVS.

A Quadratum, quod ab vno latere fit maius eſt, quam duplum dicti trianguli.] *In Græcis codicibus mendoſe legitur.* τοῦ ἀπὸ μιᾶς πλευρᾶς τετραγώνου μεῖζον ἢ διπλάσιον, *legendum enim erit*, τὸ ἀπὸ μιᾶς πλευρᾶς τετράγωνον.

B Sed proportio quadrati ex BC ad quadratum ex BB eſt eadem, quæ 6. ad 2. ex 12. tertijdecimi libri elementorum. ergo proportio quadrati ex DE ad quadratum ex BC eſt 1. ad 6. videlicet 9. ad 54.] *Quoniam enim quadratum ex* BC *ad quadratum ex* BE, *eſt vt 6. ad 2. erit & conuertendo quadratum ex* BE *ad quadratum ex* BC *vt 2. ad 6. ex æquali igitur quadratum ex* DE *ad quadratum ex* BC *eſt vt 1. ad 6. hoc eſt vt 9. ad 54. Græcus codex habet* τοῦ δὲ ἀπὸ βγ πρὸς τὸ ἀπὸ βε, ὃν ἓξ πρὸς δ διὰ τὸ ιζ τοῦ ιγ στοιχείου λόγος ἄρα τοῦ ἀπὸ δε πρὸς τὸ ἀπὸ βγ ὃν α πρὸς γ. *ſed legendum* τοῦ δὲ ἀπὸ βγ πρὸς τὸ ἀπὸ βε πρὸς τὸ ἀπὸ βε ὃν ἓξ πρὸς β, διὰ τὸ ιβ τοῦ ιγ στοιχείου. λόγος ἄρα τοῦ ἀπὸ δε πρὸς τὸ ἀπὸ βγ ὃν α πρὸς ς.

C Etenim longitudine tripla poteſtate nonupla ſunt.] *Habent enim quadrata inter ſeſe duplam proportionem eius, quæ eſt laterum ſimilis rationis ex 20. ſexti elementorum. In Græco codice hæc leguntur.* καὶ τὰ μήκει ὄντα τριπλᾶ δυνάμει ἐνναπλᾶ. *quæ nos ſuſtulimus tamquam ſuperuacanea, quoniam ad rem propoſitam nihil conferunt. ſunt etiam corrupta. namque longitudine ſeſquitertiam habent proportionem, videlicet, quam 4. ad 3. poteſtate habent eam, quam 16. ad 9.*

D Quadrati igitur tertiæ partis DB proportio ad quadratum ex BC eſt 1. ad 54.] *Videlicet ex æquali.*

Oſten-

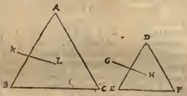
Oſtenſum autem eſt 36. ad 54. maiorem habere proportionem, quam FG quadratum ad quadratum ex BC. ergo ex æquali 36. ad 1. maiorem proportionem habet, quam quadratum FG ad quadratum tertiæ partis DE.] *Nam cum ſit quadratum tertiæ partis DE ad quadratum ex BC, vt 1. ad 54. & conuertendo erit quadratum ex BC ad quadratum tertiæ partis DE, vt 54. ad 1. ſed 36. ad 54. maiorem proportionem habet, quam FG quadratum ad quadratum ex BC. ergo ex æquali 36. ad 1. maiorem habebit proportionem, quam quadratum FG ad tertiæ partis DE quadratum. Cur autem hoc ſequatur, nos in antecedente demonſtrauimus.* E

Et ſunt ſex quadrata FG æqualia octo triangulis ABC] *In græco codice mendoſe legitur.* καὶ ἐπεὶ τὰ ϛ τετράγωνα ἴσα η τριγώνοις τοῖς αβγ, καὶ ἡ ἄρα, *&c. corrige* καὶ ἐπεὶ τὰ ϛ τετράγωνα ἴσα η τριγώνοις τοῖς αβγ. ἡ ἄρα. *&c.* F

Atque eſt octaedrum quidem octo triangula ABC, quorum altitudo eſt tertia pars DE] *hoc eſt octaedrum eſt æquale octo priſmatibus, quorum baſes triangula ABC & altitudo tertia pars DE, ſunt enim ea æqualia octo pyramidibus baſes eaſdem habentibus, & altitudinem DE, ex quibus octaedrum ipſum conſtare manifeſtum eſt.* G

THEOREMA LII. PROPOSITIO LIV.

Icoſaedrum octaedro eſt maius.



Sit octaedri quidem triangulum ABC, icoſaedri vero DEF, & ducantur a centris ſphærarum ſolida comprehendentium ad eorum plana perpendiculares GH, KL. Quoniam igitur demonſtratum eſt in ſeptimo theoremate præmiſſorum duodecim quadrata ex GH maiora eſſe quinque quadratis ex EF, quinque vero quadrata ex EF ſunt duo quadrata ex BC, quoniam, & quinque triangula DEF duobus triangulis ABC ſunt æqualia. etenim horum quadrupla videlicet viginti triangula DEF æqualia ſunt octo triangulis ABC: & vt triangulum ad triangulum, ita quadratum ad quadratum. cum figuræ ſimiles inter ſeſe duplam proportionem habeant eius, quæ eſt laterum ſimilis rationis. 20. ſexti duo autem quadrata ex BC ſunt duodecim quadrata ex KL: nam proportio quadrati ex BC ad quadratum ex KL eſt quam habent 6. ad 1. erunt duodecim quadrata ex GH duodecim quadratis ex KL maiora. ergo recta linea GH maior eſt, quam KL, & tertia pars GH maior, quam tertia KL. & quoniam icoſaedrum quidem eſt viginti triangula DEF, quorum altitudo eſt tertia pars GH; octaedrum vero octo triangula ABC, altitudinem habentia tertiam partem KL: & ſunt viginti triangula DEF octo triangulis ABC æqualia, vt poſuimus, icoſaedrum octaedro maius erit.

(marginal letters: A, B, C, D)

COMMENTARIVS.

Duo autem quadrata ex BC ſunt duodecim quadrata ex KL. nam proportio quadrati ex BC ad quadratum ex KL eſt quam habent 6. ad 1.] *Hoc demonſtratum eſt in antecedenti. In Græco autem codice legitur.* δύο δὲ τὰ ἀπὸ αβγ, δ ιβ ἐπεὶ τὰ ἀπὸ κλ πρὸς δὲ δ' ἐᾳ ὁ γὰρ λόγος τοῦ ἀπὸ βγ πρὸς τὸ ἀπὸ κλ, ὃ ἰξ πρὸς ἕνα, *ſed ita legendum puto* δύο δὲ τὰ ἀπὸ βγ, ιβ ἐπεὶ τὰ ἀπὸ κλ. ὁ γὰρ λόγος, *&c.* A

Ergo recta linea GH maior eſt, quam KL.] *Nam cum ſint duodecim quadrata ex GH maiora duodecim quadratis ex KL, erit quadratum ex GH quadrato ex KL maius, & idcirco recta linea GH maior ipſa KL.* B

Et quoniam icoſaedrum quidem eſt viginti triangula DEF, quorum altitudo eſt tertia pars GH] *Icoſaedrum enim conſtat ex viginti pyramidibus, baſes habentibus triangula DEF, & altitudinem GH, quæ quidem ſunt æquales viginti priſmatibus, quorum eædem baſes, & altitudo tertia pars GH, vt demonſtratum iam fuit.* C

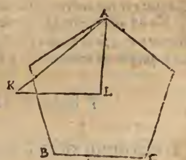
Icoſaedrum octaedro maius erit] *Viginti enim priſmata quorum baſes ſunt triangula DEF, & altitudo tertia pars GH maiora ſunt octo priſmatibus, baſes habentibus triangula*

ABC, &

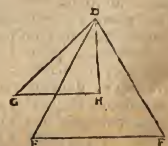
ABC. & altitudinem tertiam partem KL, quod altitudo altitudine maior ſit. nam cum in æqualibus baſibus conſtituantur, eandem inter ſe proportionem habent, quam altitudines. Poſſumus etiam hoc probare ex pyramidibus ipſis abſque priſmatibus, quæ quidem inter ſe ſunt, vt earum altitudines, quod nos in libro de centro grauitatis ſolidorum, propoſitione 20. demonſtrauimus.

THEOREMA LIII. PROPOSITIO LV.

Icoſaedrum dodecaedro eſt maius.



Sit enim pentagonum quidem ABC vnum aliquod pentagonorum dodecaedri, triangulum vero DEF vnũ triangulorum icoſaedri. & a centris ſphærarum ſolida comprehendentium ad plana DEF, ABC perpendiculares ducantur GH, KL, iunganturque GD, DH, KA,
49. huius
A AL. Quoniam igitur oſtenſum eſt in 12. theoremate
B præmiſſorum, eundem circulum comprehendere, & pentagonum dodecaedri, & triangulum icoſaedri in eadem ſphæra deſcriptorum erit AL quidem ſemidiameter circuli icoſaedri triangulum comprehendentis, & K perpendicularis a centro ſphæræ ad ipſum trian-
C gulum: recta vero linea KA ſphæræ ſemidiameter. ſed & triangulum GHD ſimiliter accipiendum eſt, quod triangulo KLA eſt ſimile. vt enim ſphęrę dodecaedrum comprehendentis diameter ad AL, ita & diameter ſphæræ comprehendentis icoſaedrum ad DH: & vt latus trianguli æquilateri deſcripti in circulo, qui triangulum icoſaedri, & pentagonum dodecaedri comprehendit ad AL, ita ED ad DH. Vt igitur KA ſemidiame-
D ter ſphæræ ad AL, ita GD ſemidiameter ſphæræ ad DH:
E & anguli ad LH ſunt recti; ergo eſt triangulũ AKL ſimile triangulo DGH. Rurſus quoniam oſtenſum eſt in 14. theoremate præmiſſorum 20. triangula DEF, hoc eſt duodecim ABC pentagona maiora eſſe viginti triangulis deſcriptis in circulo pentagonum ABC comprehendente, perſpicue conſtat, & circulum deſcriptum circa DEF maiorem eſſe eo, qui circa ABC
F pentagonum deſcribitur. quare, & DH maior eſt, quam AL. ſuntque triangula DGH, AKL ſimilia. vt igitur DH ad HG, ita AL ad LK; & permutando vt DH ad AL, ita
G HG ad LK, maior autem eſt, quam AL. ergo & GH quam KL maior erit. & tertia
H pars GH maior quam tertia KL eſt autem icoſaedrum viginti triangula DEF, quorum altitudo tertia pars GH: dodecaedrum vero duodecim pentagona ABC, quorum altitudo tertia pars KL: & poſita ſunt viginti triangula DEF duodecim pentagonis ABC
K æqualia. Icoſaedrum igitur dodecaedro eſt maius.



COMMENTARIVS.

A Eundem circulum comprehendere, & pentagonum dodecaedri, & triangulum icoſaedri in eadem ſphæra deſcriptorum] *Græcus codex corruptus eſt, qui ſic habet* ὅτι ὁ αὐτὸς κύκλος περιλαμβάνει τό τε τρίγωνον τοῦ εἰκοσαέδρου τῆς εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένου τοῦ δωδεκαέδρου. *ego ita legendum arbitror,* ὅτι ὁ αὐτὸς κύκλος περιλαμβάνει τό τε πεντάγωνον τοῦ δωδεκαέδρου, καὶ τὸ τρίγωνον τοῦ εἰκοσαέδρου τῶν εἰς αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένων.

B Erit AL quidem ſemidiameter circuli icoſaedri triangulum comprehendentis] *Videlicet comprehendentis pentagonum dodecaedri, & triangulum icoſaedri in eadem ſphæra deſcriptorum.*

C Sed & triangulum GHD ſimiliter accipiendum eſt, quod triangulo KLA eſt ſimile] *Nam & DH, & ſemidiameter circuli comprehendentis triangulum icoſaedri, & pentagonum dodecaedri. ſed neque eſt idem circulus, qui circa pentagonum ABC, neque eadem ſphæra. ponuntur enim nunc duodecim pentagona ABC viginti triangulis DEF æqualia, quod non fieret in eo-*

in eodem circulo, quippe cum demonſtratum ſit in 49. huius duodecim pentagona viginti triangulis in eodem circulo deſcriptis maiora eſſe.

Ergo triangulum A K L ſimile eſt triangulo D G H] *Ex 7. ſexti libri elementorum.* D

Rurſus quoniam oſtenſum eſt in quarto decimo Theoremate præmiſſorum] *Græcus codex ἐν τῷ δ ω ſed legendum ἐν τῷ ιδ ω.* E

Quare & D H maior eſt, quam A L] *Græcus codex φανερὸν ὥστε καὶ ἡ δ ε ζ μείζων ἐστὶν ἡ τῆς α λ legendum autem ὥστε καὶ δ θ μείζων ἐστὶ τῆς α λ.* F

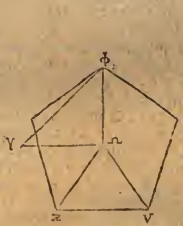
Ergo & G H quam K L maior erit, & tertia pars G H maior quam tertia K L] *Græcus codex μείζων ἄρα καὶ ἡ η θ τῆς α λ καὶ τὸ τρίγωνον ἄρα τῆς η θ τοῦ τριγώνου τῆς κ λ legi μείζων ἄρα καὶ ἡ η θ τῆς κ λ, καὶ τὸ τρίτον ἄρα τῆς η θ τοῦ τρίτου τῆς κ λ.* G

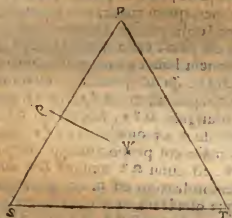
Dodecaedrum vero duodecim pentagona A B C, quorum altitudo tertia pars K L] *Conſtat enim ex duodecim pyramidibus baſes habentibus pentagona* A B C, *& altitudinem* K L, *quæ ſunt æquales duodecim priſmatibus, quorum eædem baſes, & altitudo tertia pars* K L. H

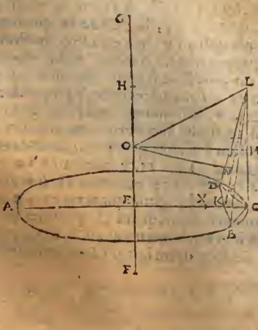
Icoſaedrum igitur dodecaedro eſt maius] *Nam altitudo* G H *maior eſt altitudine* K L. *poteſt etiam idem concludi ex ipſis pyramidibus.* K

THEOREMA LIV. PROPOSITIO LVI.

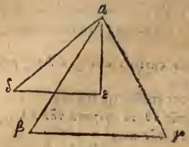
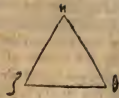
Dodecaedrum octaedro eſt maius.







Z Sit do-

Sit dodecaedri pentagonum φ Z ν, & γ Ω perpendicularis a centro ſphæræ dodecaedrum compræhendentis ad pentagonum φ Z ν ducta: iungaturque Ω φ, Ω Z, Ω ν, γ φ octaedri vero triangulum P R S, & ſit ſimiliter perpendicularis Qψ quam oſten-
A dere oportet minorem perpendiculari γ Ω. Exponatur etiam theorema ſumptum ad comparationem icoſaedri, & octaedri, per quod oſtenditur duodecim quadrata ex O N
B maiora eſſe quinque quadratis ex B D. Sit autem & α β γ triangulum icoſaedri,& per-
C pendicularis a puncto δ ſit δ ε, vt in præcedenti theoremate. ſimile igitur eſt φ Ω γ
D triangulum triangulo α ε δ & triangulo O N L (& ſunt duodecim quadrata ex δ ε ma-
E iora quinque quadratis ex β γ, hoc eſt duodecim quadrata ex γ Ω maiora quinq; quadratis ex Ω φ) Itaque quoniam per 14. lemma oſtenſum eſt, ſi ſit triangulum æquicrure, vt Ω Z ν habens angulum ad Ω quatuor quintarum recti, & triangulum æquilaterum ipſi æquale, vt ζ η θ, quadratum ex ζ η ad quadratum ex Ω Z minorem proportionem habet, quam quadratum totius rectæ lineæ extrema, ac media ratione ſectæ ad id, quod quinquies fit a minore portione; & recta linea B C extrema, ac media ratione ſecta eſt in X. ergo quadratum ex E C ad quinque quadrata ipſius X C maiorem proportionem habet quam quadratum ex ζ η ad quadratum ex Ω Z, hoc eſt quin-
F decim quadrata ex ζ η ad quindecim quadrata ex Ω Z. & quoniam 8. triangula P R S æqualia ſunt 12. pentagonis φ Z ν, hoc eſt 60. triangulis Ω Z ν, erunt 2. triangula P R S
G H æqualia 15. triangulis Ω Z ν, hoc eſt 15. triangulis ζ η θ, & propterea duo quadrata ex P S æqualia ſunt 15. quadratis ex ζ η quadratum igitur ex B C ad quinque quadrata ipſius X C maiorem proportionem habet, quam duo quadrata ex P S ad 15. quadrata ex Ω φ. eſt enim Ω Z æqualis Ω φ duo vero quadrata ex P S ſunt 13. quadrata ex Qψ vt demonſtratum eſt in comparatione cubi, & octaedri. ergo quadratum ex E C ad quinque quadrata ex C X maiorem proportionem habet, quam 12. quadrata ex Qψ ad 15. quadrata eſt Ω φ. eſt autẽ X K æqualis K C. quadratũ igitur ex E C ad 20.
15 quin. quadrata ex K C maiorem habet proportionem, quam 12. quadrata ex Qψ ad 15. qua-
L drata ex Ω φ, & id circo 36. quadrata ex B C, hoc eſt 36. quadrata ex C L ad 720. quadrata ex K C maiorem proportionem habet, quam 12. quadrata ex Qψ ad 15. quadrata ex Ω φ. ſed vt L C ad C K, ita L M ad M I, & vt L M ad M I, ita O N ad N O. ergo 36.
M quadrata ex O N ad 720. quadrata ex N I, hoc eſt ad 80. quadrata ex L I: etenim in 7.
43. huius. N lemmate oſtenſa eſt L I tripla ipſius I N, hoc eſt ad 20. quadrata ex K L. hoc eſt ad 15. quadrata ex B D maiorem proportionem habere, quam 12. quadrata ex Qψ ad 15.
O P quadrata ex Ω φ. eſt enim B D poteſtate ſeſquitertia ipſius K L quare, & 12. quadrata ex O N ad quinque quadrata ex B D maiorem habent proportionem, quam 12. quadrata ex Qψ ad 15. quadrata ex Ω φ. ſed quinque quadrata ex B D ſunt 15. quadrata ex
Q N L vt demonſtratum eſt in tertiodecimo libro elementorum. nam punctum N centrum eſt circuli circa triangulum deſcripti quare 12. quadrata ex O N ad 15. quadrata
R ex N L, hoc eſt 12. quadrata ex δ ε ad 15. quadrata ex ε α maiorem proportionem
S habent, quam 12. quadrata ex Qψ ad 15. quadrata ex Ω φ atque eſt ſimile triangulum δ α ε triangulo γ φ Ω. duodecim igitur quadrata ex γ Ω ad quindecim quadrata
T ex Ω φ maiorem proportionem habent, quam 12. quadrata ex Qψ ad 15. quadrata ex
V Ω φ. ideoque perpendicularis γ Ω maior eſt, quam Qψ, & ponuntur ſuperficies figu-
X rarum ſolidarum æquales. dodecaedrum igitur octaedro maius ſit neceſſe eſt.

COM-

COMMENTARIVS.

Exponatur etiam theorema ſumptum ad comparationem icoſaedri, & octaedri] *In* A
Græco codice hæc leguntur, ὃ συμβῆναι ἀνάγκη, quæ nos omiſimus tamquam ab aliquo addita.

Sit autem, & αβγ triangulum icoſaedri, & perpendicularis a puncto δ ſit δε vt in B
præcedenti theoremate] *Hæc in Græcis codicibus corrupta ſunt.*

Simile igitur eſt φΩκ triangulum triangulo αεδ, & triangulo ονλ] *Hoc in præ-* C
cedenti demonſtratur. Græcus autem codex ita corrigendus eſt. ὅμοιον ἄρα τὸ φων, τῷ τε αεδ τριγώνῳ, καὶ τῷ ονλ.

Et ſunt duodecim quadrata ex δε maiora quinque quadratis ex βγ.] *Vera hæc qui-* D
dem ſunt, ſed quid ad demonſtrationem conferant, non video.

Hoc eſt duodecim quadrata ex ΨΩ maiora quinque quadratis Ωφ] *Corrupta hæc* E
ſunt, vt opinor, neque enim vera. quare ſi quis ea vna cum antedictis de medio tollat, fortaſ-
ſe non errabit.

Et quoniam 8. triangula PRS æqualia ſunt 12. pentagonis φZν] *Ex poſitione ſcili-* F
cet. Græcus codex corruptus eſt. qui ſic habet, καὶ ὑποκείμενα τρίγωνα τὰ σρπ ἴσα legendum
autem puto, καὶ ἐπεὶ η τρίγωνα τὰ σρπ ἴσα.

Hoc eſt 15. triangulis ζνθ] *Ponitur enim triangulum ζνθ æquilaterum, & triangulo* G
ΩZν æquale.

Et propterea duo quadrata ex PS æqualia 15. quadrata ex ζu] *Nam triangulorum,* H
& quadratorum proportio eadem eſt, vt ſuperius patuit.

Duo vero quadrata ex PS ſunt 12. quadrata ex QΨ, vt demonſtratum eſt in com- K
paratione cubi, & octaedri] *Hoc eſt in propoſitione 43. huius, in qua demonſtratur quadra-*
tum ex QΨ ad quadratum ex PS eam proportionem habere, quam 1. ad 6.

Hoc eſt 36. quadrata ex CL] *Poſita eſt enim CL ipſi EC æqualis.* L

Hoc eſt ad 80. quadrata ex LI, etenim in ſeptimo lemmate oſtenſa eſt LI, &c.] M
Græcus codex habet, ἤτοι π τ, τὰ ἀπὸ λι. τριπλάσια γὰρ ἐν τῷ δϙ λήμματι ἐδείχθη ἡ λι,
lege ἤτοι τὰ ἀπὸ λι τριπλάσια γὰρ ἐν τῷ ζϙ.

Hoc eſt ad 20. quadrata ex KL] *In Græco codice legitur, ἤτοι κ τὰ ἀπὸ λδ. corrige* N
τὰ ἀπὸ κλ.

Eſt enim BD poteſtate ſeſquitertia ipſius KL] *Rationem reddit cur 20. quadrata ex KL* O
ſint 15. quadrata ex DB. in Græco codice legitur ἐπί τρίτος γὰρ ἡ βδ τῆς κλ δυνάμει τε. le-
ge δυνάμει.

Quare, & duodecim quadrata ex ON ad quinque quadrata ex BD maiorem pro- P
portionem habent, &c.] *Ex 15. quinti, quam enim proportionem habent 36. ad 15. eandem*
12 habent ad 5. Græcus codex τε καὶ ἡ ιβ. τὰ ἀπὸ ον. ſed fortaſſe legendum ὥστε καὶ ιβ τὰ
ἀπὸ ον.

Nam punctum N centrum eſt circuli circa triangulum deſcripti] *Conſtat hoc ex ſecun-* Q
do corollario primæ propoſitionis ſphæricorum Theodoſij.

Hoc eſt 12. quadrata ex δε ad quindecim quadrata ex εα] *Sunt enim ea triangula in-* R
ter ſe ſimilia, vt dictum eſt.

Atque eſt ſimile triangulum δαε triangulo Ψφ Ω] *In Græcis codicibus, καὶ ἔστιν ὅμοιον* S
τῷ λδ ν τρίγωνον τῷ υφω τριγώνῳ lege τὸ δαε τρίγωνον τῷ υφω τριγώνῳ.

Maiorem proportionem habent, quam 12 quadrata ex QΨ ad 15 quadrata ex Ωφ] T
In Græco codice hæc deſiderantur. μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ιβ τὰ ἀπὸ χψ πρὸς ιε τὰ ἀπὸ ωφ.

Ideoque perpendicularis γΩ minor eſt, quam QΨ] *Sequitur enim ex 10. 5. elemento-* V
rum quadratum ex γΩ maius eſſe, quam quadratum ex QΨ. ergo & recta linea γω quam
QΨ maior erit.

Dodecaedrum igitur octaedro maius ſit, neceſſe eſt] *Reliqua concludenda ſunt, vt in* X
ſu perioribus.

THEOREMA LV. PROPOSITIO LVII.

Harum igitur quinque figurarum, quæ polyedra appellantur, eam quæ plures habet baſes, multo maiorem eſſe ex iam demonſtratis con-

ſtat.

ſtat. At vero præter has quinque alias inueniri non poſſe, quæ æqualibus, & ſimilibus æquilateris polygonis contineantur, ex his etiam quis diſcat.

Omnem ſolidum angulum ex tribus ad minimum angulis planis conſtare neceſſarium eſt: & qui ipſum cõtinent, ſiue tres, ſiue plures ſint, quattuor rectis angulis omnino ſunt minores. Itaque fieri non poteſt, vt angulus ſolidus hexagoni angulis, aut alicuius rectilinei, quod plures angulos habeat, comprehendatur. etenim tres ad minimum anguli, qui ipſum comprehendere poſſunt, non ſunt quattuor rectis minores. Ex pentagoni vero tribus angulis conſtitui poteſt, vt in dodecaedro. Rurſus quattuor quidem anguli, vel plures ipſius quadrati continere ſolidum angulum non poſſunt, non enim ſunt minores quattuor rectis. Tres autem angulum cubi continent. Eadem ratione, & trianguli æquilater ſex anguli, vel plures non ſunt quattuor rectis minores, ac propterea non continent angulum ſolidum. At quinque, & quattuor, & tres continere poſſunt. quinque enim icoſaedri, quattuor octaedri, & tres pyramidis angulum continent. Ex quibus manifeſto apparet, præter hos non eſſe alium angulum ſolidum ex æqualibus polygoni angulis conſtante. Quare neque aliud polyedrum inueniri poteſt, præter quinque iam dicta, quod æqualibus, & ſimilibus æquilateris polygonis contineatur.

QVINTI LIBRI FINIS.

PAP-

PAPPI ALEXANDRINI MATHEMATICARVM COLLECTIONVM

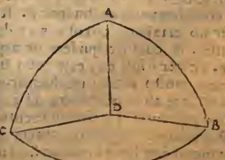
LIBER SEXTVS.

CVM COMMENTARIIS FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

MVLTI eorum, qui aſtronomicum locum pertractant, cum propoſitiones negligenter intelligant, alia quidem apponunt tamquam neceſſaria; alia vero vt non neceſſaria prætermittunt: dicunt enim in ſecundo theoremate tertij libri ſphæricorum Theodoſij, oportere vnumquemque duorum maximorum circulorum ab eo, qui per polos ſphæræ tranſit ad rectos angulos ſecari. hoc autem non ſemper ita ſe habet. Similiter & in ſecundo theoremate phœnomenon Euclidis, prætermittunt, quoties zodiacus circulus bis ad horizontem fit rectus, & in quarto theoremate libri de diebus & noctibus Theodoſium falsò exponunt. Et nonnulla alia deinceps tamquam non neceſſaria prætermittunt, quorum vnumquodque nos explicabimus.

THEOREMA I. PROPOSITIO I.

Si in ſphæræ ſuperficie tres maximorum circulorum circumferentię ſe mutuo ſecent, quarum vnaquæque ſit ſemicirculo minor, duæ reliqua maiores erunt, quomodocumque ſumptæ.



Secent enim ſeſe maximorum circulorum circumferentiæ in punctis A B C. Dico duas reliqua maiores eſſe quomodocumque ſumptas. Sumatur enim centrum ſphæræ, idem quod & circumferentiarum AB, BC, CA centrum, & ſit D, iunganturq; DA, DB, DC. Quoniam igitur ſolidus angulus, qui eſt ad D tribus angulis planis ADB, BDC, CDA continetur, quilibet duo ſunt reliquo maiores, quomodocumque ſumantur, & anguli ADB, BDC, CAD circumferentijs AB, BC, CA inſiſtunt. duæ igitur reliqua maiores ſunt, quomodocumq; ſumptæ. Hanc autē figuram Menelaus in ſphæricis τρίπλευρον appellat.

COMMENTARIVS.

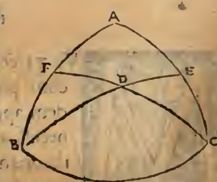
A Quilibet duo ſunt reliquo maiores, quomodocumque ſumantur] *Ex 20. vndecimi Euclidis.*

B Duæ igitur reliqua maiores ſunt, quomodocumque ſumptæ] *Anguli enim eandem inter ſe proportionem habent, quam ipſæ circumferentiæ, quibus inſiſtunt, ex vltima ſexti elementorum.*

C Hanc autem figuram Menelaus in ſphæricis τρίπλευρον appellat] *Nos multorum exemplo triangulum ſphæricum dicimus.*

THEOREMA II. PROPOSITIO II.

Si in vno latere trianguli ſphærici duæ circulorum maximorum circumferentiæ intra conſtituantur, hæ reliquis duobus trianguli lateribus minores erunt.

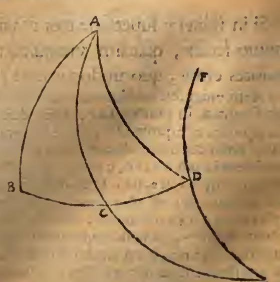


Trianguli enim ABC in vno latere BC duæ circulorum maximorum circumferentię intra conſtituantur BD, DC. Dico BD, DC ipſis BA, AC minores eſſe. Quoniã enim omnis trianguli ſphærici duo latera reliquo ſunt maiora, erũt CB, BD maiora reliquo CD. commune apponatur BD. ergo CE, EB ipſis CD, DB maiora erunt. Rurſus quoniam omnis trianguli latera reliquo ſunt maiora, erunt BA, AE maiora ipſo EB. commune apponatur EC. quare BA, AC maiora ſunt, quam BE, EC. ſed BE, EC ſunt maiora, quam BD, DC. multo igitur BA, AC ipſis BD, DC maiora erunt.

Ex proxime demõſtrato.

THEOREMA III. PROPOSITIO III.

Trium circulorum maximorum circumferentiæ AB, AC, AD maximi circuli circumferentiam BD ſecent, ſit autem vnaquæque ipſarum AB, AC AD, minor quadrante, & ſit BC æqualis CD. oſtendendum eſt vtraſque BA, AD maiores eſſe, quam duplas ipſius AC.



Ponatur ipſi AC æqualis CE, & quoniam AC eſt minor quadrante, erit & CE quadrante minor, & ob id AE minor ſemicirculo. non igitur circulus AD
A
ſi compleatur tranſibit per E. Itaque
B
per ED maximus circulus EDF deſcribatur. & cum DC quidem ſit æqualis
C
CB, AC vero ipſi CE, erit recta linea, quæ a puncto D ad E perducitur, ęqualis ei, quę ab A perducitur ad B. ergo
D
circumferentia DF circumferentiæ AB eſt æqualis. Quoniam autem omnis trianguli duo latera reliquo ſunt maiora, atque eſt DE æqualis AB, & EC ipſi CA, vtræque BA, AD maiores erunt, quam ipſius AC duplæ.
E

COM-

COMMENTARIVS.

Non igitur circulus A D ſi compleatur, tranſibit per B] *Maximi enim circuli in ſphæra ſeſe bifariam ſecant ex 11. primi ſphæricorum Theodoſij.* A

Itaque per E D maximus circulus E D F deſcribatur] *Ex 20. primi ſphæricorum Theodoſij.* B

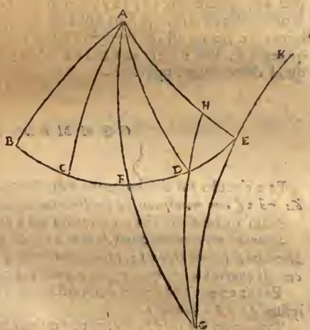
Erit recta linea, quæ à puncto D ad E perducitur æqualis ei, quæ ab A perducitur ad B] *Ex 3. tertij libri ſphæricorum Theodoſij.* C

Ergo circumferentia D B circumferentiæ A B eſt æqualis] *Ex 28. tertij libri elementorum.* D

Vtreque B A, A D maiores erunt, quàm ipſius A C duplæ] *Etenim in A E D triangulo E D D A maiores ſunt, quam A E. Sed B A, A D ſunt æquales ipſis E D, D A, & A B dupla eſt A C. vtræque igitur B A, A D maiores ſunt, quam duplæ ipſius A C.* E

THEOREMA IV. PROPOSITIO IV.

Quatuor circulorum maximorum circumferentiæ A B, A C, A D, A E maximi circuli circumferentiam B E ſecent. ſitq; B C æqualis D B, & vnaquæq; ipſarum A B, A C, A D, A E quadrãte minor. Oſtendendum eſt vtraſque B A, A E vtriſq; C A, A D maiores eſſe.



Secetur C D bifariam in F, & per A F maximus circulus A F G deſcribatur: ponaturque ipſi A F æqualis F G. deinde per G E quidem deſcribatur maximus circulus G E K: per G D verò maximus circulus G D H. Quoniam igitur G F eſt æqualis F A, & D F ipſi F C, erit etiam D G æqualis C A; & eadem ratione E G æqualis B A. & cum in trianguli G E A vno latere G A duæ circũferentiæ A D D G intra conſtituantur: erunt A D, D G minores, quam A E, E G. ergo A E, E G ipſis A D, D G ſunt maiores. eſt autem E G æqualis A B, & G D ipſi A C. vtraq; igitur B A, A E vtriſque C A, A D maiores erunt. quod demonſtrare oportebat. A B

COMMENTARIVS.

Erit etiam D G æqualis C A: & eadem ratione E G æqualis B A] *Ex ijs, quæ in antecedenti dicta ſunt.* A

Erunt A D, D G minores, quam A E, E G] *Ex 2. huius.* B

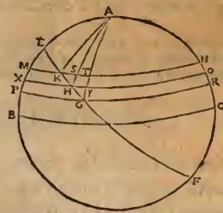
THEOREMA V. PROPOSITIO V.

His præmiſſis quintum theorema tertij libri ſphæricorum Theodoſij aliter oſtendere poſſumus.

Sit in circumferentia maximi circuli A B C parallelorum polus A: & hunc

duo

duo maximi circuli ad rectos angulos ſecent, quorum B C quidem ſit vnus
A parallelorum, E F verò ad parallelos obliquus: & à circulo E F abſcindantur
æquales circumferentiæ deinceps ad eaſdem partes G H, H K, perque puncta
G H K circuli paralleli ipſi B C deſcribantur, qui ſint M N, X O, P R. Oſtendendum eſt P X maiorem eſſe, quam X M.



Deſcribantur enim per A, & per vnumquodque punctorum K H G maximi circuli A K A H, A G. manifeſtum eſt vnamquamq; circumferentiarum A K, A H, A G quadrante minorem
B eſſe. nam quadrantis circumfere̅tia eſt a puncto A vſque ad maximum circulum B C. Quoniam igitur trium circulorum maximorum circumferentiæ A K, A H, A G circumferentiam maximi E F ſecant, & eſt K H æqualis H G, vnaquæque autem ipſarum A K, A H, A G quadran-
C te minor; erunt ex eo, quod ante demonſtratum eſt, vtræque K A, A G maiores, qua dupla ipſius A H. quarum vtræque K A, A T ſunt du-
D plæ A S. Tres enim A K, A S, A T cum per polum tranſeant, inter ſe ſunt æquales. reliqua
E igitur T G maior eſt, quam dupla ipſius S H. eſt autem S H æqualis T Y. ergo G Y maior
F quam Y T. Sed G Y eſt æqualis P X, & Y T ipſi X M. maior igitur eſt P X, quam X M. quod demonſtrare oportuit.

COMMENTARIVS.

A Et a circulo E F abſcindantur æquales circumferentiæ] *Græcus codex* καὶ ἀπειλήφθωσαν ἐπὶ τοῦ ε ζ ἴσαι περιφέρειαι *ſed ego libentius legerem* ἀπὸ τοῦ ε ζ.

B Nam quadrantis circumferentia eſt a puncto A vſque ad maximum circulum B C] *Quoniam enim duo maximi circuli* A B C *&* B C *ſeſe mutuo ſecant ad rectos angulos, etiam bifariam ſe ſecabunt, ex* 13. *primi ſphæricorum Theodoſij. quare circumferentiæ* A B, A C *ſunt circuli quadrantes, & quæcunque a puncto* A *vſque ad maximum circulum* B C *ducuntur.*

C Erunt ex eo, quod ante demonſtratum eſt, vtræque K A, A G maiores, quam duplæ ipſius A H] *Ex* 3. *huius.*

D Tres enim A K, A S, A T cum per polum tranſeant, inter ſe ſunt æquales] *Nam cum* A *ſit polus circuli* M N, *rectæ lineæ, quæ ab* A *ad puncta* K S T *ducuntur, inter ſe ſunt æquales. ex poli definitione. & ideo circumferentiæ maximorum circulorum* A K, A S, A T *etiam inter ſe æquales erunt. ex* 28. *tertij libri elementorum.*

E Eſt autem S H æqualis T Y] *Ex* 10. *ſecundi libri ſphæricorum Theodoſij.*

F Sed G Y eſt æqualis P X, & Y T ipſi X M] *Ex eadem.*

THEOREMA VI. PROPOSITIO VI.

Illud autem oſtendatur, etiam ſi circumferentiæ æquales non ſint continuatæ, hoc enim Theodoſius non demonſtrauit.

Sit eadem figura, & æquales circumferentiæ GH, KL. paralleli autem ſint MN, XO, PR, ST: & per A & per vnumquodque punctorum GH, KL maximi circuli deſcribantur AG, AH, AK, AL, erunt hæ circumferentiæ quadrante minores: & per quartum theorema ex præcedentibus vtræque LA, AG maiores erunt vtriſque KA, AH, vtræque vero LA, AQ vtriſq; YA, AV ſunt æquales, etenim ex polo ſunt circuli MN. reliqua igitur QG vtriſque VH, YK ſunt maiores. Sed VH eſt æqualis QZ. ergo reliqua ZG maior eſt, quam YK. At ZG æqualis eſt SP, & YK ipſi MX. maior igitur eſt, & SP quam MX. quod oſtendendum fuit.



A B C D E

COMMENTARIVS.

Paralleli autem ſint MN, XO, PR, ST] *Græcus codex* καὶ ἐςωσαν αἱ παράλληλοι οἱ μνξ πρστ *ego legendum puto.* καὶ ἔςωσαν παράλληλοι. A

Et per quartum theorema ex præcedentibus vtræque LA, AQ maiores erunt vtriſque KA, AH] *Græcus codex* καὶ ἔςαι *&c.* συναμφοτέρα τῆς κ α θ μείζων ἄν. *ſed legendrm arbitror* συναμφοτέρα τῆς κ α θ μείζων. B

Vtræque vero LA, AQ vtriſque YA, AV ſunt æquales, etenim ex polo ſunt circuli MN] *Græcus codex* συναμφότερος δε *&c.* διὰ τὸ α *hæc ego delenda puto.* C

Reliqua igitur QG vtriſque VH, YK ſunt maiores] *Græcus codex* λοιπὴ ἄρα ἡ χ ν. *lege* ἡ χ η. D

Sed VH eſt æqualis QZ] *Græcus codex* ἴση δὲ ἡ φ θ τῇ χ τ *lege* τῇ χ ψ. E

THEOREMA VII. PROPOSITIO VII.

Item aliter oſtendendum ſit.

In circumferentia enim maximi circuli ABC ſit polus parallelorum & hunc ad rectos angulos ſecent duo circuli DB, BC. quorum BC quidem ſit parallelus, DB vero ad parallelos obliquus: & a circulo DB abſciſſis æqualibus circumferentijs deſcribantur circuli paralleli LM, NX, OP, RS. Dico RO ipſa NL maiorem eſſe. Vel igitur FG eſt commenſurabilis ipſi GH, vel non. Sit primum commenſurabilis, & ſit FG æqualis HK. ergo HK ipſi GH eſt commenſurabilis, & tres FG, GH, HK, inter ſeſe commenſurabiles erunt. Itaq; diuidantur in menſuras in punctis T, Y, V, Q, Z, & per T, Y, V, Q, Z paralleli circuli deſcribantur ΩT, αY, ϹV, ΓQ, ΔZ. Et quoniam FT, TY, YG, GV, VH, HQ, QZ, ZK circumferentiæ inter ſe ſunt æquales, erunt circumferentiæ RΩ, Ωα, αO, OϹ, ϹN, NΓ, ΓΔ, ΔL inæquales, quæ initium ſumunt a maxima Rα. & multitudo circumferentiarum RΩ, Ωα, αO æqualis eſt multitudini ipſarum NΓ, ΓΔ, ΔL. maior igitur eſt RO, quam NL.



A B

COMMENTARIVS.

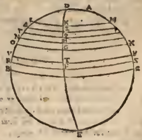
Et hunc ad rectos angulos ſecent duo circuli DB, BC] *Maximi ſcilicet.* A

Erunt circumferentiæ RΩ, Ωα, αO, OϹ, ϹN, NΓ, ΓΔ, ΔL inæquales quæ initium B

ſumunt a maxima R Ω] *Ex quinta huius. Gracus codex αἱ ἄρα ρφ, φα, αο &c. γδ, δλ, λγ ἴσαι εἰσὶν. ego legendum puto αἱ ἄρα ρφ, φα, αο, &c. γδ, δλ, ἄνισαι εἰσὶν.*

THEOREMA VIII. PROPOSITIO VIII.

Sed iiſdem poſitis non ſit F G commenſurabilis ipſi G H. Dico & ſic R O maiorem eſſe, quam N L.



Si enim non ita ſit, vel æqualis erit, vel minor. Sit primum minor: ipſique A O æqualis ponatur N Γ. & cum tres magnitudines ſint eiuſdem generis LN, N Γ, N O; ſumatur ipſi quidem N O commenſurabilis, maior autem, quam N Γ, & minor quam N L, quæ ſit N Δ: & paralleli circuli ſint Q Γ, Z Δ, ponaturque Z H æqualis G T, & circulus parallelus ſit T V. Quoniam igitur vtraque Z H, G T commenſurabilis eſt ipſi G H, atque eſt O V maior quam N Δ, erit R O, quam N Δ multo maior. Sed R O eſt æqualis N Γ. ergo N Γ maior erit ipſa N Δ minor maiore, quod fieri non poteſt. non igitur R O minor eſt, quam N L.

A B C D

COMMENTARIVS.

A Ponaturque Z H æqualis G T] *Et ſint ipſi G H commenſurabiles, vt deinceps ponitur. Gracus codex καὶ κείσθω τηθ ἴση ετ lege τῇ ητ.*

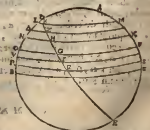
B Quoniam igitur vtraque Z H, G T commenſurabilis eſt ipſi G H, atque eſt O V maior quam N Δ] *Ex quinta huius ponitur enim T G aqualis H Z. Gracus codex ἐπεὶ δν &c. τῆς ψθ, ντ τῇ νθ lege τῆς ψθ, ητ τῇ ηθ.*

C Sed R O eſt æqualis N Γ] *Ex poſitione ſcilicet.*

D Non igitur R O minor eſt, quam N L] *Gracus codex οὐκ ἄρα ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ρο τῆς νδ ſed potius legendum arbitror τῆς νλ.*

THEOREMA IX. PROPOSITIO IX.

Iiſdem poſitis, Dico neque æqualem eſſe.



Si enim fieri poteſt, ſit æqualis, ſecenturq; F O, H K bifariam in punctis T Z, & ſint circuli paralleli T V, Z Δ. Quoniam igitur F T, T G æquales ſunt, erunt R V, V O inæquales, incipientes a maxima R V. Rurſus quoniam æquales ſunt H Z, Z K, erunt N Δ, Δ L inæquales, incipientes a maiori N Δ. Itaque cum R V ſit maior, quam V O. & N Δ maior, quam Δ L: erit R O maior, quam dupla ipſius N Δ. quod fieri non poteſt. non igitur R O eſt æqualis N L. oſtenſum autem eſt neque minorem eſſe, quare R O, quam N L neceſſario maior erit.

A B

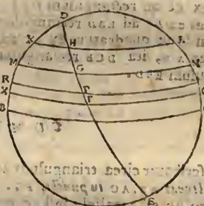
COMMENTARIVS.

Erunt N Δ, Δ L inæquales, incipientes a maiori N Δ] *Græcus codex* ἄνισοι γάρ εἰσιν αἱ νδ, δλ ἀρχόμεναι ἀπὸ μεγίστης νδ. *vide ne legendum ſit* ἀπὸ μείζονος νδ, *non enim* νδ *maxima eſt, quam ſuam maior ſit ipſa* δλ. A

Itaque cum v ſit maior, quam v o, & N Δ maior, quam Δ L, erit R O maior quam dupla ipſius N Δ quod fieri non poteſt] *Græcus codex* ἐπεὶ ἂν μείζων ἐστιν *&c.* ὅπερ ἀδύνατον προδέδεικται. *Videntur hoc loco nonnulla deſiderari. ergo enim ita demonſtrandum cenſerem. Itaque cum* N Δ *maior ſit, quam* Δ L, *erit* N L *minor, quam dupla ipſius* N Δ. *Rurſus cum* R V *ſit maior, quam* V O, *&* N Δ, *maior quam* Δ L; *ſitque* V O *maior, quam* N Δ, *vt demonſtratum eſt ſuperius, erit* R O *maior, quam dupla* N Δ. *Sed* N L *eſt æqualis* R O. *ergo* N L *maior erit, quam dupla ipſius* N Δ. *quod fieri non poteſt. demonſtrata eſt enim minor.* B

THEOREMA X. PROPOSITIO X.

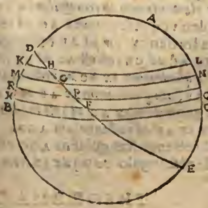
Rurſus in maximi circuli circumferentia ſit polus parallelorum, & ipſum ad rectos angulos ſecent circuli B C, D E, ſint autem paralleli K L, M N X O, & ſit X M æqualis M K. Dico F G minorem eſſe, quam G H.



Si enim minor non ſit, vel æqualis eſt, vel maior. ſed non æqualis F G ipſi G H. maior enim eſt X M, quam M K, non eſt autem maior. non igitur F G eſt æqualis G H. Dico præterea non eſſe maiorem. Sit enim ſi fieri poteſt, & ipſi G H æqualis ponatur G P. Itaque quoniam P G eſt æqualis G H, erit R M maior quam M K. multo igitur maior eſt X M, quam M K. quod fieri non poteſt; ponitur enim æqualis. non ergo F G maior eſt, quam G H, ſed neque æqualis, vt oſtenſum eſt: minor igitur F G quam G H.

THEOREMA XI. PROPOSITIO XI.

Demonſtratum igitur eſt ſi ſit circulus A B C, & ipſum ſecent duo maximi circuli B C, D E ad rectos angulos: aſſumanturque æquales circumferentiæ F G, G H, & paralleli circuli K L, M N, X O, deſcribantur, erit X M. maior quam M K. ſit nunc F G maior, quam G H. Dico X M, quã M K multo maiorem eſſe.



Quoniam enim F G maior eſt, quàm G H, ponatur ipſi G H æqualis G P: & parallelus circulus P R deſcribatur. Itaque cum P G ſit æqualis G H, erit R M quam M K maior. multo igitur maior eſt X M, quam M K. quare ſi F G ſit maior, quam G H, fiet & X M, quàm M K multo maior.

 De in-

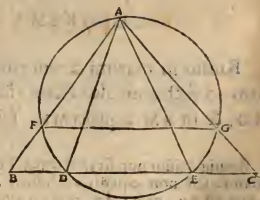
De inſtantia, quæ fit in ſextum Theorema tertij libri ſphæricorum Theodoſij.

LEMMA.

THEOREMA XII. PROPOSITIO XII.

Sit triangulum ABC, & ducantur duæ rectæ lineæ DA, AE in angulis æqualibus BAD, EAC. Dico vt rectangulum DCE ad rectangulum EBD, ita eſſe quadratum ex AC ad quadratum ex AB.

A Deſcribatur circa triangulum ADE circulus, & FG iungatur. ergo FG eſt paral-
B lela ipſi BC, propterea quod circumferen-
C tia FD circumferentiæ EG eſt æqualis. Vt
D igitur AC ad CG, ita eſt AB ad BF; & ideo vt quadratum ex AC ad rectangulum ACG ita quadratum ex AB ad ABF rectangulum.
E Sed rectangulum quidem ACG eſt æquale rectangulo DCB, rectangulum vero ABF æquale rectangulo EBD. quare vt quadratum ex AC ad rectangulum DCB, ita quadratum ex AB ad EBD rectangulum. & permutando vt quadratum ex AC ad quadratum ex AB, ita DCE rectangulum ad rectangulum EBD.



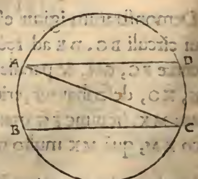
COMMENTARIVS.

A Deſcribatur circa triangulum ADB circulus, & FG iungatur] *Secet enim circulus rectas lineas* AB, AC *in punctis* FG.

B Ergo FG eſt parallela ipſi BC, propterea quod circumferentia FD circumferentiæ EG eſt æqualis] *illud autem hoc lemmate demonſtrabimus.*

Sit circulus ABCD, *ſitque circumferentia* AB *æqualis circumferentiæ* CD, *&* AD, BC *iungantur. Dico rectam lineam* AD *ipſi* BC *parallelam eſſe.*

27.tertij. *Iungatur enim* AC. *& quoniam circumferentia* AB *eſt*
27.primi *æqualis circumferentiæ* CD, *erit angulus* ACB *æqualis angulo* DAC, *ergo* AD *ipſi* BC *eſt parallela.*



C Vt igitur AC ad CG, ita eſt AB ad BF] *Ex 4 ſexti libri elementorum ob triangulorum ſimilitudinem.*

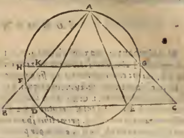
D Et ideo vt quadratum ex AC ad rectangulum ACG ita quadratum ex AB ad AF rectangulum] *Quoniam enim vt* AC *ad* CG, *ita eſt* AB *ad* BF; *vt autem* AC *ad*
lem. 23. CG, *ita quadratum ex* AC *ad rectangulum* ACG; *& vt*
de c.m. AB *ad* BF, *ita quadratum ex* AB *ad* ABF *rectangulum; erit vt quadratum ex* AC *ad rectangulum* ACG, *ita quadratum ex* AB *ad rectangulum* ABF.

E Sed rectangulum quidem ACG eſt æquale rectangulo DCB, rectangulum vero ABE æquale rectangulo EBD] *Ex 36. tertij elementorum.*

THEOREMA XIII. PROPOSITIO XIII.

Habeat autem rectangulum DCE ad rectangulum EBD, hoc eſt rectangulum ACG ad rectangulum ABF maiorem proportionem, quam quadra-

quadratum ex A C ad quadratum ex AB. Dico angulum EAC angulo BAD maiorem eſſe.



Quoniam enim rectangulum ACG ad rectangulum ABF maiorem proportionem habet, quam quadratum ex AC ad quadratum ex AB, & permutando rectangulum ACG ad quadratum ex AC maiorem habebit proportionem, quam rectangulum ABF ad id, quod fit ex AB quadratum. ſed vt rectãgulum quidem ACG ad quadratum ex AC, ita eſt CG ad AC; vt autem rectangulum ABF ad quadratum ex AB, ita BF ad AB: ergo AC ad CG minorem proportionem habet, quam AB ad BF. ſi igitur fiat, vt AC ad CG, ita AB ad aliam quandam, erit ad maiorem, quam BF. fit autem ad BK, & iuncta GK ad H producatur. parallela igitur eſt BC ipſi GH. atque eſt circumferentia EG æqualis circumferentiæ DH. ergo EG maior eſt, quam DF, ac propterea angulus CAE angulo BAD eſt maior.

A
B
C 8. quinti.
D
E

COMMENTARIVS.

Et permutando rectangulum ACG ad quadratum ex AC maiorem habebit proportionem, quam rectangulum ABF ad id, quod fit ex AB quadratum.] *Ex 27. quinti libri elementorum, quam nos ex Pappo addidimus.* A

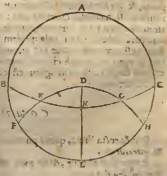
Sed vt rectangulum quidem ACG ad quadratum ex AC, ita eſt CG ad AC, vt autem, &c.] *Ex prima ſexti libri elementorum. Græcus codex hoc loco corrigendus eſt.* B

Ergo AC ad CG minorem proportionem habet, quam AB ad BF] *Ex antedictis ſequitur CG ad AC maiorem habere proportionem, quam BF ad AB. ergo conuertendo ex 26. quinti elementorum, AC ad CG minorem habet proportionem, quam AB ad BF. prior autem concluſio, aut deſideratur, aut a Pappo breuitatis cauſſa omiſſa eſt.* C

Parallela igitur eſt BC ipſi GH] *Ex 2. ſexti elementorum, ſequitur enim diuidendo vt AG ad GC ita AK ad KB.* D

Atque eſt circumferentia EG æqualis circumferentiæ DH] *Nam rectæ lineæ in circulo parallelæ circumferentias æquales intra ſeſe concludunt; quod nos demonſtrauimus in commentarijs in 32. tertij libri huius.* E

THEOREMA XIV. PROPOSITIO XIV.



Duo maximi circuli ABC, BEGC ſeſe mutuo ſecent: ſitque circuli ABC polus D. & deſcribantur maximi circuli DF, DH: & ſit circumferentia BE circumferentiæ CG æqualis. oſtendendum eſt rectam lineam, quæ a puncto D ad E ducitur æqualem eſſe rectæ lineę a puncto D ad G ductæ. A

Secetur circumferentia BG bifariam in K, & per DK circulus maximus DKL deſcribatur. Quoniam igitur BE eſt æqualis GC & EK ipſi KG, erit tota BK toti KC æqualis, & per bipartitam ſectionem circuli BEGC, & per polos circuli ABC deſcriptus eſt circulus maximus DKL. ergo DKL tranſibit etiam per polos circuli BEGC, & ad ipſum rectus erit. Et quoniam diametro circuli KBC, quæ a K ſumit B

mit initium, & recta circuli portio inſiſtit, & inſiſtentis portionis circumferentia ſecta

C eſt in D, eſtque E K æqualis K G, recta linea ducta a puncto D ad B æqualis erit ei, quæ ab eodem puncto D ad G ducitur,

COMMENTARIVS.

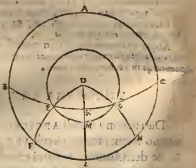
A Et deſcribantur maximi circuli D F, D H; & ſit circumferentia B E circumferentiæ C G æqualis] *Hoc eſt deſcribantur maximi circuli* D F, D H; *ſecantes circulum* B E G C *in punctis* E G, *ita vt circumferentia* B E *ſit æqualis circumferentiæ* G C.

B Et per bipartitam ſectionem circuli B E G C, & per polos circuli A B C deſcriptus eſt circulus maximus D K L ergo D K L tranſibit etiam per polos circuli B E G C, & ad ipſum rectus erit] *Quoniam enim circulus* D K L *ſecat circulum* A B C *per polos, bifariam, & ad rectos angulos ſecat ex 15. primi libri ſphæricorum Theodoſij. quod cum tranſeat per bipartitam ſectionem circuli* B E G C, *etiam per polos eius tranſibit, & ad ipſum rectus erit ex conuerſa 9. ſecundi libri ſphæricorum eiuſdem Theodoſij.*

C Recta linea ducta a puncto D ad E æqualis erit ei, quæ ab eodem puncto D ad G ducitur] *Ex 12. ſecundi libri ſphæricorum eiuſdem.*

THEOREMA XV. PROPOSITIO XV.

Sint maximi circuli A B C, B E G C, & ipſius A B C polus ſit D, deſcribantque maximi circuli D E F, D G H, & circumferentiæ E G bipartitio ſit K. Dico ſiquidem B E ſit æqualis G C, F L ipſi L H eſſe æqualem. Si autem B E ſit maior, quàm G C, & F L maiorem eſſe, quàm L H; & ſi minor minorem.



Sit enim prius B E æqualis G C. Dico

A & F L æqualem eſſe ipſi L H. Quoniam enim B E ipſi G C eſt æqualis, erit, & recta linea, quæ a puncto D ad E ducitur æqualis ei, quæ a D ducitur ad G. circulus igitur ex polo D, & interuallo vna aliqua ipſarum D E, D G deſcriptus per re-

B liquum punctum tranſibit. Itaque de-

C ſcribatur, & ſit E M G erit is circulo A B C

D parallelus. Quoniam igitur duo circuli G K E, E M G ſe mutuo ſecant, & per vnius polos, & per bipartitam ſectionem K deſcriptus eſt maximus circulus D K L; erit circumferentia E M circumferentiæ M G

E æqualis. Sed circumferentia quidem E M ſimilis eſt circumferentiæ F L; circumferentia vero M G ſimilis circumferentiæ L H. ergo & F L ipſi L H ſimilis erit. & ſunt eiſdem circuli. æqualis igitur eſt circumferentia F L circumferentiæ L H, quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

A Erit & recta linea, quæ a puncto D ad E ducitur, æqualis ei, quæ a D ducitur ad G] *Ex antecedente.*

B Itaque deſcribatur, & ſit E M G] *Græcus codex* γεγράφθω ϗ ἴσω ὁ ηκε. *videtur legendum* καὶ ἴσω ὁ εμη.

C Erit is circulo A B C parallelus] *Ex prima ſecundi libri ſphæricorum Theodoſij.*

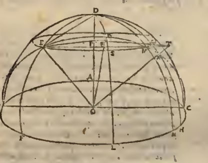
D Quoniam igitur duo circuli G K E, E M G ſe mutuo ſecant, & per vnius polos, & per bipar-

bipartitam ſectionem ᴋ deſcriptus eſt maximus circulus ᴅᴋʟ, erit circumferentia
ʙᴍ circumferentiæ ᴍɢ æqualis] *Cum enim circulus* ᴅᴋʟ *tranſeat per bipartitam ſe-* Ex cõuer
ctionem circuli ᴇᴋɢ, *etiam per polos ipſius tranſibit, & cum duo circuli* ɢᴋᴇ, ᴇᴍɢ *ſe mu-* ſa 9. 2. ſp.
tuo ſecent, maximus circulus ᴅᴋʟ *per eorum polos ductus bifariam ſecat portiones ipſorum.* Theod.
ergo ᴇᴍ *eſt æqualis* ᴍɢ. 9. 2. ſph. Theod.

Sed circumferentia quidem ʙᴍ ſimilis eſt circumferentiæ ᴇʟ] *Ex 10. ſecundi libri* E
ſphæricorum Theodoſij.

THEOREMA XVI. PROPOSITIO XVI.

Ponatur eadem figura, & ʙᴇ ſit maior, quam ᴋᴄ, æqualis autem ᴇᴋ ipſi ᴋx. Dico ꜰʟ, quam ʟʜ maiorem eſſe.



Ponatur ᴄᴍ æqualis ʀʙ; & ma-
ximus circulus ᴅᴍɴ deſcribatur.
Quoniam igitur ʙʙ eſt æqualis ᴍᴄ,
erit recta linea à puncto ᴅ ad ᴇ du- A
cta æqualis ei, quæ à puncto ᴅ ad ᴍ
ducitur. quare circulus ex polo ᴅ, &
interuallo vna ipſarum ᴅᴇ, ᴅᴍ de-
ſcriptus per reliquum pũctum tran-
ſibit. Itaq; tranſeat, & ſit ꜱᴇᴍ; ſu-
maturq; centrum ſphæræ ᴏ, & iun-
gatur ᴏᴅ. erit ᴏᴅ ad planum cir- B
culi ꜱᴍʙ perpendicularis, etenim
punctum ᴅ eſt circuli polus: atque
erit centrum circuli ᴍꜱʙ in recta li-
nea ᴅᴏ, quod ſit ᴘ. & iuncta ʙᴍ C
producatur ad ᴛ; & ᴘɢ ad ᴛ. iunganturque ᴏʙ, ᴏʀᴋ, ᴘʀ, ʀꜱ. Et quoniam pun- D E
ctum ᴘ eſt in plano circuli ᴍᴇꜱ, & vtrumque ipſorum ʀꜱ, erunt tria puncta in eo-
dem circuli plano. Rurſus quoniam ᴏᴅ eſt in plano circuli ᴅᴋʟ, & punctum ᴘ in F
eodem plano erit. eſt autem & recta linea ᴏʀᴋ in circuli ᴅᴋʟ plano. ergo & pun- G
ctum ʀ. Sed & ꜱ. recta igitur linea eſt ꜰʀꜱ. Eadem ratione & ᴘɢᴛ eſt recta linea;
etenim puncta ᴘᴛ ſunt in plano circuli ʙꜱᴍ, ſed & in plano circuli ᴅɢxʜ. quare & H K
punctum ɢ eſt in eadem planorum ſectione, nempe circuli ʙꜱᴍ, & circuli ᴅxʜ. recta L
igitur linea eſt ᴘɢᴛ. Et cum circumferentia ᴇᴋ ſit æqualis circumferentiæ ᴋx, erit M N
& angulus ᴇᴏᴋ angulo ᴋᴏx æqualis. ergo proportio ᴇᴏ ad ᴏᴛ eadem eſt, quæ pro-
portio ᴇʀ ad ʀᴛ. ſed quoniam quærimus, quæ ſit circumferentia ꜰʟ circumferentiæ O
ʟʜ, videlicet ᴇꜱ ipſi ꜱɢ, quærimus qui ſit angulus ᴇᴘʀ anguli ʀᴘᴛ. quærimus igi- P Q
tur quæ ſit proportio ᴇᴘ ad ᴘᴛ proportioni ᴇʀ ad ʀᴛ. Sed proportio ᴇʀ ad ʀᴛ ea-
dem eſt, quæ ᴇᴏ ad ᴏᴛ. ergo quærimus quæ ſit proportio ᴇᴏ ad ᴏᴛ, proportioni
ᴇᴘ ad ᴘᴛ. & ob id, quæ ſit proportio quadrati ex ᴇᴏ ad quadratum ex ᴏᴛ proportio-
ni quadrati ex ᴇᴘ ad quadratum ex ᴘᴛ: & permutando quæ ſit proportio quadrati ex
ᴇᴏ ad quadraturum ex ᴇᴘ proportioni quadrati ex ᴏᴛ ad quadratum ex ᴛᴘ, diuiden- R
doq; quæ ſit proportio quadrati ex ᴏᴘ ad quadratum ex ᴘᴇ proportioni quadrati ex
ᴏᴘ ad quadratum ex ᴘᴛ. ergo quærimus, quodnam ſit quadratum ᴛᴘ quadrato ᴘᴇ.
& quænam linea ᴛᴘ lineæ ᴘᴇ. Sed linea ᴘᴇ eſt æqualis lineæ ᴘɢ, habet autem
comparationem, nam ᴛᴘ maior eſt, quam ᴘᴇ. Quoniam igitur ᴛᴘ maior eſt, quam S
ᴘɢ, hoc eſt, quam ᴘᴇ, habebit ᴏᴘ ad ᴘᴇ maiorem proportionem, quam ᴏᴘ ad ᴘᴛ. 8. quinti.
& ideò quadratum ex ᴏᴘ ad quadratum ex ᴘᴇ maiorem proportionem habebit, quam
quadratum ex ᴏᴘ ad quadratum ex ᴘᴛ. atque eſt quadratum quidem ex ᴇᴏ quadra-
tis ex ᴇᴘ, ᴘᴏ æquale, rectus enim eſt angulus ᴇᴘᴏ quadratum verò ex ᴛᴏ æquale qua-
dratis ex ᴛᴘ, ᴘᴏ, quod angulus ᴛᴘᴏ rectus ſit. quadratum igitur ex ᴇᴏ ad qua- T
dratum ex ᴇᴘ maiorem proportionem habet, quam quadratum ex ᴏᴛ ad qua-
dratum ex ᴛᴘ. & permutando quadratum ex ᴇᴏ ad quadratum ex ᴏᴛ maiorem V
habet proportionem, quam quadratum ex ᴇᴘ ad quadratum ex ᴘᴛ. Itaq; quoniam X
quadratum ex ᴇᴏ ad quadratum ex ᴏᴛ maiorem habet proportionem, quam quadra-
tum ex ᴇᴘ ad quadratum ex ᴘᴛ; & ᴇᴏ ad ᴏᴛ maiorem proportionem habebit, quam

ᴇᴘ ad

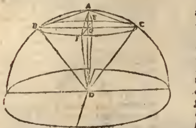
BP ad PT. ac propterea angulus EPS maior erit angulo SPT. ergo circumferentia BS, maior eſt, quam circumferentia SG. Sed circumferentia quidem BS ſimilis eſt circumferentiæ FL, circumferentia verò SG ſimilis circumferentiæ LH, maior igitur eſt circumferentia FL, quam circumferentia LH. quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

A Erit recta linea à puncto D ad B ducta æqualis ei, quæ à puncto D ad M ducitur] *Ex 14. huius.*

B Erit OD ad planum circuli SME perpendicularis, etenim punctum D eſt circuli polus, atque erit centrum circuli SMB in recta linea P, quod ſit P] *Illud demonſtrabimus in hunc modum, quoniam in ſphæricis per ſe demonſtratum non inuenitur.*

Sit ſphæra ABC, cuius centrum D, & in ea circulus BF, CB, cuius polus A, & iungatur AD, circuli plano in G occurrens. Dico AD perpendicularem eſſe ad dictum planum, & per circuli centrum tranſire.



Ducantur enim rectæ lineæ BGC, BGP, & iungantur AB, BD, AE, ED, AC, CD, AF, FD. Quoniam igitur ex definitione poli, rectæ lineæ AB, AE, AC, AF inter ſe æquales ſunt, itemque æquales DA, DB, DE, DC, DF, quod à centro ad circumferentiam ducuntur, erunt triangula BAD, EAD, CAD, FAD æqualia, & ſimilia: ideoque anguli ad A omnes ſunt æquales. ſunt autem duæ BA, AG æquales duabus EA, AG. ergo & baſis BG baſi EG, & reliqui anguli reliquis angulis æquales, quibus æqualia latera ſubtenduntur. angulus igitur AGB eſt æqualis angulo AGE. Eadem ratione, & rectæ lineæ CG, FG, tum inter ſe ſe, tum ipſis BG, EG æquales demonſtrabuntur. & ſimiliter anguli AGC, AGF demonſtrabuntur æquales ipſis AGB, AGE. ergo omnes recti ſunt. Quod cum BG, GC, EG, GF inter ſe ſint æquales: erit punctum G circuli centrum. cum recta linea AG duabus rectis lineis BC, EF ſe mutuem ſecantibus in communi ſectione ad angulos rectos inſiſtat, illa etiam ducto per ipſas plano ad rectos angulos erit. recta igitur linea AD ad planum circuli BF, CE eſt perpendicularis, & ipſius centrum tranſit. quod demonſtrandum propoſuimus.

4. primi.
9. tertij.
4. vndec.

C Et iuncta BM producatur ad T] *Erit recta linea BM communis ſectio circuli SBM, & circuli maximi BEK, MC, quæ vſque eo producatur, quoad plano circuli DXH in puncto T occurrat.*

D Et PG ad T] *Hoc eſt iungantur PO, GT. Græcus codex ſic habet ϰαὶ ἡ ρξ ἐπὶ τὸ τ. ſed legendum puto ϰαὶ ἡ πη ἐπὶ τὸ τ.*

E Iunganturque OH, ORK, PR, RS] *Iuncta OK ſecet rectam lineam BM in puncto R. ſecabit enim eam cum in eodem exiſtat plano, vt dictum eſt.*

F Rurſus quoniam OD eſt in plano circuli DKL, & punctum P in eodem plano erit] *Nam cum punctum O ſit ſphæræ centrum, erit etiam centrum circuli maximi DKL. ergo OD eſt in eius plano. Sed oſtenſum eſt punctum P eſſe in ipſa OD. erit igitur P in plano circuli DKL. Græcus codex. πάλιν ἐπεὶ ἡ οδ ἐν τῷ τῶν δελ ἐπιπέδῳ ἐστι. legendum autem puto δκλ, & ita inferius.*

Cor. primæ ſphæricorum Theod.

G Eſt autem & recta linea ORK in circuli DKL plano: ergo & punctum R. ſed & S. recta igitur linea eſt PRS] *Quoniam enim tria puncta PRS ſunt in duobus planis, videlicet in plano circuli MPS, & circuli DKL, erunt in ipſorum communi ſectione. ergo PRS recta linea eſt, ex 3. vndecimi libri elementorum.*

H Etenim puncta PT ſunt in plano circuli SBM] *punctum namq; P eſt circuli SBM centrum, & punctum T in linea BM producta.*

K Sed & in plano circuli DG, XH] *recta enim linea OPD eſt in plano circul DG, XH, & punctum T in plano eiuſdem circuli producto.*

L Quare & punctum G eſt in eadem planorum ſectione, nempè circuli BSM, & circuli DXH] *Nam linea PG eſt in communi dictorum planorum ſectione, in qua etiam eſt T, ſi plana ipſa extra ſphæram producantur. ergo PGT recta linea erit. Græcus codex ϰαὶ τὸ ὑϕο*

3. vndecimi.

αὐτ

κᾶτ αὐτὴν ἐςὶ τὴν τομὴν τῶν ἐπιπέδων. ſed legendum arbitror. καὶ τὸ ἡ ἄρα κατ' αὐτὴν ἐςὶ τὴν τομὴν τῶν ἐπιπέδων.

Erit & angulus EOK angulo KOX æqualis] *ex 27. tertij libri elementorum.* M

Ergo & proportio BO ad OT eadem eſt, quæ proportio BR ad RT] *ex 3. ſexti elementorum.* N

Sed quoniam quærimus quæ ſit circumferentia FL circumferentiæ LH, videlicet BS ipſi SG] *Hoc eſt quomodo ſe habeat circumferentia FL ad circumferentiam LH, videlicet BS ad SG. Vtrum ne maior ſit, an minor, vel æqualis. Vtitur autem hoc loco Pappus reſolutione quadam, quamquam nouum, & inuſitatum loquendi modum vſurpet. Eius verba hæc ſunt. ἐπεὶ δὲ ζη τῷ τὶς ἡ ζλ περιφέρεια τῆς λθ, τουτέςι ἡ εσ τῆς ση. ſed vide ne corrigendum ſit. ἐπεὶ δὲ ζη τῷ τὶς ἡ ζλ περιφέρεια τῇ λθ, τουτέςι ἡ εσ τῇ ση. ex ijs quæ infra legentur.* O

Quærimus quis ſit angulus BPR angulo RPT] *Hoc eſt quomodo ſe habeat angulus BPR ad angulum RPT, eſt enim circumferentia ES ſimilis circumferentiæ FL, & circumferentia SG circumferentiæ LH ex 10. ſecundi ſphæricorum Theodoſij. ergo vt FL ad LH, ita ES ad SG. ſed vt ES ad SG, ita angulus EPS ad angulum SPG, hoc eſt angulus BPR ad angulum RPT. Vt igitur FL ad LH, ita angulus EPR ad RPT angulum. Græcus codex ζητήσω ἄρα τὶς γωνία ἡ ὑπὸ επρ τῆς ὑπὸ ρπτ. & hoc loco corrigendum puto. ζητήσω ἄρα τὶς γωνία ἡ ὑπὸ επρ τῇ ὑπὸ ρπτ.* P

Quærimus igitur quæ ſit proportio EP ad PT proportioni ER ad RT] *videlicet quæ ſit proportio LP ad PT comparata proportioni ER ad RT: & ita intellige ea, quæ ſequuntur.* Q

Diuidendoque quæ ſit proportio quadrati ex OP ad quadratum ex PE, proportioni quadrati ex OP ad quadratum ex PT] *Quoniam enim anguli EPO, TPO recti ſunt, quadratum ex EO æquale erit quadratis ex EP, PO, & quadratum ex TO æquale quadratis ex TP, PO. quadratum igitur ex EO ſuperat quadratum ex EP quadrato ex PO: & ita quadratum ex TO ſuperat quadratum ex TP eodem ex PO quadrato.* R

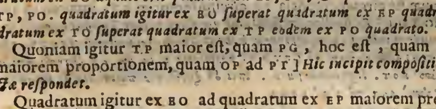
Quoniam igitur TP maior eſt, quam PG, hoc eſt, quam PE, habebit OP ad PS maiorem proportionem, quam OP ad PT] *Hic incipit compoſitio, quæ reſolutioni iam dictæ reſpondet.* S

Quadratum igitur ex EO ad quadratum ex EP maiorem proportione habet, quam quadratum ex OT ad quadratum ex TP,] *Componendo ſcilicet ex 28. quinti elementorum, quam nos addidimus.* T

Et permutando quadratum ex EO ad quadratum ex OT maiorem habet proportionem, quam EP ad PT] *ex 27. eiuſdem libri.* V

Itaque quoniam quadratum ex EO ad quadratum ex OT maiorem habet proportionem, quam quadratum ex EP ad quadratum ex PT, & EO ad OT maiorem habebit, quam EP ad PT, ac propterea angulus EPS maior erit angulo SPT] *Quoniam enim EO ad OT maiorem habet proportionem, quam EP ad PT, & vt EO ad OT, ita ER ad RT, habebit ER ad RT maiorem proportionem, quam EP ad PT. Quod cum ita ſit, erit angulus EPR maior angulo RPT. Illud autem hoc modo demonſtrabimus.* X

Sit triangulum ABC, & in baſi AC ſumatur punctum D, ita vt AD ad DC maiorem proportionem habeat, quam AB ad BC, & iungatur BD. Dico angulum ABD angulo ABC maiorem eſſe.



Fiat enim vt AB ad BC, ita AE ad EC. 27. quin. *cadet E inter A & D. Si enim fieri poteſt, cadat inter D & C. Quoniã igitur AD ad DC maiorem proportionem habet, quã AB ad BC, hoc eſt quam AE ad EC, habebit etiam permutando AD ad AE maiorem proportionem, quam DC ad CE. Sed DC maior eſt quam CE. ergo & AD quam AE multo maior erit, pars, quam totum, quod fieri non poteſt. Cadit igitur E inter A & D. iunctaque BE, erit angulus ABE æqualis angulo EBC. Sed ABD angulus* 3. ſexti. *maior eſt angulo ABE, hoc eſt EBC. ergo angulus ABD angulo DBC multo maior erit. Eodem modo demonſtrabimus ſi AD ad DC minorem proportionem habeat, quam AB ad BC, angulum ABD minorem eſſe angulo DBC.*

Y Maior igitur eſt circumferentia FL, quam circumferentia LH] *Reliquum erat oſtendere ſi BE ſit minor, quam GC, & FL, quam LH minorem eſſe. Sed quoniam illud ex antecedentibus faciè conſtare poteſt, conſulto omiſſum videtur. Cum enim EX minor ſit, quam BB, oſtenditur circumferentiam HL minorem eſſe circumferentia LF.*

THEOREMA XVII. PROPOSITIO XVII.

Sed ſit FL æqualis LH. Dico EK, quam KX minorem eſſe.

27.tertij. Quoniã enim æqualis eſt FL ipſi LH, angulus EPS æqualis erit angulo SPT. pro-
3. ſexti. portio igitur EP ad PT eadem eſt, quæ proportio ER ad RT. Sed cum quæramus quæ
A ſit circumferentia EK circumferentiæ KX. quæremus quis ſit EOK angulus angulo
B KOT. Itaque quæremus, quæ ſit proportio EO ad OT proportioni ER ad RT. At pro-
portio ER ad RT eadem eſt, quæ EP ad PT. quæremus igitur quæ proportio ſit EP
C ad PT proportioni EO ad OT. habet autem comparationem. Quoniam igitur EO ad
D OT maiorem proportionem habet, quam EP ad PT. hoc enim oſtenſum eſt, & vt EP
E ad PT, ita ER ad RT. habebit ER ad RT minorem proportionem, quam EO ad OT. ac propterea angulus EOK minor erit angulo KOT. circumferentia igitur EK minor eſt, quam circumferentia KX. quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIUS.

A Sed cum quæramus quæ ſit circumferentia EK circumferentiæ KX, quæremus quis ſit EOK angulus angulo KOT] *Et hoc loco reſolutione quadam vtitur Pappus quemadmodum ſupra. anguli enim eandem inter ſe proportionem habent quam circumferentiæ ex vltima ſexti elementorũ, &c. Græcus codex.* ἐπεὶ δὲ ζητῶ τί περιφέρεια ἡ ΕΚ τῆς ΚΞ ζητέον ἄρα τί γωνία ἡ ὑπὸ ΕΟΚ τῆς ὑπὸ ΚΟΤ. *legendum puto,* ἐπεὶ δὲ ζητῶ τίς περιφέρεια ἡ ΕΚ τῆς ΚΞ ζητητέον ἄρα τίς γωνία ἡ ὑπὸ ΕΟΚ τῆς ὑπὸ ΚΟΤ.

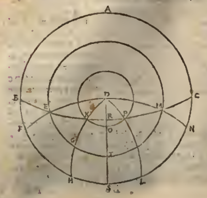
B Itaque quæremus quæ ſit proportio EO ad OT proportioni ER ad RT] *Ex hac enim cognitionem angulorum accipimus, vt ſupra apparuit.*

C Quoniam igitur EO ad OT maiorem proportionem habet, quam EP ad PT] *compoſitio eſt reſolutioni reſpondens.*

D Hoc enim oſtenſum eſt] *in antecedente.*

E Habebit ER ad RT minorem proportionem, quam EO ad OT, ac propterea angulus EOK minor erit angulo KOT] *Ex iis, quæ nos in commentariis antecedentis demonſtrauimus.*

THEOREMA XVIII. PROPOSITIO XVIII.



Secent ſe inuicem duo maximi circuli ABC, BRC, & circuli ABC polus ſit D. deſcribanturque maximi circuli DF, DH, DL, DN. & ſit EX æqualis PM. Dico ſiquidẽ BE ſit æqualis MC, & FH ipſi LN æqualem eſſe. ſi verò ſit maior BE, quam MC, & FH maiorem eſſe, quam LN. Quod ſi minor, minorem eſſe.

Ponatur BE æqualis MC. ergo recta linea a puncto D ad M ducta æqualis

eſt

eſt ei, quæ a puncto D ad E ducitur. quare circulus ex polo D & interuallo vna ipſarum OB, OM deſcriptus, per reliquum punctum tranſibit. deſcribatur, ſitque ETM, & XP bifariam ſecetur in R. & per DR deſcribatur maximus circulus ſ RS. Quoniam igitur EX eſt æqualis PM, & EB æqualis MC, erit tota BX ipſi PC æqualis. & ideo recta linea, quæ a puncto D ad X ducitur, æqualis eſt rectæ lineæ a puncto D ad P ductæ. Itaque ex polo D, interualloque vna ipſarum DX, DP circulus XOP deſcribatur. Et quoniam XO eſt æqualis OP: & XO quidem ſimilis eſt HS, OP vero ſimilis ipſi SL, erit & HS ipſi SL ſimilis. & ſunt eiuſde circuli. æqualis igitur eſt HS ipſi SL. Rurſus quoniam EB eſt æqualis MC, atque eſt FS æqualis SN, & reliqua FH reliquæ NL æqualis erit. B C

COMMENTARIVS.

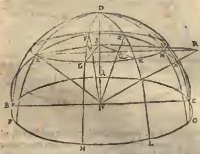
Deſcribanturque maximi circuli DF, DH, DL, DN.] *Ita vt circulus quidem DF ſecet circulum BRC, in E; circulus autem DH ſecet eundẽ in X, & DL in P, & DN in M.* A

Et quoniam XO eſt æqualis OP &c.] *Quomodo hoc ſequatur oſtendimus in commentarijs in 15. huius.* B

Erit & HS ipſi SL ſimilis, &c.] *Similes circumferentiæ dicuntur in diuerſis circulis, nam quæ in eodem circulo ſunt. æquales appellantur, quare breuius concludi poterat in hunc modum. Quoniam XO eſt æqualis OP, atque eſt XO ſimilis ipſi HS, & OP ſimilis ipſi SL, erit & HS ipſi SL æqualis.* C

THEOREMA XIX. PROPOSITIO XIX.

Ponatur eadem figura. Sit autem BE maior, quam CX, & EY æqualis XZ: deſcribaturque per DZ circulus maximus DZ, KL. Dico FH maiorem eſſe, quam LO.



Conſtruatur .n. figura ſimiliter atque ſupra. Et quoniam angulus EPT æqualis eſt QPK, erit vt quadratum ex RP ad quadratum ex PB, ita rectangulum TRQ ad rectangulũ QET. Sed cum quæramus quæ ſit circumferentia FH circuferentiæ LO, hoc eſt circumferentia EG ipſi KV, quęręmus quis ſit angulus EST angulo QSR. ergo quæremus quæ ſit proportio quadrati ex ES ad quadratum ex SR, proportioni rectanguli QET ad rectangulum TRQ hoc eſt proportioni quadrati ex EP ad quadratum ex PR. habet autem comparationem. atque eſt proportio quadrati ex EP ad quadratum ex PR maior proportione, quam habet quadratum ex ES ad quadratum ex SR: hoc enim ſimiliter, vt ſupra oſtendemus. Sed vt quadratum ex EP ad quadratum ex PR, ita rectangulum QET ad rectangulum TRQ. quare QET rectangulum ad rectangulum TRQ maiorem proportionem habet, quam quadratum ex ES ad quadratum ex SR. ideoque angulus ESR maior eſt angulo QSR. Circumferentia igitur FH, quam circumferentia LO maior erit. A B C D E A 14.huius. F

COMMENTARIVS.

Conſtruatur enim figura ſimiliter atque ſupra.] *Ponatur CM æqualis EB. erit recta linea a puncto D ad E æqualis rectæ ab eodem puncto D ad M: & circulus ex polo D, interualloque vna ipſarum DE, DM deſcriptus per alterum punctum tranſibit, qui ſit EGKMV.* A

deinde per D Y *maximus circulus* D Y G H *deſcribatur, & per* D X *deſcribatur* D V X O. *centrum autem ſphæræ ſit* P. *quare ducta* P D *perpendicularis eſt ad planum circuli* E G K M V, *& per eius centrum, quod ſit* S *tranſibit, vt nos proximè demonſtrauimus. Iungatur* E M, *& producatur quouſque plano circuli* D V X O *in puncto* R *occurrat. erit* E M *communis ſectio maximi circuli* E B Y Z X C, *& circuli* E G K M V. *Iungatur præterea* P E, P Y, P Z, P X, *ita vt* P Y *ſecet rectam lineam* E M R *in* T, *&* P Z *eandem ſecet in* Q. *denique iungantur* S E, S T, T G, S Q, Q K, S V, V R. *eodem modo, quo ſupra demonſtrabimus* S T G, S Q K, S V R *rectas lineas eſſe, cum ſint communes ſectiones plani circuli* E G K M V, *& circulorum maximorum* D Y G H, D Z K L, D V X O.

B Et quoniam angulus E P T æqualis eſt angulo Q P R] *Ex 37. tertij elementorum, etenim angulus* E P T *circumferentiæ* E Y *inſiſtit, & angulus* Q P R *inſiſtit circumferentiæ* Z X.

C Erit vt quadratum ex R P ad quadratum ex P E, ita rectangulum T R Q ad rectangulum Q E T] *Ex 12. huius.*

D Sed cum quærimus, quæ ſit circumferentia F H circumferentiæ L O, hoc eſt circumferentia E G circumferentiæ K V] *Eſt enim circumferentiæ* E G *ſimilis circumferentiæ* F H, *& circumferentia* K V *ipſi* L O. *Græcus codex.* καὶ ἐπεὶ ζητῶ τί ἡ ζθ περιφέρεια τῆς λο, τουτέστιν ἡ εη τῆς κφ. *ſed legendum arbitror.* καὶ ἐπεὶ ζητῶ τίς ἡ ζθ περιφέρεια τῇ λο, τουτέστιν ἡ εη τῇ κφ. — in 2. Sph. Theodoſ.

E Quæremus quis ſit angulus E S T angulo Q S R] *Angulus enim* E S T *circumferentiæ* E G *inſiſtit, & angulus* Q S R *inſiſtit circumferentiæ* K V. *Græcus codex* ζητήσω ἄρα τί γωνία ἡ ὑπὸ ε σ τ γωνίας τῆς ὑπὸ χ σ ρ. *legendum puto* ζητήσω ἄρα τίς γωνία τῇ ὑπὸ χ σ ρ.

F Ideoque angulus E S T maior eſt angulo Q S R] *Ex 13. huius.*

THEOREMA XX. PROPOSITIO XX.

Sit F H æqualis L O. Dico E Y, quam Z X minorem eſſe.



Quoniam enim circumferentia F H eſt æqualis circumferentiæ L O, & E G circumferentia circumferentiæ K V æqualis erit, nam ſimilis eſt circumferentia F H circumferentiæ E G, & circumferentia L O ipſi K V. ergo & angulus E S T angulo Q S R eſt æqualis, ac propterea quadrati ex E S ad quadratum ex S R proportio eadem eſt, quæ proportio rectanguli Q E T ad rectangulum T R Q. — 12. huius

A Quoniam igitur quærimus, quæ ſit circumferentia E Y circumferentiæ Z X, quærimus quis ſit angulus E P T angulo Q P R. ego quæremus, quæ ſi proportio quadrati ex E P ad quadratum ex P R. proportioni rectanguli Q E T ad rectangulum T R G, hoc eſt quadrati ex E S ad quadratum ex S R. habet autem compara-
B tionem. Itaque cum quadratum ex E P ad quadratum ex P R maiorem proportionem habeat, quam quadratum ex E R ad quadratum ex S R, hoc eſt quam rectangulum Q E T ad rectangulum T R Q habebit rectangulum, Q E T ad rectangulum T R Q mino-
C rem proportionem, quam quadratum ex E P ad quadratum ex P R. quare angulus E P T minor eſt angulo Q P R. circumferentia igitur E Y, quam circumferentia Z X minor erit.

COMMENTARIVS.

A Quoniam igitur quærimus, quæ ſit circumferentia E Y circumferentiæ Z X quærimus quis ſit angulus E P T angulo Q P R] *Græcus codex corruptus eſt, & mancus, quem ita reſtituemus* ἐπεὶ δὲ ζητῶ τίς ἡ εν τῇ ψξ, ζητήσω ἄρα τίς γωνία ἡ ὑπὸ ε π τ τῇ ὑπὸ χ π ρ,

B Itaque cum quadratum ex E P ad quadratum ex P R maiorem proportionem habeat, quam

quam quadratum ex ES ad quadratum ex SR] *Conſtat hoc ex ijs, quæ demonſtrata ſunt in 16. huius.*

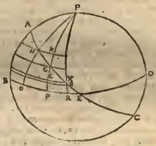
Quare angulus EPT minor eſt angulo QPR] *Ex 13. huius.* C

THEOREMA XXI. PROPOSITIO XXI.

His præmiſsis demonſtrabimus id, ad quod hæc aſſumpta ſunt.

Si in circumferentia maximi circuli ſit polus parallelorum, & hunc duo circuli maximi ad rectos angulos ſecent, quorum alter quidem ſit parallelorum vnus, alter vero obliquus ad parallelos. A circulo autem obliquo æquales circumferentiæ aſſumantur deinceps ad eaſdem partes maximi parallelorum. perque diuiſionum puncta, & per polum maximi circuli deſcribantur, abſcindent hi inæquales circumferentias maximi parallelorum, & quæ maximo circulo primum poſito propinquior eſt, ſemper remotiore erit maior. A

Hoc loco nonnulli arbitrantur apponi ad rectos angulos, quoniam & in præcedenti theoremate demonſtratur ex ijs, quæ in ſphærica aſſumuntur, apponi oportere ad rectos angulos.



Si enim exponamus circulum ABED qui per polos ſphæræ tranſit, & duos maximos circulos BED, ABC ipſum ſecantes, quorum BED quidem ſit vnus parallelorum, ABC vero ad parallelos obliquus: deinde a circulo ABC æquales circumferentias abſcindamus FG, GH: & per puncta FGH parallelos ipſi BED deſcribamus, non omnino ſecabunt circumferentiam AB, niſi ſit AE non maior quadrante. Præterea oſtenditur in ſphærici apponi ad rectos angulos, vt ſit quadrantis circumferentia. alij autem apponi arbitrantur ad rectos angulos in ſexto theoremate, propterea quod, vt inquiunt, per præcedens demonſtratur. ibi vero vtile eſt ad rectos angulos, quod valde eſt inuſitatum. dicet enim aliquis nequaquam per præcedens theorema, vbi vtile eſt hoc apponi, demonſtres, ſiquidem & alia demonſtratio, quæ præcedente non vtitur, propoſitum oſtendit. aliqui vero exiſtimant ob hoc apponi, deſcribentes enim parallelos circulos, & ponentes ipſi KG æqualem KL; perque L parallelum circulum LX deſcribentes, ita argumentantur. Quoniam ABC, BED circulum ABCD ad rectos angulos ſecant, erit BE quadrantis circumferentia. ergo LX minor eſt quadrante proprij circuli, vt dicant. Quoniam igitur in circuli XL recta linea, quæ incipit a puncto X recta portio inſiſtit XL, & quæ ipſi continuata eſt, diuiditurque inſiſtens portionis circumferentia in partes inæquales ad L, atque eſt minor, quam dimidia erit recta linea, quæ a puncto X ad L ducitur, omnium minima. ad hoc putant vtile eſſe illud, ad rectos angulos, vt XL minor ſit, quam dimidia inſiſtentis portionis. quod eſt abſurdum. ſiue enim ſit maior quam dimidia, ſiue minor; ſiue dimidia, quod propoſitum eſt contingit. Nam ſi in circulo, vt FH ducatur recta linea diametro parallela, quemadmodum communis ſectio circulorum PX, LX, quæ incipit à puncto X, parallela ei, quæ à puncto H incipit, & in ipſa portio inſiſtat, vt XL, ſumaturque in portione quoduis punctum, vt L: recta linea ab L ad X ducta minor eſt omnibus, quæ ab L ducitur ad circumferentiam, quæ inter diametrum, & ipſi parallelam interijcitur, pertingunt: vt mox demonſtrabimus. quare non propter hoc appoſiti ſunt circuli ad rectos angulos. Sed quoniam contingit, quando AB ſit quadrantis circumferentia, maiorem omnino fieri OP, quam PR, quando autem maior, vel minor, interdum quidem maiorem fieri OP, quam PR, interdum minorem, interdum vero ipſi æqualem, hoc enim deinceps oſtendetur.

COMMENTARIVS.

A Si in circumferentia maximi circuli ſit polus parallelorum, & hunc duo maximi circuli ad rectos angulos ſecent, quorum, &c.] *Hoc eſt ſextum theorema tertij libri ſphæricorum Theodoſij. ſed in Græco codice deſiderantur ea verba* πρὸς ὀρθὰς, *non enim Pappus negat hæc apponi, ſed longe alia ratione, atque nonnulli arbitrati ſunt.*

THEOREMA XXII. PROPOSITIO XXII.

Oſtendendum autem nunc ſit lemmation, quod in ipſum aſſumitur.



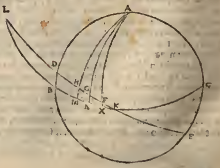
Sit ABC circulus, cuius diameter BC, & huic parallela ducatur DE in ipſo vero DB inſiſtat circuli portio ad circulum ABC recta, in qua ſumatur punctum F, & DF iungatur. Dico FD non ſolum minimam eſſe rectarum linearum, quæ a puncto F ad circumferentiam DB pertingunt, ſed etiam ſi ducantur diametri BHK, DHL, minimam eſſe earum, quæ pertingunt ad circumferentiam DK. Ducatur enim recta linea quædam FN, & a puncto F ad

38. vndec. ſubiectum planum perpendicularis agatur, cadet ea in communem planorum ſectionem: cadat vt FM, & MN iungatur. Itaque quoniam quærimus, ſi FN maior ſit, quam FD, quæremus, ſi quadratum ex NF ſit maius quadrato ex FD. Sed quadrato quidem ex NF æqualia ſunt quadrata ex NM, MF. quadrato autem ex FD æqualia ſunt quadrata ex DM, MF. Dico igitur NM maiorem eſſe, quam MD. iungatur MH, & ad puncta XA producatur. erit AX

5. tertij. circuli ABC diameter. atque erit, MX maxima, minima vero MA, & quæ centro propinquior eſt, remotiore erit maior. ergo MN maior eſt, quam MD.

THEOREMA XXIII. PROPOSITIO XXIII.

His præmonſtratis oſtendendum ſit theorema, quando per polum, & per abſciſſas à circulo obliquo æquales circumferentias circuli deſcribuntur.



In ſphæra enim maximum circulum ABC duo circuli maximi BC, DE ad rectos angulos ſecent, quorum BG quidem ſit vnus parallelorum, DE vero ad parallelos obliquus, abſcindanturque æquales circumferentiæ FG, GH, & polus parallelorum ſit A, & maximi circuli AM, AN, AX, deſcribantur. Oſtendendum eſt circumferentiam MN circumferentia NX maiorem eſſe, appoſitum eſt ad rectos angulos vt fiat problema. compleantur circuli BC, DE ad L. & cum KD ſit circum-

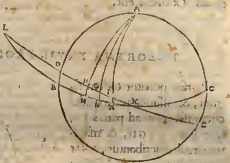
ferentia

ferentia quadrantis, ſed & DI; erit LH maior, quam FK. Quoniam igitur duo circuli maximi OBL, BDL ſe mutuo ſecant, & circuli CBL polus eſt A; deſcribunturq; maximi circuli AM, AN, AX; & FH maior eſt, quam FK, & HG æqualis GF; erit & MN quam NX maior ex ijs, quæ ante demonſtrata ſunt atque illud eſt, quod oſtendere oportebat.

THEOREMA XXIV. PROPOSITIO XXIV.

Itaque dico ſi non apponatur ad rectos angulos, non fieri ea, quæ in propoſitione continentur.

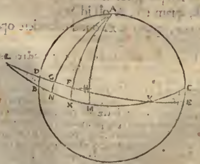
Ponatur eadem, & ſit KD quadrante minor. fiet & hoc pacto problema. abſcindantur enim æquales circumferentiæ FG, GH & circuli AM, AN, AX deſcribantur. Quoniam igitur KD minor eſt quadrante, ſemicirculi autem KL: erit LD quadrante maior. maior igitur eſt LH, quam KF. & ideo MN maior, quam NX. quod oſtendendum fuerat.



16. huius

THEOREMA XXV. PROPOSITIO XXV.

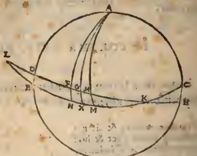
Ponatur eadem figura, vt ſit KD maior quadrante: ſit autē quadrans KF. erunt abſciſsæ circūferentiæ æquales, ſiue aſſumatur ex vtraq; parte ipſius F, ſiue ad partes FD, ſiue ad partes FK. aſſumantur enim ex vtraq; parte ipſius F, & ſint GF, FH deſcribanturque maximi circuli, & circuli BC, ED compleantur. Itaque quoniam ſemicirculi eſt KL, & KF quadrantis, & reliqua LF quadrantis erit. æqualis igitur LF ipſi FK; quarum GF eſt æqualis FH. ergo reliqua LG reliquæ HK, ac propterea NX ipſi XM eſt æqualis. quare ſi KD maior ſit quadrante, & ſit quadrantis KF: ex vtraque autem parte ipſius F æquales circumferentiæ aſſumantur, non fiet problema.



THEO-

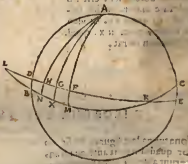
THEOREMA XXVI. PROPOSITIO XXVI.

Sed ponatur eadem figura, ſitque quadrantis K F, & æquales circumferentiæ aſſumantur F G, G H ad partes D F, & maximi circuli deſcribantur. Quoniam igitur K F quadrantis eſt circumferentia, erit K F maior, quam L H. ergo & X M quam N X maior erit.



THEOREMA XXVII. PROPOSITIO XXVII.

Rurſus ponatur eadem figura, & aſſumantur æquales circumferentiæ ad partes F K, quæ ſint F G, G H, & maximi circuli deſcribantur, A H M A P N, A G X. quoniam igitur quadrantis eſt K F, ſed & F L quadrantis, erit L F æqualis F K. quarum H G eſt æqualis G F, reliqua igitur K H minor eſt, quam L F, & ob id M X minor, quam N X. quod oſtendere oportebat.



Itaque demonſtratum eſt, ſi circuli ad rectos angulos ſe mutuo ſecent, omnino fieri ea, quæ in propoſitione continentur, ſi vero non ſecent ſeſe ad rectos angulos; & ſit K O minor quadrante, rurſus omninò eadem, quæ ſunt in propoſitione, contingent, quod ſi K D ſit quadrante maior, non omnino, ſed ſi conſtituamus K H quadrantem, & circumferentiæ aſſumptæ ęqualiter diſtent a puncto H; maximi circuli deſcripti æquales circumferentias intra ſeſe comprehendent. Si vero æquales circumferentiæ in H D aſſumantur circuli per polos deſcripti eam quæ propinquior eſt circulo a principio poſito, faciet remotiore minorem, quod ſi circumferentiæ aſſumantur in H K, continget id, quod in propoſitione continetur, hoc eſt circuli per polos deſcripti abſcindent eam, quæ propinquior eſt maximo circulo a principio poſito, remotiore maiorem, quare ſi circuli non ſeſe ad rectos angulos ſecent, continget illud quidem; quod in propoſitione, non omnino autem, niſi circumferentiæ in H K aſſumantur.

Quoniam tres ſolæ differentiæ poſitionis circulorum maximorum in ſphæra conſiderantur, vel enim oportet ipſos rectos eſſe ad axem, vel polos ſphæræ, vel ad axem inclinatos, in tribus his demonſtrationes facit Autolycus.

Et quoniam primum, ſecundum, & tertium theorema in prædictis tribus poſitionibus circulorum contemplatur, idcirco vniuerſe in ipſis totam ſphæram comprehendit. ſiue enim maximum circulum rectum ad axem ponamus, omnia puncta, quæ ſunt in ſuperficie ſphæræ, ſphæra ipſa conuerſa, circulos parallelos deſcribunt, eoſdem, quos

ſphæra

ſphæra polos habentes, & rurſus in æquali tempore ſimiles circumferentias parallelorum, puncta pertranſeunt; & quas circumferentias pertranſeunt in æquali tempore, ipſæ ſimiles ſunt, ſiue rurſus per polos ſphæræ, vel obliquum ad axem ponamus hæc eadem contingent. Quapropter in tota ſphæra demonſtratione facit in his theorematibus. Quartum autem theorema vni tantum poſitioni congruit, quando maximus circulus rectus ſit ad axem. nempe omnia puncta, quæcumque in ſphæra ſumuntur, neque oriri, neque occidere, quod & characteriſticum eſt, & proprium huius poſitionis.

Quintum Theorema, & ipſum characteriſticum eſt, & proprium poſitionis, quæ per polos ſphæræ. in nulla enim alia duarum poſitionum, omnia quæ ſunt in ſuperficie ſphæræ puncta & occidunt, & oriuntur, præter quam in hac ſola.

Sextum theorema characteriſticum eſt, & ipſum reliquæ poſitionis, videlicet obliquæ ad axem. nulla enim aliarum poſitionum habet maximum circulum contingentem duos circulos æquales, & parallelos, quorum alter eſt in apparenti hemiſphærio ſemper apparens, alter vero in occulto ſemper occultus. nam contingit quidem omnis circulus maximus in ſphæra duos circulos æquales, & parallelos ſed non ſemper apparentes, neque ſemper occultos. per pulchre igitur, & optima ratione Autolycus vniuerſalia theoremata præmittens, deinceps propria, & characteriſtica dictarum poſitionum explicat, quæ ſcilicet in vnaquaque particulatim fieri contingit; & reliqua, quæ communia ſunt, theoremata, & quæ in vna ſola poſitione ſeruantur, ſed & in ſecundo deinceps ordine ponit. Mox igitur ſeptimum theorema ſeruatur tum in recta poſitione, quæ eſt per polos, tum in obliqua ad axem. oſtendimus enim nos, quomodo theorema ſeruari poſſit in poſitione, quæ eſt per polos. in reliqua autem poſitione ſeruari minime poteſt. quod neque oriantur, quæ illic ſunt, neque occidant. Octauum theorema dicitur in ſola obliqua ad axem poſitione. in poſitione enim, quæ eſt per ſphæræ polos, quæ ſimul oriuntur puncta ſimul etiam occidunt: & quæ ſimul occidunt, ſimul oriuntur, ſiquidem illic omnes circuli ſecantes horizontem, ab ipſo bifariam ſecantur, & ſemicirculos ſupra horizontem, & ſub horizonte habent, quamobrem ſimul orientia, ſimul etiam occidunt; & è contrario. Similiter, & nonum theorema in eadem poſitione ſola aſſumit. vult enim circulos ipſum contingentes nullum alium contingere, niſi eum, qui ſemper apparet. Decimum vero, & in poſitione, quæ eſt per polos, & in obliqua ad axem ſeruatur. ſed ipſe tantum mentionem facit demonſtrationis, quæ fit in obliqua poſitione. nos autem oſtendimus etiam in illa poſitione ſeruari. In recta quidem ad axem diximus quomodo qui tranſit per polos ſphæræ non erit bis rectus ad horizontem, ſed ſemper rectus. In vndecimo theoremate difficiliorem poſitionem aſſumpſit, videlicet obliquam ad axem, cum dicat obliquus exiſtens ad axem, & maiores contingit, quam qui a principio contingebat, ſciens poſitionis per polos, quam ipſe omiſit, facilem eſſe demonſtrationem. oſtendimus enim nos, quomodo etiam in illa poſitione, ſecundum omnem horizontis locum, inter parallelos, quos contingit interiectum, ortus & occaſus efficit. In duodecimo theoremate perſpicuum eſt ipſum ſolum obliquæ poſitioni accidere, & congruere. Sed, & illud non ignorare oportet, maximos quidem circulos ad axem rectos plures eſſe non poſſe, ſed vnus tantum, & vnius. per polos autem ſphæræ, & obliquos ad axem eſſe infinitos, & qui per polos ſphæra omnes ſphæræ conuerſa ſibi ipſis congruunt: obliqui autem omnes non item, niſi qui eundem parallelum contingunt. parallelus autem eoſdem, quos ſphera polos habet, atque eſt ad axem rectus. Numquid igitur propter hoc, & Autolycus incipiens exponere, quæ conſequuntur propria, & characteriſtica vnicuique poſitioni, a ſimpliciſſima, & prima eſt orſus. ipſa autem eſt, quæ maximum circulum habet ad axem rectum. vnica quidem eſt hæc poſitio, vt diximus, & mutationem nullam recipit. poſt hanc ordine ſimpliciorem expoſuit, quæ eſt per polos ſphæræ, ſecundum quam diximus, infinitos circulos per ſphæræ polos deſcribi poſſe, omnes ſibi ipſi congruentes, propterea quod poli ſtabiles, & immutabiles ſunt. alia autem poſitio habet hoc quidem in aliquibus, vt diximus, in aliquibus, vero non habet. hanc igitur tertiam in ordine poſuit: aliam autem in ſecundo loco conſtituit. Hæc igitur dicta ſunt ratione argumenti.

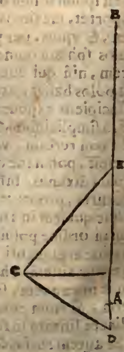
Quæritur autem in hoc libro, quomodo ſoluere neceſſarium eſt, quomodo puncta, quæ non ſunt intra axem, ſed in ſuperficie ſphæræ circulos deſcribant ſimul cum ſphæra conuerſa. Si enim puncta ſtarent, & non ſimul cum ſphæra conuertentur, veriſimile eſſet dicere lineam in ſuperficie ſphæræ factam ab aliquo puncto, circuli circumferentiã eſſe. Si autem rurſus & ſphæra conuerteretur, & punctum æqualiter ferretur, in ipſa

ſimul conuerſum, derelictum quidem, vel ſenſim excurrens ad eaſdem partes ſphæræ, & ſic haberet aliquã rationem. derelictum enim a ſphæra neceſsario loco permutans, continuitate quadam lineam gigneret in ſuperficie ſphæræ. Senſim vero excurrens eadem ratione circulum deſcribere poſſet. Sed neque derelictum, neque ſenſim excurrens, ſemper autem eundem locum in ſphæra tenens, ipſa conuerſa admirabile forte videatur, quomodo circulum deſcribat. neceſſe enim eſt eum, qui deſcribit, circa ſtabile aliquod deſcribere. Si autem id, circa quod deſcribit, non ſtat, deſcribere quomodo poſſit. omnia igitur puncta, quæ in ſphæra ſunt, ipſa conuerſa non ſtant. ſolus autem ſtat axis. & a puncto, quod ſemper fertur, ad ſtantem perpendicularis actu cum axe conuenit, videlicet in puncto. quare neceſſe eſt punctum, in quo rectæ lineæ conueniunt, ſtare: quoniam & ipſe axis. & cum punctum quidem in axe ſit, perpendicularis autem actu ſit in ſphæra. ſphæra ipſa conuerſa ſimul circumagere recta linea vna cum ſolido termino, qui eſt in ſuperficie ſphæræ. ſtat autem punctum in axe. neceſſe igitur eſt circumacta hac recta linea ſimul cum ſphæra, quatenus quidem ſphæra fertur mota: quatenus vero terminatur ſtante, & non mutante terminos, ipſam in plano ferri. ſtat autem illud planum, in quo fertur, & non alibi eſt, quam in ipſa ſphæra. Itaque quoniam planum ſtabile ponitur, in quo fertur dicta linea, & in ipſo ſumuntur duo quæuis puncta, videlicet lineæ motæ termini, & quod eſt ad axem, & quod eſt ad ſuperficiem ſphæræ. fieri autem poteſt, vt in plano omni centro, & interuallo dato circulus deſcribatur; centro quidem puncto, quod eſt in axe, interuallo autem puncto, quod in ſuperficie ſphæræ circulus deſcriptus in plano deſcribetur, in quo fertur dicta linea. punctum igitur in axe ſtans cauſa fuit, cur circulus a puncto, quod eſt in ſuperficie ſphæræ deſcriberetur quippe quod niſi aliquo ſtante deſcribi non poſſet. quare non poteſt problema effici, niſi perpendicularis ad axem ſtantem actu ſit. præterea & illud ſciendum eſt, quando perpendicularem agit ad axem, & planum quod per axem, & perpendicularem ducitur, producit tamquam in ſphæra manente hoc efficiens, neque enim conuerſa ſphæra perpendicularis ad axem agi poteſt. oportet namque prius planum ſupponere, vt cum in eo exiſtat recta linea, & quod vis punctum, a puncto ipſo perpendicularis ad rectam lineam agatur. puncto autem lato in conuerſione ſphæræ, atque ad innumerabilia plana accidente, & ſtante recta linea, non poteſt ad ipſam agi perpendicularis. Sed quando punctum ſtet, & recta linea, tunc ipſis in plano intellectis, poterit a puncto ad rectam lineam perpendicularis duci.

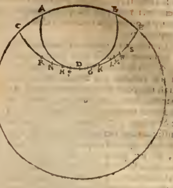
THEOREMA XXVIII. PROPOSITIO XXVIII.

At vero perpendicularem a quouis puncto eorum, quæ ſunt in ſphæra, ad axem ductam, intra ſphæram cum ipſo conuenire ſic demonſtrabitur.

Sit enim ſphæra, cuius axis A B, poli autem A B puncta: & ſumatur in ſuperficie ſphæræ quoduis punctum C, ducaturque ad A B perpendicularis. Dico ipſam cum A B intra ſphæram conuenire. non enim, ſed ſi fieri poteſt, conueniat cum ipſa extra in puncto D: ſitque C D ad A B perpendicularis, & ſumatur ſphæræ centrum E, & E C iungatur. Quoniam igitur punctum E eſt ſphæræ centrum, erit C E qualis E A ergo D E, quam E C eſt maior, & cum triangulum ſit E C D & D E maior, quam E C, erit angulus E C D maior angulo E D C. Sed E D C eſt rectus: angulus igitur E C D maior eſt recto. ac propterea trianguli E C D duo anguli duobus rectis ſunt maiores: quod fieri non poteſt. non igitur a puncto C ad A B perpendicularis ducta extra ſphæram cum ipſa conuenit. Similiter oſtendemus neque conuenire ad axis terminos, videlicet ad A B. ergo conueniet intra ſphæram: perpendicularis igitur a puncto C ad A B ducta intra ſphæram cadit, quod demonſtrare oportebat.



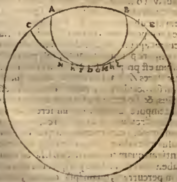
In quar-



In quarto theoremate Theodoſius falſo exponitur. Cum enim demonſtraſſet diem NH maiorem eſſe die MP, ſimiliter exiſtimatur demonſtrare, noctem, quæ præcedit diem NH, eſſe minorem nocte inſequente diem MP. Sit enim ante ortum N occaſus R, & ipſi RN æqualis ponatur PS, & ſit facta ratio in ſubiecta figura. Siquidem igitur minor eſſet NH quam MP, fieret, & tota ND, quam tota DP minor, & comparationes æqualium circumferentiarum NR, PS, ſimiliter perficientur. Nunc autem quoniam minor eſt HD, quam DM, maior autem HN, quam MP, non conſtat, & totam DN, tota DP minorem eſſe. poteſt enim, & æqualis fieri, & maior. At non exiſtente minori ND non adhuc poterimus dicere circumferentiam NR in minori tempore occultum hemiſphærium permutare, quam PS. oportebat igitur Theodoſium prius oſtendere circumferentias compoſitas noctium, ac dierum in parte DC ſemper minores eſſe circumferentijs compoſitis in parte DB. & ita inferre. reliqua etiam ſimiliter eadem oſtendi, & in ſubiecta figura.

THEOREMA XXIX. PROPOSITIO XXIX.

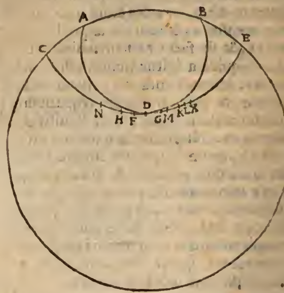
Nos autem à Theodoſio omiſſum aſtronomico more oſtendimus in hunc modum.



Oriatur enim Sol ad F, occidat autem ad G. fitque minor DF, quam DG. & rurſus ſit H occaſus, qui præcedit ortum F. & ſit N ortus præcedens occaſum H. Sit præterea ortus K poſt occaſum G, & occaſus L poſt ortum K. & ſit nox quidem FH minor nocte GK, dies autem HN die KL maior. Dico totam DN noctem tota DL minorem eſſe. Nam ſi non ita ſit, vel æqualis erit, vel maior. Sit primum æqualis. Itaque quoniam minor eſt DF, quam DG, & FH, quam GK, erit tota DH minor, quam tota DK. Sit ipſi DH æqualis MD, eſt autem, & tota ND toti DL æqualis. ergo reliqua HN eſt æqualis reliquæ ML. Cum igitur Sol oriens ad N, occidat ad H in quo tempore Sol circumferentiam HN per tranſit, ipſa HN permutat apparens hemiſphærium. in æquali autem tempore Sol pertranſit HN, & ipſi æqualem ML, ergo in æquali tempore Sol pertranſit ML, & HN apparens hemiſphærium permutat. Sed in æquali tempore HN apparens hemiſphærium permutat, & ipſa ML; æquales enim ſunt, ab æſtiuo contactu æqualiter diſtantes. In æquali igitur tempore Sol pertranſit ML, & ML apparens hemiſphærium permutat. At Sol quidem pertranſit ML in eodem tempore, in quo vtramque MK, KL pertranſit. ML vero permutat apparens hemiſphærium, in quo MK oritur, & KL apparens hemiſphærium permutat. ergo in æquali tempore Sol vtramque MK, KL pertranſit, & MK quidem oritur, KL vero permutat apparens hemiſphærium. quorum tempus in quo Sol pertranſit KL eſt æquale tempori, in quo KL apparens hemiſphærium permutat; oritur enim Sol ad K, & occidit ad L. reliquum

igitur tempus, in quo Sol pertranſit MK æquale eſt tempori, in quo MK oritur. hæc autem fieri non poteſt. quamcumque enim circumferentiam ſol in maiori tempore percurrit, quam ipſa oriatur, vel occidat; quod deinceps oſtendemus. non igitur ND eſt æqualis DL.

Sit rurſus ND, quam DL maior, & ipſi DN ponatur æqualis DX. poſita autem eſt, & DH ipſi DM æqualis. ergo reliqua HN reliquæ MX æqualis erit, & in æquali tempore Sol pertranſit HN, & HN apparens hemiſphærium permutat. in quo autem tempore Sol pertranſit HN, in hoc & ipſam MX: & in quo HN apparens hemiſphærium permutat, in hoc & MX. In æquali igitur tempore Sol pertranſit MX, & MX permutat apparens hæmiſphærium. Sed Sol quidem pertranſit circumferentiam MX in eodem tempore, in quo vnamquamque circumferentiarũ MK, KL, LX pertranſit. Circumferentia igitur MX permutat apparens hemiſphærium in eodem tempore, in quo MK oritur, KL hemiſphærium permutat, & LX

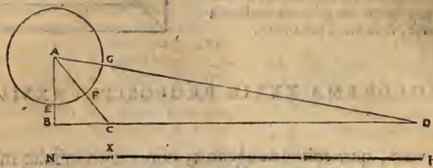


occidit, tempus autem in quo Sol pertranſit KB eſt æquale tempori, in quo KL apparens hemiſpherium permutat. reliquum igitur tempus, in quo Sol pertranſit MK æquale eſt tempori, in quo MK oritur. & tempus, in quo pertranſit LX eſt æquale tempori, in quo LX occidit, quod fieri non poteſt; ſiquidem omnem circumferentiam Sol in maiori tempore percurrit, quam ipſa oriatur, vel occidat. quare ND non eſt maior, quam DL. oſtenſum autem eſt neque eſſe æqualem. ergo ND quam DL minor erit. ſimiliter oſtendemus etiam in iis, quæ ſequuntur. Itaque his ante demonſtratis, & Theodoſij demonſtratio procedit, quemadmodum diximus.

At vero omnem circumferentiam in maiori tempore Solem pertranſire, quam ipſa oriatur, vel occidat, nunc oſtendemus. videbitur autem hoc aliquibus manifeſtum eſſe, & demonſtratione non indigere. Quoniam enim Sol in anno circulum percurrit; ipſe autem circulus in nocte, & die oritur, fit tempus, in quo Sol circulum percurrit, multiplex temporis eius, in quo Sol oritur. Itaque cum in maiori tempore Sol circulum percurrat, quam ipſe circulus oriatur, & particulares circuli circumferentias Sol in maiori tempore percurret, quam ipſę circumferentię oriantur, vel occidant. quare manifeſtum eſt propoſitum, & maiori conſideratione non indiget, ad quod dicendum eſt, ſi particulares Zodiaci circumferentiæ, quare æquales ſunt, inæquali tempore orirentur, vel rurſus occiderent, manifeſtum nobis eſſet, quod dicitur. æqualiter enim oriretur circulus, & ſic tempora inter ſe compararentur, quoniam, & ſol æqualiter motus in æquali tempore æquales circumferentias percurrit. Nunc autem Sole æqualiter percurrente circulum, & in ipſo circulo inæqualiter ortus, & occaſus faciente, nobis dicere non licebit, cum tempus, in quo Sol percurrit circulum maius ſit tempore, in quo circulus ipſe oritur, maius eſſe tempus particulare, in quo Sol aliquam permeat circumferentiam, quam tempus in quo illa circumferentia & oritur, & occidit. Quibus ita ſe habentibus non adhuc perſpicuum eſt, omnem circumferentiam in maiori tempore Solem percurrere, quam ipſa oriatur, vel rurſus occidat. Vnde autem quoniam non contingit, vt Sol quidem totum circulum percurrat in maiori tempore, quam ipſi circulus oriatur, tempora autem particularia, in quibus Sol vnamquamque circumferentiam circuli percurrit, minora ſint temporibus particularibus, in quibus vnaquæque circuli circumferentia oritur. Illud enim in aliquibus motibus fieri non poſſe ex hoc conſtat.

THEO-

THEOREMA XXX. PROPOSITIO XXX.



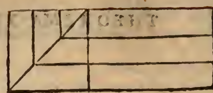
Sit triangulum orthogonium A B D, rectum angulum habens ad B. & circa centrum A B
A deſcribatur circulus. deinde exponatur recta linea quædam G H ipſi B D æqualis; &
punctum quidem N æqualiter latum pertranſeat N H in horis decem; punctum autem
B in quo ſcilicet A B occurrit B D, pertranſeat ipſam B D in hora vna: ſeceturque cir-
cumferentia B G bifariam in F: & iuncta A F in C producatur. Quoniam igitur in quo
quidem tempore punctum B pertranſit B G in hoc punctum B pertranſit B D; in quo
autem B pertranſit E F, in hoc & B ipſam B C; atque eſt tempus, in quo B pertran-
ſit B G duplum temporis, in quo pertranſit E F; erit, & tempus, in quo B pertranſit
B D, temporis, in quo pertranſit B C, duplum, ſed B pertranſit B D in hora vna. ergo vltima
& B, ipſam B C in dimidia hora pertranſibit, Quod cum circumferentia B F æqualis ſit ſexti.
circūferentiæ F G, erit, & angulus B A F angulo F A G æqualis, vt igitur vtraq; D A, A B C
ad A B, ita eſt D B ad B C centupla autem eſt vtraque D A, A B ipſius A B. quare, & D B D
ipſius B C eſt centupla. Itaque fiat vt D B ad B C, ſic H N ad N X, erit & H N centu-
pla N X. atque eſt B D æqualis N B. ergo & B C ipſi N X eſt æqualis. Quoniam igitur
punctum N æqualiter motum ponitur pertranſire N H in horis decem, centeſimam ip- E
ſius partem in decima parte vnius horæ pertranſibit. punctum autem B inæqualiter
motum pertranſit B C in dimidia hora. Itaque duobus motibus exiſtentibus, vno qui-
dem inæquali, altero autem æquali, totum quidem tempus, in quo N pertranſit N H
æqualiter, maius eſt toto tempore, in quo B pertranſit B D inæqualiter. tempus au-
tem particulare, in quo N pertranſit N X, minus eſt tempore particulari, in quo
B ipſam B C pertranſit quare nihil prohibet etiam in motu Solis, & circuli ortu idem
fieri, ideſt Solem quidem in maiori tempore pertranſire circulum, & ipſum circulum in
minori tempore oriri. Rurſus autem è contrario aliqua circuli circumferentias oriri
in maiori tempore, & Solem ipſas in minori tempore, pertranſire, diminuta nimirum
ortus circuli velocitate. vnde igitur quod non adeo diminuitur, vel aliqua ipſius cir-
cumferentia in maiori tempore oriatur, quam illam Sol pertranſeat? Itaque oportet
nos conſiderare, vtrum tandem Zodiaci velocitatis ſit ex numero eorum, quæ infinite
augentur, & infinite minuuntur, vel eorum, quæ infinite quidem augentur, non au-
tem infinite minuuntur, vel eorum, quæ infinite minuuntur, neque infinite augentur,
Ea enim circa aliquas magnitudines contingere ex his conſtat.

THEOREMA XXXI. PROPOSITIO XXXI.

Eorum, quæ infinite augentur, & infinite minuuntur, ſunt magni-
tudines quædam, ſiquidem omni propoſita magnitudine maiores fiunt
& rurſus minores, quæcumque in problematibus indeterminatis effi-
ciuntur.

Fieri

Fieri namque poteſt, vt circa datam rectam lineam applicato quocumque ſpacio, quod quadrato excedat, maius ſpacium quadrato excedens, & rurſus minus applicetur, & hoc infinite. In hac igitur magnitudo applicata augetur infinite, & infinite minuitur.

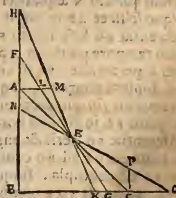


THEOREMA XXXII. PROPOSITIO XXXII.

Eorum vero, quæ infinite augentur, non autem infinite minuuntur, eſt id, quod fit in deſcripto triangulo.

Si enim ſit triangulum A B C; & A C bifariam ſecetur in E, ducaturque per E recta linea F E G, erit triangulum F G B maius triangulo A B C. & rurſus ducta H E K, triangulum B H K triãgulo F G B maius erit. & ſemper ductis rectis lineis infinite, augebitur triangulum. numquam tamen ducta linea triangulum efficiet minus triangulo A B C. Hæc igitur magnitudo augetur quidem infinite, non autem infinite minuitur, ſed eſt aliqua magnitudo minor triangulo A B C, quæ non eſt triangulum.

F G



THEOREMA XXXIII. PROPOSITIO XXXIII.

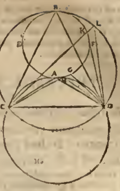
At eorum, quæ non augentur infinite, infinite autem minuuntur, eſt id, quod contingit in recta linea in circulum aptata, non enim quacumque propoſita magnitudine maiorem in circulum aptare poſſumus, nam cum determinata ſit magnitudo diametri, non licet eã maiorem aptare. diminutio autem infinite fieri poteſt, etenim quacumque recta linea minorem aptare licet. Idem etiam conſtat ex eo, quod non omne datum ſpacium ad datam rectam lineam applicatur, deficiens figura quadrata, ſiquidem applicatum ſpacium infinite augeri non poteſt: cum ſit aliquod ſpacium, quo maius applicare non poſſumus, minuentes autem poſſumus omni ſpacio propoſito minus applicare. quæ quidem magnitudo applicata conſideratur in iis, quæ non augentur infinite, ſed infinite minuuntur.

THEOREMA XXXIV. PROPOSITIO XXXIV.

Eorum denique, quæ neque infinite augentur, neque infinite minuuntur, ſunt quædam magnitudines determinatæ, velut hoc, quod ſequitur.

Si enim

Si enim ſint duo circuli ſeſe contingentes in puncto A, alicuius autem circulus vnum eorum contingat in B, & alterum in puncto, & is C D ſecet. atque ab ipſis C D ad contactus circulorum inflectantur rectæ lineæ C A, A D, C B, B D. Omnium angulorum, qui ad circumferentiam circuli B E A F conſtituuntur, maximus quidem eſt C A D. minimus vero C B D. In hoc igitur magnitudo anguli diminuta non infinite diminuitur, ſed eſt aliqua anguli magnitudo, qua minor adhuc fieri non poteſt: & rurſum angulus auctus non augetur infinite, ſed eſt aliqua magnitudo anguli determinata, qua maior adhuc fieri non poteſt.



COMMENTARIVS.

Sit triangulum orthogonium A B D rectum angulum habens ad B] *Adde, ſint autem duo latera* D A, A B *centupla ipſius* A B. *hoc enim a Pappo ſuſcerius ponitur.* A

Et circa centrum A deſcribatur circulus] *Videlicet* E F G. B

Vt igitur vtraque D A, A B ad A B, ita eſt D B ad B C] *Eſt enim ex tertia ſexti elementorum, vt* D A *ad* A B, *ita* D C *ad* C B, *& componendo vt* D A, A B *ad* A B, *ita* D B *ad* B C. C

Centupla autem eſt vtraque D A, A B ipſius A B] *Expoſitione ſcilicet, vt ante diximus.* D

Centeſimam ipſius partem in decima parte vnius horæ pertranſibit] *Græcus codex corruptus eſt, in quo legitur* τὸ ἄρα ἑκατοστὸν αὐτῆς μέρος ἐν ὥρας δέκα τῷ διελεύσεται. *legendum autem videtur* ἐν ὥρας δεκάτῳ. E

Erit triangulum F G B maius triangulo A B C] *Ducatur per* A *recta linea* A L *parallela ipſi* B C, *quæ ſecet* F B *in* L. *Et quoniam angulus* A E L *eſt æqualis angulo ad verticem* C E G, *& angulus* L A E *angulo* G C E; *angulusque* A L E *angulo* C G E *ob lineas parallelas erit triangulum* A E L *triangulo* C E G *æquiangulum, vt igitur* A E *ad* E L, *ita* C E *ad* E G. *& permutando vt* A E *ad* E C, *ita* L E *ad* E G. *poſita autem eſt* A E *æqualis* E C. *quare &* L E *ipſi* E G *æqualis erit. & eodem modo oſtendetur* A L *æqualis* G C. *ergo triangulum* A E L *eſt æquale triangulo* C E G, *& addito vtrique communi trapezio* A B G E, *erit triangulum* A B C *trapezio* A B G L *æquale. Sed triangulum* F B G *maius eſt trapezio* A B G L. *ſuperat enim ipſum triangulo* F A L *triangulum igitur* F B G *triangulo* A B C *eſt maius.* F

Et rurſus ducta H B K, triangulum B H K triangulo F G B maius erit] *Secet enim* H K *ipſam* A L *productam in* M. *Rurſus eodem modo, quo ſupra demonſtrauimus triangulum* B H K *triangulo* A B C *maius eſſe, & ipſa ſuperare triangulo* H A M *quod quidem maius eſt triangulo* F A L. *ſed triangulum* F B G *ſuperabat idem triangulum* A B C *triangulo* F A L. *triangulum igitur* H B K *triangulo* F B G *maius ſit neceſſe eſt. Similiter a puncto* N *infra* A *ſumpto, & ducta* N B O, *demonſtrabitur triangulum* N B O *maius triangulo* A B C. *nam per* C *ducta* C P *ipſi* A B *parallela, erit trapezium* N B, C P *triangulo* A B C *æquale. ergo triangulum* N B O *ſuperat triangulum* A B C *ipſo* C O P *triangulo.* G

Etenim quacumque recta linea, minorem aptare licet] *Quomodo autem recta linea data in circulum aptetur docet Euclides in quarto libro elementorum propoſitione prima, & ipſe Pappus in tertio libro propoſitione 43.* H

Cum ſit aliquod ſpacium, quo maius applicare non poſſumus] *Oportet enim datum ſpacium non maius eſſe eo, quod ad dimidiam applicatur ex 28. ſexti libri elementorum.* K

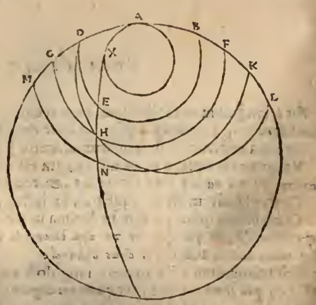
Omnium angulorum, qui ad circumferentiam circuli B E, A F conſtituuntur, maximus quidem eſt C A D, minimus vero C B D] *Sumatur punctum in circumferentia circuli* B E A F *inter* A *&* F, *quod ſit* G, *&* C G, G D *iungantur, ita vt* C G *ſecet circumferentiam circuli* C A D *in* H. *erit angulus* G H D *æqualis angulo* C A D *ex 21. tertij libri elementorum, atque eſt angulus* C H D *exterior maior interiori & oppoſito* C G D, *angulus igitur* C A D *angulo* C G D *eſt maior. & eadem ratione maior quocumque, alio oſtendetur. Rurſus ſumatur aliud punctum* K *in circumferentia eiuſdem circuli inter* B *&* F, *&* *iunctis* C K, K D *producatur* C K L

vſque

Vſque ad circumferentiam circuli CBD *in* L, *&* DL *iungatur. erit angulus* CLD *æqualis angulo* CBD. *Sed angulus interior* CLD *minor eſt exteriore* CKD. *angulus igitur* CBD *angulo* CKD *eſt minor. & ita quocumque alio minor demonſtrabitur. Ex quibus conſtat angulum* CAD *omnium angulorum, qui ad circumferentiam circuli* BE, AF *aptantur, maximum eſſe, &* CBD *minimum.*

THEOREMA XXXV. PROPOSITIO XXXV.

His igitur præmiſsis nunc demonſtrabimus Zodiaci velocitatem diminutam nunquam velocitate Solis minorem eſſe. ſed quamcumque circumferentiam Zodiaci Solem in maiori tempore pertranſire, quam ipſa oriatur, vel rurſus occidat.



Sit enim horizon quidem AB, æſtiuus tropicus BED zodiacus DHL maximus autem parallelorum KNM ſitq; principium Cancri in occaſu, & abſcindatur quæpiam Zodiaci circumferentia DH. Dico Solem in maiori tempore circumferentiam DH pertranſire, quam ipſa DH occidat. deſcribatur enim per H maximus circulus HX, qui circulum A arcticum contingat. Et quoniam ſphæræ diameter ad diametrum æſtiui tropici poteſtate eandem habet proportionem, quam 629. ad 529. etenim recta linea a centro ſphæræ ad centrum tropici ducta, longitudine eam proportionem habet ad ſemidiametrum tropici, quã B 10. ad 23. erit ſphæræ diameter minor, quam dupla diametri tropici. quare dupla diametri ſphæræ minor erit, quam quadrupla diametri tropici. Sed dupla diametri ſphæræ ad diametrum circuli BED maiorem proportionem habet, qua circumferentia MN ad DH circumferentiã ex 12. theoremate tertij libri ſphæricorum. ergo circumferentia MN multo minor erit, quam C quadrupla circumferentiæ DH. Et quoniam Mundi velocitas velocitatis Solis maior eſt, quam quadrupla, & Mundus quidem per circulum KNM, Sol autem per DHL fertur, in quo tempore ſol pertranſit circumferentiam DH, in hoc punctum N maiorem circumferentiam, quam MN pertranſit: etenim N æquæ velociter, atque Mundus fertur. In maiori igitur tempore Sol pertranſit circumferentiam DH, quam N ad M perueniat. Deſcribatur per H parallelus circulus GH. in æquali autem tempore N D ad M peruenit, & H ad G. Similes enim circumferentiæ ſunt MN, HG. ergo in maiori tempore Sol circumferentiam DH pertranſit, quam H perueniat ad G. In quo autem tempore H peruenit ad G circumferentia DH occidit. in maiori igitur tempo- E re Sol pertranſit, H quam DDH occidat. Sed inæquali tempore occidit DH, & circumferentia ipſi æqualis, & oppoſita, quæ eſt poſt Capricornum, oritur, & æquales ipſas circumferentias ſol in æquali tempore pertranſit. quare, & in maiori tempore Sol pertranſit circumferentiam, quæ eſt poſt Capricornum, quam ipſa oriatur, fecimus F autem mentionem de his Zodiaci circumferentijs, quoniam illa videtur in maiori tempore occidere, & hæc in maiori tempore oriri. Cum igitur circumferentia, quæ a contactu Cancri in maiori tempore occidere oſtenſa ſit, quam reliquæ omnes circumferentiæ Zodiaci circuli, atque oſtenſa ſit in minori tempore occidere, quam ipſam Sol pertranſeat, multo magis reliquæ circumferentiæ in minori tempore occident, quam ipſas ſol pertranſeat. Rurſus quoniam circumferentia, quæ eſt a contactu Capricorni in maiori tempore oritur, quam reliquæ omnes Zodiaci circumferentiæ, oſtenſa eſt autem in minori tempore oriri, quam ipſam Sol percurrat, multo magis reliquæ circumferentiæ Zodiaci in minori tempore orientur, quam ipſas Sol percurrat.

COM-

COMMENTARIVS.

Et quoniam ſphæræ diameter ad diametrum æſtiui tropici poteſtate eandem habet proportionem, quam 629. ad 529. etenim recta linea a centro ſphæræ ad centrum tropici ducta longitudine proportionem habet ad ſemidiametrum tropici, quam 10. ad 23.] *Sinus enim rectus maximæ declinationis Solis, videlicet graduum 23 ½. eſt 23. 9. 24. earum partium, quarum ſemidiameter ſphæræ eſt 60000 & ſinus rectus reſidui maximæ declinationis. hoc eſt ſemidiameter tropici eſt 55023. habet autem 2,924. ad 55023. eandem ferè proportionem, quam 10. ad 23.* A

Erit ſphæræ diameter minor, quam dupla diametri tropici] *Habet enim ſphæra diameter ad diametrum tropici eam ferè proportionem, quam 25 $\frac{2}{17}$. ad 23.* B

Et quoniam Mundi velocitas velocitatis Solis maior eſt, quam quadrupla] *Velocitates enim inter ſeſe eandem habent proportionem, quam tempora, in quibus idem ſpatium percurritur, conuerſo tamen modo. Nam cum Sol in anno Zodiacum percurrat, Zodiacus autem in die naturali oriatur, vel occidat, Mundi velocitas ad velocitatem Solis erit, vt tempus annuum, ad vnius diei tempus. Velocitas igitur Mundi maior eſt, quam quadrupla velocitatis Solis. eſt enim maior, quam trecentum ſexagintupla.* C

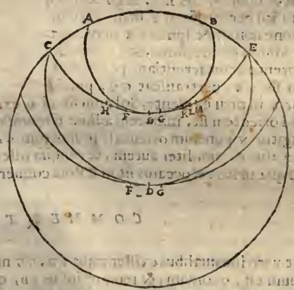
Similes enim ſunt circumferentiæ NM, HG] *Ex 13. ſecundi libri ſphæricorum Theodoſij.* D

Sed inæquali tempore occidit DH, & circumferentia ipſi æqualis, & oppoſita, quę eſt poſt Capricornum oritur] *Ex 11. phænomenon Euclidis.* E

Quoniam illa videtur in maiori tempore occidere, & hęc in maiori tempore oriri] *Ex 12. & 13. phænomenon Euclidis.* F

THEOREMA XXXVI. PROPOSITIO XXXVI.

Quod ſi F ſit occaſus, & G ortus. erit circumferentiæ FG tempus, in quo ipſam Sol noctu pertranſit. At vero inæqualibus exiſtentibus FD, DG, non fieri media nocte conuerſionem perſpicuum eſt, quoniam, & tempus ipſius FD, quam Sol percurrit, eſt inæquale. Conſtat etiam FDG circumferentię noctem maximam eſse omnium earum, quæ in anno contingunt, cuius principium eſt æſtiua conuerſio, quippe cum in maximo tempore circumferentia FDG occultum hemiſphęrium permutat. A B



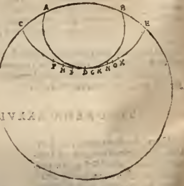
THEOREMA XXXVII. PROPOSITIO XXXVII.

Oſtendenda autem nunc ſint, & quæ ex vtraque parte.

Sitque primum FD maior, quam DG, & ſit ipſius F occaſus ortus H: & circumferentiæ FH æqualis ſit KG circumferentia. in æquali igitur tempore Sol circumferentias FH, KG pertranſit. Sed in quo tempore pertranſit FH, ipſa FH apparens hemiſphærium permutat. In minori autem tempore FH apparens hemiſphærium permutat, quam KG. ergo in minori tempore Sol pertranſit circumferentiam KG, quam KG apparens hemiſphęrium permutat. In quo igitur tempore KG apparens hemiſphærium C D E

rium permutat, Sol circumferentiam pertranſibit maiorem circumferentiam KG. pertranſeat circumferentiam GL. Itaque cum punctum K in occidente ſit, Sol exiſtens ad L ſupra terram erit. Vt igitur pertineat ad occidentem, circumferentiam quandam pertranſibit, pertranſeat LM. ergo in quo tempore GM permutat apparens hemiſphærium, in hoc & Sol ipſam GM circumferentiam pertranſit, atque eſt GM maior quam FH, quare dies in ſemicirculo DE maiores ſunt diebus, qui in ſemicirculo CD
F contingunt. Hoc igitur demonſtrari poteſt, quemadmodum in elemento. Sed quo-
G niam FO eſt maior, quam DG, & FH quam GM minor, HD ad DM nullam habet comparationem. quare demonſtratio ſimiliter non procedet, niſi demonſtrauerimus in portione DC vtraſque dies ac noctes vtriſque diebus, ac noctibus in portione DE maiores eſſe. oportet igitur nos prædicta vti demonſtratione, vt & noctes inter ſe comparentur.

THEOREMA XXXVIII. PROPOSITIO XXXVIII.



Itaque ſit ante H ortum occaſus F. &
H ipſi quidem FH æqualis ponatur DK ipſi vero FF æqualis KX. Et quoniam FF eſt æqualis KX, in æquali tempore Sol vtramque ipſarum pertranſibit. in quo autem tempore pertranſibit FF, Mundi conuerſio ſit, & ipſius FF occa-
K ſus. Sed tempus, in quo XX oritur, eſt
L æquale tempori, in quo occidit FF. tempus igitur, in quo Sol pertranſit KX, eſt conuerſionis mundi tempus, & ortus KX circumferentiæ. tempus autem, in quo Sol circumferentiam KG pertranſit, maius eſt tempore ortus KG. ergo tempus,
A in quo Sol pertranſit GX, maius eſt con-
M uerſione mundi, & ipſius GX ortu. quare in Mundi conuerſione, & GX ortu Sol minorem circumferentiam pertrãſibit,
N quam ſit GX. pertranſeat GO. puncto igitur X in ortu exiſtente, Sol cum ſit ad O exortus iam eſt. & ob id in quo tempore Sol ad orientem ſit, minorem adhuc circumferentiam percurret, quam GO. ſit GN. erit igitur N punctum orientale poſt ortum G. & nox, cuius ortus N minor nocte cuius occaſus F. Similiter autem, & reliqua oſtendentur. & ſi qua inſtantia fiat, in figura, in qua ortus vel occaſus ſit in æſtiua conuerſione, ſimiliter ſoluitur.

COMMENTARIVS.

A At vero inæqualibus exiſtentibus FD, DG non fieri media nocte conuerſionem perſpicuum eſt, quoniam, & tempus ipſius FD, quam Sol percurrit, eſt inæquale] *Ex iis, quæ tradit Theodoſius in quarto Theoremate primi libri de diebus, & noctibus.*

B Conſtat etiam FDG circumferentiæ noctem maximam eſſe omnium earum, quæ in anno contingunt, cuius principium eſt æſtiua conuerſio. quippe cum in maximo tempore circumferentiæ FDG occultum hemiſpherium permutet.] *Vera hæc ſunt de nocte, in quam ſit hyemalis conuerſio, quæ ex quarto theoremate iam dicto manifeſto apparent.*

C Sitque primum FD maior, quam DG, & ipſius F occaſus, ortus H] *Redit ad æſtiuam conuerſionem. atque eſt FDG circumferentia noctis, in qua ea contingit.*

D Sed in quo tempore pertranſibit FH ipſa FH apparens hemiſphærium permutat] *Græcus codex* ἀλλ' ἐν ᾧ τὴν ζθ διαπορεύεται ἡ ζη παραλλάσσει τὸ φανερὸν ἡμισφαίριον. *loco* ζη *videtur legendum* ζθ.

E In minori autem tempore FH appparens hemiſphærium permutat, quam KG] *Eſt enim KG conuerſioni æſtiuæ propinquior.*

F Hoc igitur demonſtrari poteſt, quemadmodum in elemento.] *Per elementum fortaſſe intelligit Theodoſii libros de diebus, & noctibus, vel potius Euclidis phænomena.*

Niſi demonſtrauerimus in portione DC vtraſque dies, ac noctes, &c.] *In Græco codice legitur. ἐν τῷ δα τμήματι. Sed legendum arbitror ἐν τῷ δγ τμήματι.* G

Et ipſi quidem FD æqualis ponatur DK, ipſi vero PF, æqualis KX] *Græcus codex. ἢ κείσθω τῇ μὲν ζδ ἴση ἡ δκ, τῆς δὲ πζ ἴσης τῇ κξ. legendum autem videtur. τῇ δὲ πζ ἴση ἡ κξ.* H

Sed tempus, in quo KX oritur eſt æquale tempori, in quo occidit FF] . . . , . . . K

Tempus autem, in quo Sol circumferentiam KG pertranſit, maius eſt tempore ortus KO] *Ex ijs, quæ Pappus ſupra demonſtrauit.* L

Quare in Mundi conuerſione, & GX ortu Sol minorem circumferentiam pertranſibit, quam ſit GX] *Græcus codex ἐν ἄρα κόσμου περιστροφῇ καὶ τῆς κξ ἀνατολῆς, γίνεται ὁ ἥλιος, &c. expungendum eſt illud Verbum γίνεται.* M

Pertranſeat GO] *Græcus codex. διεληλυθέτω τὴν κδ. ſed legendum puto τὴν κο.* N

Ariſtarchus in libro de magnitudinibus, & diſtantijs Solis, & Lunæ ſex ponit, nempe hæc.

Primum, Lunam a Sole lumen accipere, ſecundum, Terram puncti, ac centri habere rationem ad ſphæram Lunæ tertium, cum Luna dimidiata nobis apparet, vergere in noſtrum viſum circulum maximum, qui Lunæ opacum, & ſplendidum determinat. Quartum, cum Luna dimidiata nobis apparet, tunc ipſam a Sole diſtare minus quadrante, quadrantis parte trigeſima, pro eo, quod eſt, diſtante partes octoginta ſeptem. hę enim minores ſunt quam nonaginta partes quadrantis, partibus tribus, quæ ſunt trigeſima pars nonaginta. Quintum vmbræ latitudinem eſſe duarum Lunarum. Sextum, Lunam ſubtendere quintamdecimam partem ſigni.

Harum autem poſitionum, prima quidem, tertia & quarta fere cum Hipparchi, & Ptolemei poſitionibus conſentiunt, Luna enim a Sole ſemper illuminatur, præterquam in ecclypſi, quo tempore lucis expers fit, incidens in vmbram, quam Sol oppoſitus a terra iacit, conicam formam habētem, & circulus determinans lacteum, quod eſt ex illuminatione Solis, & cinericium, qui proprius Lunæ color eſt, haud differens a maximo circulo in dimidiatis ad Solem conſtitutionibus, quam proxime ad quadrantem in Zodiaco conſpectum, ad viſum noſtrum vergit. hoc enim circuli planum, ſi producatur, etiam per viſum noſtrum tranſibit, quamcumque poſitionem habeat Luna primæ, vel ſecundæ dimidiatæ apparitionis. reliquas autem poſitiones diſcrepantes comperiunt dicti mathematici, propterea quod neque terra puncti, ac centri rationem habet ad Lunæ ſphæram ſecundum ipſos, ſed ad ſphæram inerrantium ſtellarum. neque vmbræ latitudo ſit duarum diametrorum Lunæ, nequæ ipſius Lunæ diameter ſubtendat circumferentiam maximi circuli, ſecundum mediam eius diſtantiam, quintamdecimam partem ſigni, videlicet partes duas. Hipparcho enim diameter Lunæ circulum hunc ſexcenties, & quinquagies metitur. & circulum vmbræ metitur bis, & ſemis ſecundum mediam diſtantiam in coniunctionibus. At Ptolemęo diameter ipſius Lunæ ſecundum maximam quidem diſtantiam ſubtendit circumferentiam 0. 31. 20. ſecundum minimam vero 0. 35. 20. & diameter circuli vmbræ ſecundum maximam Lunæ diſtantiam 0. 40. 40. ſecundum minimam 0. 46. vnde ipſi differentes rationes tum diſtantiarum, tum magnitudinum Solis, & Lunæ collegerunt. Ariſtarchus autem dictas poſitiones ſecutus verbum ita ſcribit. A B

Itaque colligitur diſtantiam Solis a terra maiorem quidem eſse, quam duodeuigintuplam diſtantiæ Lunæ: minorem vero quam vigintuplam, & eandem proportionem habere Solis diametrum ad diametrum Lunæ, quod habetur ex poſitione, quæ eſt circa dimidiatam Lunam. Solis autem diametrum ad diametrum terræ in maiori proportione eſse, quam 19 ad 3. & minori, quam 43. ad 6 ex ratione diſtantiarum, & poſitione circa vmbram, & ex eo, quod Luna quintam decimam ſigni partem ſubtendit. C

Colligitur, inquit, vt deinceps, velut qui hæc paulo poſt demonſtraturus ſit lemmata ad demonſtrationes vtilia præmittens. Ex quibus omnibus concludit, Solem ad terram maiorem quidem proportionem habere, quam 6859. ad 27. minorem vero, quam 79507. ad 216. Terræ diametrum ad diametrum Lunæ in maiori proportione eſſe, quam 108. ad 43. & minori, quam 60. ad 19. Terram vero ad Lunam in maiori eſſe proportione, quam 1259712. ad 79507. & minori, quam 216000. ad 6859. At Ptolemæus in libro quinto magnæ conſtructionis demonſtrauit, quarum partium ſemidiameter terræ eſt vnius, earum Lunæ maximam diſtantiam in coniunctionibus eſſe. D

6410. & Solis 1210. ſemidiametrum Lunæ o. 17. 33. & ſemidiametrum Solis 5. 30. ergo quarum partium diameter Lunæ eſt vnius, earum diameter quidem terræ eſt 3 $\frac{2}{5}$.
H Solis autem 18 $\frac{4}{5}$. terræ igitur diameter tripla eſt diametri Lunæ, & adhuc duabus quintis maior. Solis diameter diametri quidem Lunæ duodeuigintupla eſt, & adhuc maior
K quattuor quintis, diametri autem terræ quintupla, & adhuc dimidio maior. ex quibus & ſolidorum corporum proportiones manifeſtæ ſunt. Quoniam enim cubus vnius eſt
L 1. cubus autem 3 $\frac{2}{5}$. eſt earundem 39 $\frac{1}{4}$. proxime, & cubus 18 $\frac{4}{5}$. ſimiliter 6644 $\frac{1}{2}$. proximè, quarum partium Lunæ ſolida magnitudo eſt vnius, earum magnitudo ter-
M N ræ erit 39 $\frac{1}{4}$. & Solis 6644 $\frac{1}{2}$. quare magnitudo Solis centies, & ſeptuagies proximè terræ magnitudinem continet, & hæc hactenus dicta ſit, comparationis cauſſa dictarum magnitudinum, & diſtantiarum. Deſcribemus autem vnum lemma ex ijs, quæ traduntur in quartum theorema eiuſdem libri inquiſitione dignum.

COMMENTARIVS.

A At Ptolemæo diameter ipſius Lunæ, ſecundum maximam quidem diſtantiam ſubtendit circumferentiam o. 31. 20. ſecundum minimam vero o. 35. 20.] *Hoc eſt ſubtendit circumferentiam minutorum 31. & 20. ſecundorum, ut nunc loquuntur. Græcus autem codex* κατὰ δὲ Πτολεμαῖον, *&c.* κατὰ μὲν τὸ μέγιστον ἀπόστημα ο λα κ. κατὰ δὲ τὸ ἐλάχιστον ο λε κ. *Sed legendum videtur,* κατὰ μὲν τὸ μέγιστον ἀπόστημα ο λα κ. κατὰ δὲ τὸ ἐλάχιστον ο λε κ.

B Et diameter circuli vmbræ ſecundum maximam Lunę diſtantiam o. 40. 40. ſecundum minimam o. 46.] *Græcus codex* ἡ δὲ διάμετρος τοῦ κύκλου τῆς σκιᾶς κατὰ μὲν τὸ μέγιστον ἀπόστημα τῆς σελήνης α. μ. μ. κατὰ τὸ ἐλάχιστον ἀπόστημα μϛ. *Sed videtur legendum* μ. μ. *vel* ο. μ. μ. κατὰ τὸ ἐλάχιστον ἀπόστημα μ ε λ η. *quemadmodum in codice Ptolemæi impreſſo legitur.*

C Colligitur igitur diſtantiam Solis a terra maiorem quidem eſſe, quam duodeuigintuplam diſtantiæ Lunæ] *In Græco codice Ariſtarchi ita ſcriptum inuenitur* ὑπολογίζεται οὖν τὸ τοῦ ἡλίου ἀπόστημα ἀπὸ τῆς γῆς, τοῦ τῆς σελήνης ἀποστήματος μεῖζον μὲν ἢ ὀκτωκαιδεκαπλάσιον. ἔλασσον δὲ ἢ εἰκοσαπλάσιον διὰ τῆς περὶ τὴν διχοτομίαν ὑποθέσεως. τὸν αὐτὸν δὲ λόγον ἔχειν τὴν τοῦ ἡλίου διάμετρον πρὸς τὴν σελήνης διάμετρον τὴν δὲ τοῦ ἡλίου διάμετρον πρὸς τὴν τῆς γῆς διάμετρον μείζονα μὲν λόγον ἔχειν, ἢ ὃν τὰ ιθ. πρὸς γ. ἐλάσσονα δὲ ἢ ὃν μγ. πρὸς ϛ. διὰ τοῦ εὑρεθέντος περὶ τὰ ἀποστήματα λόγου τῆς περὶ τὴν σκίαν ὑποθέσεως, καὶ τοῦ τὴν σελήνην ὑπὸ πεντεκαιδέκατον μέρος ζῳδίου ὑποτείνειν.

D Ex quibus omnibus concludit Solem ad terram maiorem quidem proportionem habere, quam 6856. ad 27. minorem vero, quam 79507. ad 216.] *Græcus codex* συνάγει δ᾽ ἐκ πάντων, *&c.* ἐλάσσονα δὲ λόγον ἢ ὃ τὰ μ θ φ ζ. πρὸς ιϛ. *lege* ἐλάσσονα δὲ λόγον ἢ ὃν τὰ μ θ φ ζ πρὸς σιϛ.

E Tertiam vero ad Lunam in maiori eſſe proportione, quam 1259712. ad 79507. & in minori, quam 216000. ad 6859.] *Græcus codex* ἡ δὲ γῆ πρὸς τὴν σελήνην ὃν μείζονι λόγῳ ἢ ὃν τὰ σ κ ε μ ν. θ ψ ι β. πρὸς μ θ φ ζ. ἐν ἐλάσσονι δὲ ἢ ο υ μ κ α ϛ. πρὸς, ϛ ω ν θ. *legendum autem vt ſupra.* ἡ δὲ γῆ πρὸς τὴν σελήνην ἐν μείζονι λόγῳ, ἢ ὃν τὰ μ κ ε θ ψ ι β πρὸς μ θ φ ζ. ἐν ἐλάσσονι δὲ ἢ ὃν μ κ α. ϛ ω ν θ.

F Quarum partium ſemidiameter terræ eſt vnius, earum Lunæ maximam diſtantiam in conuerſionibus eſſe 6410. & Solis 1210.] *Græcus codex* τοιούτων τὸ μὲν τῆς σελήνης ἐν ταῖς συζυγίαις μέγιστον ἀπόστημα ξ δ γ. τὸ δὲ τοῦ ἡλίου α ω ι *lege ex Ptolemæi codice* ξ δ ι. τὸ δὲ τοῦ ἡλίου α σ ι.

G Semidiametrum Lunæ o. 17. 33. [& ſemidiametrum Solis 5 30.] *Græcus codex* ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου σελήνης τὸ ι ζ. λ γ. ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἡλίου ο ι ϛ μ. *videtur autem legendum* ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου σελήνης ο. ι ζ. λ γ. ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἡλίου ε λ.

H Terræ igitur diameter tripla eſt diametri Lunæ, & adhuc duabus quintis maior] *Græcus codex* καὶ ἡ μὲν τῆς γῆς ἄρα διάμετρος τῆς σεληνιακῆς τριπλάσια ἔτι καὶ τοῖς γ῀ μείζων *lege ex Ptolomæo.* καὶ τοῖς β ε μείζων.

K Diametri autem terrę quintupla; adhuc dimidio maior] *Græcus codex* ἡ τῆς δὲ γῆς πενταπλάσια, *&c. delenda eſt dictio* ἡ.

L Et cubus 18 $\frac{4}{5}$. ſimiliter 6644 $\frac{1}{2}$. proxime] *Græcus codex* ὁ δὲ ἀπὸ τῆς ιη. καὶ δὲ ὁμοίως ϛ χ μ δ ι ἔγγιστα *lege* ὁ δὲ ἀπὸ τῆς ιη. καὶ δὲ ὁμοίως ϛ χ μ δ ι ἔγγιστα.

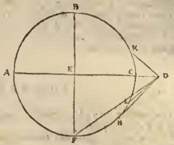
M Et Solis 6644 $\frac{1}{2}$.] *Græcus codex* τὸ δὲ τοῦ ἡλίου μ ϛ χ δ ι. *lege* τὸ δὲ τοῦ ἡλίου ϛ χ μ δ ι.

Quare

Quare magnitudo Solis centies,& ſeptuagies proxime terrę magnitudinem continet]
Græcus codex ἑκατόντα καὶ ἑβδομηκονταπλάσιον μεῖζον ἄρα ἔγγιστα τὸ τοῦ ἡλίου τοῦ τῆς γῆς.
legendum puto. ἑκατοντακαὶ ἑβδομηκονταπλάσιον ἄρα ἔγγιστα τὸ τοῦ ἡλίου τοῦ τῆς γῆς.

THEOREMA XXXIX. PROPOSITIO XXXIX.

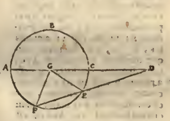
Sit circulus ABC, cuius diameter producta ACD, centrum E, a puncto E ipſi ACD ad rectos angulos ducatur BEF. ab ipſo autem D ducatur DH, circulum ABC contingens: & dimidiæ ipſius FH æqualis ponatur ad vtraſque partes C, videlicet KC, CL, iunganturque KD, DL, FD. Dico angulum KDL angulo FDH maiorem eſſe, præmittuntur autem hæc.



THEOREMA XL. PROPOSITIO XL.

Sit circulus ABC, cuius diameter producta ACD: & a puncto D ducatur quæpiam recta linea DEF. Dico circumferentiam AF circumferentia CE maiorem eſſe.

Sumatur enim circuli centrum G & GF, GE iungantur; erit angulus ad F angulo ad E æqualis. & quoniam triangulum eſt GFD, & angulus exterior AGF maior eſt interiori, & oppoſito eo, qui ad F, hoc eſt eo, qui ad E: angulus autem ad E maior eſt angulo DGE propterea quod eſt extra triangulum: erit angulus; AGF angulo EGD maior, & ſunt ad centrum. circumferentia igitur AF maior eſt circumferentia CE, quod demonſtrare oportebat.

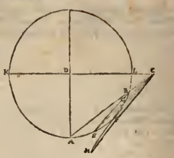


THEOREMA XLI. PROPOSITIO XLI.

Sit circulus AB, cuius centrum D, & extra circulum punctum C, ducanturque CDK, & circulum contingens CF. deinde per D centrum ad rectos angulos ipſi KL diametro agatur DA. ſeceturque AF circumferentia bifariam in puncto E. & CBA, CGE iungantur. Dico angulum ACE angulo EGF maiorem eſſe.

Iungan-

Iungantur enim EB, FG, & quoniam
6. quinti. EB maior eſt, quam FG, & BC minor,
21. tertij. quam CG, habebit EB ad BC maiorem pro-
portionem, quam FG ad OC. itaque fiat
vt EB ad BC, ita HG ad OC, & HC iun-
gatur. Quoniam igitur anguli ABE, EGF
C inter ſe æquales ſunt, quod & circumfe-
13. primi. rentia AB circumferentiæ EF, & reliqui
6. ſexti. anguli EBC, EGC æquales: & circa æ-
quales angulos latera ſunt proportiona-
lia: erit triangulum EBC triangulo HOC
æquiangulum. ergo anguli ACE, ECH
inter ſe æquales ſunt. angulus igitur ACE
angulo ECF eſt maior.



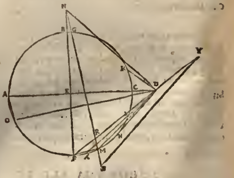
COMMENTARIVS

A Ducaturque CDK, & circulum contingens CI] *Græcus codex* καὶ διήχθω ἡ γδ, *lege* καὶ διήχθω ἡ γδκ.

B Et CBA, CGE iungantur] *Græcus codex* καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ γβα, γηε. *lege* καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ γβα, γηε.

C Quod & circumferentia AE circumferentiæ EF] *Græcus codex* ἐπεὶ καὶ περιφέρεια ἡ αε περιφέρειας τῆς εζ. *lege* περιφερείᾳ τῇ εζ.

Sit denique eadem figura, quæ prius, & eadem maneant. Dico angulum KDL angulo FDH maiorem eſſe.



Secetur circumferentia FB bifariam in puncto M, & iungatur MD. conſtat igitur ex eo, quod proxime oſtenſum eſt, angulum FDM maiorem eſſe angulo MDH. producantur FEB, DL ad puncta NX: ſitque ipſi AD æqualis NF, & NM, ND iungantur. itaque quoniam circulus eſt ABC, cuius diameter producta ACD, &
40. huius. a puncto D acta eſt DLX ad concauam circumferentiam, erit circumferentia AX, maior quam circumferentia CL. Sed CL eſt æqualis FM, vtraque enim eſt circumferentiæ FH dimidia, circumferentia igitur AX maior eſt, quam FM. Ponatur ipſi FM æqualis circumferentia AO, iunganturque AO, OD, & quoniam circumferentia AFC ſemicirculi æqualis eſt circumferentiæ ſemicirculi FCB, quarum AO eſt æqualis MF, erit & reliqua OC reliquæ MB æqualis. ſed circumferentiæ quidem OC inſiſtit DAO angulus, circumferentiæ vero MB inſiſtit angulus NFM. ergo angulus DAO eſt æqualis angulo NFM. atque eſt vterque recto minor, & cum AD ſit æqualis FN, & AO ipſi FM, duæ DA, AO duabus NF, FM æquales ſunt, & angulus DAO eſt æqualis angulo
4. primi. NFM. quare & baſis OD baſi NM, & reliqui anguli reliquis angulis ſunt æquales: angulus igitur ADO eſt æqualis angulo FNM. Rurſus quoniam ſemicirculi circumferen-
31. tertij. tia eſt FAB, erit FA, BG ſemicirculo maior, cui inſiſtit angulus FMG, ergo FMG
A angulus maior eſt recto, & ipſi ſubtenditur recta linea FR, angulo autem acuto RFM
19. primi. ſubtenditur RM. quare FR maior eſt, quam RM. itaque producatur RM ad S: & ipſi FR æqualis ponatur RS. Et quoniam tota ACD æqualis eſt toti FBN, quarum AB eſt

æqualis EF: erit reliqua ED ipſi EN æqualis. ideoque angulus EDN eſt æqualis angulo END & NDR maior angulo DNR. quare latus NR latere RD eſt maius. Producatur RD ad Y, ponaturque ipſi NR æqualis RY, & SY iungatur. Quoniam igitur FR eſt æquali RS, & NR ipſi RY, duæ FR, RN duabus SR, RY æquales ſunt: & angulus FRN æquali angulo SRY, quod ſint ad verticem. ergo & baſis NF baſi SY, & reliqui anguli reliquis angulis æquales. quare angulus RFN eſt æqualis angulo RSY, ſed angulus RMD maior eſt angulo RSY, cum ſit extra triangulum angulus igitur RMD angulo RFN eſt maior: eſt autem & FRN angulus æqualis angulo MRD, quare & reliquus FNR maior reliquo RDM. At oſtenſum eſt angulum FNR angulo ADO eſſe æqualem. angulus igitur ADO angulo RDM eſt maior, ac propterea ADX angulus multo maior eſt angulo RDM. anguli autem ADX duplus eſt angulus KDL, & anguli RDM minor, quam duplus oſtenſus eſt angulus FDH, ergo KDL angulus angulo FDH maior erit. 5. primi. B C D

COMMENTARIVS.

Et ipſi ſubtenditur recta linea FR] *Recta enim linea NM ſecat FD in puncto R.* A

Quare latus NR latere RD eſt maius] *Angulus enim NDR cum ſit maior angulo EDN, ipſo DNR multo maior erit, quare, & latus NR latere RD eſt maius.* B

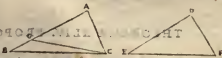
Sed angulus RMD maior eſt angulo RSY] *Græcus codex. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ρμσ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ρσυ. lege ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ρμδ.* C

Angulus igitur RMD angulo RFN eſt maior] *Græcus codex καὶ ἡ ὑπὸ μρδ ἄρα μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ρζν. lege καὶ ἡ ὑπὸ ρμδ.* D

Si ab oculo radius ad circuli centrum pertingens, neque ad rectos angulos ſit ipſi plano, neque ſemidiametro æqualis, maior autem, vel minor, inæquales ſemidiametri circuli apparebunt, præmittuntur autem hæc.

THEOREMA XLII. PROPOSITIO XLII.

Sint duo triangula orthogonia ABC, DEF rectos angulos habentia ad AD, & BC ad CA maiorem proportionem habeat, quam EF ad FD. Dico BCA angulum angulo EFD maiorem eſſe.



Quoniam enim BC ad CA maiorem proportionem habet, quam EF ad FD, & poteſtate, diuidendoque, & longitudine, habebit BA ad AC maiorem proportionem, quam ED ad DF. Fiat vt ED ad DF, ſic GA ad AC. manifeſtum eſt enim GA minorem eſse, quam AB, & GC iungatur. triangulum igitur AGC, ſimile eſt triangulo DEF, & ACG angulus angulo DEF æqualis. ergo angulus ACB maior eſt angulo DEF. A B C D

COMMENTARIVS.

Et poteſtate, diuidendoque, & longitudine habebit BA ad AC maiorem proportionem, quam ED ad DF] *Quoniam enim BC ad CA maiorem proportionem, quam EF ad FD, habebit quadratum ex BC, hoc eſt quadrata ex BA, AC, quæ ipſi ſunt æqualia, ad quadratum ex CA maiorem proportionem, quadratum ex EF, hoc eſt quam quadrata ex ED DF ad quadratum ex DF. ergo & diuidendo quadratum ex BA ad quadratum ex AC maiorem ha-* A

rem habet proportionem, quamquod fit ex ED *quadratum ad quadratum ex* DF, *& ideo recta linea* BA *ad ipſam* AC *maiorem habet proportionem, quam* ED *ad* DF.

B Manifeſtum eſt enim GA minorem eſſe, quam AB] *Ex 8. quinti elementorum.*

C Triangulum igitur ACG ſimile eſt triangulo DEF] *Ex 6. ſexti elementorum.*

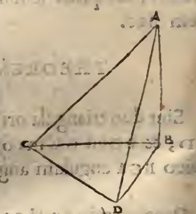
D Ergo angulus ACB maior eſt angulo DFE] *Poſſumus etiam conuerſam huius ita demonſtrare.*

Maneant enim eadem, quæ prius, & ſit angulus BCA *maior angulo* BFD. *Dico* BC *ad* CA *maiorem habere proportionem, quam* BF *ad* FD.

Quoniam enim angulus BAC *maior eſt angulo* EFD, *ad rectam lineam* AC, *& ad punctum*
23.primi *in ea* C *conſtituatur angulus* ACG *æqualis angulo* EFD *ergo & reliquus* AGC *reliquo* DEF
4.ſexti. *eſt æqualis, & triangulum triangulo ſimile. quare* GA *ad* AC *eſt ut* ED *ad* DF, *& ob id quadratum ex* GA *ad quadratum ex* AC *eſt, ut quadratum ex* ED *ad quadratum ex* DF, *& componendo quadrata ex* GA, AC *ad quadratum ex* AC, *ut quadrata ex* ED, DF *ad quadratum ex* DF. *ſed quadrata ex* BA, AC *maiora ſunt quadratis ex* GA, AC *quadrata igitur ex* BA, AC, *hoc eſt quadratum ex* BC *ad quadratum ex* AC *maiorem proportionem habet, quam quadrata ex* GA, AC *ad quadratum ex* AC, *hoc eſt quam quadrata ex* ED, DF, *videlicet quadratum ex* BF *ad quadratum ex* FD. *ergo* BC *ad* CA *maiorem habet proportionem, quam* EF *ad* FD. *quod oportebat demonſtrare.*

THEOREMA XLIII. PROPOSITIO XLIII.

Ducatur à ſublimi puncto A ad ſubiectum planum perpendicularis AB, cui in puncto B occurrat. ſit autem in plano recta linea CD, & à puncto B ad CD perpendicularis agatur BD; iungaturque AD. Dico & AD ad ipſam DC perpendicularem eſſe.

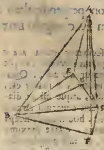


Sumatur in recta linea CD quoduis punctum C &
3.definit. eandem. 47.primi AC, CB iungantur. Itaque quoniam AB perpendicularis eſt ad ſubiectum planum angulus ABC rectus erit. ergo quadratum ex AC eſt æquale quadratis ex AB, BC. quadrato autem ex BC æqualia ſunt quadrata ex BD, DC. quadratum igitur ex AC eſt æquale quadratis ex AB, BD, DC. ſed quadratis ex AB, BD æquale eſt id, quod fit ex AD quadrato: ergo quadratum ex AC quadratis ex AD, DC æquale erit, ac propterea rectus eſt angulus ADC. recta igitur linea AD ad ipſam DC eſt perpendicularis, quod demonſtrare oportebat.

THEOREMA XLIV. PROPOSITIO XLIV.

A puncto ſublimi A ad ſubiectum planum recta linea ducatur AB, quæ ad planum non ſit perpendicularis, & a puncto A ad idem planum perpendicularis ducatur, ipſi occurrens in C, iungaturque CB. Dico angulum ABC minimum eſſe omnium, qui continentur recta linea AB, & qualibet earum, quæ a puncto B in ſubiecto plano ducuntur, atq; eum, qui ipſi propinquior eſt, ſemper remotiore eſſe minorem. duos autem tantum æquales conſtitui ad vtraſque ipſius partes.

Ducatur



Ducatur enim quæpiam recta linea BD in ſubiecto plano, & a puncto C ad ipſam perpendicularis agatur CD: & AD iungatur. eſt igitur AD ad DB perpendicularis ob id, quod proxime oſtenſum fuit. Et quoniam rectus eſt angulus ACD, maior eſt DA, quam AC. ergo BA ad AC maiorem proportionem habet, quam BA ad AD, & ſunt anguli BCA, BDA recti. maior. igitur eſt BAC angulus angulo BAD ex eo, quod ante demonſtratum eſt. quare reliquus angulus ABC minor eſt angulo ABD. Similiter oſtendemus angulum ABC omnibus alijs minorem eſſe. minimus igitur eſt angulus ABC. 19. primi. 8. quinti. 42. huius

Dico etiam angulũ, qui ipſi propinquior eſt, ſemper remotiore eſſe minorẽ. Ducatur enim quædam recta linea BE in ſubiecto plano, atq; a puncto C ad ipſam perpẽdicularis agatur CE, & AE iungatur, ergo AE ad EB eſt perpendicularis. Et quoniam rectus angulus BDC eſt æqualis recto CEB, angulus autem BCD maior eſt angulo BCE; habebit BC ad CE maiorem proportionem, quam DC ad CB. multo igitur maior eſt EC, quam CD. & eſt CA ad rectos angulos vtrique ipſarum CD, CE. quare EA maior eſt quam AD: & BA ad AD maiorem proportionem habet, quam ad AE. ſuntque anguli ad DE recti. ergo angulus BAD maior eſt angulo BAE. angulus igitur ABD angulo ABE eſt minor. Dico præterea duos tantum conſtitui æquales ad vtraſque partes ipſius. Conſtituatur enim ad CB rectam lineam, atque ad punctum in ea B in ſubiecto plano angulus CBF æqualis angulo CBD, & a puncto C ad BF perpendicularis ducatur CF, & AF iungatur. Quoniam igitur angulus CBD æqualis eſt angulo CBF. eſt autem & rectus CDB æqualis recto CFB, & latus CB vtrique triangulorum commune, erit & BD æqualis BF, & CD ipſi CF eſt etiam AC perpendicularis ad vtramque DC, CF. ergo & AD eſt æqualis AF. Quod cum DB ſit æqualis BF, communis autem BA, & baſis DA æqualis baſi AF; angulus ABD angulo ABF æqualis erit. Eodem modo oſtendemus angulo ABD nullum alium conſtitui æqualem. angulus igitur ABC minimus eſt, & qui ipſi propinquior ſemper remotiore eſt maior. duo autem tantum æquales ex vtraque eius parte conſtituuntur. ex antec. A B 10. quinti C D

COMMENTARIVS.

Angulus autem BCD maior, & angulo BCE] *Nam cum recta linea BE ſit extra ipſam BD, angulus CBD minor eſt angulo CBE. quare BCD angulus angulo BCE maior erit.* A

Habebit BC ad CE maiorem proportionem, quam DC ad CB] *Quoniam enim triangula BDC, BEC orthogonia ſunt, atque eſt angulus BCD maior angulo BCE, habebit BC ad CD maiorem proportionem, quam BC ad CE ex conuerſa 42. huius, quam nos demonſtrauimus. ergo conuertendo ex 26. quinti DC ad CB minorem proportionem habebit, quam EC ad CB: ac propterea BC ad CB minorem proportionem habet, quam DC ad CB.* B

Quare EA maior eſt, quam AD] *Nam cum EC maior ſit, quam CD. erunt quadrata ex EC, CA maiora quadratis ex DC, CA. ſed quadratis ex EC, CA æquale eſt quadratum ex AE, & quadratis ex DC, CA æquale eſt quadratum ex AD. ergo quadratum ex EA maius eſt quadrato ex AD. & ob id recta linea EA, quam AD eſt maior.* C

Ergo angulus BAD maior eſt angulo BAE] *Ex 42. huius.* D

Erit & BD æqualis BF, & CD ipſi CF] *Sunt enim triangula BDC, BFC inter ſe ſimilia, quare vt CB ad DB ita CB ad BF, & permutando vt CB ad ſeipſam, ita DB ad BF. ergo BD ipſi BF eſt æqualis, & eadem ratione DC eſt æqualis CF.* E 4. ſexti.

THEOREMA XLV. PROPOSITIO XLV.

Sint duo triangula ABC, DEF, quæ BC, EF æquales habeant, ſecenturque BC, EF bifariam in punctis GH, & iungantur AG, DH, quæ etiam inter ſe ſint æquales. & ſit AG quidem ad BC perpendicularis, DH vero non

rem habet proportionem, quamquod fit ex ED *quadratum ad quadratum ex* DF, *& ideo recta linea* BA *ad ipſam* AC *maiorem habet proportionem, quam* ED *ad* DF.

B Manifeſtum eſt enim GA minorem eſse, quam AB] *Ex 8. quinti elementorum.*

C Triangulum igitur AGC ſimile eſt triangulo DEF] *Ex 6. ſexti elementorum.*

D Ergo angulus ACB maior eſt angulo DFE] *Poſſumus etiam conuerſam huius ita demonſtrare.*

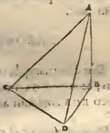
Maneant enim eadem, quæ prius, & ſit angulus BCA *maior angulo* EFD. *Dico* BC *ad* CA *maiorem habere proportionem, quam* EF *ad* FD.

Quoniam enim angulus BAC *maior eſt angulo* EFD, *ad rectam lineam* AC, *& ad punctum in ea* C *conſtituatur angulus* ACG *æqualis angulo* EFD *ergo & reliquus* AGC *reliquo* DEF *eſt æqualis, & triangulum triangulo ſimile. quare* GA *ad* AC *eſt ut* ED *ad* DF, *& ob id quadratum ex* GA *ad quadratum ex* AC *eſt, ut quadratum ex* ED *ad quadratum ex* DF, *& componendo quadrata ex* GA, AC *ad quadratum ex* AC, *ut quadrata ex* ED, DF *ad quadratum ex* DF. *ſed quadrata ex* BA, AC *maiora ſunt quadratis ex* GA, AC *quadrata igitur ex* BA, AC, *hoc eſt quadratum ex* BC *ad quadratum ex* AC *maiorem proportionem habet, quam quadrata ex* GA, AC *ad quadratum ex* AC, *hoc eſt quam quadrata ex* ED, DF, *videlicet quadratum ex* EF *ad quadratum ex* FD. *ergo* BC *ad* CA *maiorem habet proportionem, quam* EF *ad* FD. *quod oportebat demonſtrare.*

32. primi
4. ſexti.

THEOREMA XLIII. PROPOSITIO XLIII.

Ducatur à ſublimi puncto A ad ſubiectum planum perpendicularis AB, cui in puncto B occurrat. ſit autem in plano recta linea CD, & à puncto B ad CD perpendicularis agatur BD; iungaturque AD. Dico & AD ad ipſam DC perpendicularem eſſe.

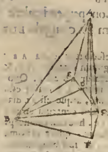


3. definit. eandem. 47. primi

Sumatur in recta linea CD quoduis punctum C & AC, CB iungantur. Itaque quoniam AB perpendicularis eſt ad ſubiectum planum angulus ABC rectus erit. ergo quadratum ex AC eſt ęquale quadratis ex AB, BC. quadrato autem ex BC æqualia ſunt quadrata ex BD, DC. quadratum igitur ex AC eſt æquale quadratis ex AB, BD, DC. ſed quadratis ex AB, BD æquale eſt id, quod fit ex AD quadrato: ergo quadratum ex AC quadratis ex AD, DC æquale erit, ac propterea rectus eſt angulus ADC. recta igitur linea AD ad ipſam DC eſt perpendicularis, quod demonſtrare oportebat.

THEOREMA XLIV. PROPOSITIO XLIV.

A puncto ſublimi A ad ſubiectum planum recta linea ducatur AB, quæ ad planum non ſit perpendicularis, & a puncto A ad idem planum perpendicularis ducatur, ipſi occurrens in C, iungaturque CB. Dico angulum ABC minimum eſſe omnium, qui continentur recta linea AB, & qualibet earum, quæ a puncto B in ſubiecto plano ducuntur, atq; eum, qui ipſi propinquior eſt, ſemper remotiore eſſe minorem. duos autem tantum ęquales conſtitui ad vtraſque ipſius partes.



Ducatur enim quæpiam recta linea BD in ſubiecto plano, & a puncto C ad ipſam perpendicularis agatur CO: & AO iungatur. eſt igitur AD ad DB perpendicularis ob id, quod proxime oſtenſum fuit. Et quoniam rectus eſt angulus ACO, maior eſt OA, quam AC. ergo BA ad AC maiorem proportionem habet, quam BA ad AD, & ſunt anguli BCA, BDA recti. maior. igitur eſt BAC angulus angulo BAD ex eo, quod ante demonſtratum eſt. quare reliquus angulus ABC minor eſt angulo ABD. Similiter oſtendemus angulum ABC omnibus alijs minorem eſſe. minimus igitur eſt angulus ABC. 19. primi. 8. quinti. 42. huius

Dico etiam angulũ, qui ipſi propinquior eſt, ſemper remotiore eſſe minorẽ. Ducatur enim quædam recta linea BE in ſubiecto plano, atq; a puncto C ad ipſam perpẽdicularis agatur CE, & AE iungatur, ergo AE ad EB eſt perpendicularis. Et quoniam rectus angulus BOC eſt æqualis recto CEB, angulus autem BCD maior eſt angulo BCE; habebit BC ad CE maiorem proportionem, quam DC ad CB. multo igitur maior eſt EC, quam CD. & eſt CA ad rectos angulos vtrique ipſarum CO, CE. quare EA maior eſt quam AD: & BA ad AD maiorem proportionem habet, quam ad AE. ſuntque anguli ad DE recti. ergo angulus BAO maior eſt angulo BAE. angulus igitur ABO angulo ABE eſt minor. Dico præterea duos tantum conſtitui æquales ad vtraſque partes ipſius. Conſtituatur enim ad CB rectam lineam, atque ad punctum in ea B in ſubiecto plano angulus CBF æqualis angulo CBO, & a puncto C ad BF perpendicularis ducatur CF, & AF iungatur. Quoniam igitur angulus CBD æqualis eſt angulo CBF: eſt autem & rectus CDB æqualis recto CFB, & latus CB vtrique triangulorum commune, erit & BD æqualis BF, & CD ipſi CF eſt etiam AC perpendicularis ad vtramque OC, CF. ergo & AD eſt æqualis AF. Quod cum DB ſit equalis BF, communis autem BA, & baſis DA æqualis baſi AF; angulus ABD angulo ABF æqualis erit. Eodem modo oſtendemus angulo ABD nullum alium conſtitui equalem. angulus igitur ABC minimus eſt, & qui ipſi propinquior ſemper remotiore eſt maior. duo autem tantum æquales ex vtraque eius parte conſtituuntur. ex antec. A B 10. quinti C D

COMMENTARIVS.

Angulus autem BCO maior, & angulo BCE] *Nam cum recta linea BF ſit extra ipſam BD, angulus CBO minor eſt angulo CBE. quare BCO angulus angulo BCE maior erit.* A

Habebit BC ad CB maiorem proportionem, quam OC ad CB] *Quoniam enim triangula BDC, BEC orthogonia ſunt, atque eſt angulus BCO maior angulo BCE, habebit BC ad CO maiorem proportionem, quam BC ad CE ex conuerſa 42. huius, quam nos demonſtrauimus. ergo conuertendo ex 26. quinti DC ad CB minorem proportionem habebit, quam EC ad CB: ac propterea BC ad CB minorem proportionem habet, quam DC ad CB.* B

Quare BA maior eſt, quam AO] *Nam cum EC maior ſit, quam CD, erunt quadrata ex EC, CA maiora quadratis ex OC, CA. ſed quadratis ex EC, CA æquale eſt quadratum ex AE, & quadratis ex DC, CA æquale eſt quadratum ex AD. ergo quadratum ex EA maius eſt quadrato ex AD. & ob id recta linea EA, quam AO eſt maior.* C

Ergo angulus BAO maior eſt angulo BAE] *Ex 42. huius.* D

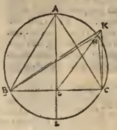
Erit & BO æqualis BF, & CD ipſi CF] *Sunt enim triangula BDC, BFC inter ſe ſimilia, quare vt CB ad OB ita CB ad BF, & permutando vt CB ad ſeipſam, ita DB ad BF. ergo BD ipſi BF eſt æqualis, & eadem ratione DC eſt æqualis CF.* E 4. ſexti.

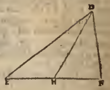
THEOREMA XLV. PROPOSITIO XLV.

Sint duo triangula ABC, DEF, quæ BC, EF æquales habeant, ſecenturque BG, EF bifariam in punctis GH, & iungantur AG, DH, quæ etiam inter ſe ſint æquales. & ſit AG quidem ad BC perpendicularis, DH ve-

ro non

ro non perpendicularis ad EF: ſitque AG maior, quam GB. Dico angulum BAC angulo EDF maiorem eſſe.





Deſcribatur circa ABC triangulum circulus ABC, & producatur AG ad L. Quoniam igitur AG maior eſt, quam GB, atque eſt AL diameter: erit centrum circuli inter AG. hoc enim deinceps
A
B oſtendetur. quare maxima eſt AG, & ipſi propinquior remotiore maior eſt. Conſtituatur angulo DHF æqualis angulus CGM. ergo AG, hoc eſt DH maior eſt, quam GM. ponatur ipſi DH æqualis GK, & BK, KC iungantur. erit angulus BDF æqualis an-
C gulo BKC. Sed angulus BAC angulo BHC eſt maior. angulus igitur BAC angulo BDF maior erit.

COMMENTARIVS.

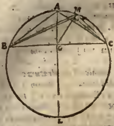
A Erit centrum circuli inter AG. hoc enim deinceps oſtendetur] *In 47. huius.*

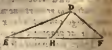
B Quare maxima eſt AG, & ipſi propinquior remotiore maior eſt] *Ex 7. tertij libri elementorum.*

C Sed angulus BAC angulo BKC eſt maior] *Iungantur BM, MC. erit angulus BMC. æqualis angulo BAC ex 21. tertij elementorum, & 21. primi maior angulo BKC. angulus igitur BAC angulo BKC eſt maior.*

THEOREMA XLVI. PROPOSITIO XLVI.

Iiſdem poſitis ſit AG minor, quam GB. Dico angulum BAC angulo EDF minorem eſſe.





Conſtituatur angulus CGM æqualis angulo DHF. Et quo-
A niam AG minor eſt, quam GB
B & eſt diameter AL, centrum circuli erit inter LG. ergo minima eſt AG, & GM maior quam AG, hoc eſt quam DH. ponatur ipſi AG æqualis GN. & BN, NC iungatur. æqualis
C igitur eſt angulus BDF angulo BNC. ſed angulus BNC maior eſt angulo BAC. ergo angulus EDF angulo BAC eſt maior.

COMMENTARIVS.

A Centrum circuli erit inter LG] *Quod in ſequenti oſtenditur.*

B Ergo minima eſt AG, & OM maior, quam AG] *Ex 7. tertij elementorum.*

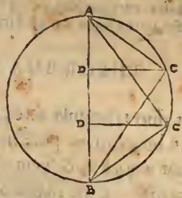
C (F) Sed angulus BNC maior eſt angulo BAC] *Iunctis enim rurſus BM, MC, erit angulus BMC æqualis angulo BAC, & angulo BNC minor. ex quo ſequitur angulum BAC angulo BMC hoc eſt angulo EDF eſſe minorem, quod demonſtrare oportebat.*

THEO-

THEOREMA XLVII. PROPOSITIO XLVII.

Sit circulus A B C, cuius diameter A B, & in ipſa ſumpto quouis puncto D, ducatur D C vtrumque, & ſit A D maior, quam D C. Dico A D etiam ipſa D B maiorem eſſe.

Iungantur A C, C B. & quoniam angulus A C D eſt maior angulo C A D, erit reliquus D C B reliquo D B C minor. ergo maior eſt C D, quam D B. eſt autem, & A D maior, quam D C. multo igitur maior eſt A D, quam D B. Quod ſi A D ſit minor, quam D C, ſimiliter oſtendemus & A D ipſa D B maiorem eſſe.



A
B
C
D
E

COMMENTARIVS.

Et quoniam angulus A C D eſt maior angulo C A D] *Ex 18. primi, ponitur enim* A D *maior, quam* D C. A

Erit reliquus D C B reliquo D B C minor] *Nam cum angulus* A B C *rectus ſit æqualis duobus angulis* D A C, D B C *ſitque angulus* D C A *pars recti maior angulo* D A C, *erit reliqua eius pars* D C B *minor angulo* D B C. B

Ergo maior eſt C D, quam D B. *Ex 19. primi.* C

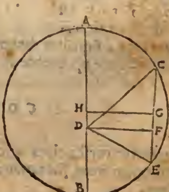
Multo igitur maior eſt A D, quam D B] *Ex hoc conſtat circuli centrum eſſe inter* A D, *quod demonſtrandum fuit.* D

Quod ſi A D ſit minor, quam D C, ſimiliter oſtendemus & A D ipſa D B minorem eſſe] *Sit enim* A D *minor, quam* D C, *& ſimiliter iungantur* A C, C B. *angulus igitur* D C A *minor eſt angulo* D A C, *& ideo reliquus* D C B *reliquo* D B C *maior erit. ergo* D C *minor eſt, quam* D B. *Sed* A D *eſt minor, quam* D C. *multo igitur minor eſt, quam ipſa* D B, *& circuli centrum inter* D B *continetur. quod demonſtrare oportebat.* E

THEOREMA XLVIII. PROPOSITIO XLVIII.

Sit circulus A B C; cuius diameter A B, & in ipſa ſumpto D puncto, ducantur D C, D E, ſitque C D maior, quam D E. Dico A D ipſa D B maiorem eſſe.

Iungatur C E, & perpendicularis ad ipſam ducatur D F. maior igitur C F, quam F E. ſecetur C E bifariam in puncto G, & per G ducatur G H, quæ ipſi D F parallela ſit. ergo G H perpendicularis eſt ad C E, & ipſam bifariam ſecat. in recta igitur linea G H eſt circuli centrum. Sed eſt etiam in A B. punctum igitur H circuli centrum erit, ac propterea A B quam D B eſt maior.



A
B
C

COMMENTARIVS.

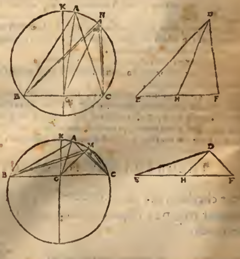
A Maior igitur eſt CF, quam FE] *Quoniam enim* CD *maior eſt, quam* DF, *erit quadratum ex* CD *quadrato ex* DE *maius. Sed quadrato quidem ex* CD *æqualia ſunt quadrata ex* DF, FC *quadrato autem ex* DE *æqualia quadrata* DF, FE. *quadrata igitur ex* DF, FC *maiora ſunt quadratis ex* DF, FE, *& ſublato communi quadrato ex* DF, *relinquetur quadratum ex* CF *maius quadrato ex* FE. *ergo recta linea* CF, *quam* FE *eſt maior.*

B Ergo GH perpendicularis eſt ad CE] *Ex 29. primi elementorum.*

C In recta igitur linea GH eſt circuli centrum] *Ex corollario primæ tertij elementorum.*

THEOREMA XLIX. PROPOSITIO XLIX.

Sint duo triangula ABC, DEF, æquales habentia BC, EF, & ſecentur BC, EF bifariam in punctis GH, iunganturque AG, DH, quæ etiam inter ſe ſint æquales; & neutra ipſarum ſit perpendicularis ad baſim: angulus autem AGC ſit maior angulo DHF. Dico ſi maior quidem ſit AG, quam GC, etiam angulum BAC angulo EDF maiorem eſſe, ſi vero minor, eſſe minorem.



A Deſcribatur rurſus circa ABC triangulum circulus ABC, & a puncto O ipſi BC ad rectos angulos ducatur OK,
B quæ circuli diameter erit. Sit prius AG maior
C quam GC. ex eo igitur, quod oſtenſum fuit, KG maior eſt, quam GA, etenim maxima eſt GK, & ipſi propinquior ſemper remotiore eſt maior cõſtituatur angulo DHF æqualis angulus CGM. ergo GA, hoc eſt DH maior eſt, quam GM. ponatur ipſi DH æqualis GN; & BN, NC iungantur. angulus igitur BNC eſt æqualis angulo
D BDF, ideoque angulus BAC angulo EDF eſt
E maior. At ſi AG ſit minor, quam GC, ſimiliter demonſtrabimus BAC angulum angulo EDF minorem eſſe; quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

A Deſcribatur rurſus circa ABC triangulum circulus ABC] *Hæc nos addidimus, quæ in græco codice non erant, ſed tamen deſiderari videbantur, vel ſaltem ex antedictis ſubintelligenda ſunt.*

B Quæ circuli diameter erit] *Ex corollario primæ tertij elementorum.*

Ex eo

Ex eo igitur, quod oſtenſum fuit KG maior eſt, quam GA, etenim maxima eſt GK, & ipſi propinquior ſemper remotiore eſt maior] *Quoniam enim KG maior eſt, quam GC erit ex antecedente KG maior, quam GL. ergo GK maxima eſt, & quæ ipſi propinquior ſemper remotiore eſt maior; & idcirco KG maior, quam GA. Græcus codex μεγίστη ἄρα ἐστὶν ἡ κη. Vide ne legendum ſit μεγίστη γάρ ἐστιν ἡ κη.* C

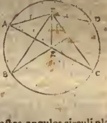
Ideoque angulus BAC angulo EDF eſt maior] *Angulus enim BMC, hoc eſt BAC eſt maior angulo BNC, hoc eſt angulo EDF.* D

At ſi AG ſit minor, quam GC, ſimiliter demonſtrabimus BAC angulum angulo EDF minorem eſſe] *Sint eadem, quæ prius, & conſtituatur angulus CGM æqualis angulo DHF. erit ex iam demonſtratis KG minor, quam GM. ergo KG minima eſt, & ipſi propinquior remotiore eſt minor. minor igitur eſt AG, hoc eſt DH, quam GM, ponatur ipſi AG æqualis GN, & BN, NC iungantur. erit angulus BNC æqualis angulo EHF. Sed angulus BMC, hoc eſt BAC minor eſt angulo BNC. angulus igitur BAC angulo EDF eſt minor.* E

THEOREMA L. PROPOSITIO L.

Sit circulus ABC, cujus centrum E, & à puncto E ad rectos angulo circuli plano ducatur EF. Dico ſi in ipſa EF oculus ponatur, circuli dia metro æquales apparere.

Hoc autem manifeſtum eſt, etenim omnes rectæ lineæ à puncto F ad circuli circumferentiam pertinentes, inter ſe æquales ſunt, & æquales angulos continent. Sed non ſit EF ad rectos angulos circuli plano. ſit autem æqualis ſemidiametro circuli. Dico oculo ad punctum F conſtituto, & ſic diametros æquales apparere. Ducantur enim duæ diametri AC, BD, & iungantur AF, FB, CF, FD. Quoniam igitur tres EA, EC, EF æquales ſunt, rectus eſt angulus AFC. eadem ratione & angulus BFD eſt rectus quare diametri AC, BD æquales apparent. Similiter oſtendemus & alias omnes æquales apparere. Conſtat igitur ſi ſit circulus & ab ipſius centro ad rectos angulos recta linea ducatur, vbicumque ponatur oculus in linea ducta, circuli diametros æquales apparere. Quod ſi à centro ducta non ſit ad rectos angulos circuli plano, ſit autem æqualis ſemidiametro circuli, & ab ipſius termino diametri circuli æquales conſpicientur. Ex quo manifeſtum eſt ſi ſit in ſphæra maximus circulus, & in ſuperficie ſphæræ quomodocunque tunc ponatur oculus in circuli circumferentia, diametros æquales videri.



THEOREMA LI. PROPOSITIO LI.

Si ſit circulus, & à centro ipſius erigatur quædam recta linea, neque ad rectos angulos circuli plano, neque ſemidiametro circuli æqualis, & in termino lineæ erectæ oculus ſtatuatur; circuli diametri inæquales apparebunt.

Sit cir-

COMMENTARIVS.

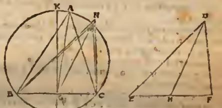
A Maior igitur eſt CF, quam FE] *Quoniam enim CD maior eſt, quam DF, erit quadratum ex CD quadrato ex DE maius. Sed quadrato quidem ex CD æqualia ſunt quadrata ex DF, FC quadrato autem ex DE æqualia quadrata DF, FE. quadrata igitur ex DF, FC maiora ſunt quadratis ex DF, FE, & ſublato communi quadrato ex DF, relinquetur quadratum ex CF maius quadrato ex FE. ergo recta linea CF, quam FE eſt maior.*

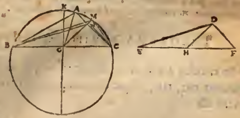
B Ergo GH perpendicularis eſt ad CL] *Ex 29. primi elementorum.*

C In recta igitur linea GH eſt circuli centrum] *Ex corollario prima tertij elementorum.*

THEOREMA XLIX. PROPOSITIO XLIX.

Sint duo triangula ABC, DEF, æquales habentia BC, EF, & ſecentur BC, EF bifariam in punctis GH, iunganturque AG, DH, quæ etiam inter ſe ſint æquales; & neutra ipſarum ſit perpendicularis ad baſim: angulus autem AGC ſit maior angulo DHF. Dico ſi maior quidem ſit AG, quam GC, etiam angulum BAC angulo EDF maiorem eſſe, ſi vero minor, eſſe minorem.





A Deſcribatur rurſus circa ABC triangulum circulus ABC, & a puncto G ipſi BC ad rectos angulos ducatur GK,
B quæ circuli diameter erit. Sit prius AG maior
C quam GC. ex eo igitur, quod oſtenſum fuit, KG maior eſt, quam GA, etenim maxima eſt GK, & ipſi propinquior ſemper remotiore eſt maior. cōſtituatur angulo DHF æqualis angulus CGM. ergo GA, hoc eſt DH maior eſt, quam GM. ponatur ipſi DH æqualis GN; & BN, NC iunganturque. angulus igitur BNC eſt æqualis angulo
D BDF, ideoque angulus BAC angulo EDF eſt
E maior. At ſi AG ſit minor, quam GC, ſimiliter demonſtrabimus BAC angulum angulo EDF minorem eſſe; quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

A Deſcribatur rurſus circa ABC triangulum circulus ABC] *Hæc nos addidimus, quæ in græco codice non erant, ſed tamen deſiderari videbantur, vel ſaltem ex antedictis ſubintelligenda ſunt.*

B Quæ circuli diameter erit] *Ex corollario prima tertij elementorum.*

Ex eo

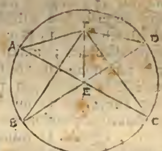
Ex eo igitur, quod oſtenſum fuit KG maior eſt, quam GA, etenim maxima eſt GK, C & ipſi propinquior ſemper remotiore eſt maior] *Quoniam enim AG maior eſt, quam GC erit ex antecedente KG maior, quam GL. ergo GK maxima eſt, & quæ ipſi propinquior ſemper remotiore eſt maior; & idcirco KG maior, quam GA. Græcus codex μεγίστη ἄρα ἐστὶν ἡ κη. Vide ne legendum ſit μεγίστη γὰρ ἐστὶν ἡ κη.*

Ideoque angulus BAC angulo EDF eſt maior] *Angulus enim BMC, hoc eſt BAC eſt* D *maior angulo BNC, hoc eſt angulo BDF.*

At ſi AG ſit minor, quam GC, ſimiliter demonſtrabimus BAC angulum angulo EDF E minorem eſſe] *Sint eadem, quæ prius, & conſtituatur angulus CGM æqualis angulo DHF. erit ex iam demonſtratis KG minor, quam GM. ergo KG minima eſt, & ipſi propinquior remotiore eſt minor. minor igitur eſt AG, hoc eſt DH, quam GM, ponatur ipſi AG æqualis GN, & BN, NC iungantur. erit angulus BNC æqualis angulo BDF. Sed angulus BMC, hoc eſt BAC minor eſt angulo BNC. angulus igitur BAC angulo BDF eſt minor.*

THEOREMA L. PROPOSITIO L.

Sit circulus ABC, cuius centrum E, & à puncto E ad rectos angulo circuli plano ducatur EF. Dico ſi in ipſa EF oculus ponatur, circuli dia metro æquales apparere.

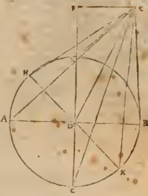


Hoc autem manifeſtum eſt, etenim omnes rectæ lineæ à puncto F ad circuli circumferentiam pertinentes, inter ſe æquales ſunt, & æquales angulos continent. Sed non ſit EF ad rectos angulos circuli plano. ſit autem æqualis ſemidiametro circuli. Dico oculo ad punctum F conſtituto, & ſic diametros æquales apparere. Ducantur enim duæ diametri AC, BD, & iungantur AF, FB, CF, FD. Quoniam igitur tres EA, EC, EF æquales ſunt, rectus eſt angulus AFC. eadem ratione & angulus BFD eſt rectus quare diametri AC, BD æquales apparent. Similiter oſtendemus & alias omnes æquales apparere. Conſtat igitur ſi ſit circulus & ab ipſius centro ad rectos angulos recta linea ducatur, vbicumque ponatur oculus in linea ducta, circuli diametros æquales apparere. Quod ſi à centro ducta non ſit ad rectos angulos circuli plano, ſit autem æqualis ſemidiametro circuli, & ab ipſius termino diametri circuli æquales conſpicientur. Ex quo manifeſtum eſt ſi ſit in ſphæra maximus circulus, & in ſuperficie ſphæræ quomodocunque tunc ponatur oculus in circuli circumferentia, diametros æquales videri.

THEOREMA LI. PROPOSITIO LI.

Si ſit circulus, & à centro ipſius erigatur quædam recta linea, neque ad rectos angulos circuli plano, neque ſemidiametro circuli æqualis, & in termino lineæ erectæ oculus ſtatuatur; circuli diametri inæquales apparebunt.

Sit cir-



Sit circulus ABC, cuius centrum D, & à puncto D erigatur recta linea DE, vſque ad rectos angulos circuli plano, neque æqualis ſemidiametro circuli, & oculus ad E ſtatuatur. Sit autẽ primum DE ſemidiametro circuli ABC maior. & à puncto E ad circuli planũ A ducatur perpendicularis EF. iũctaque FOD producatur in C. & per D ad rectos angulos ipſi GC ducatur AB. Dico maximam quidem apparere AB, minimam vero GC, & quæ propinquior eſt ipſi GC remotiore ſemper minorem videri, duas autem tantum videri æquales ad vtraſque ipſius partes. conſtat igitur

43.huius. ED ad AB perpendicularem eſſe. ſiquidem à puncto ſublimi E ad circuli planum perpendicularis acta eſt EF, & ducta quauis recta linea AB à puncto E ad ipſam acta eſt perpendicularis FD, & iuncta eſt ED. cõſtat præterea ex iam dictis angulum quidem EDF minimum eſſe, & qui ipſi propinquior

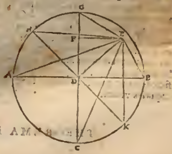
44 huius. eſt, ſemper remotiore eſſe minorem; duos autem tantum æquales ad vtraſque ipſius partes conſtitui. Itaque ducatur quędam recta linea HK. ergo ED non eſt perpendicularis ad HK. nam ſi perpendicularis ſit, cum ſit perpendicularis ad AB, erit & ad planum circuli perpendicularis, quod fieri non poteſt. non igitur ED perpendicularis eſt ad HK. iungantur BA, EB, EH, EK, EG, EC. Et quoniam duo triangula ſunt EAB, EHK. baſes AB, HK æquales habentia, quarum vtrique bifariam ſecatur in puncto D. & eſt ED eadem in vtroque triangulo, ad AB quidem perpendicularis, ad HK minime perpendicularis, eſtque ED maior, quam DA: erit

45.huius. angulus AEB angulo HEK maior. Similiter ductis alijs lineis eodem modo maior omnibus angulis demonſtrabitur. Rurſus quoniam duo triangula ſunt EGC, EHK baſes æquales habentia, & communem ED; atque eſt ED ad neutram ipſarum GC, HK perpendicularis; maior autem eſt angulus EDH, etenim oſtenſum eſt angulum EDG minimum eſſe: & ED maior, quam DH: erit angulus HEK angulo GEC maior,

47.huius. quod itidem oſtenſum fuit. Similiter oſtendemus angulum GEC omnium minimum eſſe, ergo GC minima apparet, & duæ tantum æquales ex vtraque parte ipſius videbuntur. quoniam duo tantum anguli ex vtraque parte ipſius EDF æquales conſti-

44.huius. tuuntur. Quod ſi FD minor ſit, quam DA, ſimiliter demonſtrabimus GC quidam maximam videri. AB vero minimam; & quæ propinquior eſt ipſi AB remotiore ſemper minorem: duas autem tantum ex vtraque parte ipſius GC, vel AB æquales apparere. Quoniam igitur circulus videtur ellipſis imaginem oculo repræſentare, & cen-

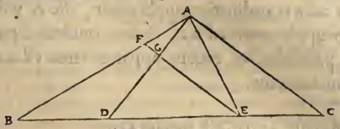
τυχὸν trum ipſius apparet ellipſis centrum, inſtantiam non paruam habet theorema. demonſtrare etenim poſſumus aliquod aliud punctum in circulo lineæ, cuius imago repræſentatur, centrum apparere. præmittitur autem lemmatium huiuſmodi.



THEOREMA LII. PROPOSITIO LII.

Sit vt recta linea BK ad KD, ita BH ad HD, & ſit angulus BFH æqualis angulo HFD, iungaturque KF. Dico HKF rectum angulum eſſe.

Ducatur



Ducatur per H ipſi KF parallela CHG, & producatur FD vſque ad G. Itaque quoniam, vt BK ad KD, ita eſt BH ad HD, erit permutando, vt KB ad BH, ita KD ad DH. Sed vt KB ad BH, ita FK ad CH. Vt igitur A
FK ad CH, ita KD ad DH. Et vt KD ad DH, ita FK ad HG, æquiangula enim ſunt B
triangula FDK, DGH. ergo FK ad vtranque ipſarum eandem proportionem habet,
ac propterea CH eſt æqualis HG. & vt CH ad HG, ita CF ad FG. eſt igitur CF ipſi C
FG æqualis. Quod cum CH ſit æqualis HG, communis autem FH, & baſis GF æqualis baſi FC, erit angulus CHF æqualis angulo FHG; & vterque ipſorum rectus. rectus D
igitur eſt & HFK angulus, quod CG, FK inter ſe parallelæ ſint.

COMMENTARIVS.

Sed vt KB ad BH, ita FK ad CH] *Ex 4. ſexti elementorum, ſimilia enim ſunt triangula FBK, CBH.* A

Et vt KD ad DH, ita FK ad HG] *Ob ſimilitudinem triangulorum FDK, DHG.* B

Et vt CH ad HG, ita CF ad FG] *Ex 3. ſexti elementorum, angulus enim CFG a recta linea FH bifariam ſecatur.* C

Rectus igitur eſt & HFK angulus, quod CG, FK inter ſe parallelę ſint] *Ex 29. primi elementorum. Quoniam autem Pappus huius quodammodo conuerſa vtitur, non inutile erit eam quoque demonſtrare, quæ eſt huiuſmodi. Sit vt BK ad KD, ita BH ad HD, & ſit angulus HFK rectus, iunganturque BF, FD. Dico angulum BFH angulo HFD æqualem eſſe.* D

Ducatur per H ipſi FK parallella CHG, & FD ad G producatur. ſimiliter vt ſupra demonſtrabitur CH æqualis HG, atq; erunt anguli CHF, FHG recti inter ſe æquales, ſunt autem 29. primi
duæ FH, HC æquales duabus FH, HG. ergo, & baſis, triangulumque triangulo, & reliqui 4. primi.
anguli reliquis angulis æquales erunt; quibus æqualia latera ſubtenduntur: angulus igitur BFH angulo HFD eſt æqualis. Sed & aliam eiuſdem conuerſam hoc modo demonſtrabimus.

Sit trianguli HFK angulus ad F rectus, ſitque angulus BFH æqualis angulo HFD. Dico vt BK ad KD, ita eſſe BH ad HD.

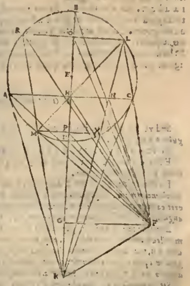
Ducatur rurſus per H recta linea CHG ipſi FK parallela: & FD producta conueniat cum CH in puncto G. Itaque quoniam angulus CFH ponitur æqualis angulo HFG. & angulus
FHC æqualis eſt angulo FHG. ſunt enim vtrique recti, nimirum æquales recto HFK, ob rectas 29. primi
lineas parallelas FK, CG. quare reliquus FCH eſt æqualis reliquo FGH; & triangulum triangulo ſimile. cum igitur ſit vt FH ad HC, ita FH ad HG; erit CH ipſi HG æqualis. & ea- 9. quinti.
dem ratione demonſtrabitur FC æqualis FG. ergo vt FK ad CH, ita eſt FK ad HG. Sed vt 7. quinti.
FK ad CH, ita KB ad BH ob triangulorum FBK, CBH ſimilitudinem, & vt FK ad KG, 4. ſexti.
ita KD ad DH, nam ſimilia inter ſe ſunt triangula FDK, HDG. vt igitur KB ad BH, ita eſt KD ad DH, & permutando vt BK ad KD, ita BH ad HD. quod demonſtrare oportebat.

THEOREMA LIII. PROPOSITIO LIII.

Hoc pręmonſtrato, ſit circulus quidem ABCD circa centrum E: viſus autem F non ſit in eodem plano, & perpendicularis; quæ à puncto F
ad planum circuli ducitur, videlicet FG non cadat in E centrum, iuncta- A
que EG producatur ad puncta BK, & FD, FB iungantur. angulus autem BFD bifariam ſecetur à recta linea FH: ipſique DB ad rectos angulos ducatur AHC. & AK, KC circulum contingant. Dico viſu in F poſito circulum ABCD ellipſim apparere, quæ centrum habeat punctum H (non vt quidem arbitrantur punctum O) axes autem coniugatos AC, BD, &

quæ ad

quæ ad BD ordinatim applicantur, eſſe & videri parallelas ipſi AC. quæ vero applicantur ad AC, deduci quidem à puncto K, videri autem ipſi BD parallelas. & eadem apparere circa viſam ellipſim, quæ & coni ſectioni accidunt.



Iungantur AF, FC. erit angulus AFH æqualis angulo HFC. eſt autem, & angu-
B lus HFB angulo HFD æqualis. ergo AH apparet æqualis HC, & BH ipſi HD. Quod ſi alia recta linea ducatur, vt LHM, dico eam apparere bipartito ſectam in puncto H.
C Iungantur enim LK, KM, MX. & MF, FX,
D FN, FL, LK. Quoniam igitur ob lineas cõtingentes vt BK ad KD, ita eſt BH ad HD.
E atque eſt angulus BFH æqualis angulo HFD; erit HFK angulus rectus, hoc enim
F ante demonſtratum eſt. Et quoniam planum, quod per BFK tranſit, rectum eſt ad planum, quod per AFC, etenim AC eſt perpendicularis ad planum BFK, & ad communem ſectionem HF in vno planorum acta eſt FK perpendicularis; erit FK perpendicularis ad planum per AFC; & pro-
G pterea angulus NFK eſt rectus. atque eſt
H vt FK, ad KX, ita LN ad NX; æqualis igitur eſt angulus LFN angulo NFX. quare
K LN apparet æqualis ipſi NX. eſt autem, & vt LF ad FX, ita LN ad NX. Sed FX eſt æqualis FM. iuncta enim MX fit paralle-
L la ipſi AC. & vt LN ad NX. ita LH ad HM.
M ergo angulus LFH eſt æqualis angulo HFM. & LH ipſi HM æqualis videtur. Similiter & ſi alia recta linea per H ducatur, apparebit bifariam ſecta in H: punctumque H ellipſis centrum apparet, axeſque coniugati AC, BD: & quæ quidem ipſi AC ſunt parallelæ bifariam ſecantur a recta linea BD. quæ vero ducuntur a puncto K, a recta linea AC ſecari videntur, quemadmodum in ipſa
N LX demonſtratum eſt. Itaque dico rectas lineas, quæ a puncto K ducuntur, ipſi BD parallelas apparere. ducatur enim exempli cauſa LK & perpendicularis LO. quæ ad R
O P producatur: iunganturque OF, FP, FR. Quoniam igitur vt LK ad KX, hoc eſt vt LR
Q R ad XM, ita LF ad FX, atque eſt LF æqualis FR, & XF ipſi FM: erit angulus LFR æ-
S qualis angulo XFM, & ideo angulus LFO angulo XFP æqualis. & OL æqualis apparet PX. ergo LX, BD parallelæ videbuntur, quoniam & perpendiculares inter ipſas interiectæ æquales apparent.

COMMENTARIVS.

A Iunctaque EG producatur ad puncta BK, & FD, FB iungantur] *Recta enim linea KG circulum in D ſecet, & producta ſecet eundem in B.*

B Ergo AH apparet æqualis HC, & BH ipſi HD] *Ex 7. ſuppoſitione optices Euclidis.*

C Iungantur enim LK, KM, MX, & MF, FX, FN, FL, FK] *Græcus codex* ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἵτε λκ, κμ. μξ καὶ μζ, ζξ, ζν, ζλ καὶ ἔτι ἡ ζκ *loco* ζὲ *lege* ζρ.

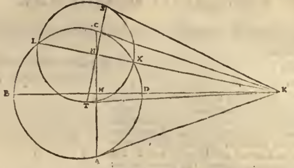
D Quoniam igitur ob lineas contingentes, vt LK ad KD ita eſt BH ad HD.] *Hoc à Pappo demonſtratur libro ſequenti propoſitione 154. lemmate autem 28. in libros poriſmatum.*

E Atque eſt angulus BFH æqualis angulo HFD, erit HFK angulus rectus: hoc enim ante demonſtratum eſt] *In præcedenti ſcilicet lemmate.*

F Et quoniam planum, quod per BFK tranſit rectum eſt ad planum, quod per AFC etenim AC eſt perpendicularis ad planum BFK, & ad communem ſectionem HF in vno

planorum

planorum acta eſt FK perpendicularis: erit FK perpendicularis ad planum per AFC] *Quoniam enim planum BFK rectum eſt ad planum circuli ABCD, & ad communem ipſorum ſectionem BD acta eſt perpendicularis AC, erit ex 4. diffin. vndecimi AC perpendicularis ad planum BFK. Rurſus cum AC exiſtens in plano AFC ſitq; perpendicularis ad HF communem ſectionem planorum, nempe plani AFC, & plani BFK, ſit perpendicularis ad planum BFK, ſequitur ex eadem 4. diffin. planum BFK rectum eſſe ad planum AFC. ergo KF, quæ in plano BFK perpendicularis eſt ad FH communem dictorum planorum ſectionem, erit etiam ad planum AFC perpendicularis.*



Atque eſt vt LK ad KX, ita LN ad NX] *Deſcribatur circa diametrum LX circulus SLT, & per punctum N ipſi LK ad rectos angulos ducatur SNT, & SK, KT iungantur. erit quadratum quidem ex NS. hoc eſt rectangulum SNT æquale rectangulo LNX, hoc eſt rectangulo CNA. quadratum vero ex NK æquale eſt duobus quadratis ex NH, HK, quorum quadratum ex NH vna cum rectangulo CNA eſt æquale quadrato ex CH. ergo quadrata ex SN, NK, hoc eſt quadratum ex KS eſt æquale quadratis ex CH, HK. videlicet quadrato ex CK. Sed quadratum ex CK æquale eſt rectangulo BKD, hoc eſt rectangulo LKX. quadratum igitur ex KH rectangulo LKX eſt æquale, ac propterea KS circulum ipſum contingit, & ita demonſtrabitur TK circulum contingere. ergo ex demonſtratis a Pappo, vt LK ad KX, ita erit LN ad NX.* G

Aequalis igitur eſt angulus LFN angulo NFX] *Ex iis, quæ nos in anteced. demonſtrauimus.* H

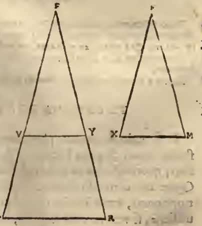
Eſt autem & vt LF ad FX, ita LN ad NX] *Ex 3. ſexti elementorum. Græcus codex* καὶ ἔστιν ὡς ἡ λζ πρὸς ζξ, ἡ νλ πρὸς νξ, *lege* ἡ λν πρὸς νξ. K

Et vt LN ad NX, ita LH ad HM] *Ex 2. ſexti elementorum.* L

Ergo angulus LFH eſt æqualis angulo HFM] *Ex eadem 3. ſexti elem.* M

Itaq; dico rectas lineas, quæ a puncto K ducuntur, ipſi BD parallelas apparere] *Græcus cod.* λέγω ὅτι φαίνονται τῇ σδ παράλληλοι αἱ ἀπὸ τοῦ κ διαγόμεναι *lege* τῇ βδ. N

Iunganturque OF, FP, FR] *Græcus codex* καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ θζ, ζπ, ζρ. *legendum autem videtur* αἱ οζ, ζπ, ζρ. O

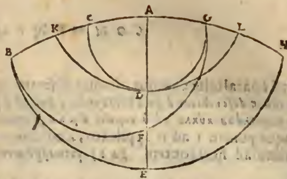


Quoniam igitur vt LK ad LX, hoc eſt vt LR ad XM] *Ob ſimilitudinem triangulorum LKR, XKM.* P

Ita LF ad FX] *Eſt enim vt LK ad KX, ita LN ad NX, & vt LN ad NX, ita LF ad FX. ergo vt LK ad KX, ita LF ad FX.* Q

Erit angulus LFR æqualis angulo XFM] *Deſcribantur ſeorſum triangula FLR. FXM: & a rectis lineis FL, FR abſcindantur æquales ipſis FX, FM, quæ ſint FV, FY. Itaque quoniam FL, FR inter ſe æquales ſunt, itemque FV, FY, quod & ipſa FX, FM ſint æquales, erit vt FV ad VL, ita FY ad YR. quare VY parallela eſt ipſi LR, & triangulum VFY ſimile eſt triangulo LFR. Vt igitur LF ad FV, ita LR ad VY. Sed vt LF ad FX,* R

Sit enim Horizon ABH, tropicus æſtiuus CG, hyemalis BH, meridianus autem ADE, Zodiacus BFG; & horizontis polus in tropico æſtiuo, qui ſit D. Dico in vna conuerſione Zodiacum BFG ſemel eſſe rectum ad horizontem ABH. Quoniam enim in vna conuerſione punctum G circumferentiam GC pertranſit, atque eam, quæ ipſi continuata eſt ſub terra, & rurſus ad eundem locum redet: in hac autem conuerſione G ſemel peruenit ad polum D, & Zodiacus poſitionem ſumit in KDL: erit is ſemel ad horizontem rectus; etenim per polos eius tranſit. Similiter autem, & ſi polus horizontis ſit in hiemali tropico, vt B Zodiacus ſemel erit rectus ad horizontem. Conſtat enim duos horizontis polos non eſſe in tropico ſiue æſtiuo, ſiue hyemali, nam diametrum ſphæræ non recipit circulus aliquis minor maximo. quare vterque tropicorum non tranſiens per centrum ſphæræ, duos polos horizontis non recipit. punctum igitur G ſub terra non tranſit per alterum polum horizontis, ſed vterque tropicorum vnum recipit polum. Quoniam enim G per diametrum opponitur ipſi B, atque habet G poſitione ad polum D, habebit B ſub terra in tropico hyemali alterum horizontis polum ipſi D oppoſitum. Non igitur in altero duorum tropicorum ſunt duo poli, ſed vterque in vtroque tropicorum exiſtit.

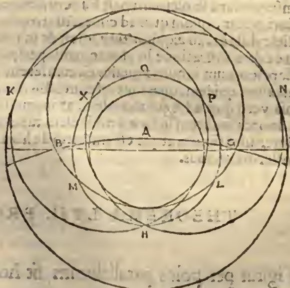


15. primi ſphæric. Theod.

THEOREMA LVI. PROPOSITIO LVI.

Sit polus horizontis inter tropicos, videlicet H. Dico Zodiacum bis fieri rectum ad horizontem in vna conuerſione.

Deſcribatur enim Zodiacus BMG, & ſit parallelus circulus, in quo H fertur MOL. Itaque puncto L ad H applicato Zodiacus BMG poſitionem ſumens in NHX rectus fit primo ad horizontem. Rurſus cum punctum M circumferentiam MOH pertranſierit in conuerſione, atque ad H ſe applicuerit, Zodiacus poſitionem ſumens in KHPG rectus ſecundo fit ad horizontem. ſola enim LM puncta ex ijs, quę ſunt in Zodiaco, & quæ in parallelo ML, in circulo MOL feruntur, & bis tantũmodo faciunt Zodiacum ad horizontem rectũ per polum H tranſeuntia in vna Mundi conuerſione, nam vtrumque punctorum ML totum circulum MOL percurrit. quare, & per omnia puncta circumferentiæ circuli in vna conuerſione tranſeunt puncta ML: ergo, & per H in vna conuerſione vtrumque punctorum LM tranſibit.



A
B
C

COMMENTARIVS.

A Et ſit parallelus circulus, in quo H fertur MOL] *videlicet parallelus, qui in vna conuerſione deſcribitur à polo horizontis, hoc eſt à puncto H. Græcus codex ἴσο δὲ καθ᾽ φέρεται παραλλήλου κύκλου τὸ θ σημεῖον ὁ μ λ θ ſed puto legendum ὁ μ ο λ.*

B Itaque puncto I ad H applicato, Zodiacus BMG poſitionem ſumens in NHX rectus fit primo ad horizontem] *Ex 15. primi ſphæricorum Theodoſij, cum per polos eius tranſeat.*

C Sola enim LM puncta ex ijs, quæ ſunt in Zodiaco, & quæ in parallelo ML in circulo MOL feruntur] *parallelus enim circulus MOL ſecat Zodiacum in duobus punctis ML. quare ſola ea puncta Zodiaci in circulo MOL feruntur. Græcus codex μόνα γὰρ τὰ λ ο σημεῖα τῆς ἐπὶ τοῦ Zοδιακοῦ κύκλου &c. legendum autem arbitror μόνα γὰρ τὰ λ μ σημεῖα.*

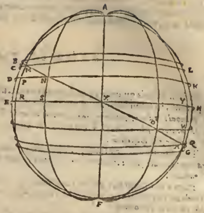
In duodecimo theoremate dicit Euclides. Semicirculi poſt Cancrum A æquales circumferentiæ in temporibus inæqualibus occidunt, & in maximis quidem, quæ ſunt ad contactus tropicorum, in minoribus, quæ deinceps ſunt; in minimis verò ad æquinoctialem. at in temporibus æqualibus quæ ab æquinoctiali æqualiter diſtant.

Quæritur autem cur de occaſu harum circumferentiarum dicit, de ortu autem non item, ſuperat enim quæſitum, & conuertitur in orientales determinationes. tota namque tractatio huiuſmodi eſt. Inuenire habitationem, in qua exempli gratia Cancer in ijſdem temporibus, in quibus Leo ad ſuperiora aſcendat. Hipparchus autem in libro de duodecim ſignorum aſcenſione per numeros oſtendit, non perinde vt occidunt æquales circumferentię ſemicirculi poſt Cancrum. quæ inter ſe quandam habent temporis comparationem, ita etiam ipſas oriri. etenim quaſdam eſſe habitationes, in quibus ęqualium circumferentiarũ ſemicirculi poſt Cancrũ, ſemper ea, quę æquinoctiali propinquior eſt, in maiori oritur, quam quæ ad contactus tropicorum. quamobrem & ipſe in ijs, quæ æqualiter diſtant, ab æquinoctiali, dixit & in temporibus æqualibus exortus fieri. illud autem ex demonſtratione in phænomenis perſpicuum eſt. Similiter & in ſemicirculo poſt Capricornum inquit, æquales circumferentię in temporibus inęqualibus oriuntur. & in maximis quidem, quæ ſunt ad contactus. in minoribus, quæ has conſequuntur, in minimis vero quæ ad æquinoctialem. at inęqualibus quæ ab æquinoctiali æqualiter diſtant: de occaſu autem ipſorum nihil dicit. ratio enim demonſtrationis in orientales incidit determinationes. atque eſt tractatio de his à Menelao Alexandrino conſcripta; de qua poſterius agemus.

THEOREMA LVII. PROPOSITIO LVII.

Si igitur per polos parallelorum ſit horizon, ita demonſtrabitur.

Sit hori-



Sit horizon per polos parallelorũ ABCDEFH, & ſemicirculus Zodiaci poſt Cancrum BXO: maximus autem parallelorum ſit HXP, & diuidatur quadrans BNX in partes æquales in punctis MN, & per A & vtrumque MN maximi circuli deſcribantur. tranſibunt vtique etiam per alterum polum, qui ſint AMF, ANF. & rurſus per MN deſcribantur paralleli circuli CML, DNK. Quoniam igitur vnuſquiſque ſemicirculorum AMF, ANF congruit ipſi ADF ſemicirculo occidentali, ſimul enim occidit MB circumferentia & circumferentia CM; in quo autem tempore MO occidit, in hoc M punctum circumferentiã MC pertranſiuit: ſequitur vt in quo tempore punctum M pertranſit circumferentiam MC, in hoc & MB circumferentia occidat. Rurſus circulo AMF horizontis poſitionem aſſumente, puncta MP ſimul in horizonte ſunt, & puncto N facto in horizonte, circumferentiæ PN, NM iam occiderunt. ſimul enim occidit circumferentia PN, & NM. in quo autem tempore occidit NP, punctum N circumferentiam NP pertranſiuit. ergo in quo tempore N circumferentiam RF pertranſit, in hoc circumferentia NM occidit. Similiter & in quo tempore X pertranſit circumferentiam XS, in hoc NX circumferentia occidit. Itaque quoniam per polos parallelorum deſcripti ſunt maximi circuli, ſimiles abſcindent eorum parallelorum circumferentias, quæ inter ipſos eijciuntur. Similis igitur eſt circumferentia MC circumferentiæ DP, & circumferentiæ ER. circumferentia autem NP ſimilis ipſi SR. Et quoniam æquales ſunt BM, MN, NX, & per polos maximi circuli deſcribuntur, erit RE maior, quam RS, & RS maior, quam SX. ergo in maiori tempore punctum R circumferentiam RE pertranſit, quam punctũ S circumferentiam SR: & punctu S circumferentiam SR pertranſit in maiori tempore, quam punctũ X circumferentiam XS. Sed in quo quidem tempore punctum R circumferentiã RE pertranſit in hoc & punctum M circumferentiam MC. in quo autem punctũ S circumferentiam SR, in hoc & N circumferentiã NP. in maiori igitur tempore punctũ M circumferentiam MC pertranſit, quam punctum N circumferentiam NP: & punctum N circumferentiam NP in maiori tempore, quam punctum X circumferentiam XS. Sed in quo tempore punctum M pertranſit circumferentiam MC, in hoc & BM circumferentia occidit: in quo autem punctum N pertranſit NP, in hoc occidit MN, & in quo X pertranſit XS, in hoc & NX occidit. quare in maiori quidem tempore occidit BM, in minori autem MN, & in minimo NX. Simili ratione, & quæ ſunt in quadrante XG demonſtrabuntur. At vero in maiori tempore oriri BM, quã MN, & MN in maiori, quã NX ſic enim oſtendemus. ſecetur enim quadrans XG ſimiliter, vt BX in punctis OΩ, & per polum A, & puncta OΩ maximi circuli deſcribantur FOA, FΩA. Eodem modo demonſtrabitur circumferentia HY maior, quam ſimilis circumferentiæ YT, & YT maior, quam ſimilis ipſi TX, & circumferentiæ circulorum parallelorum maximo. Circumferentia igitur QΩ maior eſt, quam ſimilis circumferentiæ VO: & VO maior, quam ſimilis circumferentiæ TX: & ob id punctum Ω in maiori tempore circumferentiam ΩQ pertranſit, quam punctum O circumferentiam OV. & punctũ O in maiori tempore pertranſit circumferentiã OV, quam X circumferentiam XT. Sed in quo tempore Ω pertranſit circumferentiam ΩQ, in hoc circumferentia ΩG oritur, in quo autem tempore O pertranſit OV, in hoc oritur circumferentia OΩ, & in quo X pertranſit XT, in eo oritur XO. In maiori igitur tempore circumferentia quidem GΩ oritur, quam circumferentia ΩO. circumferentia vero ΩO oritur in maiori tempore, quam circumferentia OX. Sed in eodem tempore vnaquæq; circumferentiarũ GΩ, ΩO, OX oritur, in quo vtraquæq; ipſarum BM, MN, NX. hoc eſt GΩ quidem in eodem tempore, in quo BM, & ΩO in eodem in quo

MN, OX

MN, OX autem in eodem, in quo NX, hoc enim & in elemento demonſtratum eſt.
F ergo in maiori quidem tempore oritur circumferentia BM, in minori autem circumfe-
G rentia MN, & in minimo circumferentia NX oritur.

COMMENTARIVS.

A Et in maximis quidem, quæ ſunt ad contactus tropicorum, in minoribus, quæ deinceps ſunt, in minimis vero, quæ ad æquinoctialem] *Græcus codex* καὶ ἐν μεγίσταις αἱ πρὸς ταῖς συναφαῖς τῶν τροπικῶν ἐν ἐλαχίσταις δ' αἱ πρὸς τῷ ἰσημερινῷ. *Sed corrige ex Euclide ipſo* καὶ ἐν πλείστοις μὲν αἱ πρὸς ταῖς συναφαῖς τῶν τροπικῶν, ἐν ἐλάσσοσι δὲ αἱ ἑξῆς τούτων, ἐν ἐλαχίστοις δὲ αἱ πρὸς τῷ ἰσημερινῷ.

B Tranſibunt vtique etiam per alterum polum] *ſi enim non tranſeant per alterum polum maximi circuli ſeſe bifariam non ſecabunt, quod eſt abſurdum. ex 11. primi ſphæricorum Theodoſij.*

C Itaque quoniam per polos parallelorum deſcripti ſunt maximi circuli, ſimiles abſcindent parallelorum circumferentias, quæ inter ipſos interijciuntur] *Ex 10. ſecundi ſphæricorum Theodoſij.*

D Et quoniam æquales ſunt BM, MN, NX, & per polos maximi circuli deſcribuntur, erit BR maior, quam RS, & RS maior quam SX] *Ex 6. tertij libri ſphæricorum Theodoſij, & ex 21. huius.*

E Eodem modo demonſtrabitur circumferentia HY maior, quam ſimilis circumferentiæ YT, & YT maior, quam ſimilis ipſi TX; & circumferentiæ circulorum parallelorum maximo] *Demonſtrabitur enim ſimiliter ex 6. tertij libri ſphæricorum Theodoſij, & ex 21. huius circumferentiam HY maior, quam circumferentia YT, & rurſus YT maior, quam TX. Et cum ſint circumferentiæ eiuſdem circuli, erit HY maior quam ſimilis ipſi YT, & YT maior, quam ſimilis TX. ſed circumferentia QΩ ſimilis eſt circumferentiæ HY, & circumferentia VO ſimilis circumferentiæ YT. circumferentia igitur QΩ maior eſt, quam ſimilis circumferentia VO, & VO maior, quam ſimilis ipſi YT.*

F Hoc enim & in elemento demonſtratum eſt] *Demonſtratur etiam ab Euclide hoc loco, circumferentias, quæ ab æquinoctiali æqualiter diſtant, in temporibus æqualibus, & occidere, & oriri.*

G Ergo in maiori quidem tempore oritur circumferentia BM, in minori autem circumferentia MN, & in minimo circumferentia NX oritur] *Græcus codex* ἀνατέλλει ἄρα ἐν μείζονι χρόνῳ ἡ μβ, ἐν ἐλαχίστῳ δὲ ἡ νξ, *ſed corrige.* ἀνατέλλει ἄρα ἐν πλείστῳ χρόνῳ ἡ μβ, ἐν ἐλάσσονι δὲ ἡ μν, ἐν ἐλαχίστῳ δὲ ἡ νξ.

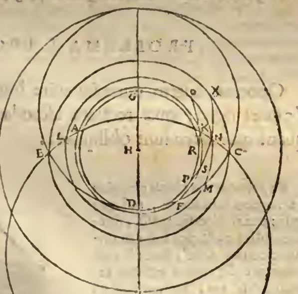
Oſtenſum igitur eſt ex æqualibus circumferentijs ſemicirculi quidem poſt Cancrum, eam, quæ propinquior eſt tropico æſtiuo in maiori tempore occidere, quam quæ remotior eſt, ſemicirculi vero poſt Capricornum, qui propinquior eſt hyemali tropico in maiori tempore oriri, quam quæ remotior. Si verò aliquis quæſierit, an e contra eueniat, vt ſcilicet ex æqualibus circumferentijs ſemicirculi poſt Cancrum, ſemper quæ propinquiores ſunt tropico æſtiuo in maiori tempore oriantur, quam quæ ſunt remotiores. Dicendum eſt non in omni habitatione hoc contingere poſſe. ſiquidem oſtendetur in aliquibus horizontibus Virginem rectiorem aſcendere, quam Leonem, & contra Leonem in maiori tempore oriri, quam Virginem, & Leonem rectius aſcendere, & in maiori tempore oriri, quam Cancrum.

THEO-

THEOREMA LVIII. PROPOSITIO LVIII.

At in omni climate, vbi ortus, & occaſus eſt duodecim ſignis, Virginem rectiorem aſcendere, quam Leonem, ita oſtendetur.





Sit horizon A B C, tropicus autem æſtiuus D G, in primo quidem caſu contingat horizontem in ſecun'o autē ſecet: & polus ipſius ſit H: perque H & horizontis polos deſcribatur maximus circulus G H E. erit igitur meridianus & rectus ad horizontem, etenim per polos ipſius eſt deſcriptus. deſcribatur etiam per D Zodiacus circulus B D C, & ſit B C circulus æquinoctialis, vt eſt. Itaque quoniā circuli D G, & B D C ſeſe coniungunt, & per contactum D & per polos vnius D G, videlicet H. deſcriptus eſt maximus circulus meridianus G H D E. tranſibit etiam per polos alterius circuli B D C, & ad ipsū rectus erit. quare, & Zodiacus erit ad meridianum rectus, & propterea per polos eius tranſibit. eſt autem, & horizon, & ęquinoctialis per polos meridiani. ergo & communis ſectio trium circulorū, nempe horizontis, & Zodiaci, & æquinoctialis ſunt puncta B C, ſecundum diametrum oppoſita. æquinoctialis igitur eſt circulus. Diuidatur D C in tres partes æquales in punctis F M & per F M circuli paralleli deſcribantur A F K, L M O. erit Cancri quidem ſignum D F, Leonis vero F M, & Virginis M C. Cum igitur M C oritur, Zodiacus poſitionem quandam habebit, habeat eam, quam P N X: & cum oritur F M Zodiacus poſitionem habeat, quam R K O. ergo per 22. theorema 2. libri ſphęricorum Theodoſij Zodiacus rectiſſimus eſt, videlicet maxime ſublimis, quando poſitionem habet B D C. Semper enim. quo propinquior eſt contactui æſtiuo, eo minus inclinatur. rectior igitur eſt P N X, quam R K O. & N X quidem ſignum oritur, quod eſt Virginis, Zodiaco poſitionem habente P N X: R K O autem Leonis ſignum oritur Zodiaco poſitionem R K O habente, quare Virgo rectior aſcendit, quam Leo in ijs habitationibus, in quibus omnes partes Zodiaci oriuntur, & occidunt, & manifeſtum eſt poſitione Zodiaci recte ſe habere ex 13. theoremate 2. libri F ſphæricorum, ſimiles enim ſunt circumferentiæ D P, F S, M N, C X, & æquales P S, R K, S N, K O, ita vt conuerſa ſphæra in tempore æquali puncta punctis congruant, quem admodum demonſtratum eſt in libro de ſphæra mota: & circumferentiæ, quæ interijciuntur, æquales æqualibus, & circumferentia item interiecta Zodiaci circuli, oportet au- G

tet autem circumferentia æqualem ipſi MC inter eoſdem parallelos eſſe: propterea quod aſcenſio ipſius MC eadem ſumitur, quæ NX, non procedit autem theorema in maiori eleuatione, quando horizon contingat maiores circulos, quam quos Zodiacus contingit.

COMMENTARIVS.

A Erit igitur meridianus, & rectus ad horizontem] *Ex 15. primi libri ſphæricorum Theodoſij.*

B Itaque quoniam circuli DG, & BDC ſeſe contingunt, & per contactum, & per polos vnius DG, videlicet H deſcriptus eſt maximus circulus meridianus GHDE, tranſibit etiam per polos alterius circuli, & ad ipſum rectus erit] *Ex 5. ſecundi libri ſphæricorum. Græcus codex* ἐπεὶ οὖν οἱ δη βγ ἐφάπτονται ἀλλήλων. *legendum puto.* ἐπεὶ οὖν οἱ δη βδγ ἐφάπτονται ἀλλήλων.

C Ergo & communis ſectio trium circulorum, nempe horizontis; Zodiaci, & æquinoctialis ſunt puncta BC ſecundum diametrum oppoſita] *Communis ſectio dictorum circulorum eſt recta linea BC, quæ ipſorum diameter eſt, cum ſeſe bifariam ſecent.*

D Diuidatur DC in tres partes æquales] *Græcus codex* διῃρήσθω ἡ δγ εἰς δύο ἴσα. *legendum puto* εἰς τρία ἴσα.

E Ergo per 22. theorema ſecundi libri ſphæricorum Theodoſij Zodiacus rectiſſimus eſt, videlicet maxime ſublimis, quando poſitionem habet BDC] *Rectiſſimum dixit pro minus inclinato, & ſublimiori.*

F Et manifeſtum eſt poſitiones Zodiaci recte ſe habere ex 10. theoremate ſecundi libri ſphæricorum] *Græcus codex* τῷ ιβ τοῦ β *ſed legendum puto* τῷ ιγ.

G Et circumferentia item interiecta Zodiaci circuli] *Græcus codex* καὶ μεταξὺ περιφέρεια ὁ τοῦ ζωδιακοῦ κύκλος. *Vide ne legendum ſit* καὶ μεταξὺ περιφέρεια ἡ τοῦ ζωδιακοῦ κύκλου.

PROBLEMA I. PROPOSITIO LIX.

Oporteat autem nunc inuenire horizontes habitationum, in quibus Zodiaci ſigna, quæ rectiora aſcendant, in minori tempore oriuntur; quam quæ aſcendunt obliquiora.



Exponatur maximus circulus ABCD pro horizonte, qui per polos parallelorum trãſit, ſintque poli AC, & per ipſos maximus circulus AHC, hoc eſt meridianus.
A Sit autem æſtiuus ſemicirculus EG, hyemalis KF. Zodiaci poſitio interdum quidem ſit BHF, interdum vero GHK. & orientales partes ſint, quæ ad puncta GDF. diuidaturque quadrans BH in ſigna in punctis LM. Quoniam igitur horizon tranſit per polos ſphæræ, hoc eſt æquinoctialis, ad ipſum rectus erit. quare & æquinoctialis eſt ad horizontem rectus, & per polos eius tranſit. eſt autem, & meridianus per polos horizontis. quare communis ſectio æquinoctialis, & meridiani ſunt poli horizontis, & per ipſos æquinoctialis continenter fertur. At Zodiacus ſecundum duo puncta tantum, quæ ſunt principia Arietis & Libræ

& Libræ, fertur per communes ſectiones æquinoctialis, & meridiani. ergo circumfe-
rentia ab horizonte ad polum eſt quadrantis, videlicet partium nonaginta. Et ſunt in E
horizonte puncta tropicorum E G K F. a quibus ad meridianum eſt quadrantis circum-
ferentia. ergo quadrans eſt a punctis E G, K F ad commune punctum æquinoctialis cir- F
culi, & meridiani, & poli horizontis, quod eſt H. Deſcribantur etiam per L M H paral- G
leli circuli L N, M X, E H D. erit vtique R O D æquinoctialis, vt ante dictum eſt. poſtre-
mo deſcribantur per polum A, & per vnumquodque punctorum L M, N X maximi cir-
culi A O, A P, A R, A S. Et quoniam ex 13. theoremate 2. ſphæricorum, æquales ſunt H
circumferentiæ E L, G N, L M, N X, & M H, X H, diuiſæ autem ſunt in partes æquales;
erunt & in ſigna diuiſæ, & inter ſe æquales, atque eſt punctum E principium Cancri, K
præcedens ſemicirculum: & punctum G principium Cancri ſemicirculum ſequens. qua-
re puncta quidem L M H ſequuntur E, puncta vero N X H præcedunt G, adeo vt ſint
ſigna ὁμόζωνα: & ſit punctum H Arietis ſecundum G, & Libræ ſecundum E. maior igi- L
tur eſt circumferentia E O, quam O P: & O P maior, quam P H. Similiter & D S maior M
quam S R: & S R quam R H maior. quare C H S maior erit, quam dupla ipſius P H R, hoc N
eſt ſimilitudine L N maior, quam dupla ipſius M X. ſit L Φ ſimilitudine dupla M X: & per
Φ H maximus circulus deſcribatur Q Φ, H Z. erit is rectus ad A B C D horizontem. ete-
nim punctum H eſt horizontis polus. Itaq; dico ſi conſtituamus horizontem vel Q Φ H Z
vel G H K, qui æſtiuum tropicum E G contingit, in habitatione, quæ cadit inter Q G;
oſtendetur Virgo rectior aſcendere, quam Leo, in maiori autem tempore Leo oriri, O
quam Virgo. Quoniam enim poſuimus talem horizontem maiores circulos non con- P
tingere, quam ſint circuli tropici, conſtat ex eo, quod ante demonſtratum eſt Virgi-
nem rectiorem aſcendere, quam Leonem. ponatur primum horizon G H K, & ſit ipſius
orientalis ſemicirculus G H K, meridiano exiſtente A B C D ad parallelos & ad G H K recto.
tropicus igitur æſtiuus B G erit circulus arcticus horizontis G H K. atque erit Cancri ſi-
gnum E L, Leonis L M, & Virginis M H. circumferentia autem M H rectior eſt, quam
L M, & eſt M H Virginis. ergo M H rectior aſcendit, quam L M. Dico L M in maiori
tempore oriri, quam M H. Quoniam enim demonſtratum eſt L N ſimilitudine maio-
rem eſſe, quam duplam ipſius M X, & in quo quidem tempore punctum L circumferen-
tiam N L pertranſit, oritur L H, etenim cum L a puncto N orientis incipiat pertranſire
L N, aſcendit L H namq; H eſt in horizonte orietali, in quo autem tempore punctū M cir-
cumferentiam X M pertranſit, eadem ratione M H oritur: conſtat L H in maiori tem-
pore oriri, quam ſit duplum eius, in quo oritur M H quare maius eſt tempus ortus L M,
quam M H. Si enim a tempore ortus L H auferatur tempus M H minus, quam dimidium
quod tempus L H ſit maius, quam duplum, relinquetur tempus ipſius L M maius, quam
dimidium temporis L H, maius exiſtens tempore M H, quod eſt minus, quam dimi-
dium L H. Rurſus ſit alter horizon Q Φ H Z meridiano exiſtente A B C D, recto ad pa-
rallelos, & ad Q Φ H Z horizontem. nam cum H ſit meridiani polus, recti ad inuicem
erunt. Dico in maiori tempore oriri L M, quam M H. Quoniam enim ablata eſt L Φ
ſimilitudine dupla ipſius M X, manifeſtum eſt L Φ maiorem eſſe, quam duplam M Y.
nam punctum Y cadit inter M X. ſiquidem conſtat H Φ Q non tranſire per M X, fierent Q
enim H M, X H maximorum circulorum diametri, quæ quidem ſunt minores totis ſemi-
circulis B M H F, G X H K. quod fieri non poteſt. Sed neque extra M X, etenim tranſibit
etiam per Φ, vt poſitum eſt: & per H Φ deſcriptus circulus rurſus ſecabit maximos cir-
culos B L F, G X K in alio puncto, atque erit ſectio minor ſemicirculo, quæ eſt in pun-
cto H, quod fieri non poteſt. cadet igitur punctum Y inter M X. Sed in quo quidem
tempore punctum L circumferentiam Φ L percurrit incipiens a puncto Φ orientalis
horizontis, oritur L H. in quo autem tempore M percurrit Y M circumferentiam, in-
cipiens a puncto Y orientalis horizontis, M H oritur. quare perſpicuum eſt in maiori
tempore oriri L M, quam M H, vt ante demonſtratum fuit. Eodem modo demonſtra-
bimus circumferentiam E L in maiori tempore oriri, quam L M. & L M circumferen-
tiam Leonis rectius aſcendere quam E L, quæ eſt Cancri. Demonſtrata igitur ſunt,
quæ proponebantur. Secundum Problemæum vero in ſphæra recta, & in primo cli-
mate, & ſecundo concorditer. Cancer in maiori tempore oritur, quam Leo. ſed poſt
gr. 16. m. 27. eleuationis poli ſecundi climatis vſque ad tertium in maiori tempore ori-
tur Leo, quam Cancer, ita vt diſcrepantia ſit. At Leonem rectius aſcendere, quam
Cancrum demonſtrabitur rurſus ex 21. theoremate ſecundi libri ſphæricorum; quem-
admodum in antecedenti lemmate.

COMMENTARIVS.

A Sit autem æſtiuus ſemicirculus EG, hyemalis KF,] *Per æſtiuum circulum intellige tropicum Cancri, & per hyemalem tropicum Capricorni.*

B Diuidaturque quadrans BH in ſigna in punctis LM] *Græcus codex* καὶ διῃρήσθω τὸ εθ τεταρτημόριον εἰς τὰ ζῴδια τὰ λμ. *ego legendum puto,* κατὰ τὰ λμ.

C Quare communis ſectio æquinoctialis, & meridiani ſunt poli horizontis.] *In ſphæra recta, de qua nunc ſermo eſt, æquinoctialis, & verticalis iidem ſunt, communis autem ſectio verticalis, & meridiani eſt gnomon, vt ſcribit Ptolemæus in libro de analemmate cuius termini ſunt poli horizontis. ſed fortaſſe hoc dixit Pappus intelligens per æquinoctialem, & meridianum circumferentias tantum eorum circulorum, quarum communes ſectiones ſunt horizontis poli, & eadem ratione in antecedenti theoremate dixit communem ſectionem trium circulorum, nempe horizontis, Zodiaci, & æquinoctialis eſſe puncta* BC *ſecundum diametrum oppoſita.*

D At Zodiacus ſecundum duo puncta tantum, quæ ſunt principia Arietis, & Libræ fertur per communes ſectiones æquinoctialis, & meridiani] *Græcus codex corruptus eſt, vt reor in quo legitur.* ὁ δὲ ζωδιακὸς ζ ζυγοῦ ὁ τῶν κοινῶν τομῶν. *ſed vide ne legendum ſit* διὰ τῶν κοινῶν τομῶν.

E Et ſunt in horizonte puncta tropicorum EG, KF, a quibus ad meridianum eſt quadrantis circumferentia] *Et hoc loco Græcus codex corruptus eſt, ni fallor, qui ſic habet.* καὶ ἔστιν ἐπὶ τοῦ ὁρίζοντος τὰ εη, κζ ὄντα τῶν ἀφ' ὧν σημεῖα τῶν τροπικῶν ἐπὶ τὸ μεσημβρινὸν τεταρτημόριον. *fortaſſe vero ita corrigetur.* τὰ εη, κζ ὄντα σημεῖα τῶν τροπικῶν, ἀφ' ὧν ἐπὶ τὸ μεσημβρινόν, &c.

F Ergo quadrans eſt a punctis EG, KF ad commune punctum æquinoctialis circuli, & meridiani, & poli horizontis, qui eſt H] *Quod in principio poſuit nunc demonſtrat, poſuit enim ſupra* BH *quadrantem eſſe, cum dixit diuidatur quadrans* EH *in ſigna in punctis* LM.

G Deſcribantur etiam per LMH paralleli circuli LN, MX, EHD] *Græcus codex* καὶ διὰ λμθ παράλληλοι γεγράφθωσαν αἱ λμνξ. *lege* οἱ λνμξ. *parallelus autem* LN *quadrantem Zodiaci* GH *in puncto* N *ſecet, &* MX *eundem ſecet in* X,

H Et quoniam ex 13. theoremate ſecundi libri ſphæricorum æquales ſunt circumferentiæ BL, GN, & LM, NX, & MH, XH; diuiſæ autem ſunt in partes æquales; erunt, & in ſigna diuiſæ, & inter ſe æquales] *Quadrans* EH *diuiſus eſt in tres partes æquales, hoc eſt in ſigna* BL, LM, MH. *Sed cum æquales ſint* BL, GN, *&* LM, NX, *&* MH, XH, *erit & quadrans* GH *in totidem partes æquales diuiſus; videlicet in ſigna, & omnes hæ circumferentiæ inter ſe æquales erunt. Græcus codex* καὶ ἐπειδὴ τὸ ιβ' τοῦ δευτέρου *&c. theorema illud eſt tertiumdecimum ſecundi libri, non duodecimum, quare ſcribendum erit* ιγ'.

K Atque eſt punctum E principium Cancri præcedens ſemicirculum, & punctum G principium Cancri ſemicirculum ſequens] *Punctum enim* E *eſt principium Cancri,* L *principium Leonis,* M *Virginis. &* H *Libræ. rurſus* H *eſt principium Arietis,* X *principium Tauri,* N *Geminorum, &* G *Cancri.*

L Et Libræ ſecundum B] *Græcus codex* καὶ συζύγου ὁ κατὰ τὸ ε, *Vel legemus* καὶ ζυγοῦ *vel* συζύγου *pro eodem accipiemus.*

M Maiori igitur eſt circumferentia BO, quam OP, & OF maior, quam PH. Similiter & DS maior, quam SR, & SR, quam RH maior] *Ex 6. tertij libri ſphæricorum, vel ex 21. huius.*

N Quare OHS maior erit, quam dupla ipſius PHR, hoc eſt ſimilitudine LN maior, quam dupla ipſius MX] *Eſt enim ex 10. ſecundi libri ſphæricorum* LN *ſimilis ipſi* OHS, *&* MX *ſimilis* PHR.

O In maiori autem tempore Leo oriri, quam Virgo] *Græcus codex* ἐν πλείονι δὲ χρόνῳ παρθένος ἀνατέλλει *ſed legendum* ἐν πλείονι δὲ χρόνῳ ὁ λέων παρθένου ἀνατέλλει.

P Quoniam enim poſuimus talem horizontem maiores circulos non contingere] *Græcus codex.* ἐπείπερ ἐν πλείονι χρόνῳ ὑπεθέμεθα ὁρίζοντα, *&c. delenda ſunt ea verba* ἐν πλείονι χρόνῳ, *vt opinor.*

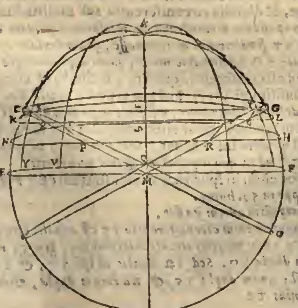
Q Siquidem conſtat HΘQ non tranſire per MX, fierent enim HM, XH maximorum circulorum diametri, quæ quidem ſunt minores totis ſemicirculis EMHF, GXHK, quod fieri non poteſt.] *Probat punctum* Y *cadere, inter* MX. *nam ſi non cadit inter* MX, *vel cadet in ipſis* MX *punctis, vel extra, cadat primum in punctis* MX, *& quoniam maximi circulo*

culo

culi G X H K, Q Φ H Z *ſecant ſeſe in puncto* H, & *in puncto* M, *vel* X, *vt ponitur, erunt iunctæ* H M, M X *ſemidiametri maximorum circulorum, & circumferentiæ* H M, H X *ſemicirculi, quod circuli maximi bifariam ſe ſecent, atqui* H M, H X *ſunt minores ſemicirculis, ponebantur enim ſemicirculi totæ circumferentiæ* E M H F, G X H K, *quod fieri non poteſt. Si autem punctũ* Y *cadit extra* X, *maximus circulus* Q Φ H Z *ſecabit maximum circulum* C X H K *in alio puncto inter* X N. *ſecet in* Ξ. *ergo iuncta* H Ξ *diameter eſt maximorum circulorum, & circumferentia* H Ξ *ſemicirculus, quæ eſt ſemicirculo minor, quod eſt abſurdum. Quod ſi* Y *cadat extra* M, *rurſus maximus circulus* Q Φ H Z *ſecabit maximum circulum* E M H F *in alio puncto, quam* H, & *idem quod prius abſurdum ſequitur. Græcus codex, vt opinor, corruptus eſt: ita enim habet* ὅτι μὲν γὰρ &c. γίνονται γὰρ διάμετροι τῶν μεγίστων κύκλων αἱ θ μ ξ θ ἐλάσσονες γὰρ, &c. καὶ ἔσται ἡ κοινὴ τὸ ἐλάσσονος ἡμικυκλίου ἡ ἀπὸ τοῦ θ ὅπερ ἀδύνατον. *Sed fortè corrigetur in hunc modum.* γίνονται γὰρ διάμετροι τῶν μεγίστων κύκλων, &c ἐλάσσονες γάρ; &c. καὶ ἔσται ἡ τομὴ τὸ ἐλάσσον τοῦ ἡμικυκλίου ἡ ἀπὸ τοῦ θ.

THEOREMA LIX. PROPOSITIO LX.

Sit per polos ſphæræ circulus A B C D, poli autem ſphæræ A B. & ſit A
alius circulus maximus C D, obliquus quidem ad parallelos, rectus vero ad circulum A B C D, & diuidatur quadrans C Q in tres partes æquales ad puncta S T, & per S T Q deſcribantur circuli paralleli: ſintque ipſorum, & circuli A B C D communes ſectiones C D, K L, N H, E F, quæ quidem, B
& diametri fiunt. Sit præterea ipſi K L parallela C G. Æſtiuus igitur tro- C
picus circa C G deſcriptus rectus eſt ad circulum A B C D, continget enim in C & iungatur M G. Dico circumferentiam, quæ eſt ſecundum rectam D E
lineam X O, habetque baſim ipſi X O æqualem ſimilitudine maiorem eſſe, quam duplam circumferentiæ, quæ eſt ſecundum rectam P R in circulo N H.



Intelligantur enim communes ſectiones omnium circulolorum. erunt vtique S X, T P, Q M perpendiculares ad C D; & ad K L, N H, E F. Deſcribantur per S T Q & per A circulorum maximorum circumferentiæ A Y, A N, A Q. quare A Q ſemicirculos aſſumptos parallelorum circulorum bifariam ſecat. Ducantur etiam a punctis O R ad rectos angulos ipſis K L, N H in planis ſemicirculorum O Ψ, R Z; quæ erunt equales ipſis X S, P T. ergo & circumferentiæ ſecundum rectas lineas X O, P R erunt S Ψ, T Z. eſt igitur circumferentia S Ψ ſimilitudine maior quam dupla circumferentiæ T Z quare, & dimidia circumferentia S Ω ſimilitudine maior eſt, quam dupla dimidiæ T ς. Sed circumferentia quidem S Ω ſimilis eſt circumferentiæ L
Y Q, circumferentia vero T ς ſimilis ipſi Y Q. Similitudine igitur circumferentia Y Q M

maior eſt, quam dupla circumferentiæ V Q, quod quidem ita ſe habet. nam circumferentia S T æqualis eſt circumferentiæ T Q. & per polum, & per S T Q maximi circuli
N deſcribuntur. hoc enim in ſphæricis demonſtratum eſt.

COMMENTARIVS.

A Sit per polos ſphæræ circulus A B C D] *Hoc theorema videtur quodammodo ſuperuacaneum, quod enim in eo demonſtratur, ſatis ſuperque demonſtratum iam fuit.*

B Quæ quidem, & diametri fiunt] *Nam* C D *maximi circuli* C Q D *diameter eſt, &* K L, N H, E F *ſunt diametri parallelorum circulorum.*

C Aeſtiuus igitur tropicus circa C G deſcriptus rectus eſt & ad circulum A B C D. continget enim in C] *Græcus codex ſic habet* ὁ ἄρα περὶ τὴν γν θ ὀρθὸς ἐστὶ πρὸς τὴν αβγδ ἡ γν ἐφάψεται γὰρ κατὰ τὸ γ *ego ſic legendum puto* ὁ ἄρα περὶ τὴν γη θ ὀρθὸς ἐστὶ πρὸς τὸν αβγδ ἐφάψεται γὰρ κατὰ τὸ γ. *per* θ *autem videtur ſignificari* θερινὸς παράλληλος, *videlicet tropicus æſtiuus, qui cum hoc loco inſtar ſit circuli arctici, vt ſupra dictum eſt, horizontem in* C *vel* G *contingit.*

D Et iungatur M G] *Græcus codex mendoſe habet* μν *pro* μη.

E Dico circumferentiam, quæ eſt ſecundum rectam lineam X O] *Græcus codex* φημὶ δὴ *&c.* τῷ νθ κύκλῳ. *fortaſſe legendum erit* ἐν τῷ νθ κύκλῳ *vel* τοῦ νθ κύκλου.

F Erunt vtique S X, T P, Q M perpendiculares ad C D, & K L, N H, E F] *Quoniam enim circuli* C Q D, K S L, N T H, E Q F *recti ſunt ad circulum* A B C D, *communes ipſorum ſectiones ad dictum planum perpendiculares erunt ex 19. vndecimi ergo, & ad omnes rectas lineæ, quæ in eo exiſtentes plano ipſas contingunt.* 30.eſt vndecimi.

G Quare A Q ſemicirculos aſſumptos parallelorum circulorum bifariam ſecat] *Ex 9. ſecundi ſphæricorum Theodoſij.*

H Ducantur etiam a punctis O R ad rectangulos ipſis K L, N H in planis ſemicirculorũ O Ψ, R Z, quæ erunt æquales ipſis X S, P T] *Perpendiculares enim* O Ψ, R Z *ſunt communes ſectiones dictorum circulorum ex 19. vndecimi. quare per eorum plana tranſeant neceſſe eſt. & quoniam in circulo rectæ lineæ æquales ſunt, quæ æqualiter à centro diſtant ex 14. tertij elementorum erunt, & earum dimidiæ æquales. Græcus codex* ἤχθωσαν δὲ καὶ ἀπὸ *&c.* ἡ τ ο ο τ καὶ ἡ ρ α *ſed cum elemento* τ *ſupra vtatur in linea* π τ, *viſum eſt pro* τ *hoc loco ponere* ψ. *inuſitatum enim eſt, & nouum in eadem figura idem elementum bis ſumere.*

K Eſt igitur circumferentia S Ψ ſimilitudine maior, quam dupla circumferentiæ T Z. quare, & dimidia circumferentia S Ω ſimilitudine maior eſt, quam dupla dimidiæ T ς] *Ad propoſitum demonſtrandum reſolutione quadam vtitur. Si enim ponamus circumferentiam* S Ψ *ſimilitudine maiorem eſſe, quam duplam circumferentiæ* T Z, *erit dimidia circumferentia* S Ω *ſimilitudine maior, quam dupla dimidiæ* T ς.

L Sed circumferentia quidem S Ω ſimilis eſt circumferentiæ Y Q, circumferentia vero T ς ſimilis ipſi V Q.] *Poſt quæ in Græco codice hæc leguntur.* ἡ δὲ υχ τῆς το μείζων *quæ nos delenda arbitramur, niſi forte legendum ſit* ἡ δὲ υχ τῆς φχ μείζων.

M Similitudine igitur circumferentia Y Q maior eſt, quam dupla circumferentijs V Q, quod quidem ita ſe habet] *Sequitur hoc ex eo, quod ante poſitum eſt, & ita ſe habet: quare, & illud ex quo ſequitur neceſſario verum erit.*

N Hoc enim in ſphæricis demonſtratum eſt] *Videlicet in 6. tertij libri ſphæricorum, & à Pappo in 59. huius.*

Compoſitio autem ita fiet.

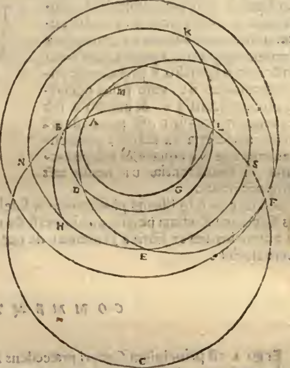
Quoniam enim circumferentia S T *eſt æqualis circumferentiæ* T Q, *& per polum* A, *& per puncta* S T Q *maximi circuli deſcribuntur, erit* Y V *maior, quam* V Q, *& ob id* Y Q *maior, quam dupla* V Q. *Sed* S Ω *ſimilis eſt ipſi* Y Q, *&* T ς *ſimilis* V Q *ergo* S Ω *ſimilitudine maior eſt; quam dupla* T ς, *& ita earum duplæ, videlicet* S Ψ *ſimilitudine maior, quam dupla ipſius* T Z

THEO-

THEOREMA LX. PROPOSITIO LXI.

Et illud, quod prætermiſſum eſt in duodecimo, & tertiodecimo theoremate.

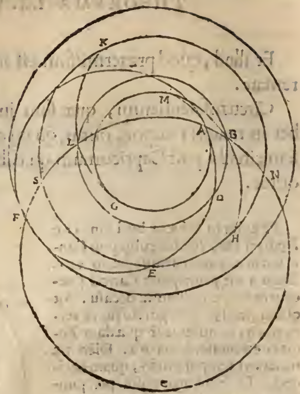
Circumferentiarum, quæ ſunt in ſemicirculo poſt Cancrum, quælibet in maiori tempore oritur, quam occidit. Earum vero, quæ in reliquo ſemicirculo poſt Capricornum quælibet in maiori tempore occidit, quam oritur.



Sit enim in ſphæra horizon ABC Zodiaci vero ſemicirculus poſt Cancrum in apparẽti hemiſphærio ADF. Ergo A eſt principium Cancri præcedens ſemicirculum in occaſu. Sit etiam æſtiui tropici portio ſupra terram AG, & auferatur quædam Zodiaci circumferentia DE. Dico DE in maiori tempore oriri, quam occidere. Deſcribantur enim per puncta DE paralleli circuli BDL, NHEK. Itaque DL maior erit, quam ſimilis ipſi ES, & EN maior, quam ſimilis DE. Cum enim D præcedat oritur prius, quam E, quod ſequitur: & incipit D moueri à puncto L, & E à puncto S. eſt igitur DL maior, quam ſimilis ES, quod, & tempus eſt maius. Et quoniam D prius quam E, occidit in B, incipiens a D: & E occidit in N incipiens ab E, erit BD minor, quam ſimilis ipſi EN. Deſcribantur per EL circuli maximi contingentes circulum AG, qui ſint HBM, KLG. circumferentia igitur DE oritur quidem poſitionem habens KL, quando punctum K circumferentiam KS pertranſierit occidit autem poſitionem habens BH; quando H pertranſierit circumferentiam HN; etenim poſitiones ſunt eiuſdem circuli Zodiaci ADE, MBH, GLK, quæ ſimiles circumferentias concludunt AG, DL, EK, & MA, BD, HE. quare DL maior eſt, quam ſimilis ES, & EN maior, quam ſimilis DB, vt etiam demonſtratum fuit, ſunt præterea æquales GK, AE, MH. quod vtraque ipſarum MH, GK ſit æqualis ipſis AB. & idcirco congruunt inter ſeſe adhuc puncta KLG ſimul perueniunt ad BDA, ſimiliter & EDA ad HBM; æquales enim ſunt & KL, ED, HE. quare & circumferentiæ KL, ED, HE, inter ſe congruunt. Dico KS circumferentiam circumferentia NH maiorem eſſe. Quoniam enim DL ſimilis eſt ipſi EK, & DB ipſi EH, erit etiam tota LB toti HK ſimilis. Sed LB maior eſt quam ſimilis NS, ergo & HK eſt maior, quam ſimilis NS. & ſunt eiuſdem circuli. quare KH, quam NS eſt maior. communis auferatur HS. reliqua igitur KS maior eſt, quam HN. videlicet tempus ortus circumferentiæ DE maius tempore occaſus. Et quoniam ex vndecimo theoremate phænomenon Euclidis. Aequalium circumferentiarum circuli Zodiaci, & ex diametro oppoſitarum, in quo tempore vna oritur, altera occidit: & in quo tempore vna occidit, altera oritur; ſi ipſi DE ſumatur æqualis circumferentia ex diametro oppoſita in altero ſemicirculo poſt Capricornum, oſtendetur in maiori tempore occidere, quam oriri. tempus enim ortus alterius ſemicirculi maius eſt tempore occaſus.

Iidem

Iiſdem poſitis in ſecundo caſu theorematis, ſit ſemicirculi poſt Capricornum portio ſupra terram A E F: & auferatur circumferentia quędam D E. Dico D E in maiori tempore occidere, quam oriri. Conſtruantur eadem. Et quoniam A eſt principium Cancri ſequens ſemicirculum, & F principium Capricorni ſemicirculum præcedens, erit F occidentale, & A orientale, ergo D E oritur quidem poſitionem habens B H, quando H circumferentiam
N N H pertranſierit, quare & oritur puncto D ſequente quodammodo circumferentiam D E in ortu ſecundum B: & puncto E præcedente ſupra terram ſecundum H: cum pertranſierit circumferentiam N H ab ortu B. occidit autem
A tem poſitionem habens K L, quando K circumferentiam K S pertranſierit. ergo
O & occidit puncto B pręcedente circumferentiam D E, cum prius occiderit circumferentia K S & puncto D ſub ſequente in occaſu L. & prius oſtenſa eſt circumferētia S K maior, quam circumferentia N H. quare, & tempus occaſus circumferentiæ D E maius erit tempore ortus.



Sed hæc ſatis in librum phænomenon Euclidis. At vero ea, quæ ad ortus, & occaſus ſignorum Zodiaci pertineant, imperfecta reliquiſſe, ſe non ignorare arbitror, ſingula autem horum ex libris a Ptolemæo de hac re conſcriptis, abunde, facileque cognoſcere licebit.

COMMENTARIVS.

A Ergo A eſt principium Cancri præcedens ſemicirculum in occaſu] *Græcus codex τὸ α ἄρα καρκίνου ὁ ἡγουμένου τοῦ ἡμικυκλίου. Sed puto legendum τὸ α ἄρα καρκίνου ὁ ἡγουμένου τοῦ ἡμικυκλίου & videtur nota illa* ο *ſignificare principium ſigni, quemadmodum & in omnibus tabulis apud latinos.*

B Itaque D L maior erit, quam ſimilis ipſi B S, & B N maior, quam ſimilis D B] *Hoc ipſe deinceps probat.*

C Cum enim D præcedat, oritur prius, quam E, quod ſequitur &c. [*Quoniam enim* D *prius oritur, quam* E, *incipit autem* D *moueri à puncto* L, *&* B *incipit à puncto* S, *maius erit tempus, in quo punctum incipiens ab* L *peruenit ad* D, *quam tempus, in quo punctum incipiens ab* S *peruenit ad* E. *ergo* D L *maior eſt, quam ſimilis ipſi* B S.

D Et quoniam D prinſquam B occidit in B incipiens à D, & B occidit in N incipiens ab E, erit B D minor, quam ſimilis ipſi E N] *Quoniam* D *prius occidit, quam* E, *occidit autem* D *in* B *incipiens à* D, *&* E *occidit in* N, *incipiens ab* B, *tempus in quo* D *peruenit ad* B, *minus erit tempore, in quo* B *peruenit ad* N. *quare* D B *minor eſt, quam vt ſit ſimilis ipſi* B N.

D Quæ ſimiles circumferentias concludunt A G D, L B K, & M A, B D, H E] *Ex 13. ſecundi libri ſphæricorum Theodoſij.*

E Sunt præterea æquales G K, A B, M H] *Ex eadem.*

F Sed L B maior eſt, quam ſimilis N S] *Ex 20. ſecundi libri ſphæricorum Theodoſij.*

G Ergo & H K maior quam ſimilis N S] *Deſiderabantur hæc in græco codice, quæ nos reſtituimus ita enim legendum erit. ἡ δὲ λβ τῆς νσ μείζων ἐστὶν, ἢ ὅμοια, καὶ ἡ θκ ἄρα τῆς νσ μείζων ἐστὶν ἢ ὅμοια.*

Quare

Quare KH, quam NS eſt maior, communis auferatur HS] *Græcus codex* ἡ ἄρα κθ τῆς νσ, κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ θσ. *Sed legendum puto* ἡ ἄρα κθ τῆς νσ μείζων ἐστί, ἀφῃρήσθω ἡ θσ. K

Reliqua igitur KS maior eſt, quam HN, videlicet tempus ortus circumferentiæ DE maius tempore occaſus] *Græcus codex.* λοιπὸς ἄρα *&c.* ὁ ἀνατολικὸς τῆς δε περιφερείας τοῦ δυτικοῦ χρόνου τῆς θν. *Sed legendum videtur:* ὁ ἀνατολικὸς χρόνος τῆς δε περιφερείας τοῦ δυτικοῦ χρόνου τῆς θν. L

Et quoniam ex vndecimo theoremate phænomenon Euclidis. Aequalium circumferentiarum circuli Zodiaci, & ex diametro oppoſitarum.] *Græcus codex* καὶ ἐπεὶ τῷ ια ου *&c.* ἐν ᾧ χρόνῳ αἱ ἴσαι περιφέρειαι κατὰ διάμετρον οὖσαι, ἐν ᾧ χρόνῳ *&c. Sed vide ne legendum ſit, quemadmodum in Euclide ipſo.* τῶν τοῦ ζωδίου κύκλου τῶν ἴσων καὶ ἀπεναντίον περιφερειῶν, ἐν ᾧ χρόνῳ ἡ ἑτέρα ἀνατέλλει, ἡ ἑτέρα δύνει. M

Quare, & oritur puncto D ſequente quodammodo circumferentiam DE in ortu ſecundum B] *Græcus codex corruptus eſt, vt opinor, qui ſic habet* ὥστε καὶ ἀνατέλλει τὸ δ ἑπόμενον τῆς δε περιφέρεια ἐν πρῶτον πρὸς τῇ ἀνατολῇ. *Sed vide ne legendum ſit.* ὥστε καὶ ἀνατέλλει τοῦ δ ἑπομένου τῆς δε περιφέρεια, *&c.* N

Ergo & occidit puncto E præcedente circumferentiam DE, cum prius occiderit circumferentia KS, & puncto D ſubſequente in occaſu L] *Græcus codex, & hoc loco corruptus videtur.* ὥστε καὶ δύνει ἡγουμένης τῆς δε περιφερείας προδεδυκυίας τῆς κσ περιφερείας τοῦ δ ἑπομένου ὄντος κατὰ τῆς δύσεως τοῦ λ. *Sed forte legendum erit,* ὥστε καὶ δύνει τοῦ ε ἡγουμένου τῆς δε περιφερείας προδυνούσης τῆς κσ περιφερείας, τοῦ δ ἑπομένου ὄντος πρὸς τῇ δύσει κατὰ τὸ λ. O

SEXTI LIBRI FINIS.

PAPPI ALEXANDRINI MATHEMATICARVM COLLECTIONVM

LIBER SEPTIMVS.

CVM COMMENTARIIS FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

LOCVS; qui vocatur ἀναλυόμενος, hoc eſt reſolutus, ô Hermodore fili, vt ſummatim dicam, propria quædam eſt materia poſt communium elementorum conſtitutionem, ijs parata, qui in geometricis ſibi comparare volunt vim, ac facultatem inueniendi problemata, quæ ipſis proponuntur: atque huius tantummodo vtilitatis gratia inuenta eſt. Scripſerunt autem hac de re tum Euclides, qui elementa tradit, tum Apollonius Pergæus, tum Ariſtæus ſenior. Quæ quidem per reſolutionem, & compoſitionem procedit. Reſolutio igitur eſt via a quæſito tamquam conceſſo per ea, quæ deinceps conſequuntur ad aliquod conceſſum in compoſitione: in reſolutione enim id quod quæritur tamquam factum ponentes, quid ex hoc contingat, conſideramus: & rurſum illius antecedens, quouſque ita progredientes incidamus in aliquod iam cognitum, vel quod ſit è numero principiorum. Et huiuſmodi proceſſum reſolutionem appellamus, veluti ex contrario factam ſolutionem. In compoſitione autem per conuerſionem ponentes tamquam iam factum id, quod poſtremum in reſolutione ſumpſimus: atque hic ordinantes ſecundum naturam ea antecedentia, quæ illic conſequentia erant; & mutua illorum facta compoſitione ad quæſiti finem peruenimus, & hic modus vocatur compoſitio. Duplex autem eſt reſolutionis genus, alterum quidem, quod veritatem perquirit, & contemplatiuum appellatur: alterum vero, quo inueſtigatur id quod dicere propoſuimus, vocaturq; problematicum. In contemplatiuo igitur genere quod quæritur, vt iam exiſtens, & vt verum ponentes per ea, quæ deinceps conſequuntur tamquam vera, & quæ expoſitione ſunt, procedimus ad aliquod conceſſum, quod quidem ſi

verum

verum ſit, verum erit, & quæſitum; & demonſtratio, quæ reſolutioni ex contraria parte reſpondet. Si vero falſo euidenti occurramus, falſum erit, quæſitum. In problematico autem genere, quod propoſitum eſt vt cognitum ponentes, per ea, quæ deinceps conſequuntur, tamquam vera procedimus ad aliquod conceſſum, quod quidem ſi fieri, compararique poſſit (quod datum vocant mathematici) etiam illud, quod propoſitum eſt, fieri poterit, & rurſus demonſtratio reſolutioni ex cõtraria parte reſpondens. At ſi euidenti, quod fieri non poſſit, occurramus: & problema itidem fieri non poterit. Determinatio autem eſt, quæ declarat quando, & qua ratione, & quot modis problema feri poſſit. Hæc igitur de reſolutione, & compoſitione dicta ſint.

Dictorum autem librorum, qui ad reſolutum locum pertinent, ordo talis eſt. Euclidis datorum liber vnus. Apollonij λόγου ἀποτομῆς, hoc eſt de proportionis ſectione libri duo. χωρίου ἀποτομῆς, hoc eſt de ſpacij ſectione duo. ἐπαφῶν hoc eſt tactionum duo. Euclidis poriſmatum tres. Apollonij νεύσεων, hoc eſt inclinationum duo. Eiuſdem τόπων ἐπιπέδων, hoc eſt planorum locorum duo. Conicorum octo. Ariſtæi τόπων στερεῶν, hoc eſt locorum ſolidorum quinque. Euclidis τόπων πρὸς ἐπιφανείᾳ, hoc eſt locorum ad ſuperficiem duo. Eratoſthenis de medietatibus duo. Itaque omnes libri ſunt numero triginta & vnus, quorum periochas, vel argumenta vſque ad Apollonij conica tibi expoſuimus ad contemplationem, & multitudinem locorum, & determinationum, & caſuum in vnoquoq; libro. Sed etiam lemmata, quæ requiruntur, & in librorum tactione nullam, vt arbitramur, quæſtionem omiſimus.

De datis Euclidis.

Primus autem liber, qui eſt datorum, theoremata nonaginta continet, quorum primum quidem vniuerſe in magnitudinibus diagrammata XXIII. vigeſimum quartum vero eſt in rectilineis proportionalibus ſine poſitione. at quæ deinceps ſequuntur quattuordecim ſunt in rectis lineis poſitione datis. Quæ vero ſequuntur decem in triangulis ſpecie datis ſine poſitione, quæ ſequuntur ſex parallelogrammis, & applicationibus ſpaciorum ſpecie datorum. Eorum, quæ deinceps ſunt, quinque, primum quidem eſt in lineis; quattuor vero in ſpacijs triangulis, quod differentiæ quadratorum laterum ad ipſa triangula ſpacia proportionem habeant datam. Quæ ſequuntur ſeptem vſq; ad ſeptuageſimum tertium in duobus parallelogrammis, quod ob poſitiones in angulis proportionem inter ſe datam habeant. aliqua autem horum epilogos ſimiles habent in duobus triangulis. In ſequentibus vero ſex diagrammatibus vſque ad ſeptuageſimum nonum; duo quidem ſunt in triangulis; quattuor vero in pluribus rectis lineis proportio-

tionalibus. Quæ deinceps ſunt tria in duabus rectis lineis proportionalibus quæ datum ſpacium continent. At quæ in omnibus octo vſque ad nonaginta in circulis oſtenduntur, vel magnitudine tantum datis, vel etiam poſitione, nimirum rectis lineis per datum punctum ductis.

De Libris Apollonij λόγου ἀποτομῆς *hoc eſt de proportionis ſectione.*

Librorum autem de portionis ſectione, qui duo ſunt, propoſitio eſt vna ſubdiuiſa, quare & vnam propoſitionem ita deſcribemus.

Per datum punctum rectam lineam ducere ſecantem à duabus rectis lineis poſitione datis ad data in ipſis puncta lineas, quæ proportionem habeant eandem datæ proportioni.

Contingit autem figuras differentes eſſe & numero plures ob ſubdiuiſionem factam, & linearum datarum inter ſe poſitionem, & differentes caſus puncti dati: & ob reſolutiones, compoſitioneſq; ipſorum, & determinationum. Habet enim primus liber de proportionis ſectione locos ſeptem, caſus vigintiquattuor, & determinationes quinque, quarum tres quidem maximæ, duæ vero minimæ ſunt, atq; eſt maxima ad tertium caſum quinti loci, minima ad ſecundum ſexti, & ſeptimi loci. maximæ autem ad ſexti, & ſeptimi quartos caſus. Secundus liber de proportionis ſectione habet locos vigintiquattuor, caſus ſexaginta tres, & determinationes ex primo libro, totus enim ad primum librum refertur: lemmata viginti. Habent autem duo libri de proportionis ſectione theoremata centum octoginta vnum. ſed ſecundum Periclem etiam plura.

De Libris χωρίου ἀποτομῆς *hoc eſt de ſpacij ſectione.*

Libri de ſpacij ſectione duo ſunt; problema autem vnum bis ſubdiuiſum, & vna propoſitio, quæ alia quidem habet ſuperiori ſimilia, ſed eo tantum differt, quòd in illa oportet duas rectas lineas abſciſſas datam habere proportionem, in hac autem datum ſpacium continere. dicetur enim ſic.

Per datum punctum rectam lineam ducere ſecantem à duabus rectis lineis poſitione datis ad data puncta, lineas, quę ſpacium contineant dato ſpacio æquale. Et hæc ob eandem cauſam multitudinem habet figurarum. Itaque primus liber de ſpacij ſectione habet locos ſeptem, caſus vigintiquattuor, & determinationes ſeptem, quarum quattuor máximæ, & tres minimæ,

nimæ, & maxima quidem eſt ad ſecundum caſum primi libri, ad primum, & ſecundum caſum quarti loci, & ad ſexti loci tertium, minima vero ad tertium caſum tertij loci, ad quartum caſum quarti loci, & ad primum ſexti loci. Secūdus autem liber de ſpacij ſectione habet locos tredecim, caſus ſeptem, & determinationes ex primo libro, ad ipſum enim refertur, & continet primus liber theoremata quadraginta octo, ſecundus ſeptuaginta ſex.

De Libris Διωρισμένης τομῆς *id eſt determinatæ ſectionis.*

Poſt hæc ſequuntur determinatæ ſectionis libri duo, quorum ſimiliter propoſitionem vna dicere licet, atque hanc diſiunctam. Datam infinitam rectam lineam vno puncto ſecare, ita vt interiectarum linearum ad datā ipſius puncta, vel vnius quadratum, vel rectangulum duabus contentum datam proportionem habeat, vel ad rectangulum contentum vna ipſarum interiecta, & alia extra data, vel duabus interiectis contentum punctis ad vtraſque partes datis. huius igitur velut bis diſiunctæ, & difficiles determinationes habentis demonſtratio per plura fiat neceſſe eſt. demonſtrauit autem hanc rurſus Apollonius, in nudis rectis lineis vſitato, ac peruulgato modo tentans, vt in ſecundo libro primorum elementorum Euclidis, & rurſus eandem demonſtrauit ad inſtitutionem magis accommodate, & ingenioſe per ſemicirculos. Primus autem liber habet problemata ſex, epitagmata ſexdecim, & determinationes quinque, quarum quattuor maximæ, atque vna minima, & ſunt maximæ ad ſecundum epitagma ſecundi problematis, ad tertium quarti problematis, ad tertium quinti, & ad tertium epitagma tertij problematis. Secundus liber determinatæ ſectionis continet problemata tria, epitagmata nouem, & determinationes tres; quarū minimę quidem ſunt ad tertium primi, & ad tertium ſecundi; maxima autem ad tertium tertij problematis. Lemmata primi libri ſunt viginti ſeptem, ſecundi libri viginti quattuor. Theoremata autem duorum librorum determinatæ ſectionis ſunt octoginta tria.

De Libris Επαφῶν *id eſt tactionum.*

Deinceps ſequuntur duo libri tactionum. Propoſitiones autem in ipſis videntur eſſe plures, ſed nos vnam poſuimus, quæ ſic habet. Punctis, & rectis lineis, & circulis tribus quibuſcumque poſitione datis circulum deſcribere per vnumquodq; datorum punctorum, qui vnamquamq; linearum datarum contingat. Huius ob multitudinem datorum in poſitionibus ſimiliū, vel diſſimilium particulares propoſitiones differentes fieri neceſſarium eſt. ex tribus enim diſſimilibus generibus triadis differentiæ inordinatæ fiunt numero decem; vel enim data tria puncta; vel tres rectę lineæ; vel duo pun-

cta,& recta linea;vel duæ rectę lineę,& punctũ;vel duo pũcta, & circulus;vel duo circuli,& punctum,vel duo circuli, & recta linea;vel punctũ,& recta linea,& circulus;vel duę rectę lineę, & circulus; vel tres circuli. Horũ prima duo oſtenſa ſunt in quarto libro primorũ elementorũ,quæ ab eo ſcripta ſunt: illud enim, tribus datis punctis, quæ non ſint in recta linea, idem eſt, quod circa datum triangulũ circulũ deſcribere. at illud datis tribus rectis lineis,quę non ſint parallelæ, ſed omnes inter ſe conueniant, idem eſt, quod in dato triangulo circulum deſcribere. etenim ſi duæ ſint parallelæ, & vna incidat, eſt veluti pars ſextæ ſubdiuiſionis. Deſcribuntur in his omnia, & ſex, quæ deinceps ſunt in primo libro. duo vero reliqua, videlicet duabus datis rectis lineis in circulo, vel tribus datis circulis tantum, in ſecundo libro. cum autem ob multas tum circulorum, tum rectarum linearum inter ſe poſitiones, quæ pluribus determinationibus indigent, homogeneæq; ſunt, ac eiuſdem naturæ cum prædictis tactionibus, multitudo quædam oriatur problematum, factum eſt,vt ab ijs, qui libros digeſſerunt,ommiſſa fuerit in hoc ſecundo libro, a nonnullis autem priori libro addita ſit. Erat enim breuis, introductionique imprimis accommodatus, in eoque abſoluebatur vniuerſum genus tactionum. Rurſus autem vnica tantum propoſitione omnia complectar, quæ quidem hypotheſi a prædicta deficiat, epitagmate vero abundet. eſt autem huiuſmodi. Ex punctis, & rectis lineis, & circulis quibuſcumque duobus datis circulum deſcribere magnitudine datum, qui per datum punctum, vel data puncta tranſeat; contingat autem vnamquamq; datarum linearum. hæc continet problematum ſpecies numero ſex: ex tribus enim diſſimilibus generibus dualitatis differentiæ inordinatæ fiunt numero ſex. nam vel duobus datis punctis, vel duabus datis rectis lineis, vel duabus datis circulis, vel puncto, & recta linea, vel puncto, & circulo, vel recta linea, & circulo, datum magnitudine circulum deſcribere, vt dictum eſt. hæc autem reſoluere, & componere, & determinare ſecundum datum.

Itaque primus liber tactionum habet problemata ſeptem. Secundus problemata quattuor. lemmata autem duorum librorum ſunt vigintiunum; theoremata ſexaginta.

De Poriſmatibus.

Poſt ipſas autem tactiones ſequuntur Euclidis poriſmata tribus voluminibus contenta; opus quidem artificioſiſsimum, ac perutile ad reſolutionem obſcuriorum problematum, ac eorum generum, quæ haud comprehendunt eam, quæ multitudinem prębet naturam. nihil vero additum eſt ijs, quæ Euclides primum ſcripſit, præterquam quod nonnulli inepti, qui ante nos fuerunt, ſecundas deſcriptiones paucis ipſorum addiderunt. Et cum vnumquodq; numerum demonſtrationis præfinitum habeat, quemadmodum oſtendimus, hi vnam ſolummodo pro ſingulis poriſmatibus ex Eu-

clide

clide demonſtrationem apponentes eam maximè obſcurarunt. At vero hæc ſubtilem, naturalemque in ſe habent contemplationem, & neceſſariam, & admodum vniuerſalem, & ijs, qui hæc valent perſpicere, atque inueſtigare, etiam ſuauem. Horum autem ſpecies omnes neq; theorematum ſunt, neq; problematum, ſed mediam quodammodo inter hæc formam, ac naturam habent, ita vt eorum propoſitiones formari poſſint, vt theorematum vel vt problematum. quo factum eſt, vt ex multis Geometris alij quidem ea genere eſſe theoremata, alij vero problemata opinati ſint, dum ad ſolam tantum propoſitionis formam reſpicerent. Horum autem trium differentiam veteres multo melius cognouiſſe ex definitionibus perſpicuum eſt. dixerunt enim theorema eſſe, quod proponitur in ipſius propoſiti demonſtrationem. Problema, quod affertur in conſtructionem propoſiti. Poriſma vero, quod proponitur in poriſmum, hoc eſt in inuentionem, & inueſtigationem propoſiti. immutata autem eſt hæc poriſmatis definitio à iunioribus, qui nequeunt omnia inueſtigare, ſed his elementis vtuntur, & oſtendunt ſolummodo quod hoc eſt, quod quæritur, non autem illud ipſum inueſtigant. cumque & ex definitione ipſa, & ex ijs, quæ nobis tradita ſunt, redarguerentur ab accidente ſic poriſma definierunt. Poriſma eſt quod hypotheſi deficit à locali theoremate. Huius autem generis poriſmatum loci ipſi ſunt vna ſpecies; atque de hac ipſa abunde tractatur in reſoluto loco; ſeorſum autem à poriſmatibus collecta, inſcriptaq; ac tradita ſunt, quod magis diffuſa, & copioſa ſit cæteris ſpeciebus. Locorum igitur ſpecies ſunt decem: ſiquidem alij ſunt planorum, alij ſolidorũ, alij linearium: & in ijs, quæ ad medietates pertinent. Sed & hoc poriſmatibus contingit, nempe propoſitiones habere diſſectas ob difficultatem multarum rerum, quæ ſubintelligi conſueuerunt, ita vt complures Geometræ aliqua ex parte ea aſſequantur, quæ vero magis neceſſaria ſunt, ſignificata ignorant. facillimum autem eſt multa in his vna propoſitione complecti, propterea quod & ipſe Euclides non multa de vnaquaq; poſuerit ſpecie, ſed cauſſa oſtendendæ multæ copiæ, in qua pauca ad principium primi libri poſuit. conſimilia ab vberima illa ſpecie locorum, vt numero decem. quare cum has vna propoſitione comprehendi poſſe intelligeremus, ita deſcripſimus.

Si in tria puncta in vna recta linea, vel parallela alia data ſint, reliqua vero præter vnum tangant poſitione datam rectam lineam, & hoc poſitione datam rectam lineam tanget. hoc eſt quattuor quidem rectis lineis tantum; quarum non plures, quàm duæ per idem punctum tranſeunt; ignoratur autem in omni propoſita multitudine verum quod in ea ineſt ſic appellatum. Si quotcumque rectæ lineæ ſeſe mutuo ſecent, non plures, quam duæ per idem punctum, omnia autem in vna ipſarum data ſint, & vnumquodq; eorum, quæ ſunt in altera tangat poſitione datam re-

ctam li-

ctam lineam, vel vniuerſalius hoc modo. Si quotcumque rectæ lineæ ſeſe mutuo ſecent, non plures quàm duæ per idem punctum, omnia autem in vna ipſarum data ſint, & reliquorum multitudinem habentium triangulum numerum, huius latus ſingula habet puncta tangentia rectam lineam poſitione datam, quorum trium non ad angulum exiſtens trianguli ſpacij vnumquodq; reliquum punctum rectam lineam poſitione datam ranget. Euclidem vero non veriſſimile eſt ignorare hoc, ſed principium dumtaxat ſtatuere, & in omnibus poriſmatibus apparet principia, & ſeminaria ſola multarum, ac magnarum multitudinum ab eo iacta, quorum vnumquodq; non iuxta poſitionum differentias diſtinguere oportet, ſed iuxta differentias accidentium, & quæſitorum. Et poſitiones quidem omnes inter ſe differunt, cum ſpecialiſſimæ ſint. accidentium, vero & quæſitorum vnumquodque vnum, & idem exiſtens multis poſitionibus differentibus contingit, eo quòd genere ſint eadem. Itaque in primo libro hæc genera quæſitorum in propoſitionibus ſtatuere oportet. in principio quidem ſeptimi, diagramma hoc. Si à duobus datis punctis ad rectam lineam poſitione datam rectæ lineæ inflectantur, abſcindat autem vna à recta linea poſitione data ad datum in ipſa punctum, abſcindet, & altera proportionem habens datam. In ijs autem, quæ ſequuntur. Quod hoc punctum tangit poſitione datam rectam lineam. Quod proportio huius ad hanc data eſt. Quod proportio huius ad aptomen. Quod hæc poſitione data eſt. Quod hæc ad datum punctum vergit. Quod proportio huius ad aliquam ab hoc vt dato. Quod proportio huius ad aliquam ab hoc ductæ. Quod proportio huius ſpacij ad id, quod data recta linea, & hac continetur. Quod huius ſpacij alterum quidem eſt datum, alterum proportionem habet ad aptomen. Quod hoc ſpacium, vel hoc vna cum aliquo ſpacio dato eſt, illud autẽ proportionem habet ad aptomen. Quod hæc cum qua ad quam hæc proportionem habet datam, proportionem habet ad aliquam ab hoc, vt dato. Quod id quod ſub dato, & hac æquale eſt ei, quod ſub dato, & ab hoc vt dato. Quod proportio huius, & huius ad aliquam ab hoc vt dato. Quod hæc abſcindit a poſitione datis datum continentes.

At in ſecundo libro poſitiones quidem aliæ, quæſitorum autem plurima eadem ſunt, quæ in pr. lib. Eximia vero hæc. Quod hoc ſpaciũ vel proportionẽ habet ad aptomen, vel vna cum dato proportionẽ habet ad aptomen. Quod proportio huius ſub his ad aptomen. Quod proportio huius ſub vtroque horũ, & vtrorũq; horum ad aptomen. Quod hoc ſub hac, & vtraq; hac & huius ad quam hæc proportionem habet datam: & hoc ſub hac, & hac ad quam hæc proportionem habet datam ad aptomen. Quod vtriuſq; proportionis ad aliquam huius vt dati. Quod datum ſub datis. In tertio libro plures ſun propoſitiones in ſemicirculis paucæ autem in circulis, & circulorum portionibus. Quæſitorum autem multa ſimilia ſunt antedictis, Eximia vero hæc. Quod proportio huius ſub his ad hoc ſub his. Quod

propor-

proportio huius ab hac ad apotomen. Quod hoc ſub his, huic ſub dato, & aſſumpta ſub perpendiculari vſque ad datum. Quod vterq; & ad quam hæc proportionem habet datam, proportionem habet ad apotomen. Quod eſt aliquod datum punctum, à quo iunctæ ad datum continent ſpecie triangulum. Quod eſt aliquod datum punctum, à quo iunctæ rectæ lineæ ad hoc æquales aſſumunt circumferentias. Quod quæ in paratheſi erit, vel vna cum aliqua recta linea ad datum punctum vergente datum continet angulum. Habent autem tres libri poriſmatum lemmata 38. ipſa vero theoremata ſunt 101.

De locis planis

Locorum omnium alij ſunt ἑκτικοὶ, hoc eſt in ſe ipſis tantum conſiſtentes, de quibus, & Apollonius ante propria elementa dicit puncti quidem locum eſſe punctum, lineę locum lineam; ſuperficiei ſuperficiem, & ſolidi ſolidum: alij autem διεξοδικοὶ, hoc eſt ſeſe extra tendentes, vt puncti locum lineam; lineæ ſuperficiem, ſuperficiei ſolidum. locorum autem, qui in reſoluto loco alij quidem poſitione dati ἑκτικοὶ ſunt, alij autem plani dicti, & ſolidi, & lineares: διεξοδικοὶ vero ſunt punctorum, & alij ad ſuperficies. ἀναστροφικοὶ quidem punctorum, διεξοδικοὶ, autem linearum. lineares loci ex ijs qui ſunt ad ſuperficies demonſtrantur. dicuntur autem plani loci tum hi, de quibus agemus, tum vniuerſe quicumq; ſunt rectæ lineæ, vel circuli. Solidi loci quicunmq; ſunt conorum ſectiones, parabolæ, vel ellipſes, vel hyperbolæ. lineares loci quicumq; lineæ ſunt, neq; rectæ, neq; circuli, neque aliqua dictarum coni ſectionum. loci autem ab Eratoſthene inſcripti ad medietates ex prædictis genere ſunt a proprietate hypotheſeon in illis. Antiqui igitur horum planorum ordinem reſpicientes elementa tradiderunt, quem cum negligerent poſteriores, alios appoſuerunt, tamquam non infinitos multitudine, ſi quis velit aſcribere quæ ordinem illum conſequantur. itaque ponam propoſiti quidem poſteriora ordinem autem priora, vna propoſitione comprehendens hoc modo. Si duæ lineæ agantur, vel ab vno dato puncto, vel à duobus, & vel in rectam lineam, vel parallelæ, vel datum continentes angulum, vel inter ſe datam proportionem habentes, vel datum comprehendentes ſpacium: contingat autem terminus vnius locum planum poſitione datum, & alterius terminus locum planum poſitione datum continget, interdum quidem eiuſdem generis, interdum vero diuerſum, & interdum ſimiliter poſitum ad rectam lineam, interdum contrario modo. Hæc autem fiunt iuxta differentias ſubiectorum. At propoſita in principio quidem tertij libri à Charmandro his congruunt. Si rectæ lineæ poſitione datæ vnus terminus datus ſit, & alter circumferentiam concauam poſitione datam continget. Si à duobus punctis datis inflectantur rectæ lineæ datum angulum continentes, commune ipſorum punctum cōtinget circum-

ferentiam

ferentiam concauam poſitione datam. Si trianguli ſpacij magnitudine dati baſis poſitione, & magnitudine data ſit, vertex ipſius rectam lineam poſitione datam continget. Alia autem huiuſmodi. Si rectæ lineæ magnitudine datæ, & cuipiam poſitione datæ æquidiſtantis vnus terminus contingat rectam lineam poſitione datam, & alius terminus rectam lineam poſitione datam continget. Si à puncto quodam ad poſitione datas duas rectas lineas parallelas, vel inter ſe conuenientes ducantur rectæ lineæ in dato angulo, vel datam habentes proportionem, vel quarum vna ſimul cum ea, ad quam altera proportionem habet datam, data fuerit, continget punctum rectam lineam poſitione datam. Et ſi ſint quotcumque rectæ lineæ poſitione datæ; atque ad ipſas à quodam puncto ducantur rectæ lineæ in datis angulis, ſit autem quod data linea, & ducta continetur vna cum contento data linea, & altera ducta æquale ei, quod data, & alia ducta; & reliquis continetur punctum ſimiliter rectam lineam poſitione datam continget. Si ab aliquo puncto ad poſitione datas parallelas ducantur rectæ lineæ in datis angulis, quæ ad puncta in ipſis data abſcindant rectas lineas, vel proportionem habentes, vel ſpatium continentes datum, vel ita vt ſpecies ab ipſis ductis vel exceſſus ſpecierum æqualis ſit ſpacio dato, punctum continget poſitione datas rectas lineas.

Secundus autem liber hæc continet. Si à datis punctis rectæ lineæ inflectantur, & ſunt quæ ab ipſis fiunt dato ſpacio differentia, punctum poſitione datas rectas lineas continget. Si ſint in proportione data vel rectæ lineæ vel circumferentiæ. Si ſit poſitione data recta linea, & in ipſa datum punctum, à quo ducatur quædam linea terminata, à termino autem ipſius ducatur & ad poſitionem, & ſit quod fit à ducta æquale ei, quod à data, & abſciſſa, vel & ad datum punctum, vel ad alterum punctum datum, vel ad alterum datum in linea data poſitione, terminus ipſius poſitione datam circumferentiam contingere. Si à duobus punctis datis rectæ lineæ inflectantur, & ſit quod ab vna efficitur eo, quod ab altera dato maior quàm in proportione, punctum poſitione datam circumferentia continget. Si à quoteumq; datis punctis ad punctum vnum inflectantur rectæ lineę: & ſint ſpecies, quę ab omnibus fiunt dato ſpacio æquales punctũ continget poſitione datam circumferentiã. Si à duobus punctis datis inflectantur rectæ lineæ; à puncto autem ad poſitione datam lineam abſciſſa à recta linea poſitione data ad datum punctum, & ſint ſpecies ab inflexis æquales ei, quod à data, & abſciſſa continetur, punctum ad inflexionem poſitione datam circumferentiam continget. Si in circulo poſitione dato ſit datum punctum perque ipſum agatur quædam recta linea, & in ipſa punctum extra ſumatur; ſi autem quod fit à linea ducta vſq; ad punctum intra datum æquale ei, quod à tota, & extra ſumpta, vel ſoli, vel vna cum eo, quod duabus, quæ intra

circulum

circulum portionibus continetur: punctum extra ſumptum poſitione datam rectam lineam continget. Et ſi hoc quidem punctum contingat poſitione datam rectam lineam circulus autem non ponatur, quæ ſunt ad vtraſq; partes dati puncti contingent poſitione eandem datam circumferentiam. habent autem planorum locorum duo libri theoremata, vel diagrammata centum quadraginta ſeptem, lemmata autem octo.

De inclinationibus νεύσεων.

Inclinare dicitur linea ad punctum, ſi producta ad ipſum peruenit; vniuerſe autem idem eſt ſiue ad aliquod punctum inclinare linea dicatur, ſiue aliquod in ipſa ſit punctum datum, ſiue per datum punctum exiſtat. Inſcripſerunt autem hæc, inclinationes ab vno eorum, quæ dicta ſunt. Et cum hoc ſit problema vniuerſale. Duabus lineis poſitione datis inter ipſas ponere rectam lineam magnitudine datam, quæ ad datum punctum pertingat: in hac particularibus ſubiecta differentia habentibus, alia quidem erant plana, alia ſolida, alia vero linearia. Ex planis autem, quæ ad multa vtiliora ſunt eligentes problemata hæc oſtenderunt. Poſitione dato ſemicirculo, & recta linea, ad rectos angulos baſi ſit duorum ſemicirculorum in directum baſes habentium inter duas lineas ponere rectam lineam magnitudine datam, quæ ad ſemicirculi angulum pertingat. Rhombo dato, & vno latere producto aptare ſub angulo exteriori magnitudine datam rectam lineam, quæ ad oppoſitum angulum pertingat. Circulo poſitione dato aptare rectam lineam magnitudine datam, quæ ad datum punctum pertingat. Horum autem in primo libro, quod in vno ſemicirculo, & recta linea oſtenſum eſt, quatuor habens caſus, & quod in circulo duos habens caſus, & quod in rhombo ſimiliter duos caſus habens. At in ſecundo libro in duobus ſemicirculis poſitione decem caſus habente. In his autem ſubdiuiſiones plures determinantes cauſa magnitudinis rectæ lineæ. Hæc igitur in reſoluto loco plano, hoc eſt quæ, & priora. oſtenduntur ſeorſum à medietatibus Eratoſthenis: etenim illa poſteriora ſunt. Poſt plana ſolidorum ordo contemplationem. ſolida autem vocant problemata, non quæ in ſolidis figuris prę ponantur; ſed quæ cum non poſſint oſtendi per plana, per conicas lineas oſtendantur. quare de his prius ſcribere neceſſarium eſt. Erant igitur conicorum elementorum primum Ariſtei ſenioris libri quinque, velut ijs, qui hæc percipere poſſent cum breuitate conſcripti. Itaque inclinationum libri duo habent thoremata, vel diagramata centum vigintiquinqne, lemmata autem triginta octo.

De Conicis Apollonij.

Euclidis libros quattuor conicorum cum Apollonius expleuiſſet, ac quattuor alios adíunxiſſet, octo conicorum libros confecit. Ariſtæus au-

tem, qui ſcribit ea, quæ ad hoc vſque tempus tradita ſunt, ſolidorum locorum libros quinque conicis cohærentes vocauit. Et qui ante Apollonium fuerunt trium conicarum linearum, vnam quidem coni acutianguli, alterum rectanguli, tertiam vero obtuſianguli coni ſectionem appellarunt. Quoniam autem in vnoquoq; horum trium conorum differenter ſectorum tres lineæ fiunt, dubitans, vt apparet Apollonius, curuam, qui ante ſe hanc tractationem expleuerant, vna quidem acutianguli coni ſectionem vocauerunt, quæ poteſt, & rectanguli, & obtuſianguli coni eſſe; alteram rectanguli, quæ poteſt & in acuti angulo, & obtuſiangulo cono reperiri; tertiam vero obtuſiangulo, quæ & in acutiangulo, & rectangulo cono in eſſe poteſt, mutatis nominibus, quę quidem acutianguli coni ſectio nominatur, ellipſim appellat, quæ rectanguli parabolen, quæ vero obtuſianguli hyperbolen, vnicuique ab aliquo proprio accidente nomen imponens ſpacium enim quoddam ad lineam quampiam comparatum in acutianguli con. ſectione deficiens fit quadrato, in obtuſianguli coni ſectione quadrato excedens; in rectanguli vero vni ſectione neque deficiens, neque excedens. Hoc autem illi accidit, quod non conſiderauit iuxta vnum dumtaxat caſum plani conum ſecantis, & tres lineas gignentis in vnoquoque conorum aliam neque aliam fieri lineam, quam a coni proprietate nominarunt. Si enim ſecans planum ducatur vni laterum coni æquidiſtans, vna tantum ex tribus lineis efficitur ſemper eadem, quam Ariſtæus illius coni ſectionem appellauit. Apollonius igitur quæ continent ab ipſo conſcripti conicorum octo libri, dicit, ſummatim colligens in procemio libri primi, hoc modo. Continet autem primus liber generationes trium coni ſectionum, & earum, quæ oppoſitæ dicuntur; itemque principalia ipſarum accidentia a nobis, & vberius, & vniuerſalius, quam ab alijs, qui de ea reſcripſerunt, elaborata Secundus liber tractat ea, quæ attinent ad diametros, & ad axes ſectionum, & ad lineas illas, quæ cum ſectione, non conueniunt, quæ à Gręcis ἀσύμπτωτοι appellantur, tum de alijs differit, quæ & generalem, & neceſſariam vtilitatem ad determinationes afferunt. quas autem vocem diametros, & quos axes ex hoc libro cognoſces. Tertius liber continet multa, & admirabilia theoremata, quæ vtilia erunt & ad ſolidorum locorum compoſitiones, & ad determinationes, quorum complura, & pulcherrima, & noua ſunt. Hæc nos perpendentes animaduertimus non poſitam eſſe ab Euclide rationem componendi loci ad tres, & quattuor lineas, verum ipſius tantummodo particulam quandam, atque hanc non ſatis fœliciter: non enim fieri poterat, vt ea compoſitio recte perficeretur abſque ijs, quæ à nobis inuenta ſunt. Quartus liber tradit quot modis conorum ſectiones inter ſeſe, & circuli circumferentiæ occurrere poſſint, & multa alia ad pleniorem doctrinam; quorum nihil ab ijs, qui ante nos fuerunt, memoriæ proditum eſt; coni ſectio, & circuli circumferentia, & oppoſitæ ſectiones ad quot puncta oppoſitis ſectionibus occurrant, Reliqui autem quattuor libri ad abundan-

tiorem

tiorem ſcientiam pertinent. Quintus enim de minimis, & maximis magna ex parte agit. Sextus de æqualibus, & ſimilibus coni ſectionibus. Septimus continet theoremata, quæ determinandi vim habent. Octauus problemata conica determinata. Et hæc quidem Apollonius. Quem autem dicit in tertio libro locum ad tres, & quatuor lineas ab Euclide perfectum non eſſe, neque ipſe perficere poterat, neque aliquis alius: ſed neque paululum quid addere ijs, quæ Euclides ſcripſit per ea tantum conica, quæ vſque ad Euclidis tempora præmonſtrata ſunt, vt etiam ipſe teſtatur dicens, fieri non poſſe vt locus perficeretur abſque ijs, quæ ipſe ſcribere coactus ſit. Euclides autem ſecutus Ariſtæum ſcriptorem luculentum in ijs, quæ de conicis tradiderat: neque anteuertens, neque volens eorum tractationem deſtruere, cum mitiſſimus eſſet, & benignus erga omnes, præſertim eos, qui mathematicas diſciplinas aliqua ex parte augere, & amplificare poſſent, vt par eſt, & nullo modo infenſus, ſed accuratus, non arrogans, velut hic, quantum oſtendi potuit de loco per eius conica memoriæ prodidit. non addens perfectum illud, abſolutumque eſſe; tunc enim neceſſario reprehendi poſſet: nunc vero haudquaquam illud faciendum eſt; ſiquidem & ipſe in conicis plæraque imperfecta relinquens non ſatis ea valet tueri. Adijcere autem loco, quæ deerant, facile potuit, animo comprehendens ea, quæ ab Euclide de loco ſcripta fuerant, & dans operam Euclides diſcipulis Alexandriæ longo tempore, ex quo adeo excellentem in mathematicis habitum eſt aſſecutus, neque vſquam deceptus eſt. At locus ad tres, & quattuor lineas, in quo magnifice ſe iactat, & oſtentat nulla habita gratia ei, qui prius ſcripſerat, eſt huiuſmodi. Si poſitione datis tribus rectis lineis ab vno, & eodem puncto ad tres lineas in datis angulis rectæ lineæ ducantur, & data ſit proportio rectanguli contenti duabus ductis ad quadratum reliquæ: punctum contingit poſitione datum ſolidum locum, hoc eſt vnam ex tribus conicis ſectionibus. Et ſi ad quattuor rectas lineas poſitione datas in datis angulis lineæ ducantur; & rectanguli duabus ductis contenti ad contentum duabus reliquis proportio data ſit: Similiter punctum datam coni ſectionem poſitione continget. Si quidem igitur ad duas tantum locus planus oſtenſus eſt. Quod ſi ad plures, quam quattuor punctum continget locos non adhuc cognitos, ſed lineas tantum dictas; quales autem ſint, vel quam habeant proprietatem, non conſtat. earum vnam, neque primam, & quæ manifeſtiſſima videtur, compoſuerunt, oſtendentes vtilem eſſe. propoſitiones autem ipſarum hę ſunt.

Si ab aliquo punctum ad poſitione datas rectas lineas quinque ducantur rectæ lineæ in datis angulis, & data ſit proportio ſolidi parallelepipedi rectanguli, quod tribus ductis lineis continetur ad ſolidum parallelepipedum rectangulum, quod continetur reliquis duabus, & data quapiam linea, punctum poſitione datum lineam continget. Si autem ad ſex, & ſit data proportio ſolidi tribus lineis contenti ad ſolidum, quod tribus reliquis conti-

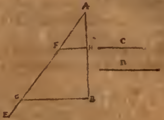
netur; rurſus punctum continget poſitione datam lineam. Quod ſi ad plures quàm ſex, non adhuc habent dicere, data ſit proportio cuiuſpiam contenti quattuor lineis ad id quod reliquis continetur. Quoniam non eſt aliquid contentum pluribus quam tribus dimenſionibus. Acquieſcunt autem his, qui paulo ante talia interpretati ſunt. neque vnum aliquo pacto comprehenſibile ſignificantes quod his continetur, licebit autem per coniunctas proportiones hæc, & dicere, & demonſtrare vniuerſe in dictis proportionibus, atque his in hunc modum. Si ab aliquo puncto ad poſitione datas rectas lineas ducantur rectæ lineæ in datis angulis,& data ſit proportio coniuncta ex ea, quam habet vna ductarum ad vnam, & altera ad alteram, & alia ad aliam, & reliqua ad datam lineam, ſi ſint ſeptem; ſi vero octo, & reliqua ad reliquam: punctum continget poſitione datas lineas, & ſimiliter quotcumque ſint impares, vel pares multitudine, cum hæc vt dixi, loco ad quattuor lineas reſpondeant, nullum igitur poſuerunt ita vt linea nota ſit. hæc reſpicientes minime extolluntur, quemadmodum antiqui, & vnuſquiſque eorum, qui meliora conſcribunt. Ego autem & à principio in mathematicis verſatus, & in materia quæſtionum à natura propoſita videns omnes commotos erubui, cum & multo meliora oſtenderim, & quæ multam afferant vtilitatem. Sed ne vacuis manibus difficultati huic ceſſiſſe videar hæc legentibus tradam. Perfectorum vtrorumque ordinum proportio compoſita eſt ex proportione amphiſmatum, & rectarum linearum ſimiliter ad axes ductarum à punctis, quæ in ipſis grauitatis centra ſunt ❘ Imperfectorum autem proportio compoſita eſt ex proportione amphiſmatum, & circumferentiarum à punctis, quę in ipſis ſunt centra grauitatis, factarum. Harum circumferentiarum proportio diuiditur in proportionem ductarum linearum, & earum, quas continent ipſarum extrema ad axes angulorum. continent autem hunc propoſitiones ferè exiſtentes vna multa, & varia theoremata, & linearum, & ſuperficierum, & ſolidorum omnia ſimul vna demonſtratione, & quæ nondum demonſtrata ſunt, & quæ & in duodecimo libro horum elementorum. Itaque habent omnes libri conicorum Apollonij theoremata, vel diagrammata quadringenta octoginta ſeptem, lemmata vero quæ in ipſa ſunt, nonaginta,

PRO-

PROBLEMA I. PROPOSITIO I.

Data rectam lineam in datam proportionem ſecare.

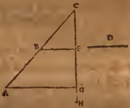
Sit data quidem recta linea AB data autem proportio, quam habet C ad D: & oporteat ſecare AB in proportionem C ad D. Inclinetur ad AB in quouis angulo recta linea AE, & ipſi C æqualis abſcindatur AF, ipſi vero D æqualis FG; & iuncta BG, ducatur FH ei parallela. Quoniam igitur vt AH ad HB, ita eſt AF ad FG; eſt autem AF æqualis C, & FG ipſi D: erit vt AH ad HB, ita C ad D. ergo AB ſecta eſt in puncto H. quod facere oportebat.



PROBLEMA II. PROPOSITIO II.

Tribus datis rectis lineis AB, BC & D, inuenire vt AB ad BC, ita aliam quandam ad D.

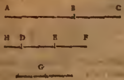
Rurſus inclinetur ad AC recta linea CH in quouis angulo, & abſcindatur CF æqualis D, iunctaque BF, ipſi parallela ducatur AG. ergo rurſus vt AB ad BC, ita erit GF ad FC, hoc eſt ad D. inuenta igitur eſt FG. ſimiliter & ſi recta detur, quartam inueniemus.



THEOREMA I. PROPOSITIO III.

Habeat AB ad BC maiorem proportionem, quam DE ad EF. Dico, & componendo AC ad CB maiorem proportionem habere, quam DF ad FE.

Fiat enim vt AB ad BC ita alia quædam G ad EF. ergo G ad EF maiorem proportionem habet, quam DE, ad EF & propterea maior G quã DE ponatur ipſi G çqualis HE. Quoniam igitur vt AB ad BC; ita eſt HE ad EF; erit componendo vt AC ad CB, ita HF ad FE ſed HF ad FE maiorem proportionem habet, quam DF ad FE. ergo & AC ad CB maiorem proportionem habebit, quam DF ad FE.

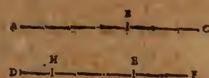


COMMENTARIVS.

Sed HF ad FE maiorem proportionem habet, quam DF ad FE.] *Ex 8. quinti. Græcus codex ſic habet τὸ δὲ θζ πρὸς τὸ ζε, poſt quæ verba hæc addenda ſunt. μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ δζ πρὸς τὸ δε.*

THEOREMA II. PPROPOSITIO IV.

Rurſus AB ad BC minorem proportionem habeat, quam DE ad EF
A Dico & AC ad CB minorem habere proportionem, quam DF ad FE.



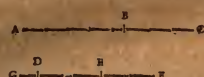
Rurſus enim quoniam AB ad BC minorem habet proportionem, quam DE ad EF, ſi fiat vt AB ad BC, ita alia quædam ad EF, quæ ſit HE; erit ea minor, quam DE, & vt AC ad CB, ita erit HF ad FE. Sed HF ad FE, minorem habet proportionem, quam DF ad FE. ergo & AC ad CB minorem proportionem habebit, quam DF ad FE.

COMMENTARIVS.

A Dico & AC ad CB minorem habere proportionem, quam DF ad FE] *Intellige componendo.*

THEOREMA III. PROPOSITIO V.

Habeat rurſus AB ad BC maiorem proportionem, quam DE ad EF. Dico & permutando AB ad DE maiorem proportionem habere, quam BC ad EF.



Ex 8. quinti Fiat enim vt AB ad BC, ita alia quædã, quæ ſit GE ad EF. manifeſtum eſt eam maiorem eſſe, quam DE. quare permutando vt AB ad GE, ita eſt BC ad EF. habet autem AB ad DE maiorem proportionem, quam AB ad GE, hoc eſt, quam BC ad EF. ergo AB ad DE maiorem proportionem habebit, quam BC ad EF.

Eadem ratione & ſi AB ad BC minorem habeat proportionem, quam DE ad EF, ſequetur etiam permutando AB ad DE minorem proportionem habere, quam BC ad EF.
A Erit enim vt AB ad BC, ita alia quædam ad EF, quæ minor ſit, quam DE. reliqua vero eadem erunt.

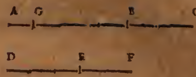
COMMENTARIVS.

A Quæ minor ſit, quam DE] *Græcus codex ὅτι πρὸς ἐλάσσονα τῆς δε vide ne legendum ſit ὅτι ἔλασσον τῆς δε. Mirum autem videtur Pappum hoc loco diuiſiuam rationem prætermiſiſſe, cum præſertim ea ſæpe vtatur; niſi forte temporis iniuria interciderit, quod credibilius eſt: nos igitur eam ſupplere aggrediemur.*

Habeat AC *ad* CB *maiorem proportionem, quam* DE *ad* FE. *Dico & diuidendo* AB *ad* BC *maiorem proportionem habere, quàm* DE *ad* EF.

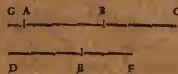
Fiat vt

Fiat vt DF *ad* FE, *ità alia quæpiam* GC *ad* CB. *Erit vtique* GC *minor, quam* AC. *& erit diuidendo* GB *ad* BC, *vt* DE *ad* EF. *Sed* AB *ad* BC *maiorem proportionem habet, quam* GB *ad* BC. *ergo &* AB *ad* BC *maiorem habebit proportionem, quam* DL *ad* EF. 10. quinti



Habeat rurſus AC *ad* CB *minorem proportionem, quam* DF *ad* FE, *& diuidendo* AB *ad* BC *minorem proportionem habebit, quam* DE *ad* EF.

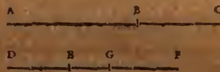
Fiat enim rurſus vt DF *ad* FE, *ita alia quædam* GC *ad* CB. *erit* GC *maior, quam* AC. *atque erit diuidendo* GB *ad* BC, *vt* DE *ad* EF. *Sed* AB *ad* BC *minorem habet proportionem, quam* GB *ad* BC, *quare & minorem habebit, quam* DE *ad* EF. 10 quinti 8. quinti.



THEOREMA IV. PROPOSITIO VI.

Habeat AC ad CB maiorem proportionem, quam DF ad FE. Dico per conuerſionem rationis CA ad AB minorem habere proportionem, quam FD ad DE.

Fiat enim vt AC ad CB, ita DF ad aliam quandam. erit vtique ad minorem, quam FE. Sit autem FG: quare per conuerſionem rationis, vt CA ad AB, ita erit FD ad DG. Sed FD ad DG minorem proportionem habet, quam FD ad DE. ergo & CA ad AB minorem habebit proportione, quam FD ad E. 8. quinti. A



Similiter autem & ſi AC ad CB minorem proportionem habeat, quam DF ad FE, habebit per conuerſionem rationis CA ad AB maiorem proportionem, quam FD ad DE.

Erit enim vt AC ad CB, ita DF ad maiorem, quam FE. reliqua vero manifeſta erunt.

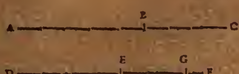
COMMENTARIVS.

Ergo & CA ad AB minorem habebit proportionem, quam FD ad DE] *Vide ne hæc in Græco codice deſiderentur.* ϗ τὸ αγ ἄρα πρὸς τὸ αβ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ζδ πρὸς τὸ δε. A

THEOREMA V. PROPOSITIO VII.

Habeat rurſus AB ad BC maiorem proportionem, quam DE ad EF Dico conuertendo CB ad BA minorem proportionem habere, quam FE ad ED.

Fiat enim vt AB ad BC, ita DE ad aliam aliquam, erit ad minorem, quam EF, vt ad EG. conuertendo igitur vt CB ad BA, ita eſt GE ad ED. Sed GE ad ED minorem proportionem habet, quam FE ad ED. ergo CB ad BA minorem habebit proportionem, quam FE ad ED. A B



Similiter autem & ſi AB ad BC minorem proportionem habeat, quam DE ad EF, conuertendo CB ad BA maiorem habebit proportionem, quam FE ad ED. C

Erit enim vt AB ad BC, ita DE ad maiorem, quam EF, reliqua, quæ ſequuntur perſpicua ſunt.

Ex his

Ex his autem conſtat ſi AB ad BC maiorem propoſitionem habeat, quam DE ad EF, & FE ad ED maiorem habere proportionem, quam CB ad BA. Quod ſi AB ad BC minorem proportionem habeat, quam DE ad EF, & FE ad ED minorem habebit proportionem, quam CB ad BA.

COMMENTARIVS.

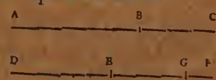
A Vt ad EG] *Græcus codex* ὥστε πρὸς τὸ εη *ego legerem* ὡς πρὸς τὸ εη.

B Ergo CB ad BA minorem habebit proportionem, quam FE ad ED] *In Græco cod. hæc deſiderari videntur.* καὶ τὸ γβ ἄρα πρὸς τὸ βα ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ὑπὲρ τὸ ζε πρὸς τὸ εδ.

C Similiter autem & ſi AB ad BC minorem proportionem habeat, quam DE ad EF] *Græcus codex* ὁμοίως δὴ κἂν τὸ αβ ἐλάσσονα λόγον ἔχει. *Sed videtur legendum* ὁμοίως δὴ κἂν τὸ αβ πρὸς τὸ βγ ἐλάσσονα λόγον ἔχει.

THEOREMA VI. PROPOSITIO VIII.

Habeat AB ad DE maiorem proportionem, quam BC ad EF. Dico & AB ad DE maiorem habere proportionem quam AC ad DF.

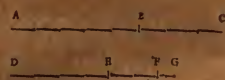


Fiat enim vt AB ad DE, ita BC ad aliam. erit vtique ad minorem, quam EF, ſit ad EG. A tota igitur AC ad totam DG, eſt vt AB ad DE, Sed AC ad DG maiorem proportionem habet, quam ad DF. ergo & AB ad DE maiorem habebit proportionem, quam AC ad DF.

Et manifeſtum eſt totam AC ad totam DF minorem proportionem habere, quam B AB ad DE, & ſi minor ſit proportio partis, totius maior erit.

COMMENTARIVS.

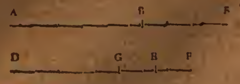
A Tota igitur AC ad totam DG, eſt vt AB ad DE.] *Ex 12. quinti.*



B Et ſi minor ſit proportio partis, totius maior erit] *Hoc eſt ſi* AB *ad* DE *minorem proportionem habeat, quam* BC *ad* EF, *habebit* AC *ad* DF *maiorem proportionem, quam* AB *ad* DE. *Fiat enim, vt* AB *ad* DE, *ita* BC *ad aliam, quæ ſit* EG. *erit igitur* GE *maior, quam* EF *atque erit* AC *ad* DG, *vt* AB *ad* DE. *Sed* AC *ad* DG *minorem proportionem habet, quam ad* DF, *ergo &* AB *ad* DE *minorem habebit proportionem, quam* AC *ad* DF: *& propterea* AC *ad* DF *maiorem proportionem habebit, quam* AB *ad* DE. *Græcus codex* κἂν ἔλασσον τὸ μέρος μεῖζον ὅλης, *quæ verba fortaſſe deprauata ſunt, & ita reſtituenda.* κἂν ἐλάσσων τοῦ μέρους, μεῖζον ὅλης.

THEOREMA VII. PROPOSITIO IX.

Habeat rurſus tota AC ad totam DF maiorem proportionem, quam AB ad DE. Dico & reliquam BC ad reliquam EF maiorem proportionem habere, quam AC ad DF.



A Fiat enim vt AC ad DF, ita AB ad DG. ergo & reliqua BC ad reliquam GF eſt vt AC ad DF. Sed BC ad EF maiorem proportionem habet, quam ad FG. ergo & BC ad EF maiorem habebit proportionem, quam AC ad DF.

C Si vero totius ad totam ſit minor proportio, reliqua minor erit.

COM-

COMMENTARIVS.

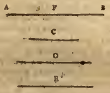
Fiat enim vt AC ad DF, ita AB ad OG] *In Græco codice hæc deſiderantur, τούτων δέον γὰρ ὡς ἡ αγ πρὸς τὴν δζ.* A

Sed BC ad EF maiorem proportionem habet, quam ad FG] *In Græco codice nonnulla deſiderantur. quare ita reſtituendus erit. ἡ δὲ βγ πρὸς τὴν εζ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὴν ζη.* B

Si vero totius ad totam ſit minor proportio, reliqua minor erit] *Græcus codex ἐὰν δὲ ὅλη πρὸς τὴν ὅλην ἐλάσσων, ἡ λοιπὴ μεῖζον. Sed legendum puto ἐὰν δὲ ὅλης πρὸς τὴν ὅλην ἐλάσσων, ἡ λοιπὴ ἐλάσσων. Si enim tota* AC *ad totam* DF *minorem proportionem habeat, quam* AB *ad* DE *& reliqua* BC *ad* EF *minorem habebit, quam* AC *ad* DF. C

THEOREMA VIII. PROPOSITIO X.

Sit AB maior, quam C, D vero æqualis E, Dico AB ad C maiorem habere proportionem, quam D ad E.

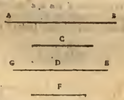


Ponatur enim ipſi C æqualis BF. eſt igitur vt BF ad C, ita O ad E. Sed AB ad C maiorem proportionem habet, quam BF ad C. ergo & AB ad C maiorem habebit proportionem, quam O ad E.

Et manifeſtum eſt ſi AB ſit minor, quam C, AB ad C minorem proportionem habere, quam D ad E, ob conuerſam ſcilicet rationem.

THEOREMA IX. PROPOSITIO XI.

Sed ſit AB maior, quam C, & DE minor, quam F. Dico AB ad C maiorem habere proportionem, quam DE ad F. A



Quod quidem patet ſine demonſtratione. Si enim æquali exiſtente OE ipſi F, AB ad C maiorem habet proportionem, quam DE ad F, eo minori exiſtente multo maiorem proportionem habebit. Ob demonſtrationem vero hoc modo. B

Quoniam enim maior eſt AB quam C, ſi fiat vt AB ad C ita alia quædam ad F. erit ea maior, quam F. quare & maior, quam DE. Sit igitur ipſi F æqualis GE. ergo GE ad F maiorem proportionem habet, quam DE ad F. Sed vt GE ad F, ita AB ad C. ergo & AB ad C maiorem habebit proportionem, quam DE ad F.

Et manifeſtum eſt, vbi minor, ſemper minorem habere proportionem, & rectangulum contentum AB & F maius eſſe eo, quod C & DE continetur. quippe cum ipſi æquale ſit rectangulum ex C & EG, quod quidem rectangulo ex C & DE eſt maius.

COMMENTARIVS.

Sed ſit AB maior, quam C, & OE minor, quam F. Dico AB ad C maiorem habere proportionem, quam DE ad F.] *Græcus codex ἔλασσον δὲ τὸ δ τῆ ζ ὅτι &c. ἤπερ τὸ δ πρὸς τὸ ε. ſed legendum ἔλασσον δὲ τὸ δε τῆ ζ, ὅτι, &c. τὸ δε πρὸς τὸ ζ.* A

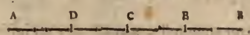
B Quod quidem patet ſine demonſtratione] *Græcus codex φανερὸν μὲν ἦν καὶ διὰ ἀποδείξεως, legendum autem καὶ ἄνευ ἀποδείξεως, nam paulo poſt ita ſcribit διὰ ἀποδείξεως δὲ οὕτως.*

C Et manifeſtum eſt vbi minor, ſemper minorem habere proportionem] *Si* A B *ſit minor, quam* C, *non propterea ſequitur vt* A B *ad* C *minorem habeat proportionem, quam* D E *ad* F, *niſi vel* D E *ſit maior, quam* F, *vel ipſi æqualis.*

D Quippe cum ipſi æquale ſit rectangulum ex C & B G] *Ex 16. ſexti libri elementorum.*

THEOREMA X. PROPOSITIO XII.

Sit recta linea A B, & ſecetur in puncto C. Dico omnia quidem puncta, quæ ſunt inter A & C, diuidere A B in proportiones minores ea, quę eſt A C ad C B, omnia vero, quæ ſunt inter C & B diuidere eandem in proportiones maiores.



Sumantur enim puncta ex vtraq; parte ipſius C, quæ ſint D E. Quoniam igitur D A minor eſt, quam A C, A maior autem D B, quam B C; habebit D A ad A C minorem proportio- B nem, quam D B ad B C, quare permutando A D ad D B minorem habebit proportionem, quam A C ad C B. Eodem modo demonſtrabitur in omnibus punctis, quæ ſunt inter A & C. Rurſus quoniam B A maior eſt, quam A C, minor autem E B, quam B C, habebit B A ad A C maiorem proportionem, quam E B ad B C. ergo permutando A E ad E B maiorem proportionem habebit; quam A C ad C B. ſimiliter demonſtrabimus & in reliquis punctis, quæ inter C & B ſumuntur.

Ex antecedente 5. huius.

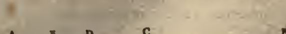
COMMENTARIVS.

A Habebit D A ad A C minorem proportionem, quam D B ad B C] *ſequitur hoc ex ijs, quæ proxime demonſtrata ſunt. Græcus codex ἡ δὲ δα πρὸς τὴν αγ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, &c. videtur legendum ἡ δα ἄρα πρὸς τὴν αγ.*

B Quare permutando A D ad D B minorem habebit proportionem, quam A C ad C B] *Ex 5. huius, Græcus codex ἐναλλὰξ ἡ αδ πρὸς τὴν δβ. Sed legendum puto ἐναλλὰξ ἄρα.*

THEOREMA XI. PROPOSITIO XIII.

Si ſit recta linea A B, quæ bifariam in puncto C ſecetur, rectangulum, quod punctum C abſcindit, videlicet A C B maximum eſt omnium, quæ à quoquam alio abſcindantur.

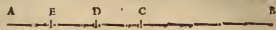


Si enim ſumatur punctum D, erit rectangulum A D B vna cum quadrato ex C D, æquale quadrato ex A C, hoc eſt A C B rectangulo: quare rectangulum A C B eſt maius. Eadem ſequentur, & ad alteras partes.

THEO-

THEOREMA XII. PROPOSITIO XIV.

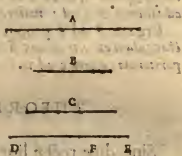
Dico inſuper punctum, quod ipſi C propinquius eſt, ſemper maius ſpacium efficere eo, quod eſt remotius.



Sumatur enim aliud punctum E inter A, & D. oſtendendum eſt rectangulum contentum ADB maius eſſe eo, quod AEB continetur. Quoniã enim rectangulum ADB vna cum quadrato ex DC æquale eſt quadrato ex AC: eſt autem & rectangulum AEB vna cum quadrato ex EC æquale quadrato ex AC: erit rectangulum ADB vna cum quadrato ex DC æquale rectangulo AEB vna cum quadrato ex CE: quorum quadratum ex DC minus eſt quadrato ex CE. reliquum igitur rectangulum ADB rectangulo AEB eſt maius.

THEOREMA. XIII. PROPOSITIO XV.

Si enim ſit A vna cum B æquale ipſi C vna cum DE, ſit autem DE maius, quam B; erit A ipſo C maius.



Ponatur ipſi B æquale DF. ergo A vna cum DF æquale eſt DE vna cum C. commune auferatur DF. reliquum igitur A eſt æquale ipſis C & FE, ac propterea A quam C maius erit.

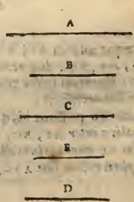
COMMENTARIVS.

Quorum quadratum ex DC minus eſt quadrato ex CE] *Græcus codex corruptus eſt in quo legitur.* ὧν τὸ ἀπὸ δζ ἔλασσον ἐςὶ τοῦ ἀπὸ γε. *ſed legendum* ὧν τὸ ἀπὸ δγ.

Sit autem DE maius, quam B, [erit A ipſo C maius] *In Græco codice aliqua deſiderantur, qui ſic habet.* μεῖζον ἂν γένοιτο τὸ α τοῦ γ. *legendum autem in hanc ſententiam* μεῖζον ἂν γένοιτο τὸ δε τοῦ β. ὅτι μεῖζον τὸ α τοῦ γ.

THEOREMA XIV. PROPOSITIO XVI.

Habeat A ad B maiorem proportionem, quam C ad D. Dico rectangulum contentum rectis lineis AD maius eſſe eo, quod ipſis BC continetur.



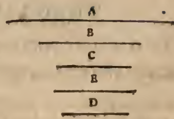
Fiat enim vt A ad B, ita C ad E. ergo C ad E maiorem proportionem habet, quam ad D; & idcirco E quam D eſt minor. Itaque ſumpta A communi altitudine erit rectangulum ex AE minus rectangulo ex AD. ſed rectangulum ex AE rectangulo ex BC eſt æquale. rectangulum igitur ex BC minus eſt rectangulo ex AD: & ob id rectangulum ex AD rectangulo ex BC eſt maius. 16 ſexti.

Similiter etiam ſi minor ſit proportio rectangulum rectangulo minus erit.

Sed rurſus ſit rectangulum ex AD rectangulo ex BC maius. Dico A ad B maiorem proportionem habere, quam C ad D.

Ponatur enim rectangulo ex AD æquale rectangulum ex BE erit rectangulum ex BE maius eo, quod ex BC. quare & E maior, quam C. vt autem A ad B, ita E ad D. ſed E ad D maiorem habet proportionem, quam C ad D. ergo & A ad B proportionem maiorem habebit quam C ad D.

A B C D



COMMENTARIVS.

A Erit rectangulum ex BE maius eo, quod ex BC] *Græcus codex* . γίνεται ἄρα μεῖζον μὲν τῦ ὑπὸ τῶν βε τοῦ ὑπὸ τῶν βγ *ſed legendum* γίνεται ἄρα μεῖζον μὲν τὸ ὑπὸ τῶν βε.

B Quare & E maior, quam C] *Græcus codex* ὥστε καὶ ἡ β τῆς γ μείζων. *lege* ὥστε καὶ ἡ ε τῆς γ μείζων.

C Vt autem A ad B, ita E ad D] *Ex 16. ſexti elementorum. Græcus autem codex corruptus videtur, ego ita reſtituendum puto* ὡς δὲ ἡ α πρὸς τὴν β. οὕτως ἡ ε πρὸς τὴν δ ἡ δὲ ε πρὸς τὴν δ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ γ πρὸς τὴν δ. καὶ ἡ α ἄ α πρὸς τὴν β μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ γ πρὸς τὴν δ. *Sed & illud idem aptius, breuiuſque concludi poteſt non mutata priori figura hoc modo. Ponatur rectangulo ex* BC *æquale rectangulum ex* AB. *erit* E *minor, quam* D, *& vt* A *ad* B, *ita erit* C *ad* E. *Sed* C *ad* E *maiorem habet proportionem, quam ad* D. *ergo &* A *ad* B *maiorem proportionem habebit, quam* C *ad* D.

D Ergo & A ad B proportionem maiorem habebit, quam C ad D] *Eodem modo, ſi rectangulum ex* AD *minus ſit rectangulo ex* BC, *demonſtrabitur* A *ad* B *minorem habere proportionem, quam* C *ad* D.

THEOREMA XV. PROPOSITIO XVII.

Sint duæ rectæ lineæ AB, BC, & inter AB, BC media proportionalis ſit BD, ipſique AD æqualis ponatur DE. Dico rectam lineam CE eſſe exceſſum, quo vtræque AB, BC excedunt eam, quæ poteſt id, quod quater AB, BC continetur.



Quoniam enim vtræq; AB, BC excedunt vtraſq; AB, BE recta linea CE, erit CE exceſſus, quo vtræque AB, BC vtraſque AE, BE excedunt: vtræque autē AB, BE. ſunt duæ BD: & duæ ED poſſunt id, quod quater continetur AB, BC. ergo CE eſt exceſſus, quo vtræque AB, BC excedunt eam, quæ poteſt id, quod quater AB, BC continetur.

A B

COMMENTARIVS.

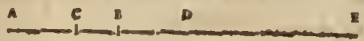
A Vtræque autem AB, BE ſunt duæ BD.] *Nam vtraque* AB, BE *ſunt æquales his tribus* AD, DB, BE, *duæ verò* BD *ſunt æquales ipſis* BD, BE, ED, *quarum* ED *eſt æqualis ipſi* AD: *Quoniam igitur vtræque* AB, BE, *& duæ* BD *eiſdem ſunt æquales, & inter ſe æquales ſint neceſſe eſt.*

B Et duæ BD poſſunt id, quod quater continetur AB, BC] *Cum enim* BD *ſit media proportionalis* B *inter* AB, BC, *erit eius quadratum rectangulo* ABC *æquale. Sed quadratum duplæ ipſius* BD *quadruplum eſt quadrati ex* BD, *hoc eſt rectanguli* ABC. *ergo duæ* BD *poſſunt quadruplum rectanguli* ABC, *videlicet id, quod quater* AB, BC *continetur.*

THEO-

THEOREMA XVI. PROPOSITIO XVIII.

Sit rurſus ipſarum AB, BC media proportionalis BD: & ipſi AD æqualis ponatur DE. Dico CE conſtare ex vtriſque AB, BC, & ea, quæ poteſt id, quod quater AB, BC continetur. A



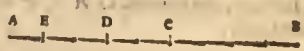
Quoniam enim CE conſtat ex CD, DE, atque eſt AD æqualis DE conſtabit CE ex AD, DC, hoc eſt ex vtriſque AB, BC & duabus BD. duæ autem BD poſſunt id, quod quater continetur AB, BC. ergo CE conſtat ex vtriſque AB, BC, & ea, quæ poteſt id, quod quater AB, BC continetur.

COMMENTARIVS.

Sit rurſus ipſarum AB, BC media proportionalis BD] *Hoc loco BD non abſcinditur ab ipſa AB, quemadmodum in ſuperiori, ſed extra ipſam ſumitur, vt in figura apparet.* A

THEOREMA XVII. PROPOSITIO XIX.

Rurſus ipſarum AB, BC media proportionalis ſit BD, & ipſi CD ponatur æqualis DE. Dico AE eſſe exceſſum, quo vtræque AB, BC excedunt eam, quæ poteſt id, quod quater AB, BC continetur.



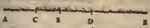
Quoniam enim vtræque AB, BC excedunt vtraſque EB, BC ipſa AE, vtræque vero, EB, BC ſunt duæ BD hoc eſt quæ poteſt id, quod quater continetur AB, BC. ergo AE eſt exceſſus, quo vtræq; AB, BC excedunt eam, quæ poteſt id, quod quater AB, BC continetur. A

COMMENTARIVS.

Vtræque vero EB, BC ſunt duæ BD] *Quoniam enim vtraq; EB, BC ſunt æquales bis videlicet BD, DC, & dupla CB; duæ vero BD æquales ſunt duplæ DC, & duplæ CB, quarum dupla DC eſt æqualis ipſis ED, DC: erunt vtraq; EB, BC, & duæ BD inter ſe neceſſario æquales.* A

THEOREMA XVIII. PROPOSITIO XX.

Rurſus ipſarum AB, BC media proportionalis ſit BD, & ipſi CD æqualis ponatur DE. Dico AE conſtare ex vtriſque AB, BC, & ea, quæ poteſt id, quod quater AB, BC continetur.



Cum enim AE conſtat ex AD, DE, ſitq; DE æqualis CD, conſtabit AE, ex AD, DC, hoc eſt vtriſq; AB, BC, & duabus BD. At duæ BD poſſunt id quod quater cõtinetur AB, BC ergo AE conſtat ex vtriſque AB, BC, & ea, quæ poteſt id, quod quater AB, BC continetur.

Hæc

ὡς τὴν τοῦ λόγου ἀποτομήν. ὡς τὴν τοῦ χωρίου ἀποτομήν.

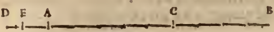
Hæc ſumuntur ad ſectionem proportionis, hæc autem ad ſpacij ſectionem, differenter tamen.

Problema in ſecundum de ſectione proportionis, vtile ad epilogum tertijdecimi loci.

PROBLEMA III. PROPOSITIO XXI.

Datis duabus rectis lineis AB, BC & producta AD, ſumere datum punctum D faciens proportionem BD ad DA, eandem, quæ eſt ipſius CD ad exceſſum, quo vtræque AB, BC excedunt eam, quæ poteſt id, quod quater AB, BC continetur.

A Sed aliter conſtitui non poteſt, niſi vtræque DB, AC æquales ſint exceſſui EA. totaque DA toti AE, & adhuc EA, AC, CB inter ſe proportionem habeant, quam numerus quadratus ad quadratum numerum & BC ipſius DB ſit dupla.



Factum iam ſit, & exceſſus ſit AE. ex ijs enim quę ſuperius dicta ſunt ipſum inuenimus. eſt igitur vt BD ad DA, ita CD ad AE: & permutando, diuidendoque erit ſpacium ſpacio ęquale, videlicet rectangulum contentum BC, EA æquale rectangulo CDE. datum autem eſt rectangulum ex BC, BA. ergo & rectangulum CDE erit datum. & ad datam rectam lineam CE applicatur, excedens figura quadrata, datum igitur eſt punctum D.

B

C

D

Componetur autem hoc pacto.

Sit exceſſus BA, & rectangulo ex BC, EA æquale applicetur ad rectam lineam CE, excedens figura quadrata, quod ſit ÇDE. Dico D punctum quæſitum eſſe.

E Quoniam enim rectangulum ex BC, EA æquale eſt rectangulo CDE, erit ob proportionem, & componendo, permutandoque, vt BD ad DA, ita CD ad EA, quæ quidem eſt exceſſus.

F Eodem modo fiet, ſi velimus ſumere punctum faciens, vt BD ad DA, ita CD ad rectam lineam, conſtantem ex vtrique AB, BC, & ex ea, quæ poteſt id, quod quater AB, BC continere.

G

COMMENTARIVS.

A Sed aliter conſtitui non poteſt, niſi vtræque DB, AC æquales ſint exceſſui EA, totaque DA toti AB, & adhuc EA, AC, CB interſe proportionem habeant, quam numerus quadratus ad quadratum numerum, & BC ſit ipſius DB dupla] *Vereor ne hęc ab aliquo addita ſint, non enim video cur problema aliter conſtitui non poſſit.*

B Et exceſſus ſit AE, ex ijs enim, quę ſuperius dicta ſunt ipſum inuenimus] *Ex 17. huius.*

C Et permutando, diuidendoque erit ſpacium ſpacio æquale] *Quoniam enim vt BD ad DA, ita eſt ÇD ad AB, erit permutando vt BD ad DC, ita DA ad AE: & diuidendo vt BÇ ad CD, ita DB ad EA. ergo rectangulum ex BC, EA æquale eſt rectangulo ÇDB.*

D Datum igitur eſt punctum D] *Ex 59. libri datorum.*

E Et rectangulo ex BC, EA æquale applicetur ad rectam lineam CE, excedens figura quadrata, quod ſit CDE] *Ex 29. ſexti libri elementorum.*

F Erit ob proportionem, & componendo, permutandoque vt BD ad DA, ita CD ad EA quæ quidem eſt exceſſus] *Eſt enim BC ad CD, vt DB ad EA & componendo BD ad DC, vt DA ad AB, permutandoque vt ED ad DA, ita CD ad AE.*

G Eodem modo fiet, ſi velimus ſumere punctum faciens vt BD ad DA, ita CD ad rectam lineam, &c.] *Quænam ſit recta linea, quæ conſtet ex vtriſque AB, BC & ex ea, quæ poteſt, quod quater AB, BC continetur, apparet ex 18. huius.*

Primus liber de proportionis ſectione habet locos ſeptem, caſus, vigintiquattuor, & deter-

determinationes quinque, quarum tres ſunt maximæ, & duæ minimæ, atque eſt maxima quidem ad tertium caſum quinti loci, minima vero ad ſecundum caſum ſexti loci, & ad eundem ſeptimi. maxima etiam eſt ad quartos caſus ſexti, & ſeptimi loci.

Secundus liber de proportionis ſectione habet locos ſeptem, caſus vigintiquattuor & determinationes ſeptem, quarum quattuor ſunt maximæ, & tres minimæ, & maxima quidem eſt ad ſecundum caſum primi loci, & ad primum quarti loci, & ad tertium tertij, & ad quartum quarti, & ad primum ſexti.

Secundus liber de ſpacij ſectione habet locos tredecim, caſus ſeptem, determinationes quattuor ex primo, in idem reducuntur.

Quæret fortaſſe aliquis cur ſecundus liber de proportionis ſectione habet locos quattuordecim, ſecundus autem de ſpacij ſectione habet locos tredecim: habet autem ob hanc cauſam, quod ſeptimus locus in libro de ſpacij ſectione tanquam manifeſtus omittitur. Nam ſi vtræque parallelæ lineæ in terminos cadant, qualeſcumque ducantur ſpacium datum abſcindunt, etenim æquale eſt contento rectis lineis, quæ inter terminos, & vtrarumque linearum a principio poſitione datarum congreſſum interijciuntur. in libro autem de proportionis ſectione non adhuc ſimiliter contingit. ob hoc igitur excedit loco vno in ſecundum ſecundi, & reliqua . . . .

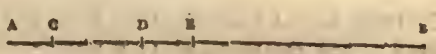
De determinata ſectione liber primus. ἐπίταγμα.

LEMMA I. LEM. I.

Vtile ad primum præceptum quinti problematis.

THEOREMA XIX. PROPOSITIO XXII.

Sit recta linea AB, & in ipſa ſumantur tria puncta CDE, ſitque ADC rectangulum rectangulo BDE æquale. Dico vt BD ad DE, ita eſſe rectangulum ABC ad rectangulum AEC.



Quoniam enim rectangulum ADC æquale eſt BDE rectangulo, erit vt AD ad DE, ita BD ad DC. tota igitur AB ad totam BC eſt vt BD ad DC; & conuertendo. rurſus quoniam rectangulum ADC rectangulo BDE eſt æquale, vt AD ad DB, ita erit ED ad DC. ergo tota AB ad totam CB eſt vt BD ad DC. erat autem vt BC ad AE, ita CD ad DE. quare proportio compoſita ex proportione AB ad CB, & ex proportione BC ad AE eſt eadem, quæ componitur ex proportione BD ad DC, & proportione CD ad DE. Sed proportio quidem compoſita ex proportione AB ad CE, & ex proportione BC ad AB eſt rectanguli ABC ad AEC rectangulum: proportio vero compoſita ex proportione BD ad DC; & ex proportione CD ad DE eſt ea, quam habet BD ad DE. Vt igitur BD ad DE, ita ABC rectangulum ad rectangulum AEC, quod demonſtrare oportebat.

A
B 14. ſexti
C
D

ALITER. LEM. II.

Quoniam rectangulum ADC æquale eſt rectangulo BDE, ob proportionem, & tota ad totam, erit vt AB ad BC, ita AD ad DB. componendoque vt vtræque AB CB ad BC, ita AB ad BD. quod igitur continetur vtriſque AE, CB, & BD æquale eſt rectangulo ABC. Rurſus quoniam eſt vt AD ad DB, ita AB ad DE; & tota AB ad totam BC eſt vt BD ad DC. quare conuertendo, componendoque id quod continetur vtriſq; AE, CB, & ED eſt æquale rectangulo ABC. oſtenſum autem eſt, quod continetur vtriſque AB, CB, & BD æquale eſſe rectangulo ABC. permutando igitur vt rectangulũ contentum

E
F
E

H tum vtriſque AE, CB & ED ad contentum vtriſque AB, CB, & DE, hoc eſt vt BD ad DE ita erit rectangulum ABC ad AEC rectangulum.

COMMENTARIVS.

A Erit vt AD ad DB, ita BD ad DC] *Ex 14. ſexti elementorum.*

B Tota igitur AB ad totam BC eſt vt BD ad DC] *Ex 12. quinti elementorum. Hæc autem omnia nos reſtituimus, quæ deerant in Græco codice. quare ita legendum erit* καὶ ὅλη ἄρα ἡ αβ πρὸς ὅλην τὴν γβ ἐστιν ὡς βδ πρὸς δγ.

C Erat autem vt BC ad AE, ita CD ad DE] *demonſtratum etenim eſt totam AE ad totam BC eſſe, vt ED ad DC quare conuertendo, vt BC ad AE, ita erit CD ad DE. Græcus codex* τὸ δὲ καὶ ὡς ἡ βδ πρὸς τὴν εα, *legendum* ἡ βγ πρὸς τὴν εα,

D Sed proportio quidem compoſita ex proportione AB ad CB. & ex proportione BC ad AE eſt rectanguli ABC ad AEC rectangulum] *Ex 23. ſexti elementorum.*

E Quoniam rectangulum ADC æquale eſt rectangulo BDE, ob proportionem, & tota ad totam, erit vt AE ad BC, ita AD ad DB] *Eſt enim ex 14. ſexti vt AD ad DB ita ED ad DC. quare ex 12. quinti vt AE ad BC, ita eſt AD ad DB.*

F Quod igitur continetur vtriſque AE, CB, & BD æquale eſt rectangulo ABC] *Ex 16. ſexti.*

G Permutando igitur vt rectangulum contentum vtriſque AE, CB & ED ad contentum vtriſque AB, CB, & DE *Græcus codex mancus eſt. quem nos ita reſtituemus.* ἐναλλὰξ ἄρα γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς αε, γβ καὶ τῆς βδ πρὸς τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς αε, γα καὶ τῆς δε

H Hoc eſt, vt BD ad DE] *Rectangula enim, quorum eadem eſt altitudo ita ſe habent ſicuti baſes ex prima ſexti elementorum.*

ALITER.

LEM. III. In primum præceptum quinti problematis, præmonſtratis tamen duobus, quæ deinceps exponentur.

THEOREMA XX. PROPOSITIO XXIII.

Sit recta linea AB æqualis CD, & in ipſa CD ſumatur quoduis punctum E. Dico rectangulum ACD æquale eſſe, & rectangulo AED, & rectangulo BEC.



A Secetur BC bifariam in F. ergo rectangulum ACD vna cum quadrato ex CF æquale eſt quadrato ex FD eadem ratione rectangulum AED vna cum quadrato ex FE æquale eſt quadrato ex FD. quare rectangulum ACD vna cum quadrato ex CF æquale

B eſt rectangulo AED vna cum quadrato ex FE. hoc eſt vna cum rectangulo BEC, & eo, quod fit ex CF quadrato. commune auferatur quadratum ex CF. reliquum igitur rectangulum ACD æquale eſt rectangulo AED & rectangulo BEC.

COMMENTARIVS.

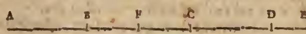
A Ergo rectangulum ACD vna cum quadrato ex CF æquale eſt quadrato ex FD] *Ex 5. ſecundi elementorum.*

B Hoc eſt vna cum rectangulo BEC, & eo quod fit ex CF quadrato] *Rectangulum enim BEC vna cum quadrato ex CF æquale eſt quadrato ex FE per 6. eiuſdem.*

THEO-

THEOREMA XXI. PROPOSITIO XXIV.

Iiſdem poſitis ſit punctum E extra lineam AD. Dico rurſus rectangulum BEC rectangulo AED, & rectangulo BDC æquale eſſe. LEM. LV. A



Secetur rurſus BC bifariam in puncto F. erit rectangulum BEC vna cum quadrato ex CF equale quadrato ex FE. ergo rectangulum BEC vna cum quadrato ex CF æquale eſt rectangulo AED vna cum eo, quod fit ex DF quadrato, hoc eſt vna cum rectangulo BDC, & quadrato ex CF. commune auferatur quadratum ex CF. reliquum igitur rectangulum BEC æquale erit rectangulo AED, & rectangulo BDC. B C D E

COMMENTARIVS.

Dico rurſus rectangulum BEC rectangulo AED, & rectangulo BDC æquale eſſe] *Græcus codex ὅτι πάλιν τὸ ὑπὸ τῶν βεγ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν αδε. ſed legendum videtur τῷ ὑπὸ τῆς αεδ.* A

Erit rectangulum BEC vna cum quadrato ex CF æquale quadrato ex FE] *Ex ſexta ſecundi elementorum.* B

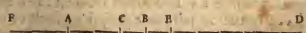
Ergo rectangulum BEC vna cum quadrato ex CF æquale eſt rectangulo AED vna cum eo, quod fit ex DF quadrato] *Rectangulum enim AED vna cum quadrato ex DF ſimiliter æquale eſt quadrato ex FE. per ſextam ſecundi elementorum. Græcus codex ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ αδε ſed legendum τῷ ὑπὸ αεδ.* C

Hoc eſt vna cum rectangulo BDC, & quadrato ex CF] *Eſt enim rectangulum BDC vna cum quadrato ex CF æquale quadrato ex DF per ſextam eiuſdem. Græcus codex τουτέστι τῷ ὑπὸ βγδ καὶ τῷ ἀπὸ γζ ego legendum puto. τουτέστι τῷ ὑπὸ βδγ, καὶ τῷ ἀπὸ γζ.* D

Reliquum igitur rectangulum BEC equale erit rectangulo AED, & rectangulo BDC] *Græcus codex τῷ ὑπὸ τῶν αδε ſed legendum τῷ ὑπὸ τῶν αεδ.* E

THEOREMA XXII. PROPOSITIO XXV.

His præmonſtratis oſtendendum eſt ſi rectangulum ABC æquale ſit rectangulo DBE, vt DB ad BE, ita eſſe rectangulum ADC ad AEC rectangulum. LEM. V. A



Ponatur ipſi CE æqualis FA. Quoniam igitur rectangulũ ABC æquale eſt rectãgulo DBE, commune apponatur rectangulum FBE ergo totum rectangulum ex DF, BE æquale eſt rectangulo FBE, & rectangulo ABC. hæc autem ex antecedenti æqualia ſunt rectangulo FCB, hoc eſt rectangulo AEC. aſſumatur extrinſecus rectangulum FDB. ergo vt rectangulum FDB ad rectangulum ex FD, EB, videlicet vt DB ad EB, ita rectangulum FDB ad rectangulum AEC. & componendo vt DB ad BF, ita rectangulum FDB vna cum rectangulo AEC ad rectangulum AEC ſed rectangulum FDB vna cum rectangulo AEC æquale eſt rectangulo ADC ex antecedente, vt igitur DB ad BE, ita rectangulum ADC ad rectangulum AEC. B C D E F

COMMENTARIVS.

A Vt DB ad BB, ita eſſe rectangulum ADC ad ABC rectangulum] *Græcus codex γίνεται ὡς ἡ δβ πρὸς βγ. ſed legendum πρὸς βε.*

B Ergo totum rectangulum ex DF, BB æquale eſt rectangulo FBB, & rectangulo ABC] *Rectangulum enim ex DF, BB, æquale eſt duobus rectangulis DBB, & FBB ex prima ſecundi elementorum. Græcus codex. ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ δζβ ἴσον ἐστὶ τοῦτε &c. legendum autem eſt ὅλον τὸ ὑπὸ δζ βε ἴσον ἐστὶ τοῦτο &c.*

C Hęc autem ex antecedenti æqualia ſunt rectangulo FCB] *ex 23. huius.*

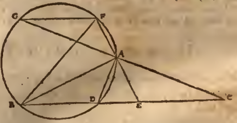
D Hoc eſt rectangulo ABC] *Quoniam enim FA facta eſt æqualis CB, ſi addatur vtrique communis AC, erit FC æqualis AB, & ideò ex prima ſexti elementorum rectangulum FCB rectangulo ABC eſt æquale.*

E Videlicet vt DE ad BB] *ex prima ſexti elementorum.*

F Ita rectangulum FDB ad rectangulum ABC, & componendo, vt DB ad BB, ita rectangulum FDB vna cum rectangulo ABC ad rectangulum ABC. Sed rectangulum FDB vna cum rectangulo ABC æquale eſt rectangulo ADC ex antecedẽte] *Hunc locũ ita reſtituendum cenſuimus, in Græco enim codice ſic legebatur ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν αεγ διὰ τὸ προγεγραμμένον ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν αδγ, ſed forte ita reſtituetur. ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν ζδε πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν αεγ συνθέντι ἄρα ὡς ἡ δβ πρὸς τὴν βε, ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν ζδε μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν αεγ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν αεγ, ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν ζδε μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν αεγ διὰ τὸ προτετραμμένον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν αδγ.*

THEOREMA XXIII. PROPOSITIO XXVI.

LEM. VI. Si ſit triangulum ABC, & duæ rectæ lineæ ducantur, vt AD, AE, ita vt anguli BAC, DAE duobus rectis ſint æquales; erit vt rectangulum BCD ad rectangulum BED, ita quadratum ex CA ad quadratum ex AE.



Si enim circa triangulum ABD circulum deſcribamus, & lineas BA, CA producamus ad puncta FG, transferetur
A rectangulum quidem BCD ad rectangulum GCA, rectangulum vero BED ad
B rectangulũ FBA, & oportebit permutando quærere ſi eſt vt rectangulum GCA ad quadratum ex CA ita rectangulum FBA
C ad quadratum ex BA. hoc autem idem eſt, ac ſi quæratur, ſi eſt vt GC ad CA, ita FB
D ad BA. ſi igitur GF parallela eſt ipſi BC, erit vt GC ad CA ita FB ad BA. parallela eſt
E F autem. Quoniam enim anguli BAC, DAB duobus rectis ſunt æquales, erit DAB an-
G gulus æqualis ipſi BAG. Sed angulus quidem DAB eſt æqualis angulo FBD extra
H quadrilaterum; angulus vero BAG æqualis angulo BFG. angulus igitur FBD angulo
K BFG æqualis erit; & ſunt alterni. ergo GF parallela eſt ipſi BC. hoc autem eſt quod quærebatur.

COMMENTARIVS.

A Transferetur rectangulum quidem BCD ad rectangulum GCA, rectangulum vero BED ad rectangulum FBA] *Hoc eſt rectangulum GCA erit loco rectanguli BCD, vtpote ipſi æquale, & rectangulum FBA loco rectanguli BBD ex 36. tertij elem.*

Et opor-

Et oportebit permutando quærere, ſi eſt vt rectangulum GCA ad quadratum ex CA, ita rectangulum FEA ad quadratum ex EA] *Si enim hoc demonſtratum fuerit, ſequetur permutando vt rectangulum GCA ad rectangulum FEA, hoc eſt vt rectangulum BCD ad rectangulum BED, ita eſſe quadratum ex CA ad quadratum ex AE, quod demonſtrare oportet. Græcus codex καὶ δεῖον ἐναλλὰξ ζητῆσαι ὡς τὸ ὑπὸ τῶν ηγα ego legendũ arbitror καὶ δεῖσει ἐναλλὰξ ζητῆσαι εἰ ἔστιν ὡς τὸ ὑπὸ τῶν ηγα.* B

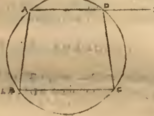
Hoc autem idem eſt, ac ſi quæratur, ſi eſt vt GC ad CA, ita FE ad EA] *Vt enim rectangulum GCA ad quadratum ex CA, ita GC ad CA: & vt rectangulum FEA ad quadratum ex EA, ita FE ad EA ex prima ſexti elementorum.* C

Si igitur GF parallela eſt ipſi BC, erit vt GC ad CA, ita FE ad EA] *Fient enim triangula AFG, ABC inter ſe ſimilia. quare vt GA ad AF, ita erit CA ad AB, & permutando vt GA ad AC, ita FA ad AB, componendoque vt GC ad CA, ita FE ad EA.* D

Erit vt GC ad CA, ita FE ad EA] *Hæc nos addidimus, quæ in Græco codice non erant, quare ita legendum erit εἰ ἄρα ἐστὶν ἡ ηζ παράλληλος τῇ βγ γίνεται ὡς ηγ πρὸς τὴν γα οὕτως ἡ ζε πρὸς τὴν εα ἐστὶ δή.* E

Erit DAE angulus æqualis ipſi BAG] *Sunt enim & anguli GAB, BAC æquales duobus rectis. ergo dempto communi angulo BAC, erit reliquus DAE reliquo BAG æqualis.* F

Sed angulus quidem DAE eſt æqualis angulo FED extra quadrilaterum] *Hoc nos ſequenti lemmate demonſtrabimus. Sit quadrilaterum ABCD in circulo deſcriptum. & AD ad E producatur. Dico angulum CDE angulo ABC æquale eſſe.* G



Sunt enim anguli ABC, ADC oppoſitis duobus rectis æquales ex 22. tertij elementorum. Sed & anguli ADC, CDE ſunt æquales duobus rectis. dempto igitur communi angulo ADC, relinquetur angulus CDE angulo ABC æqualis. Eodem modo in reliquis angulis demonſtratio fiet.

Angulus vero BAG æqualis angulo BEG] *Ex 21 tertij elementorum.* H

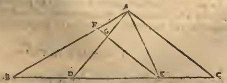
Et ſunt alterni ergo GF parallela eſt ipſi BC] *Ex 27. primi elementorum. Græcus codex καὶ εἰσιν ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν &c. legendum καὶ εἰσιν ἐναλλὰξ παράλληλος ἄρα ἐστί.* K

THEOREMA XXIV. PROPOSITIO XXVII.

A L I T E R.

LEM. VII.

Sint in triangulo ABC anguli BAC, DAE duobus rectis æquales. Dico vt rectangulum CBE ad rectangulum CDE, ita eſſe quadratum ex CA ad quadratum ex AE. A



Ducatur per E ipſi AC parallela EF. æqualis igitur eſt angulus DAE angulo AFE & propterea rectangulum FEG quadrato ex AE eſt æquale. Itaque quoniam vt AC ad FE, ita eſt CB ad BE. Vt autem CA ad GE, ita CD ad DE, erit proportio compoſita ex CA ad FE, & ex CA ad GE eadem, quæ componitur ex CB ad BE, & ex CD ad DE. Sed proportio compoſita ex CA ad FE, & ex CA ad GE eſt quadrati ex CA ad rectangulum FEG, hoc eſt ad quadratum ex AE. compoſita vero ex proportione CB ad BE, & ex proportione CD ad DE eadem eſt, quæ rectanguli CBE ad CDE rectangulum. eſt igitur vt rectangulum CBE ad rectangulum CDE, ita quadratum ex CA ad quadratum ex AE. B C D E F G

COMMENTARIVS.

A Dico vt rectanguium CBE ad rectangulum CDB, ita eſſe quadratum ex CA ad quadratum ex AE] *Græcus codex ὅτι γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ γβδ πρὸς τὸ ὑπὸ βεδ ſed legendum eſt ὅτι γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ γβε πρὸς τὸ ὑπὸ γδε, vt ex concluſione apparet.*

B Aequalis igitur eſt angulus DAE angulo AFB] *Anguli enim* BAC, DAE *ſunt æquales duobus rectis, vt poſuimus. Sed & anguli* BAC, AFB *æquales ſunt duobus rectis ex 29. primi elementorum. quare ſublato communi angulo* BAC, *relinquitur, angulus* DAB *ipſi* AFB *æqualis.*

C Et propterea rectangulum FEG quadrato ex AE eſt æquale] *Quoniam enim trianguli* AGE *angulus* GAE *eſt æqualis angulo* AFE, *trianguli* FAE, *& angulus* AEF *eſt vtrique communis; erit & reliquus reliquo æqualis, triangulumque triangulo ſimile, quare vt* FE *ad* EA, *ita eſt* AE *ad* EG *rectangulum igitur* FEG *quadrato ex* AE *æquale erit.*

D Itaque quoniam vt AC ad FE ita eſt CB ad BE] *Ob triangulorum* ABC, FBE *ſimilitudinem.*

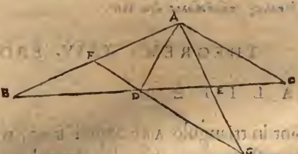
E Vt autem CA ad GE, ita CD ad DE] *Ob ſimilitudinem triangulorum* ADC, GDE.

F Erit proportio compoſita ex CA ad FE, & ex CA ad GE, &c.] *Græcus codex ὁ ἄρα συνημμένος ἔκ τε τοῦ τῆς γα πρὸς ζε καὶ αὐτοῦ τῆς γδ πρὸς ηε. Scribendum autem καὶ τοῦ τῆς γα πρὸς ηε.*

G Sed proportio compoſita ex CA ad FE, & ex CA ad GE eſt quadrati ex CA ad rectangulum FEG &c.] *Ex 23. ſexti elementorum.*

THEOREMA XXV. PROPOSITIO XXVIII.

LEM. VIII. Sit rurſus vterque angulorum BAE, GAD rectus. Dico vt rectangulum BCE ad rectangulum BDE, ita eſſe quadratum ex CA ad quadratum ex AD.



Ducatur per D ipſi AC parallela FG. & in quo puncto conuenit cum AB ſit G; A rectus igitur eſt angulus ADF. Sed & rectus eſt B FAG. ergo rectangulum FDG quadrato ex DA eſt æquale, & vt quadratum ex CA ad quadratum ex AD, ita quadratum ex CA ad FDG rectangulum. Sed proportio quadrati ex CA ad rectangulum FDG compoſita eſt ex proportione, quã C habet CA ad DG; hoc eſt CE ad ED, & ex proportione, quam CA habet ad FD, hoc D eſt CB ad BD. proportio autem compoſita ex proportione CE ad ED, & ex proportione, CB ad BD eadem eſt, quę rectanguli BCE ad rectangulum BDE. Vt igitur rectangulum BCE ad rectangulum BDE, ita eſt quadratum ex CA ad quadratum ex AD.

COMMENTARIVS.

A Rectus igitur eſt angulus ADF] *Ex 29. primi elementorum parallelæ enim ſunt* AC, FG, *& angulus* DAC *eſt rectus.*

B Ergo rectangulum FDG quadrato ex DA eſt æquale] *Ex 8. & 17. ſexti elementorum.*

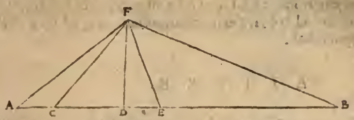
C Hoc eſt CE ad ED] *Ex 4. ſexti ob ſimilitudinem triangulorum* AEC, DEG.

D Hoc eſt CB ad BD] *Similia enim ſunt triangula* ABC, FBD.

THEO-

THEOREMA XXVI. PROPOSITIO XXIX. LEM. IX.

Quod cum ita ſit antedictum lemma aliter demonſtrabimus. videli- A
cet vt BD ad DE, ita eſſe rectangulum ABC ad rectangulum AEC.



Erigatur a puncto D quęuis recta linea DF, & rectangulo ADC æquale ponatur quadratum ex DF; iunganturq; AF, CF, EF, BF. Quoniam igitur rectangulum ADC æquale eſt quadrato ex DF, erit angulus CFD angulo A ęqualis. Rurſus quoniam rectangulum BDE æquale eſt quadrato ex DF, angulus DFE angulo B ęqualis erit. Sed, & angulus CFD æqualis eſt angulo A. totus igitur angulus CFE angulis AB eſt æqualis. anguli autem AB vna cum angulo AFB duobus rectis æquales B
ſunt. ergo & anguli AFB, CFE ſunt æquales duobus rectis. eſt igitur ob lemma præcedens vt quadratum ex BF ad quadratum ex FE, ita rectangulum ABC ad rectangulum AEC. C
D
Sed vt quadratum ex BF ad quadratum ex FE, ita eſt BD ad DE. Vt igitur BD ad DE, ita ABC rectangulum ad rectangulum AEC.

COMMENTARIVS.

A
Quod cum ita dictum ſit ante dictum lemma aliter demonſtrabimus] *Lemma illud demonſtratum eſt in 22. huius. Sit enim recta linea* AB, *in qua ſumantur tria puncta* CDE, *vt ſit rectangulum* ADC *æquale rectangulo* BDE. *erit vt* BD *ad* DE, *ita rectangulum* ABC *ad* AEC *rectangulum.*

B
Quoniam igitur rectangulum ADC æquale eſt quadrato ex DF, erit angulus CFD angulo A æqualis] *Eſt enim ex 14. ſexti elementorum, vt* AD *ad* DF, *ita* FD *ad* DC. *quare triangulum* ADF *ſimile eſt triangulo* FDC; *quod angulus* CDF *ſit vtrique communis, & circa ipſum latera proportionalia. angulus igitur* CFD *angulo* DAF *æqualis erit. & eadem ratione colligitur angulum* DFE *angulo* DBF *eſſe æqualem.*

C
Eſt igitur ob lemma præcedens vt quadratum ex BF ad quadratum ex FE, ita rectangulum ABC ad rectangulum AEC] *Ex 26. huius.*

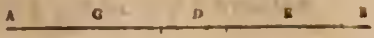
D
Sed vt quadratum ex BF ad quadratum ex FE, ita eſt BD ad DE] *Quoniam enim triangulum* BDF *ſimile eſt triangulo* FDB, *erit vt* BD *ad* DF, *ita* FD *ad* DB *& ideo vt prima ad tertiam, ita quadratum primæ ad ſecundæ quadratum, hoc eſt vt* BD *ad* DE, *ita quadratum ex* BD *ad quadratum ex* DF. *ſed rurſus vt* BD *ad* DF, *ita* BF *ad* FE *ob ſimilitudinem eorundem triangulorum* BDF, FDE, *& vt quadratum ex* BD *ad quadratum ex* DF, *ita quadratum ex* BF *ad quadratum ex* FE. *ergo vt quadratum ex* BF *ad quadratum ex* FE, *ita* BD *ad* DE. *Græcus codex* ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ βζ πρὸς τὸ ἀπὸ ζε, οὕτως ἐστὶν ἡ βδ πρὸς δε. *poſt quæ hæc leguntur* ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ βδε τῷ ἀπὸ δζ. *quæ omnino delenda ſunt. non enim illud ex antedictis ſequitur, quod in principio ponebatur.* 4. ſexti. coro. 20. ſexti. 4. ſexti.

LEMMA vtile ad ſecundum præceptum eiuſdem problematis.

THEOREMA XXVII. PROPOSITIO XXX. LEM. X.

Rurſus cum æquale ſit rectangulum ADE rectangulo BDC, oſtendendum eſt vt BD ad DC, ita eſſe ABE rectangulum ad rectangulum ECA.

Quoniam



A Quoniam enim eſt, vt BD ad DE
B ita A.. ad DC, erit tota BA ad to-
C tam CE, vt BD ad DE. Rurſus
quoniam vt BD ad DA, ita BD ad
D D.., erit reliqua BE ad reliquam
E AC, vt BD ad DC. erat autem, & vt BD ad DE, ita AB ad CE, ergo proportio compoſita ex proportione, quam habet BD ad DE, & ex ea, quam BD habet ad DC, quę quidem eſt proportio BD, DC, eadem eſt, quæ componitur ex proportione AB ad CE, & proportione CB ad AC: quæ eſt proportio rectanguli ABE ad rectangulum ECA, vt
14.ſexti. F igitur BD ad DC, ita erit rectangulum ABE ad DCA rectangulum, quod demonſtrare oportebat.

A L I T E R.

14.ſexti. Quoniam eſt vt AD ad DE ita CD ad DE, erit reliqua AC ad reliquam EB, vt AD
19.quinti ad DE; & componendo vt vtræque AC, EB ad EB, ita AB ad BD. rectangulum igitur,
16.ſexti. quod continetur vtriſque AC, EB, & BD æquale eſt rectanulo ABE. Rurſus quoniam
G vt BD ad DA, ita eſt ED ad DC, erit reliqua BE ad reliquam CA, vt ED ad DC. & componendo, vt vtræque CB, AC ad AC, ita EC ad CD. ergo rectangulum, quod
H vtriſque EB, AC, & CD continetur, rectangulo ECA eſt æquale. Oſtenſum autem eſt rectangulum contentum vtriſque AC, EB, & BD æquale eſſe rectangulo ABE. vt igitur rectangulum contentum vtriſque AC, EB, & BD ad contentum vtriſque AC, EB, & CD, hoc eſt vt BD ad DC, ita eſt rectangulum ABE ad rectangulum ECA. quod oſtendere oportebat.

COMMENTARIVS.

A Quoniam enim eſt, vt BD ad DE, ita AD ad DC] *Ex 14. ſexti elementorum.*

B Erit tota BA ad totam CE, vt BD ad DE] *Ex 12. quinti elementorum.*

C Rurſus quoniam vt BD ad DA, ita BD ad DC.] *Ex 14. ſexti elementorum.*

D Erit reliqua BE ad reliquam AC, vt BD ad DC] *Ex 19. quinti elementorum.*

E Ergo proportio compoſita ex proportione, quam habet BD ad DE, & ex ea, quam BD habet ad DC, quæ quidem eſt proportio BD ad DC] *Proportio enim compoſita ex proportione BD ad DE, & ex proportione BD ad DC, eſt proportio rectanguli BDE ad rectangulum CDE, hoc eſt BD ad DC.*

F Vt igitur BD ad DO] *Græcus codex* ὡς δὲ ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΟ, *legendum autem videtur.* ὡς ἄρα ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΓ.

G Erit reliqua BE ad reliquam CA, vt BD ad DC] *Græcus codex* λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΕ πρὸς λοιπὴν τὴν ΓΑ ἐστὶν ὡς ὁ τῶν λόγων ἐστὶν ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΓ. *Sed nos verba illa* ὡς ὁ τῶν λόγων *conſulto omiſimus tamquam ſuperuacanea, & ab aliquo addita.*

H Oſtenſum autem eſt rectangulum contentum vtriſque AC, EB, & BD æquale eſſe rectangulo ABE. Vt igitur rectangulum contentum vtriſque AC, EB, & BD ad contentum. &c.] *In Græco codice hæc deſiderantur* ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΑΒΕ. καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΑΓ ΕΒ, καὶ τῆς ΒΔ πρὸς τὸ &c.

THEOREMA XXVIII. PROPOSITIO XXXI.

LEM. XII. A L I T E R.

Hoc autem oſtenſo ſit AB æqualis CD, & ſumatur punctum aliquod E. Oſtendendum eſt rectangulum AED rectangulo ACD, & rectangulo BEC æquale eſſe.

Secetur

Secetur BC bifariam in puncto F. erit rectangulum ABD vna cum quadrato ex BF æquale quadrato ex DF: rectangulum autem ACD vna

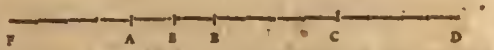


cum quadrato ex CF. eſt æquale ei quod fit ex DF quadrato. ergo rectangulum AED vna cum quadrato ex EF æquale eſt rectangulo ACD vna cum quadrato ex CF; hoc eſt vna cum rectangulo BEC & quadrato ex EF. commune auferatur quod fit ex BF quadratum. reliquum igitur rectangulum AED rectangulo ACD & rectangulo BEC æquale erit.

THEOREMA XXIX. PROPOSITIO XXXII. LEM. XIII.

Hoc demonſtrato ſit rectangulum ABC æquale rectangulo DBE. Dico vt DB ad BE, ita eſſe ADC rectangulum ad rectangulum AEC. A B

Ponatur ipſi CD æqualis AF, erit ob antecedens rectangulum FBD æquale rectangulo FCD, & rectangulo ABC.



C

Quoniam autem rectangulum ABC rectangulo DBE eſt æquale, quodcumq; eorũ auferatur a rectangulo FBD, reliquũ erit rectangulo FCD, hoc eſt ADC æquale rectangulo ex DB, & FE. Rurſus quoniam rectangulum ABC eſt æquale rectangulo DBE, erit ob proportionem, & diuidendo vt AB ad EB, ita DC ad CB, hoc eſt FA ad BC. tota igitur FE ad totam EC eſt vt AB ad BB, & propterea rectangulum FEB eſt æquale rectangulo CEA. oſtenſum autem eſt rectangulum ex FE & BD æquale rectangulo ADC. quare permutando vt rectangulum ex FE & BD ad rectangulum FEB, hoc eſt, vt DB ad BE, ita rectangulum ADC ad ABC rectangulum. D E F G 4. ſexti. 1. ſexti.

COMMENTARIVS.

Sit rectangulum ABC æquale rectangulo DBB. *Græcus codex* ἴσω τὸ ὑπὸ τῶν αβγ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν δβ *legendum autem* τῷ ὑπὸ τῶν βδε. A

Dico vt DF ad BB, ita eſſe ADC rectangulum ad rectangulum AFC] *Græcus codex* ὅτι ἐστὶν τοῦτο τὸ ὑπὸ αεδ. *ſed ſcribendum* ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν αδγ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν αεγ. B

Quodcumque eorum auferatur a rectangulo FBD, reliquum erit rectangulum FCD] *Demonſtratum etenim eſt rectangulum* FBD *æquale duobus rectangulis, videlicet, rectangulo* ABC, *& rectangulo* FCD. C

Hoc eſt ADC] *Quippe enim* AF *poſita ſit æqualis ipſi* CD. D

Aequalis rectangulo ex DB & FB] *Nam rectangulum* FBD *ex prima ſecundi eſt æquale duobus rectangulis, rectangulo ſcilicet ex* DB *&* FB *& rectangulo* DBB. *quare ablato rectangulo* DBB *relinquetur rectangulum ex* DB *&* FB. *rectangulum igitur* FCD, *hoc eſt* ADC *rectangulo ex* DB *&* FE *æquale erit.* E

Erit ob proportionem & diuidendo vt AB ad EB, ita DC ad CB] *Eſt enim vt* AB *ad* BE, *ita* DB *ad* BC *quare diuidendo vt* AB *ad* EB, *ita* DC *ad* CB. F

Tota igitur FE ad totam AC eſt vt AB ad BB] *Ex 12. quinti.* G

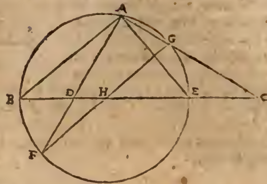
THEOREMA XXX. PROPOSITIO XXXIII. LEM. XIV.

Hoc præmiſſo idem aliter demonſtrabitur. A

Sit triangulum ABC, & intra ducantur rectæ lineæ AD, AE, quę vtrumque angulorum ABE, CAD rectum efficiant. Dico vt rectangulum BCE ad rectangulum BDE, ita eſſe quadratum ex CA ad quadratum ex AD. B

Deſcri-

C Deſcribatur circa ABE triangulum circulus ABFG, & FG iungatur. Quoniam igitur rectus eſt vterque angulorum BAE,
D CAD, erit vtraque BE, FG circuli diameter.
E quare centrum eius eſt punctum H. & cum FH ſit æqualis HG, erit vt AC ad CG, ita AD ad DF: & conuertendo. Sed vt GC ad CA, ita eſt rectangulum ACG ad quadratum
F ex CA, hoc eſt rectangulum BCE ad id, quod ex CA quadratum: & vt FD ad DA, ita rectangulum FDA ad quadratum ex DA
G hoc eſt rectangulum BDE ad quadratum ex DA, permutando igitur vt BCE rectangulum ad rectangulum BDE, ita erit quadratum ex CA ad quadratum ex AD.



COMMENTARIVS.

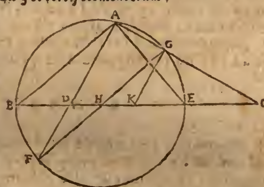
A Hoc præmiſſo idem aliter demonſtrabitur] *Hoc ſcilicet quod ſequitur.*

B Sit triangulum ABC, & introducantur rectæ lineæ AD, AE, quæ vtrumque angulorum BAE, CAD rectum efficiant.] *Oportet autem angulum* BAC *obtuſum eſſe alioqui, quod proponitur fieri non poſſet.*

C Deſcribatur circa ABE triangulum circulus ABFG] *Hoc eſt circa triangulum* ADB *deſcribatur circulus, & producta* AD *ipſum in puncto* F *ſecet; recta vero linea* AC *ſecet in* G.

D Erit vtraque BE, FG circuli diameter] *Ex 31. tertij elementorum.*

E Et cum FH ſit æqualis HG, erit vt AC ad CG, ita AD ad DF] *Ducatur à puncto* G *ad* BE *recta linea* GK, *quæ ipſi* AD *ſit parallela fient triangula* DFH, HGK *inter ſe ſimilia; anguli enim ad verticem* DHF, GHK *æquales ſunt. itemque æquales ob lineas parallelas* DFH, HGK, *&* HDF, HKG. *quare vt* HF *ad* FD, *ita* HG *ad* GK *& permutando vt* FH *ad* HG, *ita* DF *ad* GK. *ſunt autem æquales* FH, HG *ergo &* DF, GK *æquales erunt: & ideo vt* AD *ad* GK, *ita* AD *ad* DF. *Sed vt* AC *ad* CG, *ita* AD *ad* GK *ob triangulorum* ACD, GCK *ſimilitudinem: vt igitur* AC *ad* CG, *ita* AD *ad* DF.



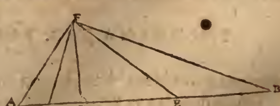
F Hoc eſt rectangulum BCE ad quadratum ex CA. *Ex 36. tertij elementorum.*

G Hoc eſt rectangulum BDE ad quadratum ex DA] *Ex 35. eiuſdem.*

THEOREMA XXXI. PROPOSITIO XXXIV.

LEM. XV. Quod cum ita ſit, antedictum lemma aliter demonſtrabitur videlicet vt BD ad DC, ita rectangulum ABE ad rectangulum ACE.

A Erigatur a puncto D ipſi AB ad rectos angulos DF, & alterutri rectangulorum ADE, BDC æquale ponatur quadratum DF, & AF, FC,
B FE, FB iungantur. erit vterque angulorum AFE, CFB rectus. quare ex antecedente ſequitur, vt rectangulum ABE ad rectangulum ACE, hoc eſt BCA, ita eſſe quadratum ex BF ad quadratum ex FC. vt autem quadratum ex BF ad quadratum ex FC ita eſt BD ad DC. ergo vt BD ad DC, ita eſt ABE rectangulum ad rectangulum ACE.



COM-

COMMENTARIVS.

Quod eum ita ſit antedictum Lemma aliter demonſtrabitur] *Hoc eſt 32. huius. Sit* A
enim recta linea AB, *in qua ſumantur tria puncta* CDE, *ita vt rectangulum* ADE *ſit æquale rectangulo* BDC. *Dico vt* BD *ad* DC, *ita eſſe rectangulum* ABE *ad* ACH *rectangulum. Græcus codex ὅτω τὸ ὑπὸ αβγ πρὸς τὸ ὑπὸ αγε. ſed legendum τὸ ὑπὸ τῶν αβε πρὸς τὸ ὑπὸ αγε.*

Erit vterque angulorum AFE, CFB rectus] *Ex conuerſa octaua ſexti elementorum.* B
Vt autem quadratum ex BF ad quadratum ex FC, ita eſt BD ad DC] *Sunt enim tres* C
rectæ lineæ proportionales BD, DF, DC. *quare ex corollario 20. ſexti, vt quadratum ex* BD *ad quadratum ex* DF, *ita eſt* BD *ad* DC. *Sed vt* BD *ad* DF, *ita eſt* BF, *ad* FC *ob triangulorum* BDF, BFC *ſimilitudinem, & ob id vt quadratum ex* BD *ad quadratum ex* DF, *ita quadratum ex* BF *ad quadratum ex* FC. *Vt igitur quadratum ex* BF *ad quadratum ex* FC, *ita erit* BD *ad* DC.

IN PRIMVM præceptum ſexti problematis.

THEOREMA XXXII. PROPOSITIO XXXV.

Sit recta linea AB; & in ipſa tria puncta CDE, ſitque rectangulum ABE æquale rectangulo CBD. Dico vt AB ad BE, ita DAC rectangulum ad rectangulum CED. LEM. XVI.

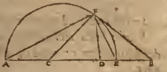


Quoniam enim rectangulum ABE eſt æquale rectangulo CBD, erit ob proportionem, & reliquum ad reliquum, & per conuerſionem rationis, vt exceſſus ipſarum AC DE ad AC, ita DA ad AB. ergo rectangulum, quod continetur exceſſu ipſarum AC, DE, & AB eſt æquale rectangulo DAC. A B
Rurſus quoniam vt AC ad DE, ita CB ad BE, erit diuidendo vt exceſſus AC, DE ad DE, ita CB ad EB, quod igitur continetur exceſſu AC, DE & EB rectangulo CBD eſt æquale. oſtenſum autem eſt rectangulum contentum exceſſu AC, DE & AB æquale rectangulo DAC. ergo permutando vt rectangulum contentum exceſſu AC, DE, & AB ad contentum exceſſu AC, DE, & BE, hoc eſt vt AB ad BE, ita DAC rectangulum ad rectangulum CBD. C

A L I T E R per coniunctam proportionem.

Quoniam eſt vt AB ad BC, ita DB ad BE, erit reliqua AD ad reliquam CE vt AB ad BC. Rurſus quoniam vt AB ad BD, ita CB ad BE. reliqua AC ad DE reliquam eſt vt CB ad BE. quare proportio compoſita ex proportione AB ad BC, & proportione CB ad BE, quæ quidem eſt proportio AB ad BE, eadem eſt, quæ componitur ex proportione AD ad CE, & AC ad DE, quæ eſt rectanguli DAC ad rectangulum CED. D

A L I T E R. LEM. XVII.



Deſcribatur in recta linea AB ſemicirculus AFB, & ducatur contingens BF, iunganturque AF, CF, DF, EF. Quoniam igitur BF quidem circulum contingit, ſecat autem BA, rectangulum ABE æquale eſt quadrato ex BF. Sed rectangulum ABE rectangulo CBD equale ponitur. ergo rectangulum CBD quadrato ex BF æquale erit, & ideo BFD angulus æqualis eſt angulo BCF. quorum angulus E F G H K L M

O BFE eſt æqualis ipſi FAC. reliquus igitur DFE reliquo AFC eſt equalis. ergo vt re-
P ctangulum DAC ad rectangulum CBD, ita quadratum ex AF ad quadratum ex FE. Sed vt quadratum ex AF ad quadratum ex FE, ita eſt AB ad BE. vt igitur AB ad BE, ita erit DAC rectangulum ad rectangulum CBD.

COMMENTARIVS.

A Erit ob proportionem,& reliquum ad reliquum,& per conuerſionem rationis, vt exceſſus ipſarum AC, DE ad AC, ita DA ad AB] *Quoniam enim rectangulum ABE æquale rectangulo CBD, vt AB ad BC, ita eſt DE ad BE. ergo reliqua AD ad reliquam CE, vt AB ad BC: & per conuerſionem rationis vt AD ad exceſſum ipſarum AD, CE, hoc eſt ipſarum AC, DE, ita BA ad AC: conuertendoque,& permutando, vt exceſſus ipſarum AC, DE ad AC, ita DA ad AB. Græcus codex* ἔστιν ἄρα ὡς ἡ τῶν αεβ ὑπεροχὴ πρὸς τὴν αγ, οὕτως ἡ βα πρὸς τὴν αδ. *Sed legendum videtur* ἔστιν ἄρα ὡς ἡ τῶν αγ, εδ ὑπεροχὴ πρὸς τὴν αγ, οὕτως ἡ δα πρὸς τὴν αβ.

B Ergo rectangulum, quod continetur exceſſu AC, DE, & AB] *Græcus codex* τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αγ, εβ *lege* τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αγ, εδ.

C Rurſus quoniam vt AC ad DE, ita CE ad BF] *Rurſus enim cum rectangulum ABE rectangulo CBD ſit æquale, erit vt AB ad BD, ita CB ad BE ergo reliqua AC ad DE, eſt vt CB ad BE. Græcus codex* πάλιν ἐπεὶ ἔστιν ὡς ἡ αε πρὸς τὴν εδ *lege* ὡς ἡ αγ πρὸς τὴν εδ.

D Aliter per coniunctam proportionem] *Græcus codex* ἄλλως τὸ αὐτὸ συνημμένου *ego legendum arbitror* ἄλλως τὸ αὐτὸ διὰ τοῦ συνημμένου.

E Deſcribatur in recta linea AE ſemicirculus AFE] *Maneant autem eadem, quæ ſupra, vt ſcilicet rectangulum ABE rectangulo CBD ſit æquale.*

F Iunganturque AF, CF, DF, BF] *Græcus codex* καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ αζ, δζ, εζ. *Addendum* γζ.

G Secat autem BA] *Græcus codex* τέμνει δὲ ἡ βδ *corrige* ἡ βα.

H Sed rectangulum ABE rectangulo CBD æquale ponitur] *Græcus codex* ἀλλὰ τὸ ὑπὸ αβε τῷ ὑπὸ γβδ. *lege* ἀλλὰ τὸ ὑπὸ αβε ἴσον τῷ ὑπὸ γβδ.

K Ergo rectangulum CBD] *Græcus codex*, καὶ τὸ ὑπὸ βγδ ἄρα. *Scribe* τὸ ὑπὸ γβδ.

L Et ideo BFD angulus eſt æqualis angulo BCF] *Quoniam enim rectangulum CBD eſt æquale quadrato ex BF, vt CB ad BF, ita erit FB ad BD. ergo triangulum CBF ſimile eſt triangulo FBD. & propterea angulus BFD angulo BCF eſt æqualis.*

N Quorum angulus BFE eſt æqualis ipſi FAC] *Rurſus quoniam rectangulum ABE quadrato ex BF eſt æquale, vt AB ad BF, ita eſt FB ad BE triangulum igitur ABF ſimile eſt triangulo FBE, & angulus FAB, hoc eſt FAC æqualis angulo BFE.*

N Reliquus igitur DFE reliquo AFC eſt æqualis] *Etenim angulus BCF exterior eſt æqualis vtriſque interioribus, & oppoſitis CAF, AFC. quare ſi ab angulo BCF auferatur CAF reliquus erit AFC angulus.*

O Ergo vt rectangulum DAC ad rectangulum CBD, ita quadratum ex AF ad quadratum ex FE] *Ex 12. ſexti libri huius.*

P Sed vt quadratum ex AF ad quadratū ex FE, ita eſt AB ad BE] *Eſt enim triangulum ABF ſimile triangulo FBE, vt demonſtratum fuit. quare vt BA ad AF, ita eſt BF ad FE: & permutando vt AB ad BF, ita AF ad FE. ergo vt quadratum ex AB ad quadratum ex BF ita eſt quadratum ex AF ad quadratum ex FE. Rurſus vt AB ad BF, ita eſt FB ad BE. vt igitur quadratum ex AB ad quadratum ex BF, hoc eſt vt quadratum ex AF ad quadratum ex FE, ita erit AB ad BE.*

THEOREMA XXXIII. PROPOSITIO XXXVI.

LEM. XIX.

A Lemma vtile ad primum præceptum primi problematis.

B Rurſus cum rectangulum ABE æquale ſit rectangulo CBD, oſtendendum eſt vt CB ad BD, ita eſſe rectangulum ACE ad rectangulum ADE.

Quoniam

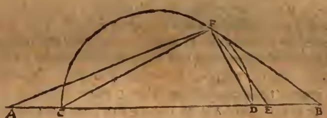


Quonian enim vt AB ad BD, ita eſt CB ad BE, erit reliqua AC ad reliquam DE, vt CB ad BE. C
Eadem ratione, & reliqua D
AD ad CB reliquam erit vt DB ad BE. & conuertendo. proportio igitur compoſita E
ex proportione CB ad BE, & proportione EB ad BD, quæ quidem eſt proportio CB ad F
BD, eadem eſt, quæ componitur ex proportione AC ad DE & ex proportione CB ad G
AD, quæ eſt proportio rectanguli ACB ad rectangulum ADB. ergo vt CB ad BD, ita erit ACB rectangulum ad rectangulum ADB.

A L I T E R. — LEM. XX.

Quoniam vt AB ad BD, ita eſt CB ad BE, erit reliqua AC ad reliquam DE, vt CB H
ad BE, & per conuerſionem rationis, vt AC ad exceſſum ipſarum AC, DE, ita CB ad 16. ſexti
CE. rectangulum igitur ACB eſt æquale ei, quod continetur exceſſu ipſarum AC, DE & BC. Rurſus quoniam reliqua AC ad reliquam DE, eſt vt AB ad BD, erit diuidendo vt exceſſus AC, DE, ad DE, ita DA ad DB. ergo rectangulum ADB eſt æquale rectangulo contento exceſſu AC, DE, & DB. vt igitur rectangulum contentum exceſſu AC, K
DE, & BC ad contentum exceſſu AC, DE, & DB, hoc eſt vt CB ad BD, ita ACB rectan- 1. ſexti.
gulum ad rectangulum ADB.

A L I T E R. — LEM. XXI.



Deſcribatur in recta linea CD ſemicirculus CFD, & ducatur contingens BF. iunganturque AF, CF, DF, BF. itaque cum rectangulum ABE æquale ſit rectangulo CBD, rectangulum autem CBD æquale quadrato contingentis BF, & rectangulũ L M 36. tertij.
ABE quadrato contingentis BF æquale erit. angulus igitur BFE eſt æqualis angulo A. N
ſed & totus angulus BFD æqualis eſt toti FCB. ergo reliquus EFD reliquo AFC. vt O
igitur quadratum ex CF ad quadratum ex FD, ita rectangulum ACB ad ADB rectan- P
gulum. Sed vt quadratum ex CF ad quadratum ex FD, ita CB ad BD. ergo vt CB ad Q
BD, ita ACB rectangulum ad rectangulum ADB. R

COMMENTARIVS.

Lemma vtile ad primum præceptum primi problematis] *Vereor ne locus corruptus ſit. ſuperius enim poſuit lemmata vtilia ad primum, & ſecundum præceptum quinti problematis.* A

Rurſus cum rectangulum ABE æquale ſit rectangulo CBD] *Manentibus ſcilicet ijſdem quæ ſupra.* B

Erit reliqua AC ad reliquam DE, vt CB ad BE.] *Græcus codex* λοιπὴ ἄρα &c. ὅτιν ὡς σὺν τῇ λοιπῇ, ὡς ἡ γβ πρὸς τὴν βε. C

Eadem ratione & reliqua AD ad CB reliquam erit vt DB ad BE, & conuertendo] *Rurſus enim quoniam eſt, vt* AB *ad* BC, *ita* DB *ad* BE, *erit reliqua* AD *ad* CB, *vt* BD *ad* BE *quare conuertendo vt* CB *ad* AD *ita* EB *ad* BD. D

Proportio igitur compoſita ex proportione CB ad BE] *Græcus codex* ὥστε ὁ συνημμένος λοιπός. *corrige* λόγος. E

Quæ quidem eſt proportio CB ad BD] *Græcus codex* . ἡ ἐστὶν αὐτὸς τῷ τῆς γβ πρὸς τὴν βε *lege* πρὸς τὴν βδ. F

Et ex proportione CB ad AD] *Græcus codex* . καὶ ἡ βγ πρὸς τὴν αδ *legendum eſt* καὶ ἡ γε πρὸς τὴν αδ. G

H Vt AC ad exceſſum ipſarum AC, DB, ita CB ad CB] *Græcus codex, ὡς ἡ αγ πρὸς τὴν αδ, γε ὑπεροχὴν lege πρὸς τὴν αγ δε ὑπεροχήν.*

K Vt igitur rectangulum contentum exceſſu AC, DE, &c.] *Græcus codex hoc loco mancus eſt, in quo legitur ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ τῆς τῶν αβ, γδ ὑπεροχῆς καὶ τῆς δβ legendum autem ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ τῆς τῶν αγ, δε ὑπεροχῆς καὶ τῆς βγ πρὸς τὸ ὑπὸ τῆς τῶν αγ, δε ὑπεροχῆς καὶ τῆς δβ.*

L Et ducatur contingens BF] *Græcus codex ἐφαπτομένη ἤχθω ἡ γζ ſcribendum ἡ βζ.*

M Iunganturque AF, CF, DF, EF] *Græcus codex καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ αζ, δζ. Sed ſcribendum αἱ αζ, γζ, δζ, εζ.*

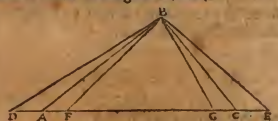
N Angulus igitur BFE eſt æqualis angulo A] *Ob ſimilitudinem triangulorum ABF, FBE.*

O Sed & totus angulus BFD æqualis eſt toti FCB] *Ob ſimilitudinem triangulorum CBF FBD.*

P Ergo reliquus BFD reliquo AFC] *Eſt enim angulus FCB æqualis vtriſque interioribus & oppoſitis CAF, & AFC.*

Q Vt igitur quadratum ex CF ad quadratum ex FD, ita rectangulum ACB ad ADE rectangulum] *Illud autem hoc lemmate oſtendemus.*

Sit triangulum orthogonium ABC rectum habens angulum ad B, & ex parte quidem A ducatur vtcumque extra triangulum recta linea BD, ex parte autem C ducatur ſimiliter extra triangulum recta BE, ita vt angulus CBE ſit æqualis angulo DBA. Dico vt quadratum ex AB ad quadratum ex BC, ita eſſe rectangulum DAE ad rectangulum DCE.



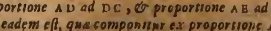
Fiant rurſus intra triangulum alij duo anguli prædictis æquales, nempe ductis rectis lineis BF, BG, videlicet angulus ABF æqualis angulo DBA, & angulus, GBC æqualis ipſi CBE. erit ex 12. ſexti libri huius, vt quadratum ex AB ad quadratum ex BC, ita rectangulum GAF ad rectangulum FCG. Et quoniam trianguli ABC angulus ad B rectus eſt, & angulus GBC eſt æqualis angulo CBE, erit ex ijs, quæ nos demonſtrauimus in commentarijs in 51. ſexti libri huius, vt AB ad BC, ita AG ad GC, & eadem ratione, vt CD ad DA, ita CF ad FA. quare conuertendo erit vt AD ad DC, ita AF ad FC. proportio autem rectanguli GAF ad rectangulum FCG componitur ex proportione AF ad FC, & proportione AG ad GC. Sed AF ad FC erat vt AD ad DC: & AG ad GC, vt AB ad EC. proportio igitur compoſita ex proportione AD ad DC, & proportione AE ad EC, quæ eſt rectanguli DAE ad rectangulum DCE, eadem eſt, quæ componitur ex proportione AF ad FC & proportione AG ad GC. quare rectangulum DAE ad rectangulum DCE eſt vt rectangulum GAF ad rectangulum FCG. ſed rectangulum GAF ad rectangulum FGC eſt vt quadratum ex AB ad quadratum ex BC. vt igitur quadratum ex AB ad quadratum ex BC, ita eſt rectangulum DAE ad rectangulum DCE. quod demonſtrandum proponebatur.

R Sed vt quadratum ex CF ad quadratum ex FD, ita CB ad BD] *Eſt enim ob ſimilitudinem triangulorum CBF, FBD, vt CF ad FD. ita BC ad BF. & vt quadratum ex CF ad quadratum ex FD, ita quadratum ex CB ad quadratum ex BF. Rurſus vt CB ad BF, ita BF ad BD. ergo vt quadratum ex CB ad quadratum ex BF, hoc eſt vt quadratum ex CF ad quadratum ex FD, ita CB ad BD.*

THEOREMA XXXIV. PROPOSITIO XXXVII.

LEM. XXII.

A Sit recta linea AB, & in ipſa ſumantur duo puncta CD, ſit autem vt AB ad BC, ita quadratum ex AD ad quadratum ex DC. Dico rectangulum ABC quadrato ex BD æquale eſſe.



Ponatur ipſi CD æqualis DE.
B diuidendo igitur vt AC ad CE, ita rectangulum CAE ad quadratum ex CD; hoc eſt ad rectangulum
C EDC vt autem AC ad CB, ita ſumpta communi altitudine AE, rectangulum CAE ad rectangulum, quod AE, CB continetur

netur. ergo vt rectangulum CAB ad rectangulum BDC, ita rectangulum CAB ad re- D
ctangulum contentum AE, CB. rectangulum igitur contentum AB, CB rectangulo BDC 9. quinti.
eſt æquale. quare ob proportionem componendoque vt AD ad DB, hoc eſt ad DC, E
ita erit DB ad BC, & tota AB ad totam BD, vt DB ad BC. ergo rectangulum ABC æ- 12. quin.
quale eſt quadrato ex BD, quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

Sit autem vt AB ad BC] *Græcus codex corrigendus eſt, in quo legitur. ἔστω δὲ ὡς ἡ αβ πρὸς τὴν βδ. lege πρὸς τὴν βγ.* A

Diuidendo igitur vt AG ad CB, ita rectangulum CAE ad quadratum ex CD, hoc eſt ad rectangulum EDC] *Quoniam enim vt AB ad BC, ita quadratum ex AD ad quadratum ex DC, erit diuidendo, vt AC ad CB, ita exceſſus, quo quadratum ex AD ſuperat quadratum ex DC ad ipſum quadratum ex DC. quadratum autem ex AD ſuperat quadratum ex DC hoc eſt quadratum ex DE, quadrato ex AE, & duplo rectanguli AED, hoc eſt rectangulo AEC. eſt enim ED æqualis DC. Sed quadrato ex AE & rectangulo AEC æquale eſt rectangulum CAE. Vt igitur AC ad CB, ita rectangulum CAE ad quadratum ex CD, hoc eſt ad rectangulum EDC. Græcus codex corruptus eſt, qui ſic habet: οὕτω τὸ ὑπὸ γδ πρὸς τὸ ὑπὸ γδ corrige οὕτω τὸ ὑπὸ γαε πρὸς τὸ ὑπὸ γδ.* B

Vt autem AC ad CB, ita ſumpta communi altitudine AB, rectangulum, &c.]. *Græcus codex οὕτως δὲ κοινὸν ὕψος παραληφθείσης τῆς αβ. ſed forte legendum eſt. οὕτως δὲ κοινοῦ ὕψους παραληφθείσης τῆς αβ.* C

Ergo vt rectangulum CAB ad rectangulum BDC, ita rectangulum CAE ad rectangulum contentum AB, CB] *In Græco codice hæc deſiderantur οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν γαε πρὸς τὸ ὑπὸ τῆς αβ, γβ.* D

Quare ob proportionem, componendoque vt AD ad DB hoc eſt ad DC, ita erit DB ad BC.] *Quoniam enim rectangulum ex AB, & CB eſt æquale rectangulo BDC, erit vt AB ad BD, ita DC ad CB: & componendo vt AD ad DB, hoc eſt ad DC, ita DB ad BC.* E

Ergo rectangulum ABC æquale eſt quadrato ex BD] *Ex 17. ſexti elementorum. Græcus autem codex. ἴσον δὲ τῷ βδ. lege τῷ ὑπὸ βδ.* F

THEOREMA XXXV. PROPOSITIO XXXVIII.

LEM. XXIII.

Sit rurſus vt AB ad BC, ita quadratum ex AD ad quadratum ex DC. Dico rectangulum ABC quadrato ex BD æquale eſſe.

Ponatur ipſi CD æqualis DE. erit diuidendo vt AC ad CB, hoc eſt vt rectangulum EAC ad rectangulum, quod EA, BC continetur; ita EAC rectangulum ad rectangulum CDE. rectangulum igitur contentum EA, BC rectangulo CDE æquale erit. & ob proportionem, diuidendoque vt AD ad DE, hoc eſt ad DC, ita DB ad BC. B A
ergo & reliqua AB ad BD reliquam eſt vt DB ad BC. rectangulum igitur ABC quadrato ex BD eſt æquale.



COMMENTARIVS.

Erit diuidendo vt AC ad CB, hoc eſt vt rectangulum EAC ad rectangulum, quod EA, BC continetur: ita EAC rectangulum ad rectangulum CDE] *Erit enim diuidendo vt AC ad CB, hoc eſt vt rectangulum BAC ad rectangulum ex EA, BC, ita exceſſus, quo quadratum ex AD excedit quadratum ex DC, hoc eſt EAC rectangulum ad quadratum ex DC, hoc eſt ad rectangulum CDE. quomodo autem hoc ſequatur, nos proxime oſtendimus.* A

Et ob proportionem, diuidendoque vt AD ad DE, hoc eſt ad DC, ita DB ad BC, ergo & reliqua AB ad BD reliquam, eſt vt DB ad BC.] *Eſt enim vt AB ad BD, ita DC ad* B

CB: &

CB: & diuidendo ut A D *ad* DB, *hoc eſt ad* DC, *ita* DB *ad* BC. *reliquá igitur* AB *ad reliquam* BD *eſt ut* DB *ad* BC. *Gracus autem codex corruptus ut opinor. ita enim habet.* ὥστε ἡ αγ πρὸς τὴν γβ καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ γβ πρὸς λοιπὴν τὴν δβ ἐστὶν ὡς ἡ αγ πρὸς τὴν γβ. *ſed legendum puto.* ὥστε ἡ δβ πρὸς τὴν βγ καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ αβ πρὸς λοιπὴν τὴν βδ ἐστὶν ὡς ἡ δβ πρὸς τὴν βγ.

THEOREMA XXXVI. PROPOSITIO XXXIX.

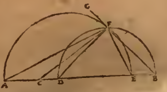
LEM. XXIV.

Sit recta linea AB, & in ipſa tria puncta CDE. Sit autem vt rectangulum BAE ad rectangulum BDE, ita quadratum ex AC ad quadratum ex CD. Dico vt rectangulum ABD ad rectangulum AED, ita eſſe quadratum ex BC ad quadratum ex CE.



A Sumatur enim æqualitatis punctum F, ita vt rectangulum AFD rectangulo BFE ſit æquale. Vt igitur AF ad FD, ita eſt rectangulum BAE ad rectangulum BDE. eſt enim lemma in
C determinata ſectione ſed vt rectangulum BAE ad rectangulum BDE, ita eſt quadratum ex AC ad quadratum ex CD. ergo & vt AF ad FD, ita quadratum ex AC ad quadra-
D tum ex CD. rectangulum igitur AFD, hoc eſt rectangulum BFE quadrato ex FC eſt
E F æquale. ergo vt BF ad FE, ita quadratum ex BC ad quadratum ex CE: Sed vt BF ad FE, ita eſt rectangulum ABD ad rectangulum AED. vt igitur rectangulum ABD ad rectangulum AED ita quadratum ex BC ad quadratum ex CE.

A L I T E R.



Deſcribatur in rectis lineis AE, DB ſemicirculi AFE, DFB: & iungantur AF, FC, FD,
G FE, FB. Itaque quoniam anguli AFE, DFB duobus rectis ſunt æquales, vt rectangulum BAE ad rectangulum BDE, ita erit quod fit ex AF quadratum ad quadratum ex FD. Sed
H vt rectangulum BAE ad rectangulum BDE, ita eſt quadratum ex AC ad quadratum ex CD. Vt igitur quadratum ex AC ad quadratum ex CD, ita quadratum ex AF ad quadratum ex FD: & ideo vt AC ad CD, ita
K L eſt AF ad FD. quare angulus AFD bifariam ſectus eſt recta linea CF. At producta BF ad punctum G, angulus DFE æqualis eſt angulo GFA. totus igitur EFC angulus toti
M N CFG eſt æqualis. ergo vt BC ad CE, ita eſt BF ad FE. & vt quadratum ex BC ad
O quadratum ex CE, ita quadratum ex BF ad quadratum ex FE. Vt autem quadratum ex BF ad quadratum ex FE, ita rectangulum ABD ad rectangulum AED. quare vt rectangulum ABD ad rectangulum AED, ita quadratum ex BC ad quadratum ex CE, quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

A Sumatur enim æqualitatis punctum F, ita vt rectangulum AFD rectangulo BFE ſit æquale] *Secetur* BD *ad punctum* F, *in proportionem eam, quam habet* AE *ad* DE, *ex 10. ſexti elementorum, uel ex prima huius, & factum iam erit quod proponebatur. Quoniam enim eſt vt tota* AE *ad totam* DE, *ita* BF *ad* FD, *erit reliqua* AF *ad reliquam* FE, *vt* AE *ad* DE *hoc eſt vt* BF *ad* FD. *rectangulum igitur* AFD *rectangulo* BFE *eſt æquale.*

B Vt igitur AF ad FD, ita eſt rectangulum BAE ad rectangulum BDE, eſt enim lemma in determinata ſectione] *videlicet ex 22. huius.*

Sed

Sed vt rectangulum BAE ad rectangulum BDE, ita eſt quadratum ex AC ad quadratum ex CD.] *Ex poſitione. Græcus codex ὡς δὲ τὸ ὑπὸ βαε πρὸς τὸ ὑπὸ βαε. lege πρὸς τὸ ὑπὸ βδε.* C

Rectangulum igitur AFD, hoc eſt rectangulum BFB quadrato ex FC eſt æquale.] *Ex 37. huius.* D

Ergo vt BF ad FE, ita quadratum ex BC ad quadratum ex CE] *Ex conuerſa 38. huius.* E

Sed vt BF ad FE, ita eſt rectangulum ABD ad rectangulum AED] *Ex 22. huius.* F

Itaque quoniam anguli AFB, DFB duobus rectis ſunt æquales] *Anguli enim AFB, DFB vtrique recti ſunt, quod in ſemicirculo, & angulus DFB eſt æqualis duobus angulis DFE, EFB. quare angulus AFB vna cum duobus angulis DFE, EFB eſt æqualis duobus rectis. Sed angulus AFB eſt æqualis angulo AFE vna cum angulo EFB. anguli igitur AFB, DFB duobus rectis æquales ſint neceſſe eſt.* G

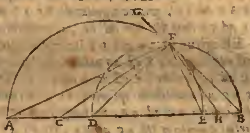
Vt rectangulum BAB ad rectangulum BDE, ita erit quadratum ex AF ad quadratum ex FD] *Ex 26. huius. in Græco codice multa deſiderantur, vt ita legendum ſit. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ αβε πρὸς τὸ ὑπὸ βδε, οὕτω τὸ ἀπὸ αζ πρὸς τὸ ἀπὸ ζδ. ἀλλ' ὡς τὸ ὑπὸ βαε πρὸς τὸ ὑπὸ βδε, οὕτως ἦν τὸ ἀπὸ αγ πρὸς τὸ ἀπὸ γδ.* H I

Quare angulus AFD bifariam ſectus eſt recta linea FC] *Ex 3. ſexti elementorum.* K

At producta BF ad punctum G angulus DFB æqualis eſt angulo GFA] *Anguli enim AFB, DFB duobus rectis ſunt æquales, vt demonſtratum eſt, ſed & duobus rectis æquales ſunt AEB, AFG. quare dempto communi angulo AFB reliquus DFB reliquo GFA æqualis erit.* L

Ergo vt BC ad CE, ita BF ad FE] *Secetur angulus EFB recta linea FH. erit angulus BFH æqualis angulo AFC. eſt autem angulus AFB in ſemicirculo rectus, cui quidem æquales ſunt duo anguli AFC, CFE. Sed angulus BFH eſt æqualis ipſi AFC. ergo & duo anguli CFE, BFH vni recto ſunt æquales: ac propterea CFH angulus rectus eſt.* M

Itaque quoniam triangulum CFH orthogonium eſt, & angulus BFH eſt æqualis angulo HFB, erit ex ijs, quæ nos demonſtrauimus ad 51. ſexti libri huius, vt CB ad BH, ita CE ad EH, & permutando, vt BC ad CE, ita BH ad HE. Sed vt BH ad HE, ita BF ad FE ex tertia ſexti elementorum. Vt igitur BC ad CE, ita erit BF ad FE.



Et vt quadratum ex BC ad quadratum ex CB, ita quadratum ex BF ad quadratum ex FE] *Græcus codex corruptus eſt, qui ſic habet. καὶ ὡς τὸ ἀπὸ πρὸς τὸ ἀπὸ &c. legendum autem καὶ ὡς τὸ ἀπὸ βγ πρὸς τὸ ἀπὸ γε, οὕτω τὸ ἀπὸ βζ πρὸς τὸ ἀπὸ βζ.* N

Vt autem quadratum ex BF ad quadratum ex FE, ita rectangulum ABD ad rectangulum ABD] *Ex 26. huius.* O

THEOREMA XXXVII. PROPOSITIO XL.

LEM. XXVI.

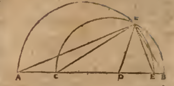
Sit rurſus vt rectangulum ACB ad rectangulum AEB, ita quadratum ex CD ad quadratum ex DE. Dico vt rectangulum EAC ad rectangulum CBE, ita eſſe quadratum ex AD ad quadratum ex DB.



Sumatur rurſus æqualitatis punctum F, vt rectangulum AFB rectangulo CFB ſit æquale. eſt igitur vt CF ad FB, ita rectangulum ACB ad ABB rectangulum. Vt autem rectangulum ACB ad rectangulum ABB, ita quadratum ex CD ad id, quod fit ex DE quadratum. æquale igitur eſt rectangulum CFB, hoc eſt AFB quadrato ex FD. quare vt AF ad FB, ita quadratum ex AD ad quadratum ex DB. Sed vt AF ad FB, ita eſt rectangulum EAC ad CBB rectangulum. eſt igitur vt rectangulum EAC ad rectangulum CBE, ita quadratum ex AD ad quadratum ex DB. A B C D

A L I.

ALITER.



Deſcribantur circa AB, CB ſemicirculi AFB, CFB, & iungantur AF, CF, DF, EF, BF,
G erit angulus AFC angulo BFE æqualis. eſt
H igitur vt rectangulum ACB ad rectangulum AEB, ita quadratum ex CF ad quadratum ex FB. Vt autem rectangulum ACB ad rectangulum AEB, ſic erat quadratum ex CD ad quadratum ex DB. ergo & vt quadratum ex CD ad quadratum ex DB, ita quadratum
K ex CF ad quadratum ex FB. æqualis igitur eſt angulus CFD angulo DFB. Sed & angulus AFE æqualis eſt angulo BFE. ergo totus AFD angulus toti BFD eſt æqualis. ac
L propterea vt quadratum ex AF ad quadratum ex FB, ita quadratum ex AD ad qua-
M dratum ex DB. Vt autem quadratum ex AF ad quadratum ex FB, ita rectangulum BAC ad rectangulum CBE. ergo vt rectangulum BAC ad CBE rectangulum, ita quadratum ex AD ad quadratum ex DB, quod oportebat demonſtrare.

COMMENTARIVS.

A Sumatur rurſus æqualitatis punctum F, vt rectangulum AFB rectangulo CFE ſit æquale] *Sumatur inter AC punctum G, ita vt GC ſit æqualis ipſi EB; ſiatque vt AG ad GC, ita AB ad BF, & factum iam erit quod proponebatur. Quoniam enim eſt vt AG ad GC ita AB ad EF, erit componendo vt AC ad CG, hoc eſt ad EB, ita AF ad FB. ergo reliqua CF ad FB erit vt AF ad FB, ac propterea rectangulum AFB rectangulo CFE eſt æquale.*

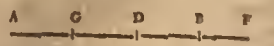
B Eſt igitur vt CF, ad FB ita rectangulum ACB ad AEB rectangulum.] *Quoniam enim rectangulum AFB eſt æquale rectangulo CFE, vt AF ad FE, ita eſt CF ad FB. ergo reliqua AC ad reliquam BE eſt vt AF ad FB, videlicet vt CF ad FB: & per conuerſionem rationis vt AC ad exceſſum ipſarum AC, BE, hoc eſt ad AG, ita FC ad CB, conuertendoque vt GA ad AC, ita BC ad CF, rectangulum igitur contentum AG, CF eſt æquale rectangulo ACB. Rurſus quoniam vt AC ad EB, ita eſt AF ad FB, erit diuidendo vt AG ad EB, ita AB ad BF. ergo rectangulum contentum AG, BF eſt æquale rectangulo AEB. erat autem rectangulum contentum AG, CF æquale rectangulo ACB, quare vt rectangulum contentum AG, CF ad rectangulum ACB, ita contentum AG, FB ad rectangulum AEB: & permutando vt rectangulum contentum AG, CF ad contentum AG, BF, hoc eſt vt CF ad FB, ita rectangulum ACB ad rectangulum AEB.*

C Vt autem rectangulum ACB ad rectangulum AEB, ita quadratum ex CD ad id, quod fit ex DB quadratum] *Ita enim ponitur ex quibus conſtat vt CF ad FB, ita eſſe quadratum ex CD ad quadratum ex DB.*

D Aequale igitur eſt rectangulum CFE, hoc eſt rectangulum AFB quadrato ex FD] *Quoniam enim in recta linea CF ſumuntur duo puncta DE, eſtque vt CF ad FE, ita quadratum ex CD ad quadratum ex DE; erit ex 37. huius rectangulum CEF, quadrato ex FD æquale.*

E Quare vt AF ad FB, ita quadratum ex DA ad quadratum ex DB] *hoc nos ſequenti lemmate demonſtrabimus.*

Sit recta linea AF, & in ipſa ſumantur duo puncta DB, ſitque vt rectangulum AFB quadrato ex FD æquale. Dico vt AF ad FB, ita eſſe quadratum ex AD ad quadratum ex DB.



Ponatur ipſi FD æqualis DG, & quoniam rectangulum AFB eſt æquale quadrato ex FD, vt
14. ſexti. *AF ad FD, ita erit DF ad FB, & diuidendo vt*
16. ſexti. *AD ad DF, ita DB ad BF. permutandoque vt*
9. quinti. *AD ad DB, hoc ad DG, ita DF ad FB, & rurſus*
1. ſexti. *diuidendo, vt AG ad GD, ita DB ad BE. rectangulum igitur contentum AG, BB eſt æquale rectangulo GDB. quare vt rectangulum BAG ad rectangulum contentum AG, BB, ita rectangulum BAG ad GDB rectangulum. Sed vt rectangulum BAG ad contentum AG, BB, ita eſt*
3. ſecun. *AB ad BB. Vt igitur AB ad BB, ita BAG rectangulum ad rectangulum GDB, hoc eſt ad quadratum ex GD, eſt enim GD ipſi DB æqualis, & rectangulo quidem BAG eſt æquale quadra-*

tum ex

tum ex AG *vna cum rectangulo* AGB*: rectangulo autem* AGB *æquale eſt duplum rectanguli* AGD*. ergo vt* AB *ad* BF*, ita quadratum ex* AG *vna cum duplo rectanguli* AGD *ad quadratum ex* DG*, & componendo vt* AF *ad* FB*, ita quadrata ex* AG*,* GD *vna cum duplo rectanguli* AGD *ad quadratum ex* DG*. quadratis autem ex* AG*,* GD *vna cum duplo rectanguli* AGD 4.ſecun. *æquale eſt quadratum ex* AD*, vt igitur* AF *ad* FB*, ita quadratum ex* AD *ad quadratum ex* DG *hoc eſt ad quadratum ex* DB*.*

Sed vt AF ad FB, ita eſt rectangulum BAC ad CBE rectangulum] *Ex 35. huius. etenim in recta linea* AF *ſumuntur tria puncta* CEB*, atque eſt rectangulum* AFB *æquale rectangulo* CFE*.* F

Erit angulus AFC angulo EFB æqualis.] *Eſt enim rectus angulus* AFB *æqualis recto* CFE*. quare dempto communi angulo* CFB*, reliquus* AFC *reliquo* EFB *æqualis erit.* G

Eſt igitur vt rectangulum ACB ad rectangulum AEB, ita quadratum ex CF ad quadratum ex FE] *Ex demonſtratis a nobis ad 30. huius.* H

Aequalis igitur eſt angulus CFD angulo DFE] *Ex 3. ſexti elementorum. ſequitur enim ex ante dictis, & 22 ſexti vt* CD *ad* DE*, ita eſſe* CF *ad* FE*.* K

Ac propterea vt quadratum ex AF ad quadratum ex FB, ita quadratum ex AD ad quadratum ex DB.] *Quoniam enim angulus* AFD *eſt æqualis angulo* BFD*, vt* AD *ad* DB*,* 3.ſexti. *ita eſt* AF *ad* FB*. quare ex 22. ſexti vt quadratum ex* AF *ad quadratum ex* FB*, ita quadratum ex* AD *ad quadratum ex* DB*.* L

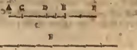
Vt autem quadratum ex AF ad quadratum ex FB, ita rectangulum BAC ad rectangulum CBE.] *Ex 12. ſexti libri huius.* M

LEMMATA in Secundum librum de determinata ſectione.

THEOREMA XXXVIII. PROPOSITIO XLI.

LEMMA I.

Sit recta linea AB, in qua ſumantur tria puncta CDE, ita vt rectangulum ADC ſit æquale rectangulo BDE: & vtriſque AE, CB, æqualis ponatur recta linea F. Dico rectangulum quidem FAD rectangulo BAE æquale eſſe. rectangulum autem FCD æquale rectangulo BCE, rectangulumque FBD rectangulo ABC, & rectangulum FED rectangulo AEC æquale. A B



Quoniam enim rectangulum ADC rectangulo BDE eſt æquale, erit ob proportionem, & conuertendo, & tota ad totam, componendoque vt BE, AE, hoc eſt F ad AE, ita DA ad AD. rectangulum igitur FAD eſt æquale rectangulo BAE. Rurſus quoniam tota AB ad totam CE, eſt vt BD ad DC, erit componendo vt vtraque AE, CB ad CB, hoc eſt vt F ad CB, ita CB ad CD. ergo rectangulum FCD rectangulo BCE æquale erit. Eodem modo in reliquis fient igitur quattuor, vt dictum eſt. C D E F

COMMENTARIVS.

Dico rectangulum quidem FAD rectangulo BAE æquale eſſe] *Græcus codex* ὅτι γίνεται τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ζαθ ἴσον τὸ ὑπὸ βαε. *ſed legendum.* ὅτι γίνεται τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ζαδ. A

Rectangulum autem FCD æquale rectangulo BCE, rectangulumque FBD rectangulo ABC, & rectangulum FED rectangulo AEC æquale] *Græcus codex corruptus eſt, & in eo multa deſiderari videntur. qui ſic habet.* τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ζγδ ἴσον τὸ ὑπὸ τῶν αβγ τὸ δὲ ὑπὸ ζδε τῷ ὑπὸ αεγ *legendum autem erit, vt opinor,* τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ζγδ ἴσον τῷ ὑπὸ βγε, τὸ δὲ ὑπὸ ζβδ τῷ ὑπὸ αβγ, τὸ δὲ ὑπὸ ζεδ τῷ ὑπὸ αεγ. B

Quoniam enim rectangulum ADC rectangulo BDE eſt æquale, erit ob proportionem C

nem;& conuertendo,& tota ad totã,componendoq; vt BC, AB hoc eſt F ad AE, ita BA ad AD] *Nam cum rectangulum* ADC *æquale ſit rectangulo* BDE, *erit ut* AD *ad* DB, *ita* BD *ad* DC, *& conuertendo, vt* BD *ad* DA, *ita* CD *ad* DB, *componendoque, ut* BA *ad* AD, *ita* CB *ad* BD, *permutandoque & conuertendo ut* BC *ad* AB *ita* BD *ad* DA, *& rurſus componendo vt* BC, AE *hoc eſt* F *ad* AB, *ita* BA *ad* AD. *Græcus codex,* ἐπεὶ γὰρ τῷ ὑπὸ τῶν α γ δ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν β δ ε. *ſed legendum* ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ τῶν α δ γ.

D Rectangulum igitur FAD eſt æquale rectangulo BAE] *Ex 16. ſexti libri elementorum. Græcus codex* τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ζ α δ ἴσον ἐστι τῷ ὑπὸ τῶν β δ ε. *lege* ἴσον ἐστι τῷ ὑπὸ τῶν β α ε.

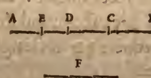
E Rurſus quoniam tota AB ad totam CB eſt vt BD ad DC] *Quoniam vt* BA *ad* AD, *ita* CB *ad* BD, *& permutando vt* AE *ad* CB, *hoc eſt vt tota ad totam, ita* AD *ad* DB, *hoc eſt ita pars ad partem, erit, & reliqua* BD *ad reliquam* DC, *ut tota* AB *ad totam* CB. *Græcus codex* ὡς ἡ ε δ πρὸς τὴν α γ. *lge* πρὸς τὴν δ γ.

F Eodem modo & reliquis] *Rurſus quoniam ut* AE *ad* BC, *ita* AD *ad* DB, *& componendo ut* AE, BC, *hoc eſt* F *ad* BC, *ita* AB *ad* BD; *rectangulum* FBD *æquale eſt rectangulo* ABC. *Denique quoniam vt tota* BC *ad totam* AB, *ita* BD *ad* DA, *erit reliqua* CD *ad reliquam* DB, *vt tota* BC *ad totam* AE: *& componendo vt* BC, AE, *hoc eſt* F *ad* AE, *ita* CE *ad* ED. *rectangulum igitur* FED *rectangulo* AEC *eſt æquale.*

THEOREMA XXXIX. PROPOSITIO XLII.

LEM. II.

A Sit rurſus nunc rectangulum ADC æquale rectangulo BDE, & vtriſq; B AE, CB æqualis ponatur recta linea F. Dico rurſus quattuor fieri, videlicet rectangulum quidem FAD æquale rectangulo BAE, rectangulum vero FCD rectangulo BCE, æquale; rectangulumque FBD rectangulo ABC, & rectangulum FED rectangulo AEC.



C Quoniam enim rectangulum ADC æquale eſt rectangulo BDB, erit ob proportionem, & conuertendo, & reliqua ad reliquam, componendoque vt vtræque AE, CB ad DE, ita BA ad AD. vtræque igitur AB, CB æquales ſunt ipſi F. ergo vt F ad AE, ita BA ad AD: & ideo rectangulum FAD æquale eſt rectangulo BAB. Rurſus quoniam vt AD ad DB, ita BD ad DC, erit reliqua AB ad reliquam CB, vt ED ad D DC. quare componendo vt AE, BC, hoc eſt vt F ad BC, ita BC ad CD. rectangulum igitur FCD rectangulo BCE æquale erit. Eadem & in duobus reliquis oſtendemus, quattuor igitur fient, vt proponebatur.

COMMENTARIVS.

A Sit rurſus nunc rectangulum ADC æquale rectangulo BDB] *Græcus codex* ἔστω νῦν πάλιν τὸ ὑπὸ τῶν α γ δ ἴσον τῷ *&c. lege* τὸ ὑπὸ τῶν α δ γ.

B Videlicet rectangulum quidem FAD æquale rectangulo BAB, rectangulum vero FCD rectangulo BCB æquale] *Græcus codex hoc loco corruptus eſt, & mancus, in quo legitur.* τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ζ α β ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν β γ ε. τὸ δὲ ὑπὸ τῶν *&c. legendum autem eſt.* τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ζ α δ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν β α ε, τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ζ γ δ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν β δ ε τὸ δὲ ὑπὸ τῶν &c.

C Quoniam enim rectangulum AEC æquale eſt rectangulo BDE, erit ob proportionem, & conuertendo, & reliqua ad reliquam, componendoque vt vtræque AB, CB ad AB, ita BA ad AD] *Quoniam rectangulum* ADC *æquale eſt rectangulo* BDE, *ut* AD *ad* DB *ita erit* BD *ad* DC, *& conuertendo ut* BD *ad* DA, *ita* CD *ad* DE. *ergo reliqua* CB *ad* AB *reliquam vt* BD *ad* DA *& componendo ut* CB, AB *ad* AE, *ita* BA *ad* AD.

D Rectangulum igitur FCD rectangulo BCE æquale erit] *Græcus codex pro* β γ ε *mendoſe habet* β ε γ.

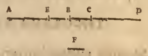
Eadem

Eadem & in reliquis duobus oſtendemus] *Rurſus enim quoniam vt* AD *ad totam* DE, ED *ad* DC, *reliqua* AE *ad* CB *reliquam erit, vt* AD *ad* DB; *& componendo* AB, CB, *hoc eſt* F *ad* CB, *vt* AB *ad* BD. *ergo rectangulum* FBD *eſt æquale rectangulo* ABC. *poſtremo quoniam vt* AD *ad* DB, *ita* ED *ad* DC, *& conuertendo vt* ED *ad* DA, *ita* CD *ad* DB, *erit reliqua* BC *ad* AB, *vt* CD *ad* DB. *& componendo vt* EC, AE *hoc eſt* F *ad* AB, *ita* CB *ad* BD, *ex quibus ſequitur rectangulum* FBD *rectangulo* ABC *æquale eſſe.* E

THEOREMA XL. PROPOSITIO XLIII.

LEM. III.

Sit autem punctum extra totam lineam, & ſit rectangulum ADC æquale rectangulo BDE. Dico rurſus ſi linearum AE, CB exceſſui æqualis ponatur F quattuor fieri, videlicet rectangulum quidem FAD æquale rectangulo BAE, rectangulum vero FCD æquale rectangulo BCE, rectangulumque FBD rectangulo ABC, & rectangulum FDE rectangulo AEC. A B C



Quoniam enim rectangulum ADC æquale rectangulo BDB, erit ob proportionem, & reliqua ad reliquam, & per conuerſionem rationis. eſt igitur, vt AB ad exceſſum linearum AB, CB, ita DA ad AB. Sed ipſarum AB, CB exceſſus eſt F. ergo rectangulum FAD eſt æquale rectangulo BAB. Rurſus quoniam reliqua AB ad reliquam EC eſt, vt ED ad DC, erit diuidendo, vt exceſſus linearum AE, BE ad BC, ita EC ad CD. rectangulum igitur contentum exceſſu ipſarum AB, EC & CD, hoc eſt rectangulum FCD eſt æquale rectangulo BCB. Eadem & in reliquis duobus oſtendentur. fiunt igitur quattuor ea, quæ proponebantur. D E

COMMENTARIVS.

Sit autem punctum extra totam lineam] *Græcus codex* ἔστω δὲ ἐκτὸς τῆς ὅλης τὸ σημεῖον. *fortaſſe autem legendum erit* τὰ σημεῖα *poſſunt enim extra totam lineam* AB *eſſe tria puncta* BCD, *itemque duo* CD. A

Et ſit rectangulum ADC æquale rectangulo BDE] *Græcus codex* καὶ ἴσον τὸ ὑπὸ τῶν δαγ τῷ ὑπὸ τῶν βδε, *ego legendum arbitror.* καὶ ἴσον τὸ ὑπὸ τῶν αδγ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν βδε. B

Rectangulum vero FCD æquale rectangulo BCE] *Græcus codex* τὸ δὲ ὑπὸ βγε. *ſed legendum* τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ζγδ τῷ ὑπὸ βγε. C

Quoniam enim rectangulum ADC æquale eſt rectangulo BDE, erit ob proportionem, & reliqua ad reliquam, & per conuerſionem rationis, eſt igitur vt AB ad exceſſum linearum AB, CB, ita DA ad AB] *Quoniam enim rectangulum* ADC *æquale eſt rectangulo* BDE, *erit vt* AD *ad* DB, *ita* ED *ad* DC. *ergo reliqua* AE *ad* EC *reliquam eſt, vt* AD *ad* DB. *& per conuerſionem rationis vt* AE *ad exceſſum ipſarum* AE, BC, *ita* DA *ad* AE. D

Eadem & in reliquis duobus oſtendentur] *Quoniam* AE *ad* EC *eſt vt* AD *ad* DB, *diuidendo exceſſus ipſarum* AB, EC, *hoc eſt* F *ad* EC *erit vt* AB *ad* BD. *rectangulum igitur* FBD *eſt æquale rectangulo* ABC. *Rurſus cum ſit* AB *ad* BC, *vt* BD *ad* DC, *erit per conuerſionem rationis, vt* AE *ad exceſſum* AE, BC, *hoc eſt ad* F, *ita* DE *ad* EC, *& propterea rectangulum* FDE *rectangulo* AEC *æquale erit.* E

THEOREMA XLI. PROPOSITIO XLIV.

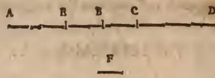
LEM. IV.

Hoc autem demonſtrato facile inuenientur, quæ in primum de determi-

terminata ſectione iiſdem poſitis in hunc modum.

A Dico vt BD ad DE, ita eſſe rectangulum ABC ad rectangulum AEC

Quoniam enim demonſtratum eſt rectangulum quidem FED rectangulo ABC æquale, rectangulum vero FDB æquale rectangulo AEC, erit vt rectangulum FED ad rectangulum FDE, hoc eſt vt BD ad DB, ita rectangulum ABC ad AEC rectangulum.



COMMENTARIVS.

A Dico vt BD ad DE, ita eſſe rectangulum ABC ad rectangulum AEC] *Græcus codex mancus eſt, in quo legitur* ἔστω τὸ ὑπὸ τῶν αεγ. *legendum autem* ἔστι τὸ ὑπὸ τῶν αβγ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν αεγ.

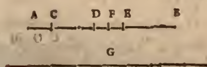
IN PRIMVM PRAECEPTVM PRIMI PROBLEMATIS.

LEM. V.

THEOREMA XLII. PROPOSITIO XLV.

A Sit rurſus rectangulum ADC æquale rectangulo BDE, & quoduis punctum F. Dico ſi vtriſque AE, CB ponatur æqualis G, rectangulum AFC excedere rectangulum BFE, rectangulo GDF.

B Quoniam enim prius demonſtratum eſt rectangulum GDB æquale rectangulo AEC, C commune auferatur rectangulum GFE. reliquum igitur rectangulum GDF eſt exceſſus, quo rectangulum AEC, excedit rectan- D gulum GFE. Quo autem rectangulum ABC ipſum GFE excedit, ablato communi rectangulo AEF, eodem rectangulum, quod continetur AB, CF excedit rectangulum conten- E tum EC, FE. & quo rectangulum ex AB, CF excedit rectangulum ex EC, FB. ablato communi rectangulo CFE, eodem rectangulum AFC excedit rectangulum BFE. rectangulum igitur AFC ipſum BFE excedit rectangulo GDF. quod demonſtrare oportebat.



COMMENTARIVS.

A Sit rurſus rectangulum ADC æquale rectangulo BDE] *Græcus codex mancus eſt, in quo legitur.* ἴσω πάλιν ἴσον τὸ ὑπὸ τῶν βδε. *ſed legendum.* ἴσω πάλιν ἴσον τὸ ὑπὸ τῶν αδγ τῷ ὑπὸ τῶν βδε.

B Quoniam enim prius demonſtratum eſt rectangulum GDE æquale rectangulo AEC] *videlicet in lemmate primo vel in 41. huius.*

C Reliquum igitur rectangulum GDF eſt exceſſus, quo rectangulum ABC excedit rectangulum GFE] *Nam ſi à rectangulo* GDB *auferatur rectangulum* GFE, *relinquitur* GDF *rectangulum. ergo rectangulum* GDF *eſt etiam exceſſus, quo rectangulum* AEC *ipſum* GFE *excedit.*

D Quo autem rectangulum ABC ipſum GFE excedit, ablato communi rectangulo ABF, eodem rectangulum, quod continetur AB, CF excedit rectangulum contentum BC, EF] *Rectangulum enim* ABC *eſt æquale rectangulo* ABF *vna cum rectangulo contento* AB, CF, *ex prima ſecundi elementorum. & eadem ratione rectangulum* GFE *eſt æquale rectangulo*

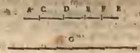
ctangulo AEF *vna cum rectangulo contento* BC, FB, *ponitur enim* G *vtriſque* AE, BC *æqualis. Itaque ſi à rectangulo* ABC *auferatur rectangulum* AEF, *relinquitur rectangulum contentum* AE, CF: *& ſi à rectangulo* GDF *idem* AEC *auferatur, reliquum eſt rectangulum, quod* BC, FC *continetur. rectangulum igitur contentum* AE, FC *eodem exceſſu ſuperat rectangulum contentum* BC, BF, *quo rectangulum* AEC *ipſum* GEF *ſuperabat: Græcus codex* ως δὲ ὑπερέχει τὸ &c. τούτῳ ὑπερέχει τοῦ ὑπὸ τῆς αεγζ τὸ ὑπὸ τῆς βγζε. *ſed legendum eſt.* ως δὲ ὑπερέχει τὸ &c. τούτῳ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ τῶν αεγζ τοῦ ὑπὸ τῶν βγδε.

Et quo rectangulum ex AB, CF excedit rectangulum ex BC, FB, ablato communi rectangulo CFB, eodem rectangulũ AFC excedit rectangulũ BFB] *Nam rectangulum contentum* AE, CF *eſt æquale rectangulo* CFB *vna cum rectangulo* AFC *ex prima ſecundi elementorum & ſimiliter rectangulum contentum* BC, EF *eſt æquale rectangulo* CFB *vna cum rectangulo* BFB, *ablato communi rectangulo* CFE, *reliquum rectangulum* AFC *eodem illo exceſſu, videlicet rectangulo* GDF *reliquum rectangulum* BFB *excedit Græcus codex corruptus eſt, in quo legitur* κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ ὑπὸ τῶν βζε &c. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αζε τοῦ &c. *legendum autem eſt.* κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ ὑπὸ τῶν γζε &c. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αζγ τοῦ &c. E

Aliud in tertium tertij.

THEOREMA XLIII. PROPOSITIO XLVI. LEM. VI.

Sit inter EB punctum F. Dico rectangulum AFC vna cum rectangulo EFB æquale eſſe rectangulo GDF. A B



Quoniam igitur ante oſtenſum eſt rectangulum GDE rectangulo AEC æquale, cõmune apponatur rectangulũ GEF. totũ igitur rectãgulũ GDF ęquale eſt rectãgulo AEF rectangulo AEC, & rectangulo, quod BC, EF continetur. Sed rectangulum AEC vna cum rectangulo AEF eſt totum rectangulum contentum AE, CF. Rectangulum igitur GDF eſt æquale rectangulo contento AE, CF, & ei, quod continetur CB, EF. At rurſus rectangulum contentum CB, EF eſt æquale rectangulo CFB, & rectangulo EFB: rectangulum vero ex AE, CF vna cum rectangulo CFE eſt totum rectangulum AFC. Sed habebamus etiam rectangulum EFB. ergo rectangulum GFD æquale eſt rectangulo AFC & rectangulo EFB. C D

COMMENTARIVS.

Sit inter EB punctum F.] *Græcus codex* ἔσω μετὰ τὸ σημεῖον τῶν εβ τὸ ζ. *ſed legendum puto.* ἔσω σημεῖον μεταξὺ τῶ εβ τὸ ζ. A

Dico rectangulum AFC vna cum rectangulo EFB] *Græcus codex* ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν αζδ *lege* ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν αζγ. B

Totum igitur rectangulum GDF æquale eſt rectangulo AEC, rectanguloque AEF, & rectangulo, quod BC, BF continetur.] *Eſt enim totum rectangulum* GDF *æquale duobus rectangulis videlicet rectangulo* GDE, *& rectangulo* GEF, *rectangulum autem* GEF *æquale itidem eſt duobus, rectangulo ſcilicet* AEF, *& et quod continetur* CB, BF, *etenim* G *vtriſque* AE, CB *æqualis ponitur. Græcus codex.* ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ τῆς ηβζ *lege* τὸ ὑπὸ τῆς ηδζ. C D

Rectangulum igitur GDF eſt æquale rectangulo contento, &c.] *Græcus codex* ἄρα τὸ ὑπὸ ηζδ *lege* τὸ ὑπὸ ηδζ.

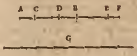
IN

IN Primum Præceptum tertij problematis.

THEOREMA XLIV. PROPOSITIO XLVII.

LEM. VII.

A Sit rurſus punctum F extra lineam A B. Oſtendendum eſt rectangulum A F C excedere rectangulum E F B rectangulo G D F.



B Quoniam enim rectangulum G D B eſt æquale rectangulo A B C, commune apponatur rectangulum G B F. C totum igitur rectangulum G D F æquale eſt rectangulo A B C, rectanguloque G B F, hoc eſt rectangulo contento A E, B F, & rectangulo C E F. rectangulum autem A B G vna cum rectangulo C B F eſt totum rectangulum, quod A F, C B D continere. ergo rectangulum G D F eſt æquale rectangulo contento A F, C B, & contento A E, B F. E Sed rectangulum contentum A F, C B vna cum contento A E, E F eſt exceſſus, quo rectangulum A F G excedit rectangulum E F B. rectangulum igitur G D F eſt exceſſus, quo A F C rectangulum ipſum E F B excedit.

COMMENTARIVS.

A Sit rurſus punctum F extra lineam A E.] *Græcus codex ἔστω πάλιν τὸ σημεῖον ἐπὶ τῆς δαβ τὸ ζ. ſed legendum puto ἔστω πάλιν τὸ σημεῖον ἐκτὸς τῆς αβ τὸ ζ.*

B Quoniam enim rectangulum G B D eſt æquale rectangulo A B C] *quod in primo lemmate demonſtratum fuit.*

C Totum igitur rectangulum G D F æquale eſt rectangulo A B C, rectanguloque G B F hoc eſt rectangulo contento A B, B F, & rectangulo C B F] *Eſt enim rectangulum G D F æquale rectangulo G D B vna cum rectangulo G B F, & rectangulum G B F rurſus æquale rectangulo contento A E, B F & rectangulo C B F, quod G utriſq; A E, C B ſit æqualis. rectangulum igitur G D F æquale eſt rectangulo B B C vna cum rectangulo contento A E, E F, & rectangulo C B F. Græcus codex τοῦ τε ὑπὸ αε, βζ καὶ τοῦ ὑπὸ βζ. lege καὶ τοῦ ὑπὸ γβζ.*

D Sed rectangulum contentum A F, C B vna cum contento A B, B F eſt exceſſus, quo rectangulum A F C excedit rectangulum.] *Nam rectangulum A F C eſt æquale rectangulo contento A F, C B vna cum rectangulo A F B, hoc eſt vna cum rectangulo contento A E, B F, & rectangulo B F B. rectangulum igitur A F C excedit rectangulum B F B rectangulo contento A F, C B vna cum contento A E, B F. Græcus codex. ὑπεροχή ἐστιν ᾗ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ τῶν δζγ τοῦ ὑπὸ τῶν εβζ. ſed legendum τὸ ὑπὸ τῶν αζγ τοῦ ὑπὸ τῶν εζβ.*

E Rectangulum igitur G D F eſt exceſſus, quo A F C rectangulum ipſum E F B excedit] *Græcus codex pro ε δ ζ habebat ε β ζ.*

IN ſecundum præceptum eiuſdem problematis.

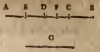
THEOREMA XLV. PROPOSITIO XLVIII.

LEM. VIII.

A Sit rectangulum A D C æquale rectangulo E D B, ſitque punctum F inter D C, & vtriſque A E, C B æqualis ponatur G. Dico rectangulum E F B excedere rectangulo A F C rectangulo G D F.

Quoniam

Quoniam enim rectangulum G D C æquale eſt rectangulo B E B, commune auferatur rectangulum G F E. reliquum igitur rectangulum G D F eſt exceſſus, quo B C B rectangulum excedit rectangulum G F E. quo autem rectangulum B C B excedit rectangulum G F E, communi ablato rectangulo B C F, eodem rectangulum, quod E F, C B continetur, excedit rectangulum contentum A E, F C. & quo rectangulum contentum E F, C B excedit contentum A B, F C addito communi rectangulo B F C, eodem rectangulum B F B exceedit rectangulum A F C. rectangulum igitur B F B excedit ipſum A F C rectangulo G D F. A B C



COMMENTARIVS.

Eodem rectangulum, quod E F, C B continetur, excedit rectangulum contentum A E, F C] *Græcus codex τοῦτο ὑπερέχει τὸ ὑπὸ τῶν εζ, γβ τοῦ ὑπὸ τῶν εζ, γβ τοῦ ὑπὸ τῶν αβ, ζγ lege τοῦ ὑπὸ τῶν αε, ζγ.* A

Addito communi rectangulo B F C] *Græcus codex κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ ὑπὸ εζγ. Sed ratio cogit, Vel legatur προσ κοινοῦ τεθέντος εζγ.* B

Eodem rectangulum B F B excedit rectangulum A F C] *Græcus codex τοῦτο ὑπερέχει τὸ ὑπὸ εζδ τοῦ ὑπὸ αεγ lege τὸ ὑπὸ, εζβ.* C

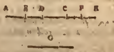
IN ſecundum præceptum ſecundi problematis.

THEOREMA XLVI. PROPOSITIO XLIX.

LEM. IX.

Sed ſit punctum F inter C B. Dico rectangulum A F C vna cum rectangulo B F E æquale eſſe rectangulo G D F. A

Quoniam enim rectangulum G D C æquale eſt rectangulo B C E, commune addatur rectangulum G C F. totum igitur G D F eſt æquale rectangulo B E B vna cum rectangulo G C F, hoc eſt vna cum rectangulo contento A E, C F, & rectangulo B C F. rectangulum autem B C B vna cum rectangulo B C F eſt totum quod E F, C B continetur. ergo rectangulum contentum E F, C B vna cum contento A E, C F eſt æquale rectangulo G D F. Sed rectangulum quidem contentum E F, C B eſt æquale rectangulo B F C, & rectangulo B F E. rectangulum autem B F C vna cum rectangulo contento A E, C F eſt totum rectangulum A F C. rectangulum igitur A F C vna cum rectangulo B F E eſt æquale ipſi G D F rectangulo. B



COMMENTARIVS.

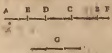
Dico rectangulum A F C vna cum rectangulo B F E æquale eſſe rectangulo G D F] *Græcus codex ὅτι γίνεται τὸ ὑπὸ τῶν αζγ μετὰ τοῦ αζε lege μετὰ τοῦ ὑπὸ βζε.* A

Ergo rectangulum contentum E F, C B vna cum contento A E, C F] *Græcus codex γὰρ γούν ἐν τῷ ὑπὸ εζ, γβ μετὰ τοῦ ὑπὸ αβ, γζ, &c. lege μετὰ τοῦ ὑπὸ αε, γζ.* B

IN ſecundum præceptum tertij problematis.

THEOREMA XLVII. PROPOSITIO L.

LEM. X. Sit punctum F extra lineam AB. Dico rectangulum AFC excedere rectangulum EFB rectangulo GDF.



A Quoniam enim rectangulum GDB eſt B æquale rectangulo ABC, commune apponatur rectangulum GBF, totum igitur GDF eſt æquale rectangulo ABC vna cum rectangulo GBF, hoc eſt vna cum rectangulo contento AB, BF, & rectangulo CBF. rectangulum autem ABC, vna cum rectan C gulo CBF eſt totum, quod AF, CB conti- D netur. erg. rectangulum contentum AF, CB vna cum contento AB, BF eſt æquale E rectangulo GDF. Sed contentum AF, CB vna cum contento AE, BF eſt exceſſus, quo rectangulum AFC excedit rectangulum EFB. rectangulum igitur AFC excedit rectangulum EFB rectangulo GDF. quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

A Quoniam enim rectangulum GDB eſt æquale rectangulo ABC] *Ex tertio lemmate.*

B Commune apponatur rectangulum GBF. totum igitur GDF, &c.] *Græcus codex* κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ τῶν η δ ζ. *ſed legendum puto.* κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ τῶν η β ζ. ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν η δ ζ.

C Eſt totum, quod AF, CB continetur] *Græcus codex* ὅλον ἐστὶ τὸ ὑπὸ α ε, γ β *lege* τὸ ὑπὸ α ζ, γ β.

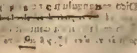
D Eſt æquale rectangulo GDF] *Græcus codex* ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ η α ζ *lege* τῷ ὑπὸ η δ ζ.

E Sed contentum AF, CB vna cum contento AE, BF eſt exceſſus, quo rectangulum AFC excedit rectangulum EFB]. *Rectangulum enim AFC eſt æquale duobus rectangulis, nempe rectangulo contento AF, CB, & rectangulo AFB, quorum rectangulum AFB eſt eidem æquale rectangulo contento AE, BF & rectangulo EFB, rectangulum igitur AFC excedit rectangulum EFB rectangulo contento AF, CB & contento AE, BF.*

IN tertium præceptum primi problematis.

THEOREMA XLVIII. PROPOSITIO LI.

LEM. XI. Sit rectangulum ADC rectangulo BDE, æquale: & exceſſui linearum AE, BC æqualis ponatur G: ſumaturque F punctum inter EB. Dico rectangulum AFC excedere rectangulum EFB rectangulo GFD.



A Quoniam enim rectangulum GBD eſt æquale rectangulo ABC, commune apponatur rectangulum GBF, totum igitur GFD æquale eſt rectangulo ABC vna cũ rectangulo GBF, hoc eſt vna cum rectangulo, quód exceſſu linearum AE, BC & BF continetur. Sed rectangulum ABC eſt id, quod continetur AF, BC vna cum rectangulo FBC. rectangulum igitur GFD eſt æquale rectangulo contento AF, BC vna cum rectangulo

CBF, &

CBF, & eo, quod exceſsu ipſarum AB, BC, & BF continetur. rectangulum autem CBF B
vna cum eo, quod exceſsu AB, BC, & BF continetur totum eſt rectangulum contentum AE, ergo rectangulum GFD eſt æquale rectangulo contento AF, BC, & contento AE, FB. C
Sed rectangulum AF, BC contentum vna cum contento AE, FB eſt exceſſus quo rectangulum AFC excedit rectangulum EFB, rectangulum igitur AFC excedit rectangulum EFB rectangulo GDF. quod demonſtrare oportebat. D

COMMENTARIVS.

Quoniam enim rectangulum GBD eſt æquale rectangulo ABC.] *Ex tertio lemmate Græcus autem codex.* ἐπει γαρ τό ὑπό τῶν ηβδ ἴσον ἐστι τῶ ὑπὸ αγβ *lege* τῷ ὑπό αβγ. A

Rectangulum autem CBF vna cum eo, quod exceſsu AE, BC, & BF continetur totum eſt rectangulum contentum AE, FB] *Eſt enim* AE *æqualis exceſſui, quo ipſa excedit* EC *vna cum* BC, *& propterea rectangulum contentum* AE, FB *eſt æquale rectangulo* CBF, *vna cum eo, quod exceſſu ipſarum* AE, BC, *&* BF *continetur Græcus codex* τὸ δὲ ὑπο γβ, βζ μετά τῦ ὑπὸ τῆς τῶν αγ, γβ ὑπεροχῆς καὶ τῆς βζ, ὅλον ἐστι τὸ ὑπὸ αεζ. *lege* τό δὲ ὑπό γβ, βζ μετὰ τῦ ὑπό τῆς τῶν αε, γβ ὑπεροχῆς καὶ τῆς βζ, ὅλον ἐστι τῦ ὑπό αεζβ. B

Ergo rectangulum GFD eſt æquale rectangulo contento AF, BC] *Græcus codex* τό ὑπό ηζδ ἴσον ἐστι τῷ τε *&c. lege* τό ὑπό ηζδ ἄρα ἴσον ἐστι τῷ τε, *&c.* C

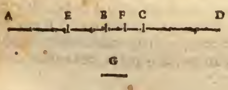
Sed rectangulum AF, BC contentum vna cum contento AE, FB eſt exceſſus, quo rectangulum AFC excedit rectangulum EFB] *Quomodo hoc ſequatur nos proxime explicauimus.* D

IN primum præceptum ſecundi problematis.

THEOREMA XLIX. PROPOSITIO LII.

LEM. XII.

Ijſdem poſitis ſit punctum F inter BC. Dico rectangulum AFC vna cum rectangulo EFB æquale eſſe ei, quod G & FD continetur.



Quoniam enim rectangulũ GCD æquale eſt rectangulo ECB, commune apponatur rectangulum GFC A
totum igitur GFD eſt æquale rectangulo ECB, & rectangulo GFC. B
Sed rectangulum quidem GFC eſt id, quod exceſsu ipſarum AF, BC, & FC continetur. rectangulum autem ECB eſt rectangulum BCF & contentum BF, BC. ergo rectangulum GFD æquale eſt rectangulo contento BF, CB, rectanguloque BCF & ei quod exceſsu AE, EC & CF continetur. C D
rectangulum vero contentum exceſsu AB, BC, & CF vna cum rectangulo BCF eſt totum rectangulum contentum AE, CB. E
rectangulum igitur GFD eſt æquale rectangulo contento AE, CF, & contento BF, CB. F
At rectangulum quidem contentum BF, BC eſt rectangulum BFC, & rectangulum EFB; rectangulum autem BFC vna cum contento AB, FC eſt totum rectangulum AFC. Sed habebamus etiam rectangulum EFB. rectangulum igitur AFC vna cum rectangulo EFB æquale eſt rectangulo GFD, quod demonſtrandum proponebatur.

COMMENTARIVS.

Commune apponatur rectangulum GFC] *Græcus codex* κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ ηζ. *lege* τὸ ὑπὸ ηζγ. A

Totum igitur GFD eſt æquale rectangulo BCB] *Græcus codex* ἀνάλογον ἄρα *ego legendum puto* ὅλον ἄρα. B

C Rectangulum autem ECB eſt rectangulum ECF, & contentum BF, BC] *Hoc eſt rectangulum* ECB *eſt æquale rectangulo* ECF *&* *contento* BF, BC.

D Ergo rectangulum GFD æquale eſt rectangulo contento EF, BC] *Græcus codex* γίγονεν ἄν τὸ ὑπὸ ηζδ ἴσον τῷ ὑπὸ εζβ. *lege* τῷ ὑπὸ εζ, βγ.

E Rectangulum vero contentum exceſſu AE, EC, & CF] *Non ſunt hæc in Græco codice, quæ tamen deſiderari videntur, ut ita legendum ſit* τὸ δὲ ὑπὸ τῆς τῶν αε, βγ ὑπεροχῆς καὶ τῆς γζ μετὰ τοῦ ὑπὸ εγζ, ὅλον ἐστὶ τὸ ὑπὸ αε, γζ. *eſt autem rectangulum contentum* AE, CF *æquale rectangulo contento exceſſu ipſarum* AE, EC, *&* CF *una cum rectangulo* ECF, *quoniam* AE *eſt æqualis exceſſui, quo excedit* CE, *&* *ipſi* CB, *ut ſuperius dictum fuit.*

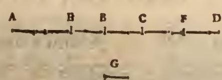
F At rectangulum quidem contentum EF, BC eſt rectangulum EFC. & rectangulum EFB] *Hoc eſt rectangulum contentum* EF, BC *eſt æquale rectangulo* EFC *una cum rectangulo* EFB. *Græcus autem codex corruptus eſt, qui ſic habeat* ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ εζ, βγ τὸ τε ὑπὸ εζ, ζγ ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ βγ, γβ. *ſed legendum puto* τό τε ὑπὸ εζ, ζγ ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ εζ, ζβ.

G Rectangulum autem EFC vna cum contento AE, FC eſt totum rectangulum AFC] *Græcus codex* τὸ δὲ ὑπὸ βζγ μετὰ τοῦ ὑπὸ αεγ ὅλον ἐστὶ τὸ ὑπὸ αγζ *corrige* τὸ δὲ ὑπὸ εζγ μετὰ τοῦ ὑπὸ αε, ζγ ὅλον ἐστὶ τὸ ὑπὸ αζγ.

IN Tertium Præceptum tertij problematis.

THEOREMA L. PROPOSITIO LIII.

LEM. XIII. Sit rurſus punctum F inter CB. Dico rectangulum AFC minus eſſe, quam rectangulum EFB rectangulo GFD.



Quoniam enim rectãgulum GCD eſt æquale rectangulo ECB, commune auferatur GCF rectangulum reliquum igitur GFD eſt exceſſus, quo rectangulum BCB ſuperat re-
A ctangulũ GCF, hoc eſt id, quod ex-
B ceſſu AE, BC & CF cõtentũ. Quo autẽ rectangulum ECB ſuperat rectan-
C gulum contentum exceſſu AE, BC, & CF, addito communi rectangulo FCB, eodem rectangulum contentum EF, BC ſuperat contentum AE, CF. & rurſus communi ad-
D dito EFC rectangulo, eodem rectangulum EFB ſuperat ipſum AFC. ergo rectangulum AFC minus eſt, quam rectangulum EFB rectangulo GFD.

COMMENTARIVS.

A Hoc eſt id, quo exceſſu AE, BC, & CF continetur] *Græcus codex* τοῦτ᾽ ἐστὶ τὸ ὑπὸ καὶ τῆς αε, γβ ὑπεροχῆς καὶ τῆς γζ. *lege* τοῦτ᾽ ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῆς τῶν αε, γβ ὑπεροχῆς καὶ τῆς γζ.

B Quo autem rectangulum BCB ſuperat rectangulum contentum, &c.] *Græcus codex* ᾧ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ αζβ. *lege* τὸ ὑπὸ εζβ.

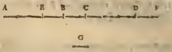
C Eodem rectangulum contentum EF, BC ſuperat contentum AE, CF] *Rectangulum enim* EF, BC *contentum eſt æquale rectangulo* ECB *una cum rectangulo* FCB, *&* *rectangulum contentum* AE, CF *rurſus eſt æquale rectangulo contento exceſſu* AE, BC, *&* CF *una cum rectangulo* FBC.

IN Tertium præceptum tertij Problematis.

THEOREMA LII. PROPOSITIO LIV.

LEM. XIV. Sed ſit punctum F extra. Dico rurſus rectangulum AFC ſuperare rectangulum EFB rectangulo GDF.

Quoniam



Quoniam enim rectangulum GCD eſt æquale rectãgulo BCE vtraque auferãtur a rectangulo GCF. reliquum igitur GDF eſt exceſſus, quo GCF rectangulum ſuperat ipſum BCE, & communi addito rectangulo BCF, eodem exceſſu rectangulum contentum AB, CF ſuperat contentum EF, BC, etenim exceſſus AB, CB vna cum BC eſt ipſa AB. Quo autem rurſus rectangulum contentum AE, CF ſuperat contentum EF, BC, addito communi rectangulo BFC, eodem rectangulum AFC ſuperat ipſum EFB, rectangulum igitur AFC ſuperat rectangulum EFB rectangulo GDF. A B

COMMENTARIVS.

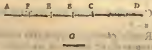
Reliquum igitur GDF] *Græcus codex ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ η δ ζ ſed ego potius legendum cenſeo λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ η δ ζ.* A

Etenim exceſſus AF, CB vna cum BC eſt ipſa AB] *Græcus codex ἡ ἄρα τῶν α ε, γ β ὑπεροχὴ μετὰ τῆς β γ ἡ α ε ἐστιν ego potius legerem ἡ γὰρ τῶν α ε, γ β ὑπεροχὴ, &c. Videtur enim reddere rationem, cur rectangulum contentum AE, CF ſit æquale rectangulo GCF, hoc eſt rectangulo contento exceſſu linearum AE, CB, & CF vna cum rectangulo BCF, quam nos ſupra attulimus. quare opportunius feciſſet Pappus, ſi hoc in vndecimo lemmate explicaſſet.* B

IN tertium præceptum tertij problematis.

THEOREMA LII. PROPOSITIO LV.

Sit punctum F inter AE. Dico rectangulum AFC vna cum rectangulo EFB æquale eſſe rectangulo GFD. LEM. XV.



Quoniam enim rectangulum GBD æquale eſt rectangulo ABC, commune addatur rectangulum GBF. totum igitur GFD eſt æquale rectanguloque ABC & rectangulo GBF. Sed rectangulum quidem ABC æquale eſt rectangulo contento AF, BC, & rectangulo FBC: rectangulum verò contentũ exceſſu AE, BC, & FB vna cum rectangulo CBF æquale eſt rectangulo, quod AB, BF continetur. At rectangulum contentum AE, BF eſt rectangulum BFE, & rectangulum AFB, quod quidem AFB vna cum eo, quod continetur AF, BC eſt rectangulum AFC, rectangulum igitur AFC vna cum rectangulo EFB æquale eſt rectangulo GFD, quod demonſtrare oportebat. A B C D

COMMENTARIVS.

Totum igitur GFD eſt æquale rectanguloque ABC, & rectangulo GBF] *Hoc eſt æquale rectangulo ABC vna cum eo, quod continetur exceſſu linearum AE, BC, & BF.* A

Rectangulum verò contentum exceſſu AE, BC, & BF vna cum rectangulo CBF æquale eſt rectangulo, quod AB, BF continetur] *Eſt enim AB æqualis exceſſui, & ipſi CB.* B

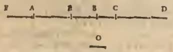
At rectangulum contentum AE, BF eſt rectangulum BFE, & rectangulum AFB] *Græcus codex corruptus eſt, & mancus, in quo legitur ἄρα ἐστὶ τοῦτο ὑπὸ β ζ γ καὶ τὸ ὑπὸ α ζ β fortaſſe verò ita reſtituetur. τὸ ὑπὸ α ε β ζ. ἄρα ἐστὶ τό τε ὑπὸ β ζ ε καὶ τὸ ὑπὸ α ζ β, vel hoc modo τὸ δὲ ὑπὸ α ε β ζ ἐστὶ τό τε ὑπὸ β ζ ε &c. rectangulum enim contentum AE, BF eſt æquale rectangulo BFE vna cum rectangulo AFB ex prima ſecundi elementorum.* C

D Quod quidem AFB vna cum eo, quod continetur AF, BC eſt rectangulum AFC] *Græcus codex ὃ μετὰ τοῦ ὑπὸ αδβ ἐϛι τὸ ὑπὸ αζγ. Sed legendum puto ὃ μετὰ τοῦ ὑπὸ αζ βγ ἐϛι τὸ ὑπὸ αζγ.*

IN tertium præceptum tertij problematis.

THEOREMA LIII. PROPOSITIO LVI.

LEM. XVI. Sit rurſus punctum F extra. Dico rectangulum AFC minus eſſe, quàm rectangulum EFB, rectangulo GFD.



Quoniam .n. rectangulum GAO
A eſt æquale rectangulo BAE, commune apponatur rectangulũ GAF. totum igitur rectangulum GDF eſt æquale rectanguloque BAE, & rectangulo contento exceſſu
B AE, BC & AF. Rurſus commune apponatur rectãgulum, quod FA, BC continetur. Sed rectangulum quidem contentum exceſſu AE, BC & AF vna cum contento FA, BC æquale eſt rectangulo FAE. rectangulum verò BAE vna cum rectangulo FAE totum eſt rectangulum contentum FE, AB. quod igitur FE, AB continetur æquale eſt rectanguloque ODF & rectangulo contento FA, BC. quare GDF eſt
C exceſsus, quo rectangulum contentum FE, AF ſuperat contentum FA, BC. Sed quo rectangulum ex FE, AE ſuperat rectangulum ex FA, BC, addito communi rectangulo BFA, eodem, & rectangulum BFE ſuperat rectangulum CFA. rectangulum igitur EFB
D ſuperat rectangulum CFA rectangulo GDF. Quare CFA rectangulum minus eſt quam rectangulum EFB rectangulo GDF. quod oportebat demonſtrare.

COMMENTARIVS.

A Commune apponatur rectangulum GAF] *Græcus codex. pro ηαζ mendoſe habebat ηαδ.*

B Rurſus commune apponatur rectangulm, quod FA, BC continetur] *Græcus codex corruptus eſt, & mancus, in quo legitur τὸ ὑπὸ ζβ, αε λοιπὸν τὸ ὑπὸ ζα βγ ego reſtituendum puto in hanc ſententiam πάλιν κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ ζα βγ. ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ τῆς τῶν αε, βγ ὑπεροχῆς καὶ τῆς αζ μετὰ τοῦ ὑπὸ ζα, βγ ἴσον ἐϛὶ τῷ ὑπὸ ζαε τὸ δὲ ὑπὸ βαε μετὰ τοῦ ὑπὸ ζαε ὅλον ἐϛι τὸ ὑπὸ ζβ. αε τὸ ἄρα ὑπὸ ζβ, αε ἴσον ἐϛι τῷ τε ὑπὸ ηδζ καὶ τῷ ὑπὸ γα, βγ, ὥστε τὸ ὑπὸ ηδζ ἡ ὑπεροχή ἐϛιν &c.*

C Sed quo rectangulum ex FE, AE ſuperat rectangulum ex FA, BC addito communi rectangulo BFA, eodem & rectangulum BFE ſuperat rectangulum CFA] *Græcus codex ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ζβ, αε τοῦ ὑπὸ ζα, βγ ὑπερέχει. κοινοῦ προστεθέντος τοῦ ὑπὸ βζα, τοῦτο ὑπερέχει ὃ καὶ τὸ βζε τοῦ ὑπὸ γζα ſed legendum cenſeo. ἀλλὰ ᾧ. τὸ ὑπὸ ζβ, αε τοῦ ὑπὸ ζα, βγ ὑπερέχει, κοινοῦ προστεθέντος τοῦ ὑπὸ βζα, τούτῳ ὑπερέχει καὶ τὸ βζε τοῦ ὑπὸ γζα.*

D Quare CFA rectangulum minus eſt, quam rectangulum BFE rectangulo GDF. *Græcus codex ὥστε τὸ ὑπὸ γζ ἀπὸ τοῦ ὑπὸ βζε lege τὸ ὑπὸ γζα τοῦ ὑπὸ βζε.*

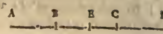
IN Tertium præceptum primi Problematis.

THEOREMA LIV. PROPOSITIO LVII.

LEM. XVII. Sit AB æqualis ipſi CD, & quoduis punctum E inter BC puncta. Dico rectangulum AED ſuperare rectangulum BEC rectangulo ACD.

Quoniam

Quoniam enim rectangulum AED æquale eſt rectangulo ABC, & rectangulo contento AE, CD, quorum rectangulum AEC rurſus eſt æquale rectangulo BEC, & rectangulo contento AB, BC; erit rectangulum AED æquale rectangulo BEC vna cum rectangulo contento AB, BC, & contento AE, CD. rectangulum igitur AED ſuperat rectangulum BEC rectanguloque contento AB, BC, hoc eſt BCD, etenim AB, CD æquales ſunt, & rectangulo contento AE, CD. Sed rectangulum BCD, & contentum AE, CD ſunt totum rectangulum ACD. ergo rectangulum AED ſuperat rectangulum BEC rectangulo ACD. B C D E



COMMENTARIVS.

Sit AB æqualis ipſi CD] *Græcus codex.* ἴσω ἡ αβ τῇ γδ *fortaſſe addendum erit verbum* ἤτω, *vel ſubintelligendum, & ſimiliter in lemmate, quod ſequitur.* A

Quoniam enim rectangulum AED æquale eſt rectangulo ABC, & rectangulo contento AB, CD, quorum rectangulum AEC rurſus eſt æquale rectangulo BEC & rectangulo contento AB; EC] *Hæc nos perſpicuitatis gratia latius explicauimus.* B

Rectangulum igitur AED ſuperat rectangulum BEC, &c.] *Græcus codex.* τὸ ἄρα ὑπὸ αγδ τῷ ὑπὸ βε, εγ *lege* ἄρα ὑπὸ αε, εδ τῷ ὑπὸ βε, εγ. C

Et rectangulo contento AB, CD] *Græcus codex* καὶ τὸ ὑπὸ αγ, γδα *lege* καὶ τῷ ὑπὸ αε, γδ. D

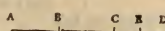
Sed rectangulum BCD & contentum AE, CD ſunt totum rectangulum ACD] *Græcus codex mancus eſt hoc loco, & fortaſſe ita reſtituetur* ἀλλὰ τὸ τότε ὑπὸ εγ, γδ καὶ τὸ ὑπὸ αε, γδ γίνεται ὅλον τὸ ὑπὸ αγ, γδ. E

IN Tertium præceptum primi problematis.

THEOREMA LV. PROPOSITIO LVIII.

Sit AB æqualis CD, & ſumatur punctum E inter CD. Dico rectangulum AED vna cum rectangulo BEC æquale eſſe rectangulo ACD. LEM. XVIII. A

Quoniam enim rectangulum AED æquale eſt rectangulo contento AC, ED, & rectangulo CED cõmune apponatur rectangulum BEC. rectangulum igitur AED vna cum rectangulo BEC eſt æquale rectangulo contento AC, ED. rectanguloque CED, & rectangulo BEC, ſed rectangulum quidem CED vna cum rectangulo BEC totum eſt rectangulum contentum ED, CB, hoc eſt ACB æquales enim ſunt, & totæ lineæ AC, BD. rectangulum vero contentum AC, ED vna cum rectangulo ACB eſt æquale rectangulo ACD. B C D



COMMENTARIVS.

Dico rectangulum AED vna cum rectangulo BEC æquale eſſe rectangulo ACD *Græcus codex hoc loco corruptus eſt, & mancus, in quo legitur* ὅτι τὸ ὑπὸ αε, εδ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν αγ, εδ, καὶ τῷ ὑπὸ γε, εδ. καὶ κοινὸν προσκείσθω, &c. *ego ita reſtituendum cenſeo* ὅτι τὸ ὑπὸ αε, εδ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ αγδ. ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ τῶν αε, εδ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν αγ, εδ, καὶ τῷ ὑπὸ γε, εδ κοινὸν προσκείσθω. A

Sed rectangulum quidem CED vna cum rectangulo BEC] *Græcus codex* ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ γε, εβ *lege* τὸ μὲν ὑπὸ γε, εδ. B

Aequalis enim ſunt, & totæ lineæ AC, BD] *Nam cum* AB, CD *æquales ponantur, addaturque communis* BC, *erit* AC *ipſi* BD *neceſſario æqualis.* C

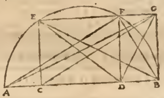
Re-

D Rectangulum vero contentum AC, ED vna cum rectangulo ACE eſt æquale rectangulo ACD] *Græcus codex* τὸ δὲ ὑπὸ τῶν α γ, ε δ μετὰ τοῦ ὑπὸ β ε, ε γ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ α γ ε *ego legendum arbitror* μετὰ τοῦ ὑπὸ α γ ε ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ α γ δ.

IN Monachos primi ſecundi, & tertij Epitagmatis.

THEOREMA LVI. PROPOSITIO LIX.

LEM. XIX. Semicirculo exiſtente AEB, & diametro AB, exiſtentibuſque perpendicularibus CE, DF, & ducta recta linea EFG, & ad ipſam perpendiculari BG, tria porrò contingunt, videlicet rectangulum quidem CBD æquale eſſe quadrato ex BG; rectangulum vero contentum AC, BD quadrato ex FG, & contentum AD, CB quadrato ex EG.



Iungantur enim GC, GD, AF, AD, AG, FB. Quoniam igitur rectus eſt angulus, qui ad F, & perpendicularis FD, erit angulus DFB angulo
A BAF æqualis. Sed angulus quidem
B DFB eſt æqualis angulo DGB. angulus vero BAF (iuncta EB) eſt æqua-
C lis angulo EBF, hoc eſt angulo BCG. angulus igitur DGB angulo BCG æ-
D qualis erit, & propterea rectangulum CBD eſt æquale quadrato ex BG. eſt autem, & totum rectangulum ABD æqua-
E le quadrato ex BF. reliquum igitur quod AC, DB continetur eſt æquale quadrato ex FG. rurſus quoniam rectangulum ABC æquale eſt quadrato ex BE, quorum rectangu-
F lum CBD eſt æquale quadrato ex BG, erit reliquum contentum AD, CB quadrato ex EG æquale. contingunt igitur tria, quæ proponebantur.

COMMENTARIVS.

A Sed angulus quidem DFB eſt æqualis angulo DGB] *Quoniam enim quadrilateri DB, FG duo anguli oppoſiti FDB, BGF recti ſunt, erunt reliqui duo æquales duobus rectis, nam quadrilateri cuiuſque anguli quattuor rectis ſunt æquales; cum in duo triangula diuidantur. ergo ex conuerſa 23. tertij elementorum quattuor puncta* FD, BG *ſunt in circumferentia eiuſdem circuli angulus igitur* DFB *angulo* DGB *eſt æqualis.*

B Angulus vero BAF (iuncta EB) eſt æqualis angulo EBF] *Ex 21. tertij elementorum.*

C Hoc eſt angulo BCG] *Quod eodem modo demonſtrabimus, quo ſupra angulum* DFB *æqualem eſſe angulo* DGB. *Sunt enim rurſus puncta* EC, BG *in eiuſdem circuli circumferentia.*

D Et propterea rectangulum CBD eſt æquale quadrato ex BG] *Quoniam enim trianguli* CBG *angulus* BCG *eſt æqualis angulo* BGD, *& angulus ad* B *rectus: erit & reliquus reliquo æqualis, & triangulum triangulo ſimile. ergo vt* CB *ad* BG, *ita eſt* GB, *ad* BD, *rectangulum igitur* CBD *quadrato ex* BG *eſt æquale.*

E Reliquum igitur, quod AC, DB continetur eſt æquale quadrato ex FG] *Nam rectangulum quidem* ABD *eſt æquale rectangulo* CBD *vna cum rectangulo contento* AC, DB *ex prima ſecundi elementorum, quadratum vero ex* FB *æquale eſt quadrato ex* BG *vna cum quadrato ex* FG *ex 47. primi elementorum.*

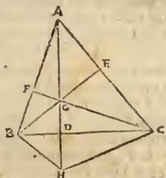
F Erit reliquum contentum AD, CB quadrato ex EG æquale] *Rurſus enim eadem ratione rectangulum* ABE *æquale eſt rectangulo* CBD *vna cum eo, quod* AD, CB *continetur.*

IN Monachum tertij Problematis.

THEOREMA LVII. PROPOSITIO LX.

Sit triangulum ABC, & ducantur AD, BE, CF, ſitque AD perpendi- LEM XX.
cularis ad BC,& puncta AF, GF ſint in circulo. Dico angulos ad FE A
rectos eſſe.

Producatur enim AD, & ipſi GD æqualis ponatur DH. iunganturque BH, HC. æqualis igitur eſt angulus H angulo BGC, hoc eſt ipſi FGE. B
ſed angulus FGE. vna cum angulo A æqualis eſt duobus rectis. ergo, & BHC angulus vna cum C
angulo A duobus rectis eſt æqualis. In circulo D
igitur ſunt AB, HC puncta, & ideo angulus BAG
æqualis eſt angulo BCH, hoc eſt GCD. ſunt au- E
tem, & anguli ad G ſecundum verticem inter ſe
æquales, reliquus igitur angulus ad DB æqua- F
lis reliquo ad F. ſed angulus ad D eſt rectus.
ergo & rectus, qui ad F. Eadem ratione, & an- G
gulus, qui ad E eſt rectus, anguli igitur ad FE puncta recti ſunt, quod demonſtrare oportebat.



COMMENTARIVS.

Et puncta AF, GB ſint in circulo] *In Græco codice legitur. ἐν κύκλῳ δὲ τὰ ζ ι σημεῖα. ſed puto legendum τὰ α ζ, η β σημεῖα.* A

Aequalis igitur eſt angulus H angulo BCG] *Quoniam enim trianguli* COD *duo latera* B
GD, DC *ſunt æqualia duobus lateribus* HD, DC *trianguli* CHD, *& anguli ad* D *recti, erit & baſis* GC *baſi* CH *æqualis, & angulus* DGC *æqualis angulo* DHC, *& eodem modo demonſtrabitur angulus* BGD *æqualis angulo* BHD. *totus igitur angulus* BGC *toti* BHC *eſt æqualis.*

Sed angulus FGE vna cum angulo A æqualis eſt duobus rectis] *Ex 22. tertij elementorum. Græcus codex ἀλλά μὴν ὑπὸ ζ α ε lege ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ζ α ε.* C

In circulo igitur ſunt AB, HC puncta] *Ex conuerſa 22. tertij elementorum. Græcus codex ἐν κύκλῳ ἄρα ἐστὶ τὰ α β γ σημεῖα lege τὰ α β, θ γ σημεῖα.* D

Et ideo anguluss BAG æqualis angulo BCH] N*Ex 21. tertij elementorum.* E

Reliquus igitur angulus ad D æqualis eſt reliquo ad F] *Græcus codex λοιπὸν ἄρα ἡ δ, lege λοιπὴ ἄρα ἡ δ.* F

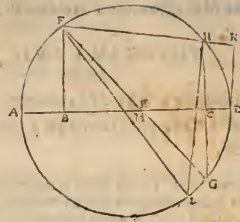
Eadem ratione, & angulus, qui ad E eſt rectus] *Græcus codex διὰ τὰ αὐτὰ καὶ μὴν πρὸς τῷ ε. lege καὶ ἡ πρὸς τῷ ε.* G

Monachus primi problematis tertij Epitagmatis.

THEOREMA LVIII. PROPOSITIO XLI.

Tribus datis rectis lineis AB, BC, CD ſi fiat vt rectangulum ABD ad LEM. XXI.
rectangulum ACD, ita quadratum ex BE ad quadratum ex EC, ſingula- A
ris proportio, & minima eſt rectanguli AED ad rectangulum BEC. Itaque dico eandem eſſe, quæ eſt quadrati ex AD ad quadratum exceſſus, quo recta linea, quæ poteſt rectangulum contentum AC, BD excedit eam, quæ poteſt contentum AB, CD.

Deſcri-



Deſcribatur circulus circa AD, & BF, CG perpendiculares ducantur. Quoniam igitur eſt vt rectangulum ABD ad rectangulum ACD, hoc eſt vt quadratum ex BF ad quadratum ex CG ita quadratum ex BE ad id, quod ex BC quadratum, erit etiam longitudine, vt BF ad CG, ita BE ad

B EG, ergo recta linea eſt, quæ per FEG tranſit, ſit FEG, & CG ad H pro-

C ducatur; iuncta vero FH producatur

19. huius. ad K, atque ad ipſam perpendicularis agatur DK. ergo per antecedens lemma rectangulum contentum AC, BD eſt æquale quadrato ex FK: rectangulum vero contentum AB, CD quadrato ex HK æquale. reliqua igitur FH eſt exceſſus, quo recta linea, quæ poteſt rectangulum contentum AC, BD excedit eam, quæ poteſt contentum AB, CD. ducatur per centrum FL, & HL iungatur. Itaq; quoniam rectus angulus FHL eſt æqualis recto BCG, & angulus ADL æqualis ei, qui ad

D G; æquiangula erunt triangula, & ideo vt LF ad FH hoc eſt vt AD ad FH, ita GB ad

E BC. ergo & vt quadratum ex AD ad quadratum ex FH, ita quadratum ex GB ad qua-

F dratum ex EC: & rectangulum GBF, hoc eſt AED ad rectangulum BEC. eſt autem

μοναχὸς rectanguli quidem AED ad rectangulum BEC ſingularis & minor proportio; FH vero eſt exceſſus, quo recta linea, quæ poteſt rectangulum contentum AC, BD, hoc eſt quadratum ex FK, excedit eam, quæ poteſt contentum AB, CD, hoc eſt quadratum

G ex HK. ergo ſingularis, & minor proportio eadem eſt, quæ quadrati ex AD ad qua-

μοναχὸς dratum exceſſus, quo recta linea, quæ poteſt rectangulum contentum AC, BD excedit eam, quæ poteſt contentum AB, CD.

COMMENTARIVS.

A Singularis proportio, & minima eſt rectanguli AED ad rectangulum BEC] *Græcus codex ὁ μοναχὸς λόγος καὶ ἐλάχιστός ἐστιν ὁ τοῦ ὑπὸ αεδ πρὸς τὸ ὑπὸ βεγ, quibus verbis quid ſignificetur, quidque per monachos, & epitagma in his lemmatibus intelligat, ſatis percipi non poteſt, cum Apollonij libris careamus, in quibus ea conſcripta ſunt.*

B Ergo recta linea eſt, quæ per FEG tranſit] *Iungatur FG ſecans rectam lineam AD in puncto M. Quoniam igitur anguli FME, GMC ad verticem ſunt æquales, & angulus ad B rectus æqualis recto ad C, erit & reliquus reliquo æqualis, & triangulum MFB triangulo*

4. ſexti. *MGC ſimile. ergo vt FB ad BM, ita GC ad CM: & permutando vt FB, ad GC, ita BM ad MC. erat autem vt FB ad GC, ita BE ad EC. quare & vt BE ad EC. ita eſt BM ad MC: & componendo vt BC ad CE, ita BC ad CM. ergo CM ipſi CE eſt æqualis, & punctum M idem, quod E recta igitur linea eſt, quæ per FEG tranſit.*

C Iuncta vero FH producatur ad K, atque ad ipſam perpendicularis agatur DK] *Græcus codex ἐπιζευχθεῖσα δὲ ἡ ζθ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ η καὶ ἀπ᾽ αὐτὴν κάθετος ἤχθω ἡ δη. ſed pro η hoc loco reponendum eſt κ, & ita inferius.*

D Et ideo vt LF ad FH, hoc eſt vt AD ad FH.] *Græcus codex ἐστιν ἄρα ὡς ἡ αζ πρὸς τὴν θζ lege ὡς ἡ λζ πρὸς τὴν θζ nam cum LF per centrum tranſeat, circuli diameter erit ipſi AD æqualis.*

E Ergo & vt quadratum ex AD ad quadratum ex FH, ita quadratum ex GE ad quadratum ex EC] *Ex 22. ſexti elementorum. Græcus codex mancus eſt, in quo legitur. καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ αδ πρὸς τὸ ἀπὸ εη πρὸς τὸ ἀπὸ εγ. lege καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ αδ πρὸς τὸ ἀπὸ θζ, οὕτως τὸ ἀπὸ εη πρὸς τὸ ἀπὸ εγ.*

F Et rectangulum GEF, hoc eſt ABD ad rectangulum BEC] *Namque vt quadratum ex GE ad quadratum ex EC, ita eſt rectangulum GEF ad rectangulum BEC, quod mox oſtendetur. ergo vt quadratum ex AD ad quadratum ex FH, ita rectangulum GEF, hoc eſt rectangulum AED ad rectangulum BEC. Quoniam enim triangulum EGC ſimile eſt triangulo EFB, vt GE ad EF, ita eſt CE ad EB. Sed vt GE ad EF, ita quadratum ex GE ad rectangulum GEF: vt autem CE ad EB, ita quadratum ex CE ad CEB rectangulum quare vt qua-*

dratum

dratum ex GB *ad rectangulum* GEF *ita quadratum ex* CB *ad rectangulum* CEB, *& permutando vt quadratum ex* GE *ad quadratum ex* BC, *ita rectangulum* GEF *ad rectangulum* CEB *Vereor tamen ne in græco codice nonnulla deſiderentur.*

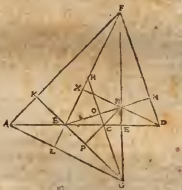
Ergo ſingularis, & minor proportio eadem eſt, quæ quadrati ex AD ad quadratum G
exceſſus, quo recta linea quæ poteſt rectangulum contentum AC, ED excedit eam, quæ poteſt contentum AB, CD] *Græcus codex* ὥστε ὁ μοναχὸς καὶ ἐλάσσων λόγος ὁ αὐτός ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς αδ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει ἡ δυναμένη τὸ ὑπὸ αβ γδ. ὅπερ *intelligendum autem* ὁ δυναμένη τὸ ὑπὸ αγ, βδ τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ αβ, γδ ὅπερ.

Monacus tertij Problematis ſecundi Epitagmatis.

THEOREMA LIX. PROPOSITIO LXII.

LEM. XXII.

Rurſus tribus datis rectis lineis AB, BC, CD, ſi fiat vt rectangulum ADB ad rectangulum ACB, ita quadratum ex DE ad quadratum ex EC, A ſingularis, & minor proportio eadem eſt, quæ quadrati rectæ lineæ conſtantis ex ea, quæ poteſt rectangulum contentum AC, BD, & ex ea, quæ a poteſt contentum AD, BC ad quadratum ex DC.



Ducatur a puncto E ipſi AD ad rectos angulos EF, & producatur, ſitq; rectangulo ADB æquale quadratum ex FD, & ipſi FD parallela ducatur GC. Quoniam igitur, B vt rectangulum ADB ad rectangulum ACB, ita eſt quadratum ex DB ad quadratum ex BC, hoc eſt quadratum ex DF ad quadratum ex C CG; atque eſt rectangulum ADB quadrato ex FD æquale: erit, & D rectangulum ACB æquale quadrato ex CG. Iungantur AF, FB, AG, GB. Itaque cum rectangulum ADB E ſit æquale quadrato ex DF, angulus BFD æquali eſt angulo FAB. eſt autem, & BGC angulus angulo F BAO æqualis. Sed & angulus BFD G angulo BHG, anguli igitur BHG, H BOH, hoc eſt ſi producatur GB angulus KBF æqualis eſt angulo LAK. quare in circulo ſunt AL, BK puncta, & per antecedens lemma anguli ad KL puncta recti ſunt. Ducatur K ad FD perpendicularis BM, & iuncta DN ad X producatur, perpendicularis L igitur eſt ad FL, & ipſi OL parallela. Rurſus autem iuncta OE producatur ad O. M ergo perpendicularis ad BN; eſt enim FD ad BM perpendicularis. Quoniam igitur N rectangulum ACB æquale eſt quadrato ex CG, erit angulus BGC angulo GAC æqualis O P Sed angulus quidem BGC æqualis eſt angulo CNB in circulo, angulus autem GAB æ- Q qualis eſt ipſi BDN in parallelis. ergo & angulus BAC angulo FDN eſt æqualis, ac R propterea rectangulum DBC æquale eſt ei, quod fit ex BN quadrato. Quoniam au- S tem in triangulo EDF acta eſt perpendicularis DNX, & inflexæ ſunt ad ipſam FN, NB, T V erit quadratorum ex FD, DB exceſſus æqualis exceſſui quadratorum ex FN, NB. ſed X exceſſus quadratorum ex FD, DB eſt ABD rectangulum. ergo & quadratorum ex FN NB exceſſus eſt idem rectangulum ABD eſt autem & rectangulum DBC æquale quadrato ex BN. quare NF poteſt rectangulum, quod AC, BD continetur. Rurſus quo- Y niam quadratorum ex NG, OB exceſſus eſt æqualis exceſſui quadratorum ex NC, CB, quadratorum autem ex NC, CB exceſſus eſt FEB rectangulum, erit quadratorum ex Z NG, GB exceſſus rectangulum BCB atque eſt rectangulum ABB æquale quadrato ex BG. ergo NG poteſt totum rectangulum, quod AD, BC continetur. Sed, & FN po- a teſt

γ teſt rectangulum contentum AC, BD. Itaque quoniam rectus eſt angulus FKG & per-
7.quinti. pendicularis AB, erit rectangulum ABB rectangulo FBG æquale. ergo vt rectangulum ABB ad rectangulum CBD, ita eſt rectangulum FBG ad rectangulum CBD, vt
δ autem rectangulum FBG ad rectangulum CBD, ita quadratum ex FG ad quadratum ex CD. & vt igitur rectangulum ABB ad rectangulum CBD, ita quadratum ex FG ad quadratum ex CD. eſtque rectanguli quidem ABB ad rectangulum CBD vnica, & mi-
ε nor proportio, recta vero linea FBG conſtat ex ea, quæ poteſt rectangulum conten-
ζ tum AC, BD, & ex ea, quæ poteſt contentum AD, BC. proportio igitur vnica, & minor, eadem eſt, quæ quadrati rectæ lineæ conſtantis ex ea, quæ poteſt rectangulum contentum AC, BD, & ex ea, quæ poteſt contentum AD, BC ad quadratum ex CD.

COMMENTARIVS.

A Rurſus tribus datis rectis lineis AB, BC, CD, ſi fiat vt rectangulum ADB ad rectangulum ACB, ita quadratum ex DE ad quadratum ex EC] *Græcus codex* ἐὰν γένηται ὡς τὸ ὑπὸ αδζ πρὸς τὸ ὑπὸ αεγ *lege* ἐὰν γένηται ὡς τὸ ὑπὸ αδβ πρὸς τὸ ὑπὸ αγβ.

B Quoniam igitur vt rectangulnm ADB ad rectangulum ACB, ita eſt quadratum ex DB ad quadratum ex BC] *Græcus codex* ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς τὸ ὑπὸ αδβ πρὸς ὑπὸ αβγ *lege* πρὸς τὸ αγβ.

C Hoc eſt quadratum ex DF ad quadratum ex CG] *Eſt enim ob ſimilitudinem triangulorum* DEF, CBG, *vt* DE *ad* EC, *ita* DF *ad* CG.

D Atque eſt rectangulum ADB quadrato ex FD æquale erit, & rectangulum ACB æquale quadrato ex CG] *Ex 14. primi libri elementorum.*

E Itaque cum rectangulum ADB æquale ſit quadrato ex DF, angulus BFD æqualis eſt angulo FAB] *Quoniam enim rectangulum* ADB *eſt æquale quadrato ex* DF, *erit, ex 17. ſexti elementorum, vt* AD *ad* DF, *ita* FD *ad* DB: *& ſunt circa angulum* ADF *latera proportionalia. triangula igitur* ADF, FDB *inter ſe ſimilia erunt: ideoque angulus* BFD *æqualis erit angulo* FAD.]

F Eſt autem & BGC angulus angulo BAG æqualis] *Rurſus quoniam rectangulum* ACB *æquale eſt quadrato ex* CG, *vt* AC *ad* CG, *ita erit* GC *ad* CB *ex eadem 17. ſexti. & circa angulum* ACG *ſunt latera proportionalia. ergo triangulum* BCG *ſimile eſt triangulo* GCA, *angulusque* BGC *angulo* CAG *æqualis.*

G Sed & angulus BFD eſt æqualis angulo BHG] *Ex 29. primi elementorum. producta nimirum* GC *neque ad* BF *in* H; *facta eſt enim* GC *ipſi* FD *parallela: Græcus codex.* ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ αζδ, *lege* ἡ ὑπὸ βζδ.

H Anguli igitur BHG, BGH, hoc eſt ſi producatur GB, angulus KBF æqualis eſt angulo LAK] *Nam cum demonſtratum ſit angulum* BFD *æqualem eſſe angulo* FAD, *itemque angulum* BGC *angulo* BAG, *erunt duo anguli* BFD, BGH, *hoc eſt duo anguli* BHG, BGH *æquales duobus angulis* FAD, BAG, *hoc eſt angulo* LAK, *qui ex his conſtat, ſed producta* GB *angulus* KBF *eſt æqualis duobus interioribus, & oppoſitis* BHG, BGH *ex 32. primi elementorum. angulus igitur* KBF *angulo* LAK *æqualis erit.*

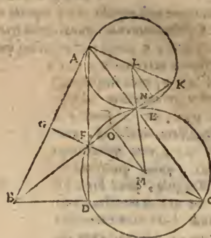
K Quare in circulo ſunt AL, BK puncta] *Quoniam enim angulus* KBF *eſt æqualis angulo* LAK *& anguli* KBF, KBL *æquales ſunt duobus rectis, erunt quadrilateri* AKBL *anguli* LAK KBL *oppoſitis duobus rectis æquales. ergo ex conuerſa 22. tertij elementorum. quattuor puncta* ALBK *in circuli circumferentia ſit neceſſe eſt.*

L Et per antecedens lemma anguli ad KL puncta recti ſunt] *Videlicet per 60. huius.*

M Et iuncta DN ad X producatur. perpendicularis igitur eſt ad FL, & ipſi GL parallela] *Hoc nos ſequenti lemmate demonſtrabimus.*

Sit triangulum acutiangulum ABC, *& ducatur perpendicularis* AD, *à puncto autem* B *ad* AC *rurſus perpendicularis ducatur* BE *ſecans* AD *in* F: *& iuncta* CF *in* G *producatur. Dico* CG *ad* AB *perpendicularem eſſe. Ducatur enim à puncto* A *ipſi* AE *ad rectos angulos* AK,
31. tertij. *& producatur* BE, *ita vt eum* AK *in* K *puncto conueniat. ſeceturque* FE *bifariam in* M, *& centro quidem* M, *interuallo autem* MF. *circulus* FEC *deſcribatur, qui tranſibit per* E: *an-*
31. tertij. *gulus enim* FEC *rectus eſt. ſimiliter ſecta* AK *bifariam in* L, *centro* L *interuallo autem* LK *alias circulus deſcribatur* ABC, *qui per* E *tranſibit. Iungatur* LM, *quæ itidem tranſibit per*
28. primi. E *punctum ex 13. tertij. Denique à punctis* LM *ad* EK *perpendiculares ducantur* LN, MO,

quæ



quæ inter ſe parallelæ erunt. æqualis igitur eſt K N *ipſi* N E, *&* E O *ipſi* O F. *Itaque quoniam angulus* M E O *eſt æqualis angulo* L E N, *aduerticem enim ſunt, & angulus* M O E *rectus æqualis recto* L N E, *erit & reliquus reliquo æqualis, & triangulum* E O M *triangulo* E N L *æquiangulum. quare vt* L E *ad* E M, *ita* N E *ad* E O, *& permutando vt* L E *ad* E N, *ita* M E *ad* E O. *ſed vt* N E *ad* E K *eius duplam, ita* O E *ad* E F *eius duplam ex æquali igitur vt* L E *ad* E K, *ita* M E *ad* E F. *& ſunt circa æquales angulos* K E L F E M *latera proportionalia. triangulum igitur* E M F *triangulo* E L K *æquiangulum eſt; & angulus* E F M *angulo* E K L *æqualis, ideoque* F M *ipſi* L K *eſt parallela. Sed* K A *perpendicularis eſt ad* E A. *ergo &* C G *ad eandem perpendicularis erit, quod oportebat demonſtrare.* 3. tertij. 4. ſexti. 6. ſexti. 29. primi

Rurſus autem iuncta G C producatur ad O, ergo perpendicularis eſt ad B N;] *Atqui prius ducta eſt* G C *cum facta ſit ipſi* F D *parallela, & producta eſt ad* B F *in* H, *alioqui non eſſet angulus* B H G *æqualis angulo* B F D, *vt dictum eſt vel igitur hæc corrupta ſunt, vel intelligendum* G C *productam ſecare ipſam* B M *ad rectos angulos, atque in puncto* O, *propterea quod* F D, *quæ ipſi parallela eſt, eadem ad rectos angulos ſecat.* N 29. primi

Eſt enim F D ad B M perpendicularis.] *Namque ducta eſt ad* F D *perpendicularis* B M. *Græcus codex habet* καὶ γὰρ ἡ ηθ ἐπὶ τῆς νβ, *ſed opinor legendum* καὶ γὰρ ἡ ζδ ἐπὶ τῆς νβ. O

Quoniam igitur rectangulum A C B æquale eſt quadrato ex C G] *Hoc enim ſuperius demonſtratum fuit.* P

Erit angulus B G C angulo G A C æqualis] *Qua ratione hoc ſequitur nos proxime explicauimus.* Q

Sed angulus quidem B G C æqualis eſt angulo C N B, in circulo] *Quomodo anguli* B G C, C N B *æquales ſint in circulo conſiderare poſſumus. namque, & aliter idem oſtendere producatur* N C *vſque ad* B G *in* P. *& quoniam in triangulo* B G N *ductæ ſunt perpendiculares, ad* B N *quidem* G O *ad* N G *vero* B E, *erit ex ijs, quæ proxime demonſtrata ſunt,* N C P, *ad* B G *perpendicularis quare angulus* C P G *rectus eſt æqualis recto* C O N, *atque eſt* P C G *angulus æqualis angulo* O C N *cum ſint aduerticem; reliquus igitur* P G C *reliquo* O N B *eſt æqualis.* R

Angulus vero G A B æqualis eſt ipſi B D N in parallelis] *Ex 29. primi eſt enim* A G *ipſi* D N *parallela quod ſupra demonſtrauit.* S

Ac propterea rectangulum D B C æquale eſt ei, quod fit ex B N quadrato] *Quoniam enim angulus* B N C *æqualis eſt angulo* B D N, *vt oſtenſum fuit, atque eſt angulus* N B C *vtrique communis, erit, & reliquus* B C N *reliquo* B N D *æqualis, & triangulum* B N C *æquale triangulo* B D N. *ergo vt* B D *ad* B N, *ita eſt* N B *ad* B C: *& ob id rectangulum* D B C *eſt æquale quadrato ex* B N. *Græcus codex* τὸ ἄρα ὑπὸ βδγ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ βν τετραγώνῳ *lege* τὸ ἄρα ὑπὸ δβγ. T

Quoniam autem in triangulo B D F acta eſt perpendicularis D N X, & inflexæ ſunt ad ipſam F N, N B, erit quadratorum ex F D, D B exceſſus æqualis exceſſui quadratorum ex F N, N B] *Eſt enim quadratum ex* F D *æquale duobus quadratis ex* F X, X D, *& quadratum ex* D B *æquale quadratis ex* B X, X D *quare ſublato communi quadrato ex* D X, *erit exceſſus, quo quadratum ex* F D *ſuperat quadratum ex* D B *idem, quo quadratum ex* F X *ſuperat quadratum ex* B X *& ſimili ratione exceſſus, quo quadratum ex* F N *ſuperat quadratum ex* N B *idem quo quadratum ex* F X *ſuperat quadratum ex* B X. *exceſſus igitur quadratorum ex* F D, D B *eſt idem ſiue æqualis exceſſui quadratorum ex* F N, N B. V

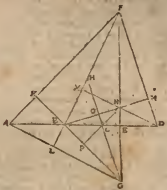
Sed exceſſus quadratorum ex F D, D B eſt A B D rectangulum] *Poſitum eſt enim quadratum ex* F D *æquale rectangulo* A D B, *rectangulum autem* A D B *æquale eſt rectangulo* A B D *vna cum quadrato ex* B D *ex tertia ſecundi elementorum, quadratum igitur ex* F D *ſuperat quadratum ex* B D *rectangulo* A B D. X

Quare N F poteſt rectangulum, quod A C, B D continetur] *Quoniam enim quadratorum ex* F N, N B *exceſſus eſt rectangulum* A B D, *& quadratum ex* B N *eſt æquale rectangulo* D B C, *erit quadratum ex* F N *æquale rectangulo* A B D *vna cum* D B C *rectangulo. ſed rectan-* Y

gulo

gulo ABD *vnà cum rectangulò* DBC *æquale eſt rectangulum, quod* AC, BD *continetur ex prima ſecundi libri elementorum. quadratum igitur ex* FN *eſt æquale rectangulo contento* AC, BD *ideoque recta linea* FN *poteſt rectangulum quod* AC, BD *continetur.*

Z Quadratorum autem ex NC, CB exceſſus eſt BCR rectangulum] *Quoniam enim triangulum obtuſiangulum eſt* NBC, *& a puncto* N *ad* BC *protractam ducta eſt. perpendicularis* NE, *erit quadratum ex* NC *minus, quam quadrata ex* NB, BC, *rectangulo, quod bis* EBC *continetur, vt nos demonſtrauimus ad 13. ſecundi libri elementorum. ergo quadratum ex* NC *vna cum rectangulo, quod bis* EBC *continetur eſt æquale quadratis ex* NB, BC; *hoc eſt æquale rectangulo* DBC, *& ei quod fit ex* BC *quadrato. demonſtratum etenim eſt rectangulum* DBC *quadrato ex* NB *æquale eſſe. ſed rectangulo* DBC *eſt æquale rectangulum* DCB *vna cum quadrato ex* BC *per 3. ſecundi elementorum, rectangulo autem* EBC *eſt æquale rectangulum* ECB *vna cum*

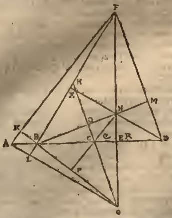


quadrato ex BC. *quadratum igitur ex* NC *vnà cum duobus quadratis ex* BC, *& eo, quod bis* BCB *continetur eſt æquale duobus quadratis ex* BC, *& rectangulo* DCB. *quare ſublatis vtrinque duobus quadratis ex* BC. *erit reliquum quadratum ex* NC *vna cum eo, quod bis* BCB *continetur, æquale rectangulo* DBC. *vel igitur* BC *eſt æqualis* BD, *vel maior, vel minor. Sit primum æqualis, vt in prima figura, & quoniam rectangulo* DCB *æquale eſt rectangulum* ECB *vna cum eo, quod* BD, BC *continetur, hoc eſt vna cum quadrato ex* BC, *ſublato ex vtriſque rectangulo* ECB, *erit quadratum ex* NC *vna cum rectangulo* ECB *æquale quadrato ex* BC. *exceſſus igitur quadratorum ex* NC, CB *eſt rectangulum* ECB. *ſed ſit* BC *maior, quam* BD, *vt in ſecunda figura, & ipſi* DB *addatur* BQ, *ita vt* DQ *ſit æqualis* BC, *& ipſi* QE *æqualis ponatur* BR. *Dico quadratorum ex* NC, CB *exceſſum eſſe rectangulum* RCB.

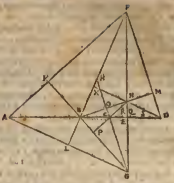
1. ſecundi

Quoniam enim quadratum ex NC *vna cum eo, quod bis* BCB *continetur, eſt æquale rectangulo* DCB *vt proxime demonſtratum eſt; rectangulo autem* DCB *æquale eſt rectangulum* QCB, *vna cum eo, quod continetur* DQ, *&* BC, *hoc eſt vnà cum quadrato ex* BC; *& rectangulò* BCB *æquale eſt rectangulum* QCB, *& id, quod* BQ, BC *continetur, ſublato communi* QCB *rectangulo erit* B *quadratū ex* NC *vna cum rectangulo* ECB, *& eo quod continetur* BQ, BC *æquale ei quod ex* BC *quadrato, ſed rectangulum* RCB *eſt æquale rectangulo* ECB, *& ei quod* BQ, *hoc eſt* RB, *&* CB *continetur. quadratū igitur ex* BC *ſuperat quadratū ex* NC, *rectangulo* RCB, *ideoque rectangulum* RBC *eſt exceſſus quadratorum ex* NC, CB. *Poſtremo ſit* BC *minor, quam* BD, *& ab ipſa* BD *abſcindatur* DQ *æqualis* BC, *ponaturque* BR *ipſi* BQ *æqualis, & ipſi* CB *æqualis* BS, *erit* QS *æqualis ipſi* CR, *& rectangulum* BCB *æquale ei, quod bis* BCB *continetur. Dico rurſus quadratorum ex* NC, CB *exceſſum eſſe rectangulum* RCB.

4. ſecundi



Quo-



Quoniam enim rurſus quadratum ex N C vna cum eo, quod bis continetur E C B hoc eſt vna cum rectangulo S C B æquale eſt rectangulo D C B & rectangulo D C B eſt æquale rectangulum Q B E vna cum eo, quod D Q & B C continetur, hoc eſt vna cum quadrato ex B C, rectangulo autem S C B eſt æquale rectangulum Q C B, & id, quod S Q & B C continetur, ſublato communi rectangulo Q C B, relinquitur quadratum ex N C vna cum eo, quod Q S, C B continetur, hoc eſt vna cum rectangulo R C B æquale quadrato ex B C. quadratorum igitur ex N C, C B exceſſus eſt rectangulum R C E.

Atque eſt rectangulum A E B æquale quadrato ex B G] Rurſus quoniam B C G triangulum obtuſiangulum eſt, & ad B C protractum ducitur perpendicularis G E, erit quadratum ex G C minus quam quadrata ex C B, B G, rectangulo, quod bis E B C continetur; ergo quadratum ex G C vna cum rectangulo, quod bis continetur E B C æquale eſt quadratis ex C B, B G. Sed quadrato ex G C æquale erat rectangulum A C E, rectangulo autem A C E eſt æquale rectangulum A B C vna cum quadrato ex B C. ergo rectangulum A B C vna cum quadrato ex B C, & eo quod bis E B C continetur eſt æquale quadratis ex C B, B G. dempto igitur communi quadrato ex B C, relinquere rectangulum A B C vna cum eo, quod bis continetur E B C æquale eſt quadrato ex B G. Quod ſi A E ſit æqualis E B, ſitque B E ipſius C E dupla, vt in prima figura apparet, rectangulum A E B quadrato ex B G æquale erit, cum ſit æquale rectangulo A B C, vna cum eo, quod bis E B C continetur. illud vero nos hoc modo demonſtrabimus eſt enim rectangulum A E B æquale rectangulo A B E vna cum quadrato ex E B, & rectangulum A B E æquale rectangulo A B C, vna cum, quod fit ex A B & C E. Rurſus quadrato ex E B æqualia ſunt quadrata ex B C, C E vna cum eo, quod bis B C E continetur. At ex altera parte rectangulum bis contentum E B C eſt æquale ei, quod bis B C E continetur, & duobus quadratis ex B C. quorum rectangulum A B C, & id quod bis continetur E B C, quadratumque ex B C vtriſque communia ſunt. reliquum eſt, vt oſtendamus rectangulum, quod fit ex A B, C E vna cum quadrato ex E C æquale eſſe ei, quod ex C B quadrato ſecetur B C bifariam in puncto Q. Itaq; quoniam B C bifariam ſecta eſt in Q atque ipſi adijcitur Q E, erit rectangulum B E C vna cum quadrato ex C Q æquale quadrato ex Q E. ſed rectangulo quidem B E C eſt æquale illud, quod fit ex A B, C E, quadrato autem ex C Q æquale quadratum ex C E, & denique quadrato ex Q E, æquale ex B C quadratum; namque poſita eſt A E æqualis E B, & B C ipſius C E dupla. rectangulum igitur quod fit ex A E, C E vna cum quadrato ex E C æquale eſt quadrato ex C B, ideoque rectangulum A E B eſt æquale rectangulo A B C vna cum eo, quod bis E B C continetur, hoc eſt æquale quadrato ex B G quod oſtendendum erat. Videtur autem Pappi demonſtratio congruere in eo tantum caſu, in quo A E, E B æquales ſunt, itemque æquales inter ſe B C, E D, & ipſius C E dupla, vt in prima figura.

Ergo N G poteſt totum rectangulum, quod A D, E C continetur] Quoniam enim rectangulum E B C eſt exceſſus quadratorum ex N G, G B, erit quadratum ex N G æquale rectangulo A E B dempto ex eo prius E B C rectangulo, quod quidem eſt æquale rectangulo quod A D, B C continetur hoc eſt rectangulum contentum A D, B C vna enim rectangulo E C B eſt æquale rectangulo A E B, vt demonſtrabitur eſt enim ex antedictis rectangulum A E B æquale & rectangulo A B C vna cum eo, quod fit ex A B, C E, & quadratis ex B C, C E vna cum rectangulo, quod bis B C E continetur. Rurſus rectangulum contentum A D, B C eſt æquale rectangulo A B C, quadratoque ex B C, & rectangulo E C B, vna cum eo, quod E D, B C continetur, hoc eſt vna cum quadrato ex B C. quibus addatur exceſſus, videlicet rectangulum E B C. eorum autem omnium rectangulum quidem A B C, quadratumque ex B C, & id, quod bis E B C continetur vtriſque ſunt communia, rectangulum vero, quod à continetur E C B vna cum quadrato ex B C iam demonſtratum fuit æquale quadrata ex B C. quare omnia omnibus æqualia ſunt. ex quibus ſequitur quadratum ex N G æquale eſſe rectangulo, quod fit ex A D, B C, propterea que ipſam N G poſſe rectangulum, quod A D, B C continetur.

Itaque quoniam rectus eſt angulus F K G, & perpendicularis A E, erit rectangulum

A E B ro-

ABE rectangulo FEG æquale] *Nam cum angulus ad K rectus ſit æqualis recto ad E, & angulus KBA ad verticem æqualis angulo EBG, erit & reliquus reliquo æqualis, & triangulum AKB ſimile triangulo GEB. ſed & triangulum ABF ſimile eſt triangulo AKB, eſt enim angulus KAB vtrique communis, & rectus AEF æqualis recto AKB, quare & reliquus reliquo æqualis. triangulum igitur AEF ſimile eſt triangulo GEB, & vt AE ad EF, ita eſt GE ad EB, ideoque rectangulum AEB æquale eſt rectangulo FEG.*

ᵹ Vt autem rectangulum FEG ad rectangulum CED, ita quadratum ex FG ad quadratum ex CG] *Quoniam enim rectæ lineæ FD, GC parallelæ ſunt, & in ipſas incidit FG, angulus EFD æqualis eſt angulo EGC, eſtque angulus FED rectus æqualis recto GEC. ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum EFD triangulo EGC ſimile. vt igitur FE ad EG, ita eſt DE ad EC: & permutando, vt FE ad ED, ita GE ad EC, quare ex 12. quinti. vt FE ad ED, ita FG ad CD. Rurſus quoniam vt FE ad EG, ita DE ad EC, erit ex 1. diffin. ſexti rectangulum FEG ſimile rectangulo DEC. ſimilia autem polygona in dupla ſunt proportione homologorum laterum. ergo rectangulum FEG ad rectangulum DEC duplam habet proportionem eius, quæ eſt FE ad ED, hoc eſt FG ad CD. ſed & quadratum ex FG ad quadratum ex CD duplam proportionem habet eius, quæ eſt FG ad CD. Vt igitur rectangulum FEG ad rectangulum CED, ita eſt quadratum ex FG ad quadratum ex CD. Græcus codex* ὡς δὲ τὸ ὑπὸ ζεη πρὸς τὸ ὑπὸ γεδ, οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς γδ. *lege* οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς ζη πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς γδ.

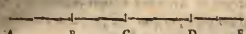
ε Recta vero linea FEG conſtat ex ea, quæ poteſt rectangulum contentum AC, BD, & ex ea, quæ poteſt contentum AD, BC] *Græcus codex* ἡ δὲ εζη ἡ συγκειμένη ἐκ τε τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ αβ. γδ. *lege* ἡ δὲ ζεη ἡ συγκειμένη ἔκ τε τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ αγ, βδ καὶ τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ αδ, βγ.

ζ Proportio igitur vnica, & minor eadem eſt, quæ quadrati rectæ lineæ conſtantis ex ea, quæ poteſt rectangulum contentum AC, BD, & ex ea, quæ poteſt contentum AD, BC ad quadratum ex CD] *Græcus codex* ὁ ἄρα ἐστὶ μοναχὸς καὶ ἐλάσσων λόγος, ὁ αὐτός ἐστι τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ αγ, εδ, καὶ τῆς τὸ ὑπὸ αβ, γδ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς κδ. *lege* ἄρα ἐστὶ μοναχὸς καὶ ἐλάσσων λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ αγ, βδ, καὶ τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ αδ, βγ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς γδ.

In tertium Epitagma tertij Problematis.

THEOREMA LX. PROPOSITIO LXIII.

LEM. XXIII. Sit AB quidem æqualis CD, rectangulum autem BEC rectangulo AED
A maius. Dico rectangulum BAC ſuperare rectangulum AED ipſo BDC rectangulo.



B Quoniam enim rectangulum BEC æquale eſt & rectangulo
C BCE, & quadrato ex EC, hoc eſt
D & rectangulo CED vna cum rectangulo ECD; rectangulũ autẽ BCE vna cũ BCD rectãgulo totũ
E F eſt regulũ quod BD, CE continetur, hoc eſt rectangulum ACE: erit rectangulum BEC æ-
G quale rectanguloque ACE, & rectangulo CED. Sed rectangulum ACE æquale eſt &
H rectangulo, quod continetur AC, ED, & rectangulo ACD; rectangulum vero contentum AC, ED vna cum rectangulo CED totum eſt AED rectangulum. factum igitur eſt
K rectangulum BEC æquale rectanguloque AED, & rectangulo ACD, quod eſt rectangulum BDC, quare BEC rectangulum ſuperat rectangulum AED rectangulo BDC.

COMMENTARIVS.

A Dico rectangulum BEC ſuperare rectangulum AED ipſo BDC rectangulo] *Græcus codex* ὅτι τὸ ὑπὸ βεγ τοῦ ὑπὸ αεδ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ βγδ. *lege* τῷ ὑπὸ βδγ.

Quo-

Quoniam enim rectangulum BBC æquale eſt & rectangulo BCE, & quadrato ex BC] *Ex 3. ſecundi elementorum.* B

Hoc eſt & rectangulo CBD vna cum rectangulo BCD] *Ex 2. eiuſdem.* C

Rectangulum autem BCE vna cum BCD rectangulo totum eſt rectangulum, quod BD, CE continetur] *Ex primi eiuſdem.* D

Hoc eſt rectangulum ACE] *Quoniam enim* AB *eſt æqualis* CD, *addita vtrique communi* BC, *erit* AC *ipſi* BD *æqualis. ergo rectangulum* ACE *eſt æquale ei, quod* BD, CE *continetur.* E

Erit rectangulum BEC æquale rectanguloque ACE, & rectangulo CED] *Græcus codex* τὸ ἄρα ὑπὸ βεγ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ γαε, καὶ τῷ ὑπὸ γεδ. *lege* τῷ τε ὑπὸ αγε καὶ τῷ ὑπὸ γεδ. F

Sed rectangulum ACE æquale eſt, & rectangulo, quod continetur AC, ED, & rectangulo ACD] *Ex prima ſecundi elementorum. Græcus codex* ἀλλά τὸ μὲν ὑπὸ βγε ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ αγ, εδ καὶ τῷ ὑπὸ αγ, γε *lege* ἀλλα τὸ μὲν ὑπὸ αγε ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ αγ εδ καὶ τῷ ὑπὸ αγ, γδ. G

Rectangulum vero contentum AC, ED vna cum rectangulo CED totum eſt AED rectangulum] *Ex eadem.* H

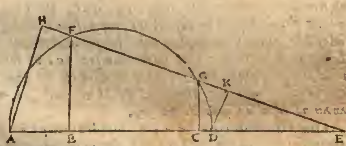
Quod eſt rectangulum BDC] *Eſt enim* BD *ipſi* AC *æqualis, vt ſuperius dictum eſt. Græcus codex* ὅ ἐστι τὸ ὑπὸ βα, δγ *lege* τὸ ὑπὸ βδ, δγ. K

Monachus tertij problematis.

THEOREMA LXI. PROPOSITIO LXIV.

LEM XXIV.

Tribus datis rectis lineis AB, CD, DE, ſi fiat vt rectangulum ABD ad rectangulum ACD, ita quadratum ex BE ad quadratum ex EC, ſingularis & maxima proportio eſt rectanguli AED ad rectangulum BEC. A
Dico eandem eſſe, quæ quadrati ex AD ad quadratum rectæ lineæ, quæ componitur ex ea, quæ poteſt rectangulum contentum AC, BD, & ex ea, quæ poteſt contentum AB, CD. B



Deſcribatur in recta linea AD ſemicirculus AF, GD: & ad rectos angulos ipſi AD agantur BF, CG. Quoniam igitur factum eſt vt ABD rectangulum ad rectangulum ACD, ita quadratum ex BB ad quadratum ex EC; rectãgulo autem ABD æquale eſt in ſemicirculo quadratum ex BF, & rectangulo ACD æquale quadratum ex CG: erit vt quadratum ex BF ad quadratum ex CG, ita quadratum ex BB ad id, quod fit ex EC quadratum, & longitudine vt BF ad CG, ita BB ad EC: ſuntque BF, CG parallelæ. ergo recta linea eſt, quæ per FGB trãſit. & producatur, atque ad ipſam agantur perpendiculares AH, DK. Quoniam igitur ſingularis & maxima proportio eſt rectanguli AED ad rectangulũ BEC, rectangulum autem FBG rectangulo AED eſt æquale; erit ſingularis & maxima proportio eãdem, quæ rectanguli FEG ad rectangulum BEC. vt autem rectangulum FBG ad rectangulum BBC, ita eſt ob lineas parallelas quadratum ex GE ad quadratum ex EC; hoc eſt quadratum ex AE ad quadratum ex EH, in circulo enim ſunt puncta HA, CG, cum anguli ad HG recti ſint. Vt autem quadratum ex AE ad quadratum ex BH, ita eſt quadratum ex AD ad quadratum ex HK ob parallelas. ſingulari igitur, & maxima proportio eſt quadrati ex DA ad quadratum ex HK. ſed HG quidem poteſt rectangulum contentum AC, BD, GK verò poteſt, quod AB, CD continetur. quare ſingularis, & maxima proportio eadem eſt, quæ quadrati ex AD ad quadratum rectæ lineæ, quæ

C D E F G H K L M N O P

cum-

componitur ex ea, quæ p teſt rectangulum contentum A C, B D, & ea, quæ poteſt id, quod A B, C D continetur.

COMMENTARIVS.

A Tribus datis rectis lineis A B, C D, D E, ſi fiat vt rectangulum A B D ad rectangulum A C D, ita quadratum ex B E ad quadratum ex E C] *Græcus codex habet* τριῶν δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν αβ, γδ, εζ προστιθεμένης τινὸς, ἐὰν γένηται ὡς τὸ ὑπὸ αβδ πρὸς τὸ ὑπὸ αγδ. οὕτω τὸ ἀπὸ βε πρὸς τὸ ἀπὸ εδα. *ſed legendum vt opinor* τριῶν δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν αβ γδ, δε, ἐὰν γένηται ὡς τὸ ὑπὸ αβδ πρὸς τὸ ὑπὸ αγδ, οὕτω τὸ ἀπὸ βε πρὸς τὸ ἀπὸ εγ. *Verba autem* καὶ προστιθεμένης τινὸς, *tamquam ſupernacauea, & ab aliquo addita omiſſimus.*

B Dico eandem eſſe, quæ quadrati ex A D ad quadratum rectæ lineæ, quæ componitur ex ea, quæ poteſt rectangulum contentum A C, B D, & ex ea, quæ poteſt contentum A B, C D] *Græcus codex* λέγω δὴ ὅτι ὁ αὐτὸς ἐστι τῷ ἀπὸ τῆς αδ πρὸς ἀπὸ τῆς συγκειμένης ὄντι τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ τῶν αε βδ, καὶ τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ αβ γδ. *lege* ὄντι τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ τῶν αγ βδ, καὶ τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ αβ γδ.

C Quoniam igitur factum eſt vt A B D rectangulum ad rectangulum A C D, ita quadratum ex B E ad quadratum ex E C] *Græcus codex man cus, quem nos ita reſtituimus.* ἐπεὶ οὖν γέγονεν ὡς τὸ ὑπὸ αβδ πρὸς τὸ ὑπὸ αγδ οὕτω τὸ ἀπὸ βε πρὸς τὸ ἀπὸ εγ.

D Rectangulo autem A B D æquale eſt in ſemicirculo quadratum ex B F, & rectangulo A C D æquale quadratum ex C G] *Ex 8. & 17. ſexti libri elementorum, eſt enim* B F *media proportionalis inter* A B, B D; *itemque* C G *media proportionalis inter* A C, C D.

E Et longitudine vt B F ad C G, ita B E ad E C] *Ex 22. ſexti. Græcus codex tantum habet,* καὶ μήκει *nos autem perſpicuitatis cauſſa ita vertendum cenſuimus.*

F Ergo recta linea eſt, quæ per F G E tranſit] *Ex lemmate quod nos in 41. huius oſtendimus.*

G Rectangulum autem F E G rectangulo A E D eſt æquale] *Ex corollario 36. tertij elementorum. Græcus codex* ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ζεη ὁ ἄρα *&c. ſed legendum* ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ζεη ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ αεδ. ὁ ἄρα &c.

H Erit ſingularis, & maxima proportio eadem, quæ rectanguli F E G ad rectangulum B E C] *Græcus codex* ὁ ἄρα μοναχὸς καὶ μέγιστος λόγος ὁ αὐτὸς ἐστὶ τῷ τῶ ζεη πρὸς τὸ ὑπὸ βεγ *lege* ὁ αὐτὸς ἐστὶ τῷ τῶ ὑπὸ ζεη πρὸς τὸ ὑπὸ βεγ.

K Vt autem rectangulum F E G ad rectangulum B E C, ita eſt ob lineas parallelas quadratum ex G E ad quadratum ex E C] *Sunt enim rectangula* F E G, B E C *interſe ſimilia, cum ob ſimilitudinem triangulorum* F E B, G E C, *vt* F E *ad* E G, *ita ſit* B E *ad* E C. *rectæ lineæ autem figuræ ſimiles in dupla ſunt proportione homologorum laterum. ergo rectangulum* F E G *ad rectangulum* B E C *duplam habet proportionem eius, quam* G E *habet ad* E C, *ſed & eandem habet quadratum ex* G E *ad quadratum ex* E C. *vt igitur rectangulum* F E G *ad rectangulum* B E C, *ita eſt quadratum ex* G E *ad id, quod ex* E C *quadratum. Græcus autem codex corruptus & mancus eſt qui ita reſtituetur.* ὡς δὲ τὸ ὑπὸ ζεη πρὸς τὸ ὑπὸ βεγ, οὕτως ἐστι μὲν παραλλήλων τὸ ἀπὸ ηε πρὸς τὸ ἀπὸ εγ.

L Hoc eſt quadratum ex A E ad quadratum ex E H] *Ob triangulorum* A E H, G E C *ſimilitudinem nam cum puncta* H A, C G *ſint in circulo, erit angulus* A H E *in ſemicirculo rectus æqualis recto* G C E; *eſtque angulus ad* E *vtriq; communis. reliquus igitur* H A E *reliquo* C G E *æqualis, & triangulum triangulo ſimile erit quare vt* G E *ad* E C, *ita* A E *ad* E H, *& vt quadratum ex* G E *ad quadratum ex* E C, *ita quadratum ex* A E *ad quadratum ex* E H. *Græcus codex* τοῦτ' ἐστι τὸ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ἀπὸ εδ *lege* πρὸς τὸ ἀπὸ εθ.

M In circulo enim ſunt puncta H A C G. cum anguli ad H G recti ſint] *Ex conuerſa 22 tertij elementorum. quoniam enim quadrilateri* H A, C G *anguli ad* H G *recti ſunt, erunt reliqui duobus rectis æquales.*

N Vt autem quadratum ex A E ad quadratum ex E H, ita eſt quadratum ex A D ad quadratum ex H K ob parallelas] *Nam cum* D K *ſit perpendicularis ad* H E, *erit angulus* D K E *ex tertior æqualis interiori, & oppoſito* A H E. *quare* D K *parallela eſt ipſi* A H; *& triangulum* K E D *ſimile triangulo* A E H. *vt igitur* A E *ad* E H, *ita* D E *ad* E K. *& quoniam vt tota ad totam, ita pars ad partem. erit & reliqua* A D *ad reliquam* H K, *vt* A E *ad* E H, *& ideo quadratum ex* A D *ad quadratum ex* H K *eſt vt quadratum ex* A E *ad quadratum* E H.

O Singularis igitur & maxima proportio eſt quadrati ex D A ad quadratum ex H K] *Græcus codex* ὁ ἄρα μοναχὸς καὶ μέγιστος λόγος ἐστὶν ὁ τῶ ἀπὸ δα πρὸς τὸ ἀπὸ θη. *lege* πρὸς τὸ ἀπὸ θκ *& ita ſupra.*

Sed

Sed HG quidem poteſt rectangulum contentum AC, BD, GK vero poteſt quod AB, CD continetur] *Ex 59. huius græcus codex* ἡ δὲ θκ ἐστιν ἡ δυναμένη τό τε ὑπὸ τῶν αγ, βδ, καὶ τὸ ὑπὸ αβγ. *legendum autem vt opinor* ἡ δὲ θη ἐστιν ἡ δυναμένη τὸ ὑπὸ τῶν αγ, βδ, καὶ ἡ ηκ ἐστιν ἡ δυναμένη τὸ ὑπὸ αβ, γδ. E

DE DETERMINATA SECTIONE.

Primus liber de determinata ſectione habet problemata ſex, præcepta ſexdecim, determinationes quinque, quarum maximæ quidem quattuor, minima vero vna, & ſunt maximæ hæc videlicet ea, quæ ad ſecundum præceptum ſecundi problematis, & quæ ad tertium quarti problematis, & ad tertium quinti, & ad tertium ſexti. minima autem, quæ ad tertium præceptum tertij problematis.

Secundus liber habet problemata tria, præcepta nouem, & determinationes tres, minimæ quidem duæ, maxima vero vna, & ſunt minimæ, quæ ad tertium præceptum primi problematis, & quæ ad tertium ſecundi maxima autem, quę ad tertij problematis.

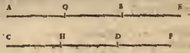
INCLINATIONVM LIBER PRIMVS.

LEMMA vtile ad primum problema.

THEOREMA LXII. PROPOSITIO LXV.

LEM. I.

Sit AB maior, quam CD, & rectangulum AEB rectangulo CFD æquale. Dico AE maiorem eſſe, quam CF.



Secetur vtraque ipſarum bifariam in punctis GH. manifeſto conſtat GB maiorem eſſe, quam HD. Itaque quoniam rectangulum AEB æquale eſt rectangulo CFD, & quadratum ex GB quadrato ex HD maius; erit rectangulum AEB vna cum quadrato ex GB maius rectangulo CFD vna cum quadrato ex HD. ſed rectangulum quidem AEB vna cum quadrato ex GB æquale eſt quadrato ex GE, rectangulum vero CFD vna cum quadrato ex HD æquale quadrato ex HF. quadratum igitur ex GE quadrato ex HF eſt maius. & ob id recta linea GE maior, quam recta HF. eſt autem & AG maior, quam CH, ergo tota AE, maior, quam tota CF. ſim iter autem, & ſi minor ſit AB, quam CD; rectangulum AEB rectangulo CFD æquale, erit tota AE, quam tota CF minor. A B

COMMENTARIVS.

Erit rectangulum AEB vna cum quadrato ex GB maius rectangulo CFD vna cum quadrato ex GD] *Græcus codex* μεῖζον ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ αεβ μετὰ τοῦ ἀπὸ θδ. *ſed legendum* μετὰ τοῦ ἀπὸ ηβ, τοῦ ὑπὸ γζδ μετὰ τοῦ ἀπὸ θδ. A

Sed rectangulum quidem AEB vna cum quadrato ex GB æquale eſt quadrato ex GE] *Ex 6. ſecundi libri elementorum.* B

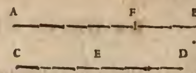
THEOREMA LXIII. PROPOSITIO LXVI.

LEM. II.

Sit AB maior, quam CD, & ſecetur CD bifariam in puncto E. Conſtat igitur fieri poſſe, vt ad rectam lineam AB applicetur rectangulum æquale rectangulo CED. etenim rectangulum CED quadrato ex CE eſt æquale, & quadratum ex CE minus quadrato dimidiæ ipſius AB. Appli-

cetur, ſitque rectangulum AFB, & AF ſit maior, quam FB. Rurſus igitur conſtat maiorem eſſe AF, quam CE; & BF minorem, quam ED.

A Eſt enim AF maior, quam dimidia maioris, & CE minoris eſt dimidia.
B vt autem AF ad CE, ita ED ad FB.
C minor igitur eſt FB, quam ED. quod demonſtrare oportebat.



COMMENTARIVS.

A Eſt enim AF maior, quam dimidia maioris, & CE minoris eſt dimidia] *Græcus codex* ἡ μὲν γὰρ αζ τῆς μείζονος ἐστιν ἡ μίσεια, ἡ δὲ γε τῆς ἐλάττονος ἡ μισείας. *ego, vel ita legendum puto, vel in hanc ſententiam* ἡ μὲν γὰρ αζ τῆς μείζονος μείζων ἐστιν ἢ ἡμίσεια, ἡ δὲ γε τῆς ἐλάττονος ἐστιν ἡμίσεια.

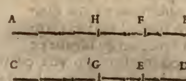
B Vt autem AF ad CE, ita ED ad FB] *Rectangulum namque* AFB *ponitur æquale rectangulo* CED. *ergo vt* AF *ad* CE, *ita* ED *ad* FB, *& cum* AF *ſit maior, quam* CE, *erit, &* ED, *quam* FB *maior, ex ijs, quæ demonſtrauimus in 16. quinti elementorum.*

C Minor igitur eſt FB, quam ED] *Hæc nos addidimus perſpicuitatis cauſa.*

THEOREMA LXIV. PROPOSITIO LXVII.

LEM. III. Sit rurſus AFB rectangulum rectangulo CED æquale, & AB minor,
A quam CD: ſitque DE minor, quam EC, & BF minor quam FA. Dico
B & AF minorem, quam CE, & FB, quam ED maiorem eſſe.

C Secentur AB, CD bifariam in punctis HG. minor igitur eſt AH, quam CG, & quadratum ex AH quadrato ex CG minus.
D Sed quadratum quidem ex AH eſt æquale rectanguloque AFB & quadrato ex HF: quadratum vero ex CG æquale rectanguloque CED, & quadrato ex GE. ergo rectangulum AFB vna cum quadrato ex HF minus eſt rectangulo CED vna cum quadrato ex GE, quorum rectangulum AFB ponitur æquale rectangulo CED, reliquum igitur quadratum ex HF quadrato ex GE eſt minus, & ob id recta linea HF minor, quam ipſa GE. erat autem & AH minor,
E quam CG. tota igitur AF, quam tota CE, eſt minor, & reliqua FB maior, quam reliqua ED.



COMMENTARIVS.

A Sitque DE minor, quam EC, & BF minor, quam FA] *Græcus codex*. καὶ ὅτι ἐλάσσων μὲν ἡ δὲ τῆς εγ ἐστι δὲ ἡ βζ τῆς ζα *ſed forte legendum erit*. καὶ ἐστι ἐλάσσων μὲν δε τῆς εγ ἡ δὲ βζ τῆς ζα.

B Dico & AF minorem, quam CE, & FB, quam ED maiorem eſſe] *Græcus codex* ὅτι καὶ ἡ αζ τῆς γε ἐλάσσων ἐστί, *ſed hæc addenda ſunt, vt opinor*, ἡ δὲ ζβ τῆς εδ μείζων. *In concluſione enim vtraque inferuntur.*

C Minor igitur eſt AH quam CG, & quadratum ex AH quadrato ex CG minus] *Græcus codex* ἐλάσσων ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ αθ τῆς γη ἔστω καὶ τὸ, *&c. ſed verbum illud* ἔστω *delendum puto, tamquam ſuperuacaneum.*

D Sed quadratum quidem ex AH eſt æquale rectanguloque AFB & quadrato ex HF, quadratum vero ex CG æquale rectanguloque CED, & quadrato ex GE] *Græcus codex* ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ αζ ἄρα ἴσον ἐστὶ πρὸς τὸ ὑπὸ γεδ καὶ τῷ ὑπὸ ηε. *ſed corruptus eſt, &*

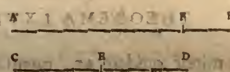
mancus

maneus, qui fortaſſe ita reſtituentur ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ αθ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ αζβ καὶ τὸ ἀπὸ θζ; τὸ δὲ ἀπὸ γη ἴσον τῷ τε ὑπὸ γεδ, καὶ τὸ ἀπὸ ηε.

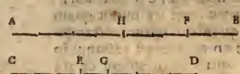
Et reliqua FB maior, quam reliqua ED] *Græcus codex* ἡ δὲ λοιπὴ τῆς λοιπῆς μείζων. E
Sed nos perſpicuitatis cauſſa ita vertendum duximus.

THEOREMA LXV. PROPOSITIO LXVIII.

Sit rurſus AB maior, quam CD, & ſecetur CD in puncto E, ita vt DE non ſit minor, quam EC. manifeſtum eſt fieri poſſe, vt rectangulo CED A æquale applicetur ad rectam lineam AB deficiens quadrata figura. Quoniam enim DE non eſt minor quam EC, vel ipſi æqualis erit, vel maior, & ſi quidem æqualis rectangulum CED minus eſt quadrato, quod fit a B dimidia ipſius AB. Si autem maior, multo minus erit, etenim minus eſt eo quod a dimidia ipſius CD efficitur. poteſt igitur rectangulo CED æquale C deficienſque quadrata figura ad rectam lineam AB applicari. Itaque applicetur, & ſit rectangulum AFB. & ipſius AB maior portio ſit AF. Dico D FB minorem eſſe, quam CE.



Quoniam enim DE non eſt minor, quã EC, vel æqualis erit, vel maior, ſit primum æqualis, & cum AB ſit maior, quam CD, ſitque AF quidem maior, quam dimidia ipſius AB, DE vero ipſius CD dimidia, erit AF maior, quam DE: atque E eſt vt AF ad DE, ita CE ad FB. maior igitur eſt CE, quam FB, ac propterea FB, quam CE minor.



Sit deinde maior DE quam EC, & ſecetur CD quidem bifariam in puncto G, AB vero bifariam in H ſecetur. Quoniam igitur maior eſt AB, quam CD, ipſius autem AB dimidia eſt HB, & ipſius CD dimidia CG, erit HB, quam CG maior: ideoque quadratum ex HB maius quadrato ex F EG: ſed quadratum ex HB æquale eſt rectangulo AFB, & quadrato ex FH, quadratum G vero ex CG æquale rectangulo CED & quadrato ex EG. ergo rectangulum AFB vna H cum quadrato ex FH maius eſt rectangulo CED vna cum quadrato ex EG, quorum rectangulum AFB æquale eſt ipſi CED rectangulo. reliquum igitur quadratum ex HF maius eſt quadrato ex EG, & ipſa HF maior, quam EG. eſt autem & AH maior, quam DG. quare tota AF, quam DE eſt maior, atque eſt vt AF ad DE, ita CE ad FB. maior K igitur eſt CE, quam FB, ob id FB, quam CE minor erit, quod oportebat demonſtrare. L

COMMENTARIVS.

Manifeſtum eſt fieri poſſe, vt rectangulo CED æquale applicetur ad rectam lineam A AB deficiens quadrata figura] *Græcus codex* φανερὸν μὲν οὖν ὅτι ἔστι τῷ ὑπὸ τῶν γεδ ἴσον παρὰ τὴν αβ παραβάλλειν ἐλλεῖπον τετράγωνον. *ſed videtur legendum* ὅτι δυνατόν ἐστι τῷ ὑπὸ τῶν γεδ ἴσον παρὰ τὴν αβ παραβαλεῖν ἐλλεῖπον τετραγώνῳ.

Et ſi quidem æqualis, rectangulum CED minus eſt quadrato, quod fit à dimidia ip- B ſius AB, ſi autem maior, multo minus erit; etenim minus eſt eo, quod à dimidia ipſius CEF efficitur] *Græcus codex* καὶ εἰ μὲν ἴσον, τὸ ὑπὸ γεδ τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς αβ· εἰ δὲ μεῖζον πολλῷ ἐλασσονός ἐστι τὸ ὑπὸ γεδ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς αβ. καὶ γ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας, &c. *ſed legendum opinor.* καὶ εἰ μὲν ἴση, τὸ ὑπὸ γεδ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς αβ ἔλασσόν ἐστιν· εἰ δὲ μείζων, πολλῷ ἔλασσόν ἐστι τὸ ὑπὸ γεδ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς αβ, καὶ γὰρ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας, &c.

C Poteſt igitur rectangulo CBD æquale, deficienſque quadrata figura ad rectam lineam AB applicari] *Ex 28. ſexti elementorum. Græcus codex δὲ ἄρα ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν γβδ ἴσον παρὰ τὴν αβ παραβαλεῖν ἐλλεῖπον τετράγωνον, ſed videtur legendum. δυνατὸν ἄρα ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν γβδ ἴσον παρὰ τὴν αβ παραβαλεῖν ἐλλεῖπον τετραγώνῳ.*

D Dico FB minorem eſſe quam CB] *Græcus codex ὅτι δὲ ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ζβ ego legendum puto ὅτι δὴ, &c.*

E Atque eſt vt AF ad DB, ita CB ad FB] *Ex 14. tertij elementorum.*

F Ipſius autem AB dimidia eſt HB, & ipſius ED dimidia EG] *Græcus codex καὶ ἐστὶ τῆς μὲν αβ ἄρα ἡ θβ, τῆς δὲ γδ ἄρα ἡ γη corrige καὶ ἔστι τῆς μὲν αβ ἡμίσεια ἡ θβ, τῆς δὲ γδ ἡμίσεια ἡ γη.*

G Quadratum vero ex EG æquale eſt rectangulo CBD, & quadrato ex BG] *Græcus codex, τὸ δὲ ὑπὸ ζθ τὸ δὲ ὑπὸ γη ἴσον ἐστὶ τούτῳ, &c. delenda ſunt verba illa τὸ δὲ ὑπὸ ζθ*

H Ergo rectangulum AFB vna cum quadrato ex FH maius eſt rectangulo CBD, vna cum quadrato ex BG] *Græcus codex μεῖζον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ αζβ μετὰ τοῦ ὑπὸ ζθ, τῷ ὑπὸ αθβ lege τοῦ ὑπὸ γβδ.*

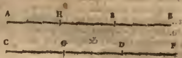
K Atque eſt vt AF ad DB, ita CB ad EB] *Græcus codex καὶ ἔστιν ὡς ἡ αζ πρὸς τὴν δβ οὕτως ἡ αβ πρὸς τὴν ζβ lege οὕτως ἡ γβ πρὸς τὴν ζβ.*

L Maior igitur eſt CB, quam FB, & ob id FB, quam CB minor erit] *Græcus codex μείζων ἄρα καὶ ἡ αβ τῆς ζβ, ὥστε ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ζβ τῆς αβ lege μείζων ἄρα καὶ ἡ γβ τῆς ζβ, ὥστε ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ζβ τῆς γβ.*

IN ſextum Problema.

THEOREMA LXVI. PROPOSITIO LIX.

LEM. V. Sit minor quidem AB, quam CD, æquale autem rectangulum AEB rectangulo CFD, Dico AE, quam CF minorem eſſe.



Secentur AB, CD bifariam in punctis HG. erit HB minor, quam GD. quoniam igitur rectangulum CFD æquale eſt rectangulo AEB, quadratum autem ex HB minus quadrato ex GD, erit rectangulum AEB vna cum quadrato ex HE, hoc eſt quadratum ex HB, minus rectangulo CFD vna cum quadrato ex GD, hoc eſt minus quadrato ex GF. ergo HE, quam GF eſt minor, eſt autem & AH minor, quam CG. tota igitur AE minor erit, quam tota CF. ſimiliter autem ſi tota, quam tota maior fuerit. [margin: 6. ſecundi; 6. ſecundi] A

COMMENTARIVS.

A Similiter autem ſi tota, quam tota maior fuerit] *Græcus codex ὁμοίως κἂν μείζων ᾖ ὅλη τῆς ὅλης. ſed vereor ne aliqua deſiderentur in hanc ſententiam ſimiliter ſi tota, quam tota maior fuerit, hoc eſt ſi tota CF ponatur maior, quam tota AB, demonſtrabitur CD, quam AB maiorem eſſe. quamquam ego non μείζων, ſed ἐλάσσων libentius legerem, vt eſſet quaſi antecedentis conuerſa.*

IN octauum Problema.

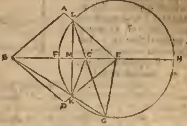
THEOREMA LXVII. PROPOSITIO LXX.

LEM. VI. A Rhombo exiſtente AD, cuius diameter BCE, ſi ipſarum BE, EC ſumatur media proportionalis EF, & centro quidem E, interuallo autem

EF cir-

EF circulus FGH deſcribatur, producaturque LCG; erit recta linea, quæ per puncta GKB tranſibit.

Iungantur enim BG, CK, BK, KG. Quoniam igitur angulus BCF eſt æqualis angulo FCK, & ex vtraque parte diametri circuli ſunt LC, CK interſe æquales, quod lemmate demonſtratum eſt, & æqualis LB ipſi BK; erit angulus CLB æqualis angulo CKB ſed CLF angulus æqualis eſt angulo CGB. angulus igitur CGB angulo CKB eſt æqualis. eſt autem & angulus CKB æqualis angulo CBK. ergo & CBK æqualis eſt ipſi CGB. ſed & angulus GCE æqualis angulo BCK angulus igitur CBG angulo CKB æqualis erit. ſed angulus CBG vna cum angulo CKG æqualis eſt duobus rectis. ergo & CKB vna cum ipſo CKG duobus rectis eſt æqualis, & ob id recta linea eſt, quæ per BKG puncta tranſit. B C 5.primi. D E F G 14.primi.



COMMENTARIVS.

Si ipſarum BF, BC ſumatur media proportionalis BH] *Græcus codex habet* βε, *ſγ μέσην ἀνάλογον ληφθῇ ἡ βζ ſed ego legendum arbitror* ἡ εζ *propter ea quæ ſequuntur.* A

Iungantur enim BG, CK, BK, KG] *Græcus codex* ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ λε, εκ, βκ, κη. *legendum autem puto* αἱ εη, εκ, βκ, κη *etenim* λε, εκ *quæ continentur in lateribus rhombi, iam dicta ſunt.* B

Quoniam igitur angulus LCF eſt æqualis angulo FCK, & ex vtraque parte diametri circuli ſunt LC, CK interſe æquales, quod lemmate demonſtratum eſt] *vbi hoc lemma ſit, nondum comperi. ſed hoc perſpicue apparere poteſt ducta* LK, *quæ diametrum ſecet in puncto* M. *Quoniam enim* BCE *diameter eſt rhombi, erit angulus* LBE *angulo* KBE *æqualis ſed trianguli* BLM *duo latera* LB, BM *ſunt æqualia duobus lateribus* KB, BM *trianguli* BKM *ergo & baſis* LM *eſt æqualis baſi* MK; *& anguli* LMB, BMK *vterque recti ſunt. Rurſus cum trianguli* CLM *duo latera* LM, MC *æqualia ſint duobus lateribus* KM, MC, *erit & baſis* LC *baſi* CK, *& reliqui anguli reliquis angulis æquales.* C 8.ſexti.

Eſt autem & angulus CKB æqualis angulo CBK] *Quoniam enim circuli* FGH *ſemidiameter media proportionalis eſt inter* HB, BC, *erit vt* KB *ad* BK, *ita* KB *ad* BC, *quare triangulum* KCB *triangulo* BKB *ſimile erit, & angulus* CKB *angulo* KBB *æqualis.* D

Sed & angulus GCE æqualis angulo BCK] *Angulus enim* LCB *eſt æqualis angulo* KCB. *vt demonſtratum eſt, atque æqualis ipſi* GCE, *qui eſt ad verticem. ergo & angulus* KCB *angulo* GCE *eſt æqualis.* E

Angulus igitur CBG angulo CKB æqualis erit] *Videlicet reliquus reliquo æqualis hoc autem nos addidimus, quæ in græco codice deſiderari videbantur, vt ita reſtituendus ſit.* ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ εγε τῇ ὑπὸ βγκ ἴση ἐστι, καὶ ἡ ὑπὸ γεβ ἄρα ἴση ἐστι τῇ ὑπὸ γκβ. F

Sed angulus CBG vna cum angulo CKG æqualis eſt duobus] *Angulus enim* BEG *vna cum angulis* BGB, GBB *eſt æqualis duobus rectis. ſed angulo* EGB *æqualis eſt angulus* BKG, *& angulo* GBB *æqualis* BKL. *anguli igitur* CBG, BKG *duobus rectis æquales erunt.* G 32.primi. 13.primi.

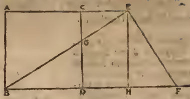
LEMMA vtile ad quartum problema faciens eadem, quæ Rhombus.

THEOREMA LXVIII. PROPOSITIO LXXI.

LEM. VII.

Sit quadratum AD, & ducatur BGE, atque ipſi ad rectos angulos EF. Dico quadrata ex CD, GE quadrato ex DF æqualia eſſe.

Duca-



A Ducatur per E ipſi CD parallela EH. rectus igitur eſt angulus CEH. eſt autem & rectus
B FEG. ergo & angulus CEG angulo FEH eſt æqualis. Sed & rectus angulus FHE æqualis eſt
C recto BDG, atque eſt EH æqua-
D lis BD. ęqualis igitur eſt EF ipſi EG. Quoniam autem quadratum ex BF eſt ęquale quadratis
E ex BE, EF, quorum rectangu-
F lum ex EF, BD æquale eſt rectangulo BEG; In circulo enim ſunt DFEG puncta, erit
G reliquum BFD æquale rectangulo BEG, & quadrato ex EF, hoc eſt quadrato ex EG.
H Sed rectangulum BEG vna cum quadrato ex EG eſt rectangulum BEG vna cum quadrato ex BG. rectangulum igitur BFD eſt æquale rectangulo BEG, hoc eſt BFD, &
K quadrato ex GE. Commune auferatur rectangulum BDF, ergo reliquum quadratum
L ex FD quadratis ex BD, GE, hoc eſt quadratis ex CD, GE eſt æquale.

COMMENTARIVS.

A Et ducatur BGE. atque ipſi ad rectos angulos EF] *Intelligatur rectá lineá* BGE *ſecare* CD *in puncto* O, *& AC productam in* E, *recta verò linea* EF *ſecare* BD *productam in* F.

B Ergo & angulus CEG angulo FEG eſt æqualis] *Dempto namque communi angulo* GEH, *reliquus* CEG *reliquo* FEH *æqualis erit.*

C Atque eſt EH æqualis BD] *Eſt enim ex 34. primi elementorum* EH *æqualis* CD: *videlicet ipſi* DB, *quod eſt etiam quadrati latus. Græcus codex* καὶ ἔστιν ἴση ἡ εθ τῇ βα. *lege* τῇ βδ.

D Aequalis igitur EF ipſi EG] *Nam cum angulus* CEO *ſit æqualis angulo* EFH, *vt oſtenſum eſt, ſitque ipſi* CEO *æqualis* GBD, *erit &* GBD *ipſi* FEH *æqualis. atque eſt rectus* BDO *æqualis recto* FHE. *ergo & reliquus reliquo, & triangulum* BDG *triangulo* EHF *ſimile. Vt igitur* HE *ad* EF, *ita* DB *ad* BG: *& permutando vt* HE *ad* BD, *ita* EF *ad* BG. *eſt autem* HE *æqualis* BD. *ergo &* EF *ipſi* BG *eſt æqualis.*

E Quorum rectangulum ex EF, BD æquale eſt rectangulo EBO] *ex 36. tertij elementorum.*

F In circulo enim ſunt DFEG puncta] *ex conuerſa 22. tertij elementorum, quoniam anguli oppoſiti* GDF, FEG *recti ſunt, quare & reliqui* DGE, EFD *duobus rectis ſunt æquales. Græcus codex* ἐν κύκλῳ γάρ ἐστι τὰ δζθη σημεῖα *ſed legendum* δζεη.

G Erit reliquum BFD æquale rectangulo BEG, & quadrato ex EF] *Quoniam enim quadratum ex* BF *æquale eſt duobus quadratis ex* ꝛ E, EF, *quadrato autẽ ex* BF *æqualia ſunt vtraque rectangula* FBD, BFD, *ex 2. ſecundi elementorũ; & eadem ratione quadrato ex* BE *æqualia vtraque rectangula* OBG, BEG, *erunt rectangula* FBD, BFD *æqualia rectangulis* EBG, BEG *& quadrato ex* EF, *quorum rectangulum* FBD *eſt æquale rectangulo* EBG. *reliquum igitur* BFD *reliquo* BEG, *& quadrato ex* EF *eſt æquale.*

H Sed rectangulum BEG vna cum quadrato ex BG eſt rectangulum BEO vna cum quadrato ex EG] *Hoc eſt rectangulum* BEG *vna cum quadrato ex* BG *eſt æquale rectangulo vna cum quadrato ex* EG. *eſt enim rectangulum* BEO *æquale rectangulo* BGE *vna cum quadrato ex* EG *ex 3. ſecund: elementor. quare rectangulum* BEG *vna cum quadrato ex* BG *eſt æquale rectangulo* BOE *vna cum duobus quadratis ex* EG, GE. *& ſimiliter rectangulum* BEG *vna cum quadrato ex* EG *æquale eſt rectangulo* BGE *vna cum quadratis ex* EG, GB. *ergo cum eiſdem ſint æqualia, & inter ſe æqualia erunt.*

K Commune auferatur rectangulum BDF] *Græcus codex corruptus eſt, in quo legitur.* τὸ ὑπὸ βζδ, *cum legendum ſit* τὸ ὑπὸ βδζ.

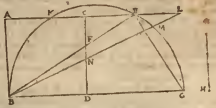
L Ergo reliquum quadratum ex FD quadratis ex BD, GE, hoc eſt quadratis ex CD, GE eſt æquale] *Eſt enim ex iam dictis rectangulum* BFD *æquale rectangulo* BDF *& quadrato ex* FD.

Pro-

Problema vt Heraclitus.

PROBLEMA LV. PROPOSITIO LXXII.

Quadrato exiſtente AD, producere AC in E, & facere EF datam quæ ad punctum B pertingat. LEM. VIII. A



Factum iam illud ſit, & à puncto B ipſi EF ad rectos angulos ducatur EG. Quoniam igitur quadrata ex CD, FE æqualia ſunt quadrato ex DG. B & data ſunt quæ ex CD, FE quadrata, etenim vtraque ipſarum magnitudine datur, datum igitur eſt quadratum ex DG. quare & ipſa DG, & tota BG magnitudine data eſt. C Sed, & poſitione. ergo ſemicirculus in recta linea BG deſcriptus poſitione datur; & tranſit per punctum E. ergo punctum E poſitione circumferentiam continget. Sed & D E F poſitione rectam lineam AE. datum igitur eſt, ſed & B datum. quare recta linea BE G H poſitione dabitur.

Componetur autem hoc modo.

Sit quadratum quidem AD, data autem recta linea H. & quadratis ex CD & H æquale ſit quadratum ex DG. maior igitur eſt GD, quam DC. quare, & rectangulum GDB maius eſt quadrato ex DC. & ideo ſemicirculus in recta linea BG deſcriptus tranſibit ſupra punctum C. deſcribatur, & ſit BK, EG, producaturque AC, ad E, & BE, EG iungantur. ergo quadrata ex CD, EF æqualia ſunt quadrato ex DG. Sed quadrato ex K DG ponebantur æqualia quadrata ex CDH. quadrata igitur ex CDH, quadratis ex CD, EF ſunt æqualia. & ob id quadratum ex H æquale eſt quadrato ex EF, & recta linea H rectæ EF æqualis. eſt autem EF data. ergo BE problema efficit. Itaque dico eam ſolam hoc efficere. ducatur enim altera quædam linea BL; quæ ſi problema efficit, erit NL æqualis EF. maior autem eſt FB, quam NB tota igitur BL minor eſt; L quam BE quod fieri non poteſt; eſt enim BL etiam maior non igitur BL problema M efficit, ſed ſola BE.

Vt autem cognoſcamus vtra ipſarum maior ſit, demonſtrabimus hoc pacto.

Quoniam maior eſt BL, quam BE, & EF maior, quam BN, erit reliqua NL maior, N quam FE, & manifeſtum eſt eam, quæ puncto C propinquior eſt, remotiore ſemper minorem eſſe.

COMMENTARIVS.

Quadrato exiſtente AD producere AC in E, & facere EF datam, quæ ad punctum A B pertingat] *Græcus codex mancus eſt, & corruptus, vt opinor, in quo legitur.* τετραγώνου ὄντος θέσει τοῦ α δ θ εἶναι δοθεῖσαν τὴν ε ζ νεύουσαν ἐπὶ τὸ β *fortaſſe autem ita reſtituentur* τετραγώνου ὄντος τοῦ α δ, ἐκβάλλειν α γ ἐπὶ τὸ ε, καὶ ποιεῖν δοθεῖσαν τὴν ε ζ, νεύουσαν ἐπὶ τὸ β. *Eadem forma loquendi vſus eſt Pappus in problemate* XVI. *huius libri his verbis.* θέσει δεδομένων τῶν ε β, α γ ἄρα γῶν κατὰ δίχα τὴν δε, καὶ ποιεῖν δοθεῖσαν τὴν δε.

Factum iam illud ſit, & a puncto E ipſi EB ad rectos angulos ducatur EG] *Græcus* B *codex corruptus eſt, in quo legitur* γεγονέτω καὶ ἀπὸ τοῦ ε σημείου τῇ β ε ὀρθογώνιος ἐκβεβλήσθω ἤχθω ἡ ε η *ſed forte legendum erit.* καὶ ἀπὸ τοῦ ε σημείου ὀρθὴ ἤχθω ἡ ε η.

Quoniam igitur quadrata ex CD, FE æqualia ſunt quadrato ex DG] *Græcus codex* C

dex ἐπεὶ ἔ τὰ ἀπὸ τῶν γδ, ζε τετράγωνα ἴσι τῷ ἀπὸ δη τετραγώνῳ *ſed legendum eſt* τετράγωνα ἴσα ἐστι τῷ ἀπὸ, *&c.*

D Et tranſit per punctum E] *Ex 31. tertij elementorum, vel eius conuerſa.*

E Ergo punctum E poſitione circumferentiam contingit] *Græcus codex* τὸ ε ἄρα θέσει περιφέρεια ἅπτεται. *ego legerem* περιφερείας ἅπτεται.

F Sed & poſitione rectam lineam A H] *Græcus codex* ἀλλὰ καὶ θέσει εὐθεῖα, καὶ θέσει εὐθεῖα τῆς αε. *lege* ἀλλὰ καὶ θέσει εὐθείας τῆς αε.

G Datum igitur eſt] *Ex 25. datorum Euclidis. Græcus codex* δοθεῖσα ἄρα ἐστι, *ſed forte legendum* δοθὲν ἄρα ἐστι.

H Quare recta linea B E poſitione dabitur] *Ex 26. datorum.*

K Ergo quadrata ex C D, B F æqualia ſunt quadrato ex D G] *Ex antecedenti lemmate. Græcus codex* τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν γδ, εζ τετράγωνον, ἴσον ἄρα ἐστι τῷ ἀπὸ ηδ τετραγώνῳ. *ſed legendum arbitror.* τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν γδ, εζ τετράγωνα ἴσα ἐστι τῷ ἀπὸ ηδ τετραγώνῳ.

L Erit N L æqualis E F] *Græcus codex* ἔσται ἴση ἡ ηλ τῇ εξ *lege* ἡ νλ τῇ εζ.

M Eſt enim B L etiam maior] *Secet enim* B L *circuli circumferentiam in puncto* M. *erit* B M *maior, quam* B E *ex ijs, quæ nos demonſtrauimus in octauam propoſitionem libri Archimedis de lineis ſpiralibus. ergo* B L, *quam* B E *multo maior erit. poteſt etiam illud aliter demonſtrari, vt inferius apparebit.*

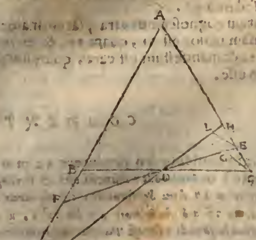
N Quoniam maior eſt B L, quam B E, & B F maior quam B N, erit reliqua N L maior quam F C] *Eſt enim quadratum ex* B L *æquale duobus quadratis ex* B A, A L; *quadratum autem ex* B E *æquale quadratis ex* B A, A E. *& cum quadratum ex* A L *ſit maius quadrato ex* A E, *quod* A L *maior quam* A E; *erit quadratum ex* B L *maius quadrato ex* B E, *& ideo* B L, *quam* B E *maior. Rurſus quadratum ex* B F *æquale eſt duobus quadratis ex* B D, D F, *& quadratum ex* B N *itidem æquale quadratis ex* B D, D N. *Quod cum* D F, *vt maior, quam* D N, *erit quadratum ex* B F *maius quadrato ex* B N, *& ipſa* B F, *quam* B N *maior. Similiter, & in alijs idem contingere demonſtrabimus. Itaque cum* E L *ſit maior, quam* B E, *&* E F *maior, quam* B N, *ſequitur* N L, *quam* F E *multo maiorem eſſe. Græcus codex vt opinor corruptus eſt, qui ſic habet.* ἐπεὶ μείζων ἐστιν ἡ μὲν αβ τῆς βε ἡ δὲ τῆς βν, λοιπὴ ἄρα ἡ νλ τῆς ζν μείζων ἐστι *ſed legendum puto* ἐπεὶ μείζων ἐστιν ἡ μὲν βλ τῆς βε ἡ δὲ βζ τῆς βν λοιπὴ ἄρα ἡ νλ τῆς ζε μείζων ἐστι.

LEMMA vtile ad determinationem noni Theorematis, vt in antiquis.

LEM. IX.

THEOREMA LXIX, PROPOSITIO LXXIII.

Sit B A æqualis A C, & ſecetur B C in puncto D biſariam. Dico B C minimam eſſe omnium rectarum linearum, quæ per D ducuntur.



Ducatur enim altera quædam E F, & A B ad F producatur. erit E F maior, quam C B. Quoniam enim angulus A B C, videlicet angulus C maior eſt angulo B F E, poterimus ab angulo C auferre angulum ipſi B F E æqualem. ſit ei æqualis D C G.

A eſt igitur vt F D ad D B, ita C D ad

B D G. Sed F D maior eſt, quam D B, ergo & C D, quam D G maior. Itaque quoniam maior eſt F D, quam D B, hoc eſt, quam D C, & D C maior,

C quam D G, erit F D omnium maxima, & D G minima, & quoniá quattuor rectæ lineæ proportionales ſunt F D, E D, D C, D G, atque eſt maxima quidem F D, minima vero

D E D G, erit F G maior, quam B C. ergo B C cum ſit minor, quam F G, multo minor erit, quam E F. Similiter demonſtrabimus

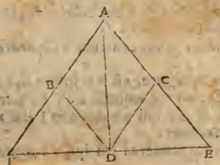
B C mino-

B C minorem eſſe omnibus rectis lineis, quæ per punctum D ducuntur. Dico inſuper propinquiorem ipſi B C remotiore minorem eſſe.

Ducatur enim alia quæpiam H K, & angulo K æqualis conſtituatur D E L. illud enim fieri poteſt. Rurſus maior eſt K D, quam D F, & L D, quam D L maior. quare tota K L maior eſt, quam E F, & propterea K H, quam E F multo maior erit. minor igitur eſt E F, quam H K. Ex quibus ſequitur B C eſſe minorem omnibus, quæ per D ducantur, & quæ ipſi propinquior eſt, ſemper remotiore minorem eſſe.

THEOREMA LXX. PROPOSITIO LXXIV. LEM. X.

Quod cum ita ſit manifeſta erit determinatio.



Si enim exponamus rhombum A B, C D, & iungentes A D, ducamus ipſi ad rectos angulos B F, quę cum ipſis A C, A B in punctis E F conueniat, oportet determinare, vtrum maxima ſit, an minima omnium rectarum linearum, quæ per punctum D ducantur, & quoniam diagonios eſt A D, & ipſi A D perpendicularis E F, factum erit triangulum æquicrure E A F, habens latus E A ipſi A F æquale. ergo per antecedens lemma fit E F minor omnibus rectis lineis, quæ per D ducuntur; & ipſi propinquior ſemper remotiore minor eſt.

COMMENTARIVS.

Eſt igitur vt F D ad D B, ita C D ad D G] *Ex 4. ſexti elementorum. Nam cum angulus* D C G *ſit æqualis angulo* B F D, *& angulus* G D C *ad verticem æqualis ipſi* B D F, *& reliquus reliquo æqualis, & triangulum triangulo ſimile erit.* A

Sed F D maior eſt, quam D B] *Ex 19. primi angulus enim* A B C *exterior maior eſt interiori* B F D. *& eadem ratione angulus* F B D *maior eſt angulo* A C B, *hoc eſt ipſo* A B C. *angulus igitur* F B D *angulo* B F D *multo maior eſt, & ideo* A *maiori latere ſubtenditur.* B

Erit F D omnium maxima, & D G minima] *Hæc nos addidimus, quæ in Græco codice non erant, ſed tamen aliqua in eandem ſententiam deſiderari videbantur. ſic enim in eo legitur.* ὅτι ἐν μείζων ἐστὶν ἡ ζδ τῆς δβ, τουτέστι τῆς δγ, ἀλλὰ ἡ δγ τῆς μείζων ἐστὶν ἐπεὶ ἐν τέσσαρες, *&c. fortaſſe vero hæc addenda erunt.* μεγίστη ἄρα ἐστὶν ἡ ζδ, ἐλαχίστη δὲ ἡ δη C

Erit F G minor, quam B C] *Sequitur hoc ex vltima quinti libri elementorum. conſtat namque* F G *ex maxima, & minima;* B C *vero ex reliquis duabus.* D

Ergo B C cum ſit minor, quam F G, multo minor erit, quam E F] *Græcus codex* ὥστε ἡ βγ ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ζη πολλῷ ἐλάσσων ἐστὶ τῆς εζ. *ſed vide ne legendum ſit* ὥστε ἡ βγ ἐλάσσων οὖσα τῆς ζη, πολλῷ ἐλάσσων ἐστὶ τῆς εζ. E

Similiter demonſtrabimus B C minorem eſſe omnibus rectis lineis, quæ per punctum D ducuntur] *Poſt hæc in græco codice nonnulla leguntur, quæ nos conſulto omiſimus veluti parum neceſſaria.* F

Inclinationum liber Primus. νεύσεων.

THEOREMA LXXI. PROPOSITIO LXXV. LEM. I.

Sit ſemicirculus in A B, & ducatur quæuis recta linea D E & ad ipſam perpendiculares A D, B E. Dico D F ipſi G E æqualem eſſe.

COMMENTARIVS.

Et à puncto G ducatur CB] *Intellige* CB *ſecare.* A

Et quoniam parallelæ ſunt AB, HK] *Ex 38. primi elementorum; eſt enim angulus* ABC B
in ſemicirculo rectus, & qui ſunt ad K *recti ponuntur.*

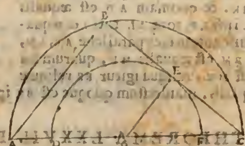
THEOREMA LXXIV. PROPOSITIO LXXVIII.

LEM. IV.

Sint rurſus ſemicirculi ABC, DEF: & à puncto C ducatur CE, quæ ſemicirculum DEF contingat, & ad B producatur. Dico BE ipſi EC æqualem eſſe.

Cum enim AD ſit æqualis FC, conſtat ſemicirculos circa idem centrum eſſe. ſumatur rurſus eorũ centrum G, & iungantur GE, AB angulus igitur ad B rectus eſt, ſed & rectus, qui ad E. ergo AB ipſi EG eſt parallela, atque eſt AG æqualis GC æqualis igitur eſt BE ipſi EC.

18. tertij. 31.



IN SEPTIMVM

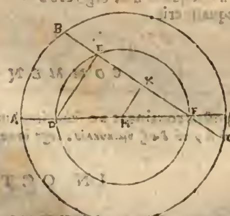
THEOREMA LXXV. PROPOSITIO LXXIX.

LEM. V.

Sint rurſus ſemicirculi ABC, DEF, & ſit AD æqualis FE, compleatur autem maior circulus, & per F ducatur quædam recta linea BG. Dico A BE ipſi FG æqualem eſſe.

Sit centrum H, & ab eo ad BG perpendicularis agatur HK. ergo BK eſt æqualis KG. Itaque iungatur ED. Et quoniã DB, HK inter ſe parallelæ ſunt atque eſt DH æqualis HF, erit, & EK ipſi KF æqualis. eſt autem & tota BK æqualis toti KG. reliqua igitur BE reliquæ FG æqualis erit. Conſtat etiam BF ipſi EG æqualem eſſe.

B



COMMENTARIVS.

Et per F ducatur quædam recta linea BG] *Græcus codex* καὶ διὰ τοῦ δ ζ ἤχθω τὶς ἡ β η. A
lege καὶ διὰ τοῦ ζ.

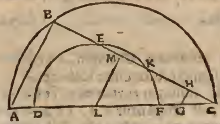
Erit & EK ipſi KF æqualis] *Græcus codex* ὅλη γάρ ἐστι καὶ ἡ ε κ τῇ κ ζ *ego legendum* B
puto ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ε κ τῇ κ ζ, *quamquam illud per ſe patet ex 3. tertij elementorum, adeo vt ad propoſitum oſtendendum minime opus ſit ducere rectam lineam* BD. *Quoniam enim a centro* H *ad* BG *perpendicularis acta eſt* HK, *erit & BK æqualis* KG, *& eadem ratione* EK *æqualis* KF. *reliqua igitur* BE *reliquæ* FG *eſt æqualis, quod demonſtrare oportebat.*

IN NONVM.

THEOREMA LXXVI. PROPOSITIO LXXX.

LEM. VI.

Sint duo ſemicirculi ABC, DEF, & ipſi AD æqualis ponatur FG. ducta autem BC à puncto G ad ipſam perpendicularis agatur GH. Dico BE ipſi KH æqualem eſſe.

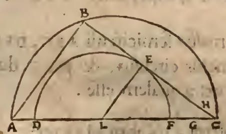


Sumatur centrum ſemicirculi DEF, quod ſit L, & à puncto L ad BK perpendicularis ducatur LM. æqualis igitur eſt BM ipſi MK. & quoniam AD eſt æqualis FG, & DL ipſi LF, tota AL toti LG æqualis erit. ſunt autem tres parallelæ AB, LM, GH: ergo BM eſt æqualis MH; quarum BM æqualis eſt MK. reliqua igitur EB reliquæ KH eſt æqualis. manifeſtum quoque eſt BK ipſi EK æqualem eſſe.

THEOREMA LXXVII. PROPOSITIO LXXXI.

LEM. VII.

A Ijſdem poſitis contingat BC ſemicirculum DEF. Dico rurſus BE ipſi EH eſſe æqualem.



Rurſus ſumatur centrum ſemicirculi DEF, quod ſit L, & iungatur LE. 18. tertij. perpendicularis igitur eſt ad BC, & factæ ſunt tres parallelæ AB, LE, GH, atque eſt AL æqualis LG. ergo & BE ipſi EH æqualis erit.

COMMENTARIVS.

A Iiſdem poſitis contingat BC ſemicirculum DEF] *Græcus codex* τῶν δυοῖν ἡμικυκλίων ἐφάπτεται ἡ βγ τοῦ δεζ ἡμικυκλίου. *lege* ἐφαπτέσθω.

IN OCTAVVM.

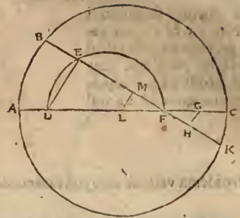
THEOREMA LXXVIII. PROPOSITIO LXXXII.

LEM. VIII.

Sint duo ſemicirculi ABC, DEF, & ſit AD minor, quam CF, ipſi vero AD æqualis ponatur CG, compleaturq; circulus BAKG, & ducta quæuis recta linea BK, a puncto G ad ipſam perpendicularis agatur GH. Dico BE ipſi HK æqualem eſſe.

Sumatur

Sumatur centrum circuli A B C, quod ſit L, & a puncto L ad B F perpendicularis agatur L M. æqualis igitur eſt B M ipſi M K. quoniam autem A L eſt æqualis L C, & A D ipſi G C, erit reliqua D L reliquę L G æqualis, & ſunt tres parallelæ D B, L M, G H. ergo E M eſt æqualis M H. eſt autem tota B M æqualis toti M K. reliqua igitur B E reliquæ H K eſt æqualis. perſpicuum autem eſt, & B H ipſi B K eſſe æqualem.



A

COMMENTARIVS.

Ergo B M eſt æqualis M H] *Quoniam enim ut* D L *ad* L F, *ita eſt* E M *ad* M F, *&* *ut* L F *ad* F G, *ita* M F *ad* F H, *ob triangulorum* L M F, G H F *ſimilitudinem, erit ex æquali ut* D L *ad* F G, *ita* E M *ad* F H. *Rurſus quoniam ut* L F *ad* F G, *ita* M F *ad* F H. *erit componendo, conuertendoque ut* F G *ad* G L, *ita* F H *ad* H M. *ergo rurſus ex æquali ut* D L *ad* L G, *ita* E M *ad* M H. *eſt autem* D L *æqualis* L G. *ergo &* E M *ipſi* M H *æqualis erit.* A

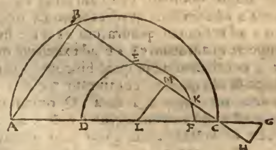
IN DECIMVM SEPTIMVM.

THEOREMA LXXIX. PROPOSITIO LXXXIII.

LEM. IX.

Iiſdem poſitis ſit A D maior, quam F C, & ipſi æqualis ponatur F G, ductaque B C H ad ipſam perpendicularis agatur C H. Dico B E ipſi K H æqualem eſſe. A

Sumatur centrum ſemicirculi D E F, quod ſit L, & ab eo ad E K perpendicularis agatur L M. ergo E M eſt æqualis M K. Et quoniam A D eſt æqualis F G, & D L ipſi L F, erit tota A L toti L G æqualis. & ſunt rurſus tres parallelę B A, M L, G H. æqualis igitur eſt B M ipſi M H, quarum E M eſt æqualis M K. ergo reliqua B E reliquæ K H eſt æqualis, manifeſtum autem eſt & B K ipſi E H æqualem eſſe. B



COMMENTARIVS.

Dico B E ipſi K H æqualem eſſe] *Græcus codex* ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ β ε τῇ κ θ *lege* ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ β ε τῇ κ θ. A

Aequalis igitur eſt B M ipſi M H] *Hoc eodem modo demonſtrabitur, quo ſupra demonſtratum eſt* E M *ipſi* M H *æqualem eſſe.* B

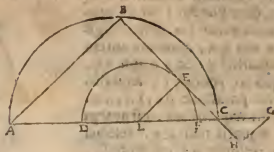
THEOREMA LXXX. PROPOSITIO LXXXIV.

LEM. X.

Iiſdem poſitis contingat B C ſemicirculum D E F. Dico B E ipſi E H æqualem eſſe.

Suma-

Sumatur rurſus ſemicirculi DBF centrum L, & LE iungatur. ergo perpendicularis eſt ad BH, & ob id tres parallelæ ſunt AB, LE, GH, atque eſt AL æqualis LG. æqualis igitur eſt BE ipſi EH.

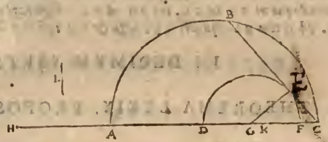


Problema vtile ad compoſitionem decimi ſeptimi.

PROBLEMA V. PROPOSITIO LXXXV.

LEM. XI. Semicirculo poſitione dato ABC, & dato puncto D, deſcribere per A D ſemicirculum, qualis eſt DEF, ita vt ſi ducatur contingens BC, fiat AD ipſi BE æqualis.

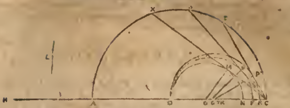
Factum iam ſit. ergo vt AD ad EC, ita eſt BE ad BG, & vt quadratum ex AD ad quadratum ex EC. ita quod ex BE quadratum ad quadra-
B tum ex EC. Vt autem quadratum ex BE ad quadratum ex BC. ſumpto ſemicirculi DEF centro G, & iuncta GB, ita eſt quadratum ex AG ad
C quadratum ex GC. Sed quadratum ex BC eſt exceſsus quadratorum ex BG, GC. eſt
D igitur vt quadratum ex AD ad exceſsum quadratorum ex DG, GC ita quadratum ex AG ad quadratum ex GC. ponatur ipſi DA æqualis AH, & ſecetur DC bifariam in puncto K. Itaque quoniam vt quadratum ex AG ad quadratum ex GC, ita eſt qua-
E dratum ex AD ad exceſsum quadratorum ex DG, GC; erit reliquum, videlicet rectangulum DGH ad reliquum quadratum ex GD: hoc eſt HG ad GD; vt vna proportio-
F num, nempe vt quadratum ex AD ad exceſsum quadratorum ex DG, GC, hoc eſt quod bis DC & L continetur ad id, quod bis continetur DC, GK datum autem eſt quadratum ex AD. ergo & id, quod bis continetur DC & L & quod ſemel continetur datum erit.
G atque eſt data DC. ergo & L data. Quoniam autem eſt, vt HG, GD, ita quadratum
H ex AD. hoc eſt quod bis continetur DC & L ad id, quod bis DC & GK continetur; hoc
K eſt vt L ad GK. rectangulum igitur HGK rectangulo contento L & GD eſt æquale,
L & ſunt tres rectæ lineæ datæ HD, DK, L. ergo deductum eſt ad determinatam ſectio-
M nem. Datis tribus rectis lineis HD, DK, L, ſecare DK in puncto G, & facere propor-
N tionem rectanguli HGK ad rectangulum LGD æqualis ad æquale. hoc autem manife-
O ſto conſtat, & eſt indeterminatum. ergo datum eſt punctum G, & ſemicirculi DEF
P centrum. poſitione igitur eſt ſemicirculus, & a dato puncto C recta eſt contingens
Q C. quare poſitione eſt BC.



Idem autem congruet ſi punctum infra ſumatur.

Componetur autem problema hoc pacto. Sit ſemicirculus quidem ABC, datum autem punctum D, & oporteat facere id, quod propoſitum eſt.

Pona-



Ponatur quadrato ex A D æquale id, quod bis D C & L continetur, ipſi vero D A æ-
qualis ponatur A H, & D C bifariam in puncto K diuidatur. Itaque datis tribus rectis
lineis H D, D K, L, ſecetur D K in G. vt faciat proportionem rectanguli ex L & D G
ad rectangulum H G K çqualis ad æquale, & circa centrum G ſemicirculus D E F deſcri-
batur. Dico ſemicirculum D E F problema efficere. ducatur enim B C ſemicirculum
contingens. erit A D ipſi B E æqualis. Nam cum rectangulum H G K æquale ſit rectan
gulo ex L & G D, vt H G ad G D, ita erit L ad G K. Sed vt H G ad G D, ita eſt rectan-
gulum H G D ad quadratum ex G D, hoc eſt exceſsus quadratorum ex G A, A D ad qua-
dratum ex G D. Vt autem L ad G X, ita id, quod bis continetur L & D C ad conten-
tum bis D C, G X, hoc eſt quadratum ex A D ad exceſsum quadratorum ex D O, G C. Vt S
igitur quadratorum ex G A, A D exceſsus ad quadratum ex G E, ita eſt quadratum ex A D
ad exceſsum quadratorum ex D G, G C. ergo vt quadratum ex A G ad quadratum ex
G C, ita quadratum A ex D ad exceſsum quadratorum ex D G, G C, hoc eſt ad exceſ- T
ſum quadratorum ex C G, G B; hoc eſt ad quadratum ex B C. Vt igitur quadratum ex
A G ad quadratum ex G C, ita quadratum ex A D ad quadratum ex B C. Sed vt qua-
dratum ex A G ad quadratum ex G C, ita eſt quadratum ex B E ad quadratum ex B C.
ergo vt quadratum ex B E ad quadratum ex B C, ita quadratum ex A D ad id, quod
ex B C quadratum. quadratum igitur ex A D æquale eſt quadrato ex B E, ideoque re-
cta linea A D ipſi B C eſt æqualis. & manifeſtum eſt B E maiorem eſse, quam B C. ete- V
nim vt H G ad G D, ita erat quadratum ex A D ad quadratum ex B C. maior autem eſt X
H G, quam G D. ergo & quadratum ex A D maius eſt quadrato ex B C: ac propterea A D Y
quam B C eſt maior: & multo maior, quam F C. Semicirculus igitur D E F problema
efficit. Dico autem eum ſolum hoc efficere. Deſcri atur enim alter ſemicirculus
D M N, & ducatur contingens C M X. Itaque ſi D M N etiam problema efficit, erit A D
æqualis M X, & ſumpto ſemicirculi D M N centro, quod ſit O, iungatur O M. ergo con- Z
gruentur reſolutioni, rectangulum H O X æquale erit rectangulo L D O, quod eſt ab-
ſurdum; nam in determinata ſectione demonſtratum fuit maius eſſe non igitur ſemicir-
culos D M N efficit problema. Similiter oſtendemus neque aliud vllum efficere præter-
quam ipſum D E F. ergo D E F ſolus problema efficit. Vt autem cognoſcamus vtrum
ipſorum maius abſcindet ita oſtendemus. Quoniam enim in deteminata ſectione de-
monſtratum eſt, rectangulum L D O minus rectangulo H O K, habebit L ad O K mino-
rem proportionem, quam H O ad O D. Sed vt L ad O X, ita eſt quadratum ex A D ad
exceſſum quadratorum ex D O, O C quod oſtenſum eſt. vt autem H O ad O D, ita ex
ceſſus quadratorum ex O A, A D ad quadratum ex O D. ergo quadratum ex A D ad ex
ceſsum quadratorum ex D O, O C minorem proportionem habebit, quam exceſsus qua-
dratorum ex O A, A D ad quadratum ex O D. & omnia ad omnia maiorem habebunt
proportionem, quam quadratum ex A D ad exceſsum quadratorum ex D O, O C, hoc
eſt ad quadratum ex C M. quadratum igitur ex A D ad quadratum ex C M minorem pro-
portionem habet, quam quadratum ex A O ad quadratum ex O C, hoc eſt quam qua-
dratum ex X M ad quadratum ex M C, & propterea X M, quam A D eſt maior. Non
aliter oſtendemus, & omnes rectas lineas, quæ inter A & B interijciuntur, maiores eſ-
ſe, quam A D; quæ vero inter B & C eſse minores. Si enim rurſus deſcribamus ſemi-
circulum D P R, contingentemque ducamus: & eadem quæ prius conſtruantur, erit
centrum ſemicirculi D P R videlicet T ad alteras partes puncti G. & in ſectionem de-
terminata rectangulum H G K maius erit rectangulo H T K. atque eadem ratione A D,
quam S P erit maior. ergo ſemicirculi, qui accedentes ad A lineas contingentes ha-
bent, maiorem faciunt eam, quam A D, qui vero remotiores ſunt, faciunt minorem,
fieri igitur potes, vt per punctum D deſcribantur ſemicirculi, ita vt lineæ contingens
vnum-

vnumquemque ipſorum protracta ad circumferentiam maioris ſemicirculi faciat eam, quæ inter contactum, & dictam circumferentiam interijcitur, æqualem ipſi AD. & rurſus maiorem, & faciat minorem.

COMMENTARIVS.

A Ita vt ſi ducatur contingens BC, fiat ND ipſi BB æqualis] *Intellige BC contingere ſemicirculum DEF in puncto B.*

B Vt autem quadratum ex BB ad quadratum ex EC, ſumpto ſemicirculi DEF centro G, & iuncta GE, ita eſt quadratum ex AG ad quadratum ex GC] *ſi enim iungatur AB*
28.primi. *parallela erit ipſi GE, quod angulus ABC in ſemicirculo rectus eſt; & rectus GEC. ergo vt*
31.tertij. 18. *BB ad EC, ita AG ad GC, & ob id quadratum ex BB ad quadratum ex BC. ita quadratum*
2.ſex. 22. *ex AG ad quadratum ex GC. Græcus autem codex mendoſe habet. τὸ ἀπὸ δη πρὸς τὸ ἀπὸ ηγ, cum legendum ſit τὸ ἀπὸ αη πρὸς τὸ ἀπὸ ηγ.*

C Sed quadratum ex BC eſt exceſsus quadratorum ex EG, GC] *Nam quadratum ex GC æquale eſt duobus quadratis ex GE, EC ex 47. primi elementorum. Græcus codex ἀλλὰ τὸ ἀπὸ εγη τῶν ἀπὸ εη, ηγ ἐστιν ὑπεροχὴ lege τὸ ἀπὸ εγ.*

D Eſt igitur vt quadratum ex AD ad exceſsum quadratorum ex DG, GC, &c.] *Quoniam enim quadratum ex BC eſt exceſſus quadratorum ex BG, GC, atque eſt DC æqualis GE, erit etiam exceſſus quadratorum ex DG, GC. ergo vt quadratum ex BB, hoc eſt vt quadratum ex AD ipſi æquale ad exceſſum quadratorum ex EG, GC, ita quadratum ex AG ad quadratum ex GC.*

E Erit reliquum, videlicet rectangulum DGH ad reliquum quadratum ex GD, hoc eſt HG ad GD, vt vna proportionum, nempe vt quadratum ex AD ad exceſsum quadratorum ex DG, GC] *Nam cum ſit vt totum quadratum ex AG ad totum quadratum ex GC, ita quadratum ex AD ad exceſſum quadratorum ex DG, GC, videlicet pars ad partem erit reliquum rectangulum DGH ad reliquum quadratum ex GD, vt quadratum ex AD ad exceſſum quadratorum ex DG, GC eſt enim quadratum ex AG æquale quadrato ex AD, & rectangulo*
6.ſecundi. *HGD, quoniam recta linea HD bifariam ſecatur in A, atque ipſi adiungitur DC. quadratum autem ex GE eſt æquale quadrato ex BC, qui eſt exceſſus quadratorum ex DG, GC, & qua-*
47.primi. *drato ex GB, hoc eſt GD. ſed vt rectangulum HGD ad quadratum ex CD, ita eſt HG ad GD.*
1.ſexti. *ergo HG ad GD eſt vt quadratum ex AD ad exceſſum quadratorum ex DG, GC. Græcus codex λοιπη πρὸς λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ δηθ ſed puto legendum λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ δηθ πρὸς λοιπὸν τὸ ἀπὸ ηδ.*

F Hoc eſt quod bis DC, & L continetur ad id, quod bis continetur DC, GK] *Fiat quadrato ex AD æquale id, quod bis continetur DC, vt alia quadam linea, quæ ſit L. & quoniam DF bifariam ſecatur in G, atque ipſi adiungitur FC, erit rectangulum DCF vna cum quadrato ex CF æquale quadrato ex GC. ſed rectangulo DCF æquale eſt id, quod bis continetur DC, GK; cum FC ſit dupla ipſius GK, vt mox oſtendemus. ergo quod bis DC, GK continetur, eſt exceſſus quadratorum ex FG, GC, hoc eſt DG, GC. eſt igitur HG ad GC, vt quadratum ex AD ad exceſſum quadratorum ex DG, GC, hoc eſt quod bis continetur DC, & L ad id, quod bis DC, GK continetur. At vero FC ipſius GK duplam eſſe perſpicue apparet eſt enim DC dupla ipſius CK, & DF dupla FG. ergo & reliqua FC reliquæ GK dupla erit.*
19.quinti. *Græcus codex corruptus eſt, & mancus, in quo legitur. ἔσται πρὸς τὸ δὶς ὑπὸ δγλ δοθέν. δὲ τὸ ἀπὸ αδ ego ſic reſtituendum cenſeo ἔσται τὸ δὶς ὑπὸ δγλ πρὸς τὸ δὶς ὑπὸ δγ, κκ δοθὲν δὲ τὸ ἀπὸ αδ.*

G Atque eſt data CD. ergo & L data] *Ex 57. datorum Euclidis.*

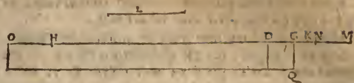
H Hoc eſt vt L ad GK] *Ex prima ſexti elementorum.*

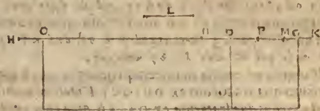
K Rectangulum igitur HGK rectangulo ex L & GD eſt æquale] *Ex 16. ſexti elem.*

L Ergo deductum eſt ad determinatam ſectionem] *Græcus codex ἀπῆκται εἰς διωρισμένης ſed vide ne legendum ſit ἀπῆκται εἰς διωρισμένην vt intelligatur τομήν.*

M Datis tribus rectis lineis HD, DK, L ſecare DK in puncto G & facere proportionem rectanguli HGK ad rectangulum LGD æqualis ad æquale, hoc autem manifeſto conſtat] *Illud, vt opinor, manifeſtum tunc erat ex demonſtratis ab Apollonio in libris de ſectione determinata, his autem temporibus non item, cum Apollonij libris careamus. quare nos problema eiuſmodi explicare tentabimus. hoc pacto.*

Sint datæ rectæ lineæ HD, DK, L oportet ipſam DK ita ſecare in puncto G, vt rectangulum HGK æquale ſit rectangulo, quod L & DG continetur.





Adijciatur rectæ lineæ H D *linea* D M, *quæ ſit æqualis* L, *&* *ab ipſa* H M *abſcindatur* M N *æqualis* D K, *fiatque* D O *æqualis* N H: *& ſi quidem* D M *ſit minor, quam* D K, *vt in ſecunda figura, fiat* K P *æqualis* M D. *erunt* N D D P, M K, H O *inter ſe æquales, &* O P *æqualis* H D. *Itaque ex* 29. *ſexti elementorum ad rectam lineã* O D *rectangulo* H D K *æquale rectangulum applicetur, excedens figura quadrata, quod ſit* O G Q. *Dico* D K *in* G *ſectam eſſe, vt proponebatur. Quoniam enim rectangulum* O G Q. *hoc eſt* O G D *eſt æquale rectangulo* H D K, *erit ex* 14. *ſexti elementorum* K D *ad* D G, *vt* O G *ad* H D; *& diuidendo* K G *ad* G D, *vt exceſſus, quo* O G *ſeparat* H D *ad* H D, *videlicet in prima quidem figura, vt vtraque* O H, D G *hoc eſt* D G, K M *ad ad* H D: *in ſecunda vero vt* P G *ad* H D, *& vt vnum ad vnum, ita antecedentia omnia ad omnia conſequentia, nempe vt* K G *ad* G D, *ita* K G *vna cum exceſſu, quo* O G *ſuperat* H D, *hoc eſt in prima figura ita* D M *ad* H D, D G, *hoc eſt ad* H G: *& in ſecunda figura, ita* P K *hoc eſt* D M *ad* H G. *rectangulum igitur* H G K *eſt æquale rectangulo* G D M, *videlicet ei, quod* L *&* D G *continetur. illud autem eſt quod facere oportebat.*

Et eſt indeterminatum] *Cum enim problematum alia determinata ſint, alia indeterminata, hoc ex eorum numero eſt, quæ indeterminata appellantur, quod vt fieri poſſint nulla indigent determinatione.* N

Poſitione igitur eſt ſemicirculus] *Ex 6. definitione libri datorum.* O

Quare poſitione eſt B C] *Non ſolum data eſt poſitione* B C, *ſed & magnitudine ex 91. libri datorum.* P

Idem autem congruet, ſi punctum] . . . . Q

Vt H G ad G D, ita erit L ad G K] *Ex 14. ſexti elementorum. Græcus codex* ὡς ἡ θ πρὸς τὴν η δ οὕτως ἐστὶ τὴν η κ *lege* οὕτος ἐστὶν ἡ λ πρὸς τὴν η κ. R

Vt autem L ad G K, ita id, quod bis continetur L & D C ad contentum bis D C, G K] S *Græcus codex* ὡς δὲ ἡ η λ πρὸς τὴν η κ, οὕτως ἐστὶ τὸ δὶς ὑπὸ δ α γ πρὸς τὸ δὶς ὑπὸ δ γ, η κ *legendum autem puto* ὡς δὲ ἡ λ πρὸς τὴν η κ, οὕτως ἐστὶ τὸ δὶς ὑπὸ λ δ γ πρὸς τὸ δὶς ὑπὸ δ γ, η κ.

Ergo vt quadratum ex A G ad quadratum ex G C, ita quadratum ex A D ad exceſſum quadratorum ex D G, G C] *Ex 12. quinti elementorum. Omnia enim antecedentia ad omnia conſequentia ſunt, vt vnum antecedentium ad vnum conſequentium.* T

Etenim vt H G ad G D, ita erat quadratum ex A D ad quadratum ex E C] *Græcus codex* ἔχομεν γὰρ ὡς τὴν θ η πρὸς τὴν η δ, οὕτως τὸ ἀπὸ α δ πρὸς τὸ ἀπὸ ε γ. *poſt quæ ſequuntur hæc* ἀναβαίνει δὲ ἐπισκεπτόμενον, *quæ ſupernacanea videtur & ob ſcriptoris negligentiam inſerta.* V

Ergo & quadratum ex A D maius eſt quadrato ex F C Græcus codex] μεῖζον τὸ ἀπὸ α δ τοῦ ἀπὸ ε γ *&c. ego legerem* μεῖζον ἄρα τὸ ἀπὸ α δ τοῦ ἀπὸ ε γ. X

Et multo maior, quam F C] *Intelligatur a puncto* E *ab* D C *ducta perpendicularis* E Y, *erit* Y C *maior, quam* F C. *ſed cum* E C *maiori angulo ſubtendatur, maior eſt, quam* Y C, *ergo* A D, *quam* F C *multo maior erit. vide tamen quorſum hæc.* Y

Ergo congruenter reſolutioni rectangulum H O K æquale erit rectangulo L D O] *Si ponatur* M X *æqualis* A D, *eodem modo, quo ſupra in reſolutione demonſtratum fuit rectangulum* H G K *æquale rectangulo* L D G. *demonſtrabitur quoque rectangulum* H O K *rectangulo* L D G *æquale. Græcus codex* ἔσται ἀκολούθως τῇ ἀναλύσει τὸ ὑπὸ τῶν θ ο κ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν α δ ο. *ego legendum cenſeo,* τὸ ὑπὸ τῶν θ ο κ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν λ δ ο. Z

Quod eſt abſurdum, nam indeterminata ſectione demonſtratum fuit maius eſſe] *Eſt enim rectangulum* H O K *maius rectangulo* H G K *ex 14. huius libri ſed rectangulum* L D O *minus eſt rectangulo* L D G, *quod* D O *ſit minor, quam* D G. *ergo rectangulum* H O K *rectan-* a

gulo LDO *multo maius erit*, *Græcus codex* ἐν γὰρ τῇ διωρισμένῃ δέδεικται μείζων *lege* μεῖζον.

β Ergo DCF ſolus problema efficit] *Græcus codex* τὸ δζε ἐστὶ μόνον ποιεῖ τὸ πρόβλημα, *lege* τὸ δζε ἄρα μόνον ποιεῖ τὸ πρόβλημα.

γ Habebit L ad OK minorem proportionem, quam HO ad OD] *ex 16. huius.*

δ Sed vt L ad OK, ita eſt quadratum ex AD ad exceſſum quadratorum ex DO OC] *Græcus codex* ἀλλ' ὡς μὲν ἡ κο πρὸς λ οὕτως ἐστὶ τὸ ἀπὸ αδ πρὸς τὴν τῶν ἀπὸ δθ, οκ ὑπεροχὴν *legendum autem puto*. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ λ πρὸς οκ. οὕτως ἐστὶ τὸ ἀπὸ αδ πρὸς τὴν τῶν ἀπὸ δο ογ ὑπεροχήν.

ε Vt autem HO ad OD, ita exceſsus quadratorum ex OA, AD ad quadratum ex OD] *Græcus codex* ὡς δὲ ἡ θο πρὸς οδ, οὕτως ἐστὶν ἡ ἀπὸ ἡ αδ πρὸς τὸ ἀπὸ οα *lege* ὡς δὲ θο πρὸς οδ, οὕτως ἐστὶν ἡ τῶν ἀπὸ οα, αδ ὑπεροχὴ πρὸς τὸ ἀπὸ οδ.

ζ Ergo quadratum ex AD ad exceſsum quadratorum ex DO, OC minorem proportionem habebit, &c.] *Græcus codex* καὶ τὸ ἀπὸ αδ ἄρα πρὸς τὴν τῶν ἀπὸ οδ, δγ ὑπεροχὴν *lege* πρὸς τὴν τῶν ἀπὸ δο, ογ ὑπεροχήν.

η Et omnia ad omnia maiorem proportionem habebunt, quam quadratum ex AD ad exceſsum quadratorum ex DO, OC] *Videlicet omnia antecedentia ad omnia conſequentia, hoc eſt exceſſus quadratorum ex* OA, AD *vna cum quadrato ex* AD *ad exceſſum quadratorum ex* DO, OC *vna cum quadrato ex* OD *maiorem habebunt proportionem, quam quadratum ex* AD *ad exceſſum quadratorum ex* DO, OC *ex 8. huius libri ſed exceſſus quadratorum ex* OA, AD *eſt rectangulum* HOD, *rectangulum autem* HOD *vna cum quadrato ex* AD *eſt æquale quadrato ex* AO. *Rurſus exceſſus quadratorum ex* DO, OC, *hoc eſt* MO, OC *eſt quadratum* MC, *quod vna cum quadrato ex* DO, *hoc eſt* MO *eſt æquale quadrato ex* OC. *quadratum igitur ex* AO *ad quadratum ex* OC *maiorem proportionem habet, quam quadratum ex* AD *ad quadratum ex* MC. *Græcus codex* καὶ πάντα πρὸς πάντα ὡς τὸ ἀπὸ αδ πρὸς τὴν τῶν ἀπὸ γο, οδ ὑπεροχήν. *lege* καὶ πάντα πρὸς πάντα μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ αδ πρὸς τὴν τῶν ἀπὸ γο, οδ ὑπεροχήν.

θ Quæ vero inter BC interijciuntur, eſſe minores] *Græcus codex* αἱ δὲ μεταξὺ τῶν βε. *lege* τῶν βγ.

κ Et in ſectione determinata rectangulum HGK maius erit rectangulo HTK] *Græcus codex* ἐν δὲ τῇ διωρισμένῃ μείζων ἔσται τὸ ὑπὸ λαγ τῶ ετκ *ego legendum puto* τὸ ὑπὸ θηκ τῶ ὑπὸ θτκ.

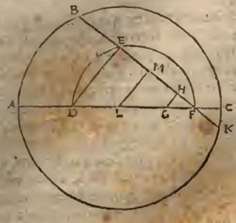
λ Ergo ſemicirculi, qui accedentes ad A lineas contingentes habet maiorem faciunt eam, quam AD, qui vero remotiores ſunt, faciunt minorem] *Græcus codex* ὥστε τὰ μὲν ἔγγιστα τῶ α &c. μείζονα ποιεῖ τὴν αδ *forte legendum erit* μείζονα ποιεῖ τῆς αδ.

IN DECIMONONO.

THEOREMA LXXXI. PROPOSITIO LXXXVI.

LEM. XII.

Sint rurſus ſemicirculi, maior autem AD, quam CF, & ipſi AD æqualis ponatur CG, ductaque BEF a puncto G ad ipſam perpendicularis agatur GH, & compleatur circulus ABC, producaturque BF vſque ad K. Dico BH ipſi EK æqualem eſſe.



Sumatur centrum circuli ABC, quod ſit L, & ab eo ad BK perpendicularis ducatur LM, ergo BM eſt æqualis MK. Itaque quoniam AL eſt æqualis LC, & AD ipſi GC, erit reliqua DL reliquæ LG æqualis, & ſunt tres parallelæ DE, LM, GH. quare EM eſt æqualis MH. eſt autem & tota BM æqualis toti MK. reliqua igitur BE reliquæ HK eſt æqualis. ex quibus conſtat & BH ipſi EK æqualem eſſe.

COM-

Ductaque BEF à puncto G ad ipſam perpendicularis agatur GH] *Græcus codex* καὶ διαχθείσης τῆς βεκ ἀπὸ τοῦ η ἐπ' αὐτῆν κάθετος. ἤχθω ἡ ηθ. *lege* καὶ διαχθείσης τῆς βεζ *&c. inferius cum addit* καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ βζ ἐπὶ τὸ κ. A

Et compleatur circulus ABC] *Græcus codex* καὶ πρὸς ἀναπεπληρώσθω τὰ βγ ἡμικύκλια. *ego legendum puto* καὶ πρὸς ἀναπεπληρώσθω ὁ αβγ κύκλος. B

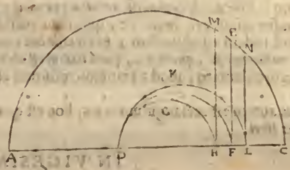
Erit reliqua DL reliquæ LG æqualis] *Græcus codex* λοιπὴ ἄρα ἡ αλ λοιπῇ τῇ λη ἐστιν ἴση. *lege* λοιπὴ ἄρα ἡ δλ λοιπῇ τῇ λη ἐστιν ἴση. C

Problema in idem.

PROBLEMA VI. PROPOSITIO LXXXVII.

LEM. XIII.

Semicirculo exiſtente ABC, & puncto D, deſcribere in AC per D ſemicirculum, ita vt ſi ducatur contingens FB, ſit AD ipſi FB æqualis.



Factum iam ſit: & quoniam AD eſt æqualis FB, erit & quadratum ex AD quadrato ex FB, hoc eſt rectangulo AFC æquale. A

Si igitur quadrato ex AD æquale applicemus ad rectam lineam AC deficiens figura quadrata, vt AFC, perpendicularemq; ducamus FB, & in DF ſemicirculum DEF deſcribamus; B linea BF ſemicirculum continget, C atq; erit æqualis ipſi AD. D hoc autem fit, quando AD minor eſt, quam dimidia ipſius AC. E Itaq; hoc inuento ſi per D alij ſemicirculi deſcribantur vt DGH, DKL, & contingentes ducantur HM, LN. erit HM quidem maior, quam AD, LN verò minor: F Quoniam enim AD minor eſt, quam DC, erit HM inter DC, G & per F quidem non tranſibit, accideret enim AD ipſi FC æqualem eſſe: quod eſt abſurdum. H & multo minus erit inter FC: quoniam rurſus accideret AD minorem eſſe, quam FC, quod itidem eſt abſurdum. eſt enim & maior, vt in K problemate, quod à principio poſitum eſt. quare punctum H erit inter FD. L maius autem eſt rectangulum AHC, hoc eſt quadratum ex MH rectangulo AFC, videlicet quadrato ex FB. ergo & maius quadrato ex AD, & propterea HM, quam AD eſt maior. recta verò linea LN eſt inter FC, quoniam rectangulum AL minus eſt quadrato ex AD, quod & minus ſit rectangulo AFC. quadratum igitur ex LN minus eſt quadrato ex AD. quare ipſa LN quam AD eſt minor. Similiter & omnes rectæ lineæ quæ ſunt ad partes C. & generaliter ſemicirculis quidem ad punctum C accidentibus, linea contingens minor eſt, quam AD; recedentibus autem ab eo ſemper eſt maior. poſſumus igitur in AC per D ſemicirculum deſcribere, vt rectæ lineæ contingentes interdum quidem æquales ſint ipſi AD, interdum verò maiores, & interdum minores.

COMMENTARIVS.

Factum iam ſit] *Reſolutio problematis, quæ breuiſſima eſt, compoſitio enim vt videtur incipit ab eo loco. Si igitur quadrato ex* AD *æquale applicemus ad rectam lineam* AC *deficiens figura quadrata, &c.* A

Si igitur quadrato ex AD æquale applicemus ad rectam lineam AC deficiens figura quadrata, vt AFC &c.] *Hoc fiet per 28. ſexti libri elementorum.* B

Linea BF ſemicirculum continget] *Ex 16. tertij elementorum.* C

Atque erit æqualis ipſi AD] *Cum enim* BF *ſit media proportionalis inter* AF, FC, *erit quadratum eius æquale rectangulo* AFC, *hoc eſt quadrato ex* AD: *idcoque* BF *ipſi* AD *eſt æqualis.* D

Hoc autem fit quando AD minor eſt, quam dimidia ipſius AC] *Nam ſi* AD *vel dimi-* E

dia ſit ipſius AB, *vel maior, quam dimidia, rectæ lineæ contingentes ſemicirculos, qui per* D *tranſeunt ſemper minores erunt, quam* AD.

F Quoniam enim AD minor eſt, quam DC, erit HM inter DC. ac per F quidem non tranſibit, accideret enim AD ipſi FC æqualem eſſe, quod eſt abſurdum] *Ego arbitror hunc locum corruptum eſſe, non enim video, cur eiuſmodi verbis opus ſit, cum propoſitum, quam expeditiſſime concludi poſſit hoc pacto.*

Itaque hoc inuento ſi per D *ſemicirculi deſcribantur, ut* DGH, DKL, *& contingentes ducantur* HM, LN, *neceſſe eſt puncta* HL, *vel cadere inter* DF, *vel inter* FC. *Si enim aliquod eorum caderet in* F *eſſet idem ſemicirculus, qui* DF, *quod non ponitur. Cadat igitur punctum* H *inter* DF, *& punctum* L *cadat inter* FC. *Dico* HM *maiorem eſſe, quam* AD, *&* LN *minorem. Quoniam enim rectangulum* AHC *maius eſt rectangulo* AFC *ex. 14. huius, atque eſt rectangulo* AHC *æquale quadratum ex* HM, *& rectangulo* AFC *æquale quadratum ex* FB, *erit quadratum ex* HM *quadrato ex* FB, *hoc eſt quadrato ex* AD *maius, & ob id recta linea* HM *maior, quam* AD. *Rurſus quoniam rectangulum* ALC *minus eſt rectangulo* AFC, *hoc eſt quadratum ex* LN *minus quadrato ex* FB, *erit quadratum ex* LN *quadrato ex* AD *minus, & ipſa* LN *minor, quam* AD. *Similiter, & omnes rectæ lineæ, &c.*

G Ac per F quidem non tranſibit, accideret enim AD ipſi FC æqualem eſſe, quod eſt abſurdum] *Vide ne legendum ſit, accideret enim* HC *ipſi* FC *æqualem eſſe, quod abſurdum.*

H Et multo minus erit inter FC, quoniam rurſus accideret AD minorem eſſe, quam FC, quod itidem eſt abſurdum] *Et fortaſſe hoc loco legendum erit, quoniam rurſus accideret* HC *minorem eſſe, quam* FC, *quod itidem eſt abſurdum.*

K Vt in problemate, quod a principio poſitum eſt] . . . .

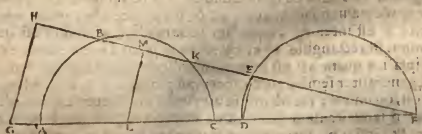
L Maius autem eſt rectangulum AHG, hoc eſt quadratum ex MH rectangulo AFC] *Ex 14. huius libri.*

IN VIGESIMO.

THEOREMA LXXXII. PROPOSITIO LXXXVIII.

LEM. XIV.

Sint ſemicirculi ABC, DEF; & ipſi CD æqualis ponatur AG, ducta autem FB ad eam perpendicularis agatur GH. Dico HB ipſi KE æqualem eſſe.



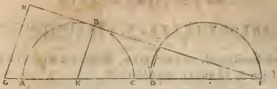
Sumatur centrum ſemicirculi ABC, quod ſit L, & puncto L ad BF perpendicularis ducatur LM, ergo BM æqualis eſt MK; Quoniam autem GA eſt æqualis CD, & AL ipſi LC, erit tota GL toti LD æqualis, ſuntque tres parallelæ GH, LM, DE. ergo HM eſt æqualis MB, quarum BM æqualis eſt MK. reliqua igitur HB reliquæ KE æqualis erit. conſtat etiam HK ipſi BE eſſe æqualem.

THEOREMA LXXXIII. PROPOSITIO LXXXIX.

LEM. XV.

Iiſdem exiſtentibus contingat BF in B. Dico rurſus HB ipſi BE æqualem eſſe.

Suma-



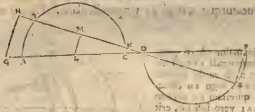
Sumatur enim rurſus centrum ſemicirculi ABC, quod ſit E, & iungatur KB, perpendicularis igitur eſt ad BF. Et quoniam in tribus parallelis GH, KB, DE æqualis eſt GK ipſi KD, & HB ipſi BE æqualis erit.

IN VIGESIMOTERTIO.

THEOREMA LXXXIV. PROPOSITIO XC.

LEM. XVI.

Sint Semicirculi ABC, DEF, & ponatur AG æqualis CD, ducta autem GH ad eam perpendicularis agatur GH. Dico HB ipſi KD æqualem eſſe. A



Sumatur ſemicirculus ABC centrum L, & ducatur LM perpendicularis, ergo BM eſt æqualis MK, & quoniam GA eſt æqualis CD, & AL ipſi LC, erit tota GL æqualis B toti LD, & ſunt parallelæ GH, LM, EF. æqualis igitur eſt & HM ipſi MD, quarum BM eſt æqualis MK. ergo reliqua HB reliquæ KD æqualis erit. C

COMMENTARIVS.

Dico HB ipſi KD æqualem eſſe] *Græcus codex ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ θκ τῇ κε, ſed legendum puto ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ θβ τῇ κδ.* A

Et quoniam GA eſt æqualis CD, & AL ipſi LC, erit tota GL æqualis toti LD] *Græcus codex ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ηα τῇ γζ. ἡ δὲ αλ τῇ λγ, ὅλη ἄρα ἡ ηλ ὅλῃ τῇ λζ ἐστιν ἴση ſed corrige ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ηα τῇ γδ, ἡ δὲ αλ τῇ λγ, ὅλη ἄρα ἡ ηλ τῇ λδ. ἐστιν ἴση.* B

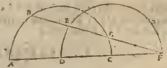
Ergo reliqua HB reliquæ KD æqualis erit] *Græcus codex λοιπὴ ἄρα ἡ θβ λοιπῇ τῇ κε ἐστιν ἴση lege λοιπῇ τῇ κδ ἐστιν ἴση poſt hæc in græco codice leguntur. καὶ ἰσοπίπτουσα φανερὸν δ' γὰρ ὑπὸ τῶν τῇ κέντρῳ ἐπιζευχθεῖσα ἐπὶ τὴν ἀφήν, quæ nos, & ſupernacanea, nihilque ad rem pertinentia omittenda duximus.* C

IN VIGESIMO QVARTO.

THEOREMA LXXXV. PROPOSITIO XCI.

Sint duo ſemicirculi, vt ABC, DEF, ſitque AD æqualis DC, & ducatur FB. Dico & BE ipſi EG æqualem eſſe.

31.tertij. 3.tertij. Hoc autem perſpicue conſtat; ſi enim iungatur DE, erit angulus DEF in ſemicirculo rectus, atque eſt DE a centro ſemicirculi ABC. ergo BE ipſi EG eſt æqualis.

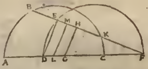


IN VIGESIMO QVINTO.

THEOREMA LXXXVI. PROPOSITIO XCII.

Iiſdem exiſtentibus ſit AD maior, quam DC, & ipſi DC æqualis ponatur AG, ducaturque GH ad BF perpendicularis. Dico BH ipſi EK æqualem eſſe.

Quoniam enim maior eſt AD quam DC, centrum ſemicirculi ABC eſt inter GD, quod ſit L. & rurſus ducatur perpendicularis LM. ergo BM eſt æqualis MK. Et quoniam AG quidem æqualis eſt DC, AL vero ipſi LC, erit reliqua GL ipſi LD æqualis. ſuntque tres parallelæ GH, LM, DE. ergo & HM eſt æqualis ME, erat autem, & tota BM æqualis toti MK. reliqua igitur BH reliquæ EK æqualis erit.

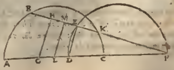


IN VIGESIMO SEPTIMO.

THEOREMA LXXXVII. PROPOSITIO XCIII.

LEM. XIX. Sit AD minor, quam DE, & ponatur CG ipſi AD æqualis, ducaturque perpendicularis GH. Dico BE æqualem eſſe ipſi KH.

Quoniam enim minor eſt AD, quam DC, erit centrum ſemicirculi ABC inter DG. Sit L. & a puncto L ad FB perpendicularis ducatur LM. A æqualis igitur eſt BM ipſi MK. Et quoniam AD æqualis eſt CG, & AL ipſi LC reliqua DL reliquæ GL eſt æqualis. & ſunt tres parallelæ DE, B LM, GH. ergo & EM eſt æqualis MH, ſed & tota LM toti MK. reliqua igitur BE reliquæ KH æqualis erit.



COM-

COMMENTARIVS.

Et quoniam AD æqualis eſt CG, & AL ipſi LC, reliqua DL reliquę LG eſt æqualis] A
Græcus codex hoc loco mancus eſt, in quo legitur ἐπεὶ δὲ ἴση ἐστὶν ἡ αδ τῇ λη *ſed legendum eſt* ἐπεὶ δὲ ἴση ἐστὶν ἡ αδ τῇ γη, ἡ δὲ αλ τῇ λγ, λοιπὴ ἄρα ἡ δλ λθ ἐστὶ τῇ λη ἴση ἐστι.

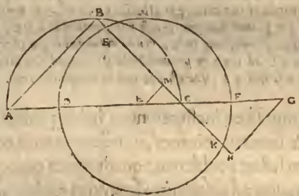
Sed & tota BM toti MK] *Græcus cod.* ἐστι δὲ καὶ ὅλη ἡ εμ ὅλη τῇ μκ ἴση *lege* καὶ ὅλη ἡ βμ ὅλη τῇ μκ ἴση. *In græcis codicibus ſequuntur duo lemmata, quæ cum nihil aliud contineant, niſi quod in duobus præcedentibus demonſtratur, ſuperuacanea viſa ſunt, quare nos ea conſulto omiſimus.* B

IN TRIGESIMOQVARTO.

THEOREMA LXXXVIII. PROPOSITIO XCIV.

Sint ſemicirculi ABC, DEF. & ſit DC maior, CF, ipſi vero AD æqualis ponatur FG, & circulus DEF compleatur; Ducaturque BCH, & à puncto G ad BC perpendicularis agatur GH. patet igitur GH extra circulum cadere, etenim ipſi parallela AB extra cadit. Dico BE æqualem eſſe KH.

A B



Quoniam DC maior eſt quam CF, circuli DEF centrum erit inter CD. ſit L; & perpēdicularis ducatur LM. Quod cum AD quidem ſit æqualis FG, DL vero ipſi LF erit tota AL toti LG æqualis. & ſunt tres parallelæ AB LM, GH. ergo & BM eſt æqualis MH, quarum BM æqualis eſt MK. reliqua igitur BE reliquę KH æqualis erit. conſtat præterea BK ipſi EH æqualem eſſe. C D

COMMENTARIVS.

Et circulus DEF compleatur, ducaturque BCH] *Græcus codex* καὶ προσαναπεπληρώσθω ὁ κύκλος *ſed forte legendum* ὁ δεζ κύκλος *vt in ſequenti lemmate. intelligendum autem eſt rectam lineam* BOH *ſecare circulum in punctis* EK, A

Etenim ipſi parallela AB extra cadit] *Græcus codex* παράλληλος γάρ γίνεται τῇ αβ ἡ δὲ αβ ὑποπίπτει, καὶ ἡ ηθ ἄρα ὑποπίπτει *vel pro* ὑποπίπτει *ſcribendum* ἐκτὸς πίπτει *vel idem ſignificat.* B

Circuli DEF centrum erit inter CD] *Græcus codex* ὁ τοῦ δεζ ἡμικυκλίου κέντρον μεταξύ ἐστι τῶν γδ: *Nos circuli potius, quam ſemicirculi centrum vertere maluimus: non enim ſemicirculus manet, ſed completus eſt circulus.* C

Ergo & BM eſt æqualis MH] *Cur hoc ſequatur ex parallelis diximus ſupra in commentarijs in 81. huius.* D

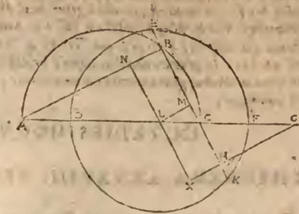
THEOREMA LXXXIX. PROPOSITIO XCV.

LEM. XXI.

Sint rurſus ſemicirculi ABC, DEF, & maior DC, quam CF, ipſi autem

AD po-

A AD ponatur æqualis FG. compleaturque DEFK circulus; & ducta EBK a puncto G ad eam perpendicularis agatur GH. patet igitur GH cadere intra circulum, quoniam & AB ipſi parallela intra cadit. Dico EB æqualem eſſe HK.



Sit enim centrum L, & B rurſus perpendicularis LM. ergo EM eſt æqualis MK. Et quoniam in tribus parallelis AB, LM, GH æqualis eſt AL ipſi LG, erit, & BM æqualis MH. eſt autem, & tota EM toti MK æqualis. reliqua igitur EB reliquæ HK æqualis erit.

COMMENTARIVS.

A Et ducta EBK a puncto G ad eam perpendicularis agatur GH] *Ducatur à puncto A ad circumferentiam ſemicirculi ABC, recta linea AB quæ circulum DEFK ſecet, & iuncta C producatur, vt eundem circulum ſecet in punctis EK.*

B Et quoniam in tribus parallelis AB, LM, GH æqualis eſt AL ipſi LG, erit & BM æqualis MH] *Ducatur per L ipſi EH parallela NLX, vt rectam lineam AB ſecet in puncto N, & GH productam in X. erunt triangula ANL GXL inter ſe ſimilia. vt igitur AL ad LN, ita GL ad LX: & permutando vt AL ad LG, ita NL ad LX. Sed AL eſt æqualis LG. ergo & NL ipſi LX, hoc eſt BM ipſi MH æqualis erit.*

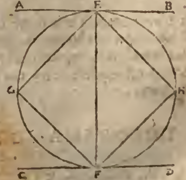
νεύσεων. Primus liber inclinationum habet problemata nouem. determinationes tres, & ſunt tres minores, videlicet quæ ad nonum; ſecundus liber inclinationum habet problemata quadraginta quinque, & determinationes tres, videlicet, quæ ad ſeptimum decimum problema; ad vndeuigeſimum, & vigeſimum, & ſunt tres minores.

TACTIONVM LIBER PRIMVS.

THEOREMA XC. PROPOSITIO XCVI.

LEM. I.

Sint duæ rectæ lineæ AB, CD, quas contingat circulus EF, in EF punctis, & iungatur EF. Dico eam circuli EF diametrum eſſe.



Sumantur in circumferentia circuli puncta GH, & EG, GF, FH, HE iungantur. Quoniam igitur AB quidem contingit, ſecat A autem EF, erit AEF angulus æqualis angulo, qui conſiſtit in alterna circuli portione, videlicet EHF. & eadem ratione angulus DFE æqualis eſt angulo FGE, qui in altera por- B tione conſiſtit. ergo angulus EHF angulo C HGF eſt æqualis, & ſunt æquales duobus rectis. quare vterq; ipſorum rectus eſt; & vterque ſemicirculus EHF, EGF. diameter igitur D eſt EF ipſius EF circuli, quod demonſtrare oportebat.

COM-

COMMENTARIVS.

Erit A E F angulus æqualis angulo, qui conſiſtit in alterna circuli poſitione, videlicet E H F. & eadem ratione angulus D F B æqualis eſt angulo F G B, qui in alterna portione conſiſtit] *Ex 32. tertij elem. Græcus autem codex* ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ α ε ζ γωνία τῇ ἐν τῷ ε ἐναλλὰξ τμήματι γωνίᾳ *lege* ἐν τῷ ἐναλλὰξ τμήματι γωνίᾳ, *& paulo poſt* ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ δ ζ ε ἐναλλάξ. *lege* ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τμήματι γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ζ κ ε. A

Ergo angulus E H F angulo B G F eſt æqualis] *Eſt enim angulus* A E F *æqualis angulo* D F B *ex 29. primi elementorum.* B

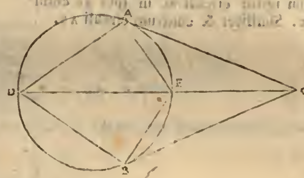
Et ſunt æquales duobus rectis] *Ex 22. tertij elementorum.* C

Diameter igitur eſt E F ipſius E F circuli] *Huius conuerſa ab Apollonio demonſtratur in 27. ſecundi libri conicorum, non ſolum in circulo, ſed etiam in ellipſi.* D

THEOREMA XCI. PROPOSITIO XCVII.

LEM. II.

Sit circulus A B D, quem contingant rectæ lineæ B C, C A; & angulus C bifariam ſecetur recta linea C D. Dico in C D circuli A B D centrum conſiſtere. A



Iungantur D A, A E, D B, B E. Et quoniam contingit quidem A C, ſecat autem C D, erit rectangulum D C B æquale quadrato ex C A. ergo angulus D A C eſt æqualis angulo A B C. & eadem ratione angulus D B C angulo B E C. Sed angulo B A C æqualis eſt angulus E B C. angulus igitur D A E angulo D B E eſt æqualis. ergo rectus vterque ipſorum, & D E diameter eſt circuli A B D. Ex quo ſequitur, vt in ipſa C D circuli A B D centrum conſiſtat. B C D E

COMMENTARIVS.

Quem contingant rectæ lineæ B C, C A] *A puncto* C *procedentes rectæ lineæ* C A, C B *circulum contingant in punctis* A B. A

Iungantur D A, A B, D B, B E] *Græcus codex* καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ δ α, α ε, δ β, β ε. *Ego legendum puto* ἐπεζεύχθωσαν *ſine particula* καὶ. B

Et quoniam contingit A C, ſecat autem C D, erit rectangulum D C B æquale quadrato ex A B] *Ex 36. tertij elementorum.* C

Ergo angulus D A C eſt æqualis angulo A B C] *Videtur hic locus in Græco codice totus corruptus eſſe, qui ſic habet* ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ δ α γ γωνία τῇ ὑπὸ α γ δ γωνίᾳ διὰ ταῦτα καὶ ἡ ὑπὸ δ α ε γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ β γ δ ἀλλὰ τῇ ὑπὸ α γ δ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ β γ δ γωνία, *neque enim anguulus* D A C *æqualis eſt angulo* A C D, *neque* D A E *ipſi* B C D. *Sed forte legendum erit hoc pacto.* ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ δ α γ γωνία τῇ ὑπὸ α ε γ γωνίᾳ. διὰ ταῦτα καὶ ἡ ὑπὸ δ β γ γωνία τῇ ὑπὸ β ε γ ἀλλὰ τῇ ὑπὸ ε α γ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ε β γ γωνία. *Vereor tamen ne multa deſiderentur.* D

Angulus igitur D A B angulo D B E eſt æqualis] *Ego hoc ita demonſtrarem. Quoniam* C A *quidem circulum contingit,* C D *vero ſecat, erit rectangulum* D C B *æquale quadrato ex* C A. *& eadem ratione idem rectangulum* D C B *æquale erit quadrato ex* C B. *quadratum igitur ex* C A *æquale eſt quadrato ex* C B. *ideoq; recta linea* C A *rectæ* C B *eſt æqualis. Sed angulus* A C B *æqualis eſt angulo* B C B. *ergo & baſis* A E *baſi* E B, *& reliqui anguli reliquis angulis æquales: videlicet angulus* C A E *angulo* C B E, *& angulus* A E C *ipſi* B E. *Rurſus quoniam rectangulum* D C E *æquale eſt quadrato ex* C A, *vt* D C *ad* C A, *ita eſt* A C *ad* C B, *& ſunt circa* E

æquales angulos latera proportionalia. triangulum igitur CAE *ſimile eſt triangulo* CDA. *Et eodem modo demonſtrabitur triangulum* GBE *ſimile triangulo* CDB. *ergo angulus* DAC *eſt æqualis angulo* ABC, *&* *angulus* DEC, *angulo* EBC, *& ob id angulus* DAC *æqualis eſt angulo* DBC. *Sed angulus* EAC *eſt æqualis angulo* EBC, *vt demonſtratum fuit. reliquus igitur angulus* DAE *reliquo* DBE *eſt æqualis.*

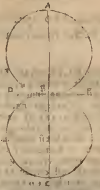
IN DECIMO SECVNDO.

LEM. III.

THEOREMA XCII. PROPOSITIO XCVIII.

Sint duo circuli AB, BC, ſeſe contingentes in puncto B, & ducatur recta linea ABC, ſitque in ea centrum circuli AB. Dico & circuli BC centrum in ipſa ABC conſiſtere.

Ducatur DBE, quæ vtrumque circulum contingat. rectus igitur eſt angulus ABD. & quidem deinceps angulus DBC eſt rectus; contingitque DE circulum BC. centrum igitur circuli BC in ipſa BC conſiſtit. Similiter & centrum circuli AB.

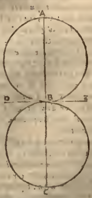


THEOREMA XCIII. PROPOSITIO XCIX.

LEM. IV.

Sint rurſus AB, BC circulorum diametri. Dico circulos AB, BC ſe inuicem contingere.

Ducatur rurſus DB, quæ circulum AB contingat. rectus igitur eſt angulus ABD. & qui deinceps DBC eſt rectus, atque eſt in ipſa BC centrum circuli BC, ergo DB circulum BC contingit. Sed & contingit AB circulum in B puncto. circulus igitur AB circulum BC in puncto B contingat neceſſe eſt in eadem figura.



COMMENTARIVS.

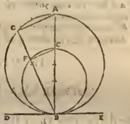
Sint rurſus A B, B C circulorum diametri] *Græcus codex ἔστωσαν πάλιν αἱ α β, β γ κύκλων ſed forte addendum erit διάμετροι.* A

Atque eſt in ipſa B C centrum circuli B C] *Græcus codex corruptus eſt, in quo legitur, καὶ ἔστιν ἑκατέρα κέντρον ἡ β γ.* B

THEOREMA XCIV. PROPOSITIO C.

LEM. V.

Sint duo circuli A B, B C ſeſe in puncto B contingentes, & ducatur A C B, ſitque in ea centrum circuli A B. Dico & circuli B C centrum eſſe in ipſa B C.



Ducatur circulos contingens D E. Quoniã igitur D B circulum A B contingit, & per centrum ducitur A B; erit angulus D B C rectus: A B
ducta autem eſt a tactu B C. ergo in ipſa B C centrum circuli B C conſiſtit. Sed & illud idem conſtat hoc modo. C

Si enim ducatur B F G, & C F, A G iungantur, fiet angulus D B F æqualis vtrique ipſorum B A G, B C F. ergo angulus C F B eſt æqualis angulo A G B. atq; eſt angulus A G B rectus; rectus igitur eſt & B F C, & idcirco in ipſa B C eſt centrum B C circuli. Eadem quoq; ratione ſi ponamus centrum circuli B C eſſe in linea A B, oſtendemus etiam in ipſa circuli A B centrum in eſſe. D

COMMENTARIVS

Ducatur circulos contingens D B] *Tranſibit ea neceſſario per punctum B, alioqui vtroſque circulos non contingeret.* A

Quoniam igitur D E circulum A B contingit, & per centrum ducitur A B] *Græcus codex ἐπεὶ οὖν ἐφάπτεται ἡ δὲ τοῦ α β κύκλου διὰ τοῦ κέντρου ἡ α β, vide ne legendum ſit διὰ δὲ τοῦ κέντρου ἡ α β. Vel καὶ διὰ τοῦ κέντρου ἡ α β.* B

Ducta autem eſt a tactu B C. ergo in ipſa B C centrum circuli B C conſiſtit] *Græcus codex καὶ ἦκται ἀπὸ τῆς ἁφῆς τῆς β ε. ἐπὶ τὴν β γ τὸ κέντρον ἄρα ἐπὶ τοῦ β γ κύκλου. ſed fortaſſe legendum erit. καὶ ἦκται ἀπὸ τῆς ἁφῆς ἡ β γ ἐπὶ τῆς β γ ἄρα τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ β γ κύκλου.* C

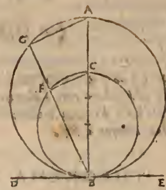
Si enim ducatur B F G, & B F, A G iungantur, fiet angulus D B F æqualis vtriq; ipſorum B A G, B C F. ergo & angulus C F B eſt æqualis angulo A G B] *Græcus cod. corruptus eſt, qui ſic habet. εἰ γὰρ διαχθῇ ἡ β ζ, καὶ ἐπιζευχθῶσαν γ ζ, α η γένοιτο ἂν ἴση ἡ ὑπὸ δ β ζ γωνία ἑκατέρᾳ τῶν ὑπὸ τῶν ε ζ γ, α η β γωνία. fortaſſe autem hoc pacto reſtituetur. εἰ γὰρ διαχθῇ ἡ β ζ η, καὶ ἐπιζευχθῶσαν αἱ γ ζ, α η, γένοιτο ἂν ἴση ἡ ὑπὸ δ β ζ γωνία ἑκατέρᾳ τῶν ὑπὸ τῶν β α η, β γ ζ, ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ γ ζ β γωνία τῇ α η β. angulus enim D B F, ex 32. tertij elementorum æqualis eſt vtriſque ipſorum B A G, B C F. & quoniam angulus ad B eſt communis vtriſque triangulus A B G, C B F, erit, & reliquus C F B æqualis reliquo A G B æqualis.* D

THEOREMA XCV. PROPOSITIO CI.

LEM. VI.

Sed rurſus ſint A B, B C circulorum diametri. Dico circulos ſeſe inuicem contingere.

Ducatur recta linea DBE, quæ circulum AB contingat. erit angulus ABE rectus, atque eſt diameter BC. ergo DE circulum BC
A contingit in puncto B. Sed & contingit circulum AB in eodem B puncto. Circulus igi-
B tur AB circulum BC in puncto B contingit, in eadem figura.



COMMENTARIVS.

A Ergo DE circulum BC contingt in puncto B] *Græcus codex ἡ ἄρα ἐφαπτομένη τῦ βγ κύκλυ κατὰ τὸ β σημεῖον ego legendum arbitror ἡ δὲ ἄρα ἐφάπτεται τῦ βγ κύκλυ κατὰ τὸ β σημεῖον. poſtea ſequuntur hæc. εἰ γὰρ ἐκβληθείη ἡ γζ ἐπὶ τὸ δ, γίνοιτο ἂν τὸ ὑπὸ γδζ ἴσον τῷ ὑπὸ αβ διὰ τὸ ὀρθὴν γίνεσθαι τὴν πρὸς τῷ ζ γωνίαν ἴσην τῆς πρὸς τῷ β ὀρθῆς. quæ nos veluti ſuperuacanea omiſimus.*

B Sed & contingit circulum AB in eodem B puncto] *Græcus codex ἀλλὰ γὰρ καὶ τῦ αβ κύκλυ libentius legerem ἀλλὰ καὶ τῦ αβ κύκλυ.*

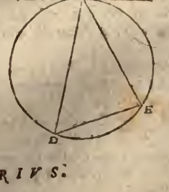
IN VIGESIMO SEXTO.

LEM. VII.

THEOREMA XCVI. PROPOSITIO CII.

Sint duo circuli ABC, DEB ſe inuicem contingentes in puncto B; & per B ducantur CBD, ABE, iunganturque AC, DE. Dico rectas lineas AC, DE interſe parallelas eſſe.

Ducatur enim recta linea FG circulos contingens in B puncto. Et quoniam BF quidem circulum contingit, BA vero ſecat; erit angulus ABF angulo ACB æ-
A qualis: Et eadem ratione angulus GBE
B æqualis angulo EDB. angulus igitur ACB
32.tertij. angulo EDB æqualis erit. & ſunt alterni. ergo AC ipſi DE eſt parallela. quod demonſtrare oportebat.



COMMENTARIVS.

A Et eadem ratione angulus GBE æqualis angulo EDB] *Græcus codex ἴση ἐστι τῇ ὑπὸ εβη γωνίᾳ. lege τῇ ὑπὸ εδβ γωνίᾳ.*

B Angulus igitur ACB angulo EDB æqualis erit] *Etenim æquales ſunt ABF, GBE anguli ex 15. primi elementorum. Græcus autem codex. καὶ ἡ ὑπὸ αβγ ἄρα &c. lege καὶ ἡ ὑπὸ αγβ ἄρα.*

THEO.

THEOREMA XCVII. PROPOSITIO CIII.

LEM. VIII.

Sit circulus ABC, iunganturque AB, BC, AC: & a puncto A ducatur recta linea AE, ita vt angulus B angulo EAC ſit æqualis. Dico DE circulum ABC in puncto A contingere. A B C

Sit recta linea AC tranſit per centrum, illud manifeſte patet; ſit enim angulus EAC rectus, cum rectus ſit angulus ad B. hoc autem demonſtratum eſt. Si vero non tranſit per centrum ſit centrum F, & ducta AF producatur ad G iungaturque BG. rectus igitur angulus ABG. Et quoniam angulus quidem EAC angulo ABC eſt æqualis, angulus vero GAC in eadem portione eſt æqualis angulo GBC; erit totus EAG angulus æqualis angulo ABG. Sed angulus ABG eſt rectus. rectus igitur & BAG, atque eſt AF ſemidiameter. ergo OB circulum ABC contingit. hoc enim demonſtratum eſt. D



COMMENTARIVS.

Iunganturque AB, BC, AC] *Gracus codex* καὶ ἐπεζεύχθω ἡ αβ, βγ *ego legendum cenſeo* αγ. A

Ita vt angulus B angulo BAC ſit æqualis] *Gracus codex* ὥστε ἴσην εἶναι τὴν γ γωνίαν τῇ ὑπὸ εαγ γωνίᾳ *lege* τὴν β γωνίαν. B

Dico DE circulum ABC in puncto A contingere] *Gracus codex* ὅτι ἐφάπτεται ἡ δε τοῦ αβ κύκλου *lege* τοῦ αβγ κύκλου. C

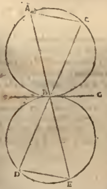
Ergo circulum ABC contingit] *Ex 16. tertij elementorum. Gracus autem codex* ἐφαπτομένη ἄρα ἡ δε *legendum ut arbitror* ἐφάπτεται ἄρα ἡ δε. D

THEOREMA XCVIII. PROPOSITIO CIV.

LEM. IX.

Quod cum ita ſit præcedentis conuerſa demonſtrabitur, nempe. Parallelis exiſtentibus AC, DE circulos ABC, DBE ſe inuicem contingere in puncto B.

Ducatur rurſus recta linea FG, circulum ABC contingens. ergo angulus ABF eſt æqualis angulo C. Sed angulus ABF eſt etiam æqualis angulo EBO. angulus autem O angulo C alterno eſt æqualis: & angulus GBE angulo O. quare ex eo, quod proxime demonſtratum eſt, recta linea FG circulum OBE contingit. Sed & contingit circulum ABC in puncto B. circulus igitur ABC circulum DBE in puncto B contingit.



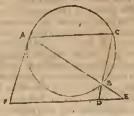
PRO-

PROBLEMA IN IDEM.

LEM. X.

PROBLEMA VI. PROPOSITIO CV.

A Circulo ABC poſitione dato, & datis duobus punctis DE, ab ipſis DE ſi inflectatur DBE, & producatur, facere AC ipſi DE parallelam.



B Factum iam ſit, & ducatur cotingens FA. Quoniam igitur AC parallela eſt ipſi DE, angulus C angulo CDE eſt æqualis. ſed etiam eſt æqualis angulo FAB, etenim FA circulo contingit, & AB ſecat angulus igi-
C tur FAB æqualis eſt angulo CDE, ac propterea in circulo ſunt ABDF puncta. ergo rectangulum AEB rectangulo FED eſt æquale. datum autem eſt rectangulum AEB quod æquale ſit quadrato lineæ contingentis, quare & rectangulum DEF eſt datum,
D & data DE. data igitur & EF. Sed & poſitione, atque eſt datum punctum E, ergo &
E ipſum F. A dato autem puncto F. ducta eſt recta linea FA, quæ circulum ABC poſitione datum contingit. ergo & FA poſitione, & magnitudine datur. & eſt datum punctum F. datum igitur & A. ſed & E datum, poſitione igitur eſt AE. eſt autem, & circulus poſitione. ergo & punctum B, at datum eſt vtrumque ipſorum DE. vtraque igitur DB, BE poſitione erit data.

Componetur autem problema hoc modo.

C Sit circulus quidem ABC: data autem duo puncta DE. & quadrato rectæ lineæ contingentis ponatur æquale id, quod DE, & alia quadam linea EF continetur. deinde a puncto F ducatur recta linea FA, circulum ABC contingens, & iungatur AE. ducta vero DB producatur ad C, & AC iungatur. Dico AC ipſi DE. parallelã eſſe. Quoniam enim rectangulum FED æquale eſt quadrato rectæ lineæ contingentis, & eidem
A æquale eſt rectangulum AEB; erit AEB rectangulum rectangulo FED æquale. In circulo igitur ſunt FA, BD puncta, ideoque FAE angulus æqualis eſt angulo BDE. Sed & angulus FAB æqualis eſt angulo, qui in alterna circuli portione conſiſtit, videlicet ipſi ACB. angulus igitur ACB. angulo BDE eſt æqualis, & ſunt alterni. ergo AC ipſi DE parallela ſit neceſſe eſt.

COMMENTARIVS.

A Circulo ABC poſitione dato, & datis duobus punctis DE ab ipſis DE ſi inflectatur DBE, & producatur, facere AC ipſi DE parallela] *Græcus codex* θέσει δοθέντος κύκλου τοῦ αβγ καὶ δύο δοθέντων τῶν δε, ἀνδοθῇ ἡ δβε, καὶ ἐκβληθῇ ποιεῖν παράλληλον τὴν αγ τῇ δε *qui locus corruptus videtur, & fortaſſe eum ita reſtituemus* θέσει δοθέντος κύκλου, *&c.* ἐὰν κλασθῇ ἡ δβε καὶ ἐκβληθῇ ποιεῖν παράλληλον τὴν αγ τῇ δε. *Eodem enim loquendo modo vſus eſt Pappus in quarto libro propoſitione 34.* θέσει ἡ διὰ τῶν α γ καὶ ἀπὸ δοθέντων ἐπ' αὐτῆς τῶν α γ κεκλάσθω ἡ αβγ διπλασίαν ποιοῦσα τὴν ὑπὸ αγβ γωνίαν τῆς ὑπὸ γαβ *& in hoc eodem libro propoſitione 117.* ἀπὸ τῶν θζ κεκλάσθω θγζ ὥστε παράλληλον εἶναι τὴν βη τῇ θζ *& Euclides, ſeu Theon in tertio libro elementorum poſitione, 20.* κεκλάσθω δὴ πάλιν, καὶ ἔστω γωνία ἑτέρα ἡ ὑπὸ βδγ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ δε ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ η.

Erit

Erit autem problema tale.

Circulo A B C *poſitione dato, & datis duobus punctis* D E *inuenire in circuli circumferentia punctum* B, *ad quod ſi ducatur,* E B, D B, *& producantur in* A C *puncta, iunganturque* A C, D B, *recta linea* A C *ſit ipſi* D B *parallela.*

Factum iam ſit, & ducatur contingens F A] *Græcus codex* γεγονέτω καὶ ἤχθω ἐφαπτομένη ζη *lege* ἡ ζα. B

Ac propterea in circulo ſunt A B, D F puncta] *Quoniam enim angulus* F A B *eſt æqualis angulo* B D B, *& duo anguli* B D B, B D F *ſunt æquales duobus rectis; erunt, & anguli* F A B, B D F *duobus rectis æquales. ergo quadrilateri* A B, D F *reliqui anguli* A F D, D B A *duobus rectis æquales ſunt: ex quibus ſequitur per conuerſam 22. tertij elementorum puncta* A B, D F *in circuli circumferentia eſſe.* C

Data igitur & E F] *Videlicet magnitudine ex 53. datorum. Græcus codex* δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ βζ. *lege* καὶ ἡ εζ. D

A dato autem puncto F ducta eſt recta linea F A, quæ circulum A B C poſitione datum contingit] *Græcus codex* ἀπὸ δεδομένου σημείου τοῦ ζ θέσει δεδομένου κύκλου τοῦ αβγ ἐφάπτεται πρὸς εὐθεῖαν ἦκται ἡ ζαν. *Sed legendum puto* ἀπὸ δὴ δεδομένου σημείου τοῦ ζ θέσει δεδομένου κύκλου τοῦ αβγ ἐφαπτομένη εὐθεῖα ἦκται ἡ ζα. E

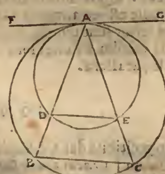
In circulo igitur ſunt F A, B D puncta, ideoque F A B angulus æqualis eſt angulo B D B] *Ex conuerſa 36. tertij elementorum ſequitur quattuor puncta* F A, B D *in circuli circumferentia eſſe. ergo anguli* F A B, B D F *ſunt æquales duobus rectis ex 22. tertij, ſed & duobus rectis æquales ſunt anguli* B D F, B D E *dempto igitur communi angulo* B D F *reliquus* F A E *reliquo* B D B *æqualis erit. Græcus autem codex corruptus eſt & mancus, qui ſic habet* ἐν κύκλῳ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ζαε γωνία τῇ ὑπὸ βδε γωνίᾳ *& fortaſſe ita reſtituetur* ἐν κύκλῳ ἄρα ἐστὶ τὰ αβ, δζ σημεῖα· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ζαε γωνία τῇ ὑπὸ βδε γωνίᾳ. F

IN DECIMOQVARTO. I

LEM. XI.

THEOREMA XCIX. PROPOSITIO CVI.

Sint duo circuli A B C, A D E, qui ſeſe in puncto A contingant, & a puncto A ducantur rectæ lineæ A D B, A E C, & D E, B C iungantur. Dico D E ipſi B C parallelam eſſe.



Ducatur à puncto A recta linea contingens F G. A angulus igitur F A B vtrique A C B, A E D eſt æqualis, B & ob id A C B angulus æqualis eſt angulo A E D. ergo D B ipſi B C eſt parallela. C Sed ſit parallela D B ipſi B C. D Dico circulos A B C, A D E ſe mutuo contingere. Ducatur enim recta linea F G, quæ circulum A B C contingat. ergo F A D angulus eſt æqualis angulo C. Sed angulus C æqualis eſt angulo B. angulus igitur F A D angulo B eſt æqualis. E ideoque F G circulum A D E contingit; hoc enim ante demonſtratum eſt. circuli igitur A B C, A D E in puncto A ſe ſe contingunt. F

COMMENTARIVS.

Ducatur à puncto A recta linea contingens F G.] *Hoc eſt ducatur per punctum* A *recta linea contingens* F G. A

Angulus igitur F A B vtrique A C B, A B D eſt æqualis] *Ex 32. tertij elementorum.* B

Ergo D B ipſi B C eſt parallela] *Ex 28. primi elementorum.* C

Sed ſit parallela D E ipſi B C] *Deſiderantur hæc in græco codice. quare legendum puto* ἀλλά D

ἀλλὰ παράλληλος ἴσω ἡ δε τῇ βγ ὅτι ἐφάπτονται, &c.

E Ideoque F G circulum A D B contingit, hoc enim ante demonſtratum eſt] *In propoſitione 103. & lemmate 8. ex præcedentibus.*

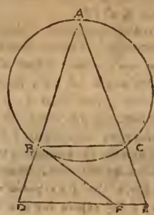
F Circuli igitur A B C, A D E in puncto A ſe mutuo contingunt] *Hæc eſt principalis concluſio, quæ in græco codice deſideratur.*

PROBLEMA IN IDEM.

PROBLEMA VIII. PROPOSITIO CVII.

LEM. XII.

A Circulo poſitione dato A B C, & datis duobus punctis D E inflectere D A E, & facere B C ipſi D E parallelam.



Factum iam ſit, & a puncto ducatur contingens B F. Itaque quoniam contingit quidem B F, ſecat

32. tertij. autem B C, erit angulus F B C hoc eſt D F B æqua-

B lis angulo A. In circulo igitur ſunt A E, B F pun-

29. primi. cta, & ideo rectangulum A D B rectangulo E D F eſt

C æquale. datum autem eſt A D B rectangulum,

36. tertij. quod æquale ſit quadrato contingentis. quare, &

53 dator. & rectangulum B D F eſt datum, & data D E ergo,

25. dator. & D F. ſed & poſitione, & datum punctum D. datum igitur, & F. à dato igitur puncto F ad circulum poſitione datum contingens ducta eſt F B. ergo F B poſitione eſt data, & datum punctum B.

D ſed & D datum. poſitione igitur eſt B D. quod

E cum circulus A B C poſitione ſit, datum erit &

F punctum A. eſt autem & C datum. vtraque igitur iſtarum D A, A E poſitione data erit.

Componetur autem problema hoc modo.

Sit circulus A B C, data vero puncta D E & quadrato contingentis æquale ponatur rectangulum E D F. atque a puncto F ducatur recta linea F B, quę circulum A B C con-

G tingat; iunctaque D B ad A producatur, & iungantur A E, B C. Dico B C ipſi D E pa-

H rallelam eſſe. Quoniam enim rectangulum B D F æquale eſt quadrato contingentis, & eidem æquale eſt rectangulum A D E, erit rectangulum A D B rectangulo E D F æquale. In circulo igitur ſunt puncta A E, F B. ideoque angulus A, hoc eſt C B F eſt æqualis an-

K gulo B F D; etenim B F circulum contingit, & B C ſecat & ſunt anguli alterni; ergo B C ipſi D E eſt parallela.

COMMENTARIVS.

A Circulo poſitione dato, & datis duobus punctis D E inflectere D A E, & facere B C ipſi D E parallelam] *Græcus codex* θέσει ὄντος τῦ κύκλυ τῦ αβγ, καὶ δύο δοθέντων τῶν δε, κλᾶν δοθεῖσαν τὴν δαε καὶ ποιεῖν παράλληλον τὴν βγ τῇ δε. *Sed ex ijs quæ in antecedenti dicta ſunt forte legendum erit hoc modo.* καὶ δύο δοθέντων τῶν δε κλάζαι τὴν δαε καὶ ποιεῖν, &c. *neceſſe enim eſt inuenire punctum* B, *ita vt ducta* D B A, A E, *& iunctis* B C, D E *ſit* B C *ipſi* D E *parallela.*

B In circulo igitur A B E F puncta] *Quoniam enim angulus* D F B *eſt æqualis angulo* A, *& ſunt anguli* D F B, B F E *æquales duobus rectis, erunt & quadrilateri* A B F E *anguli* B A E, B F E *oppoſiti æquales duobus rectis, puncta igitur* A B, F E *in circulo ſint neceſſe eſt ex conuerſa 22. tertij elementorum.*

C Datum autem eſt A D B rectangulum, quod æquale ſit quadrato contingentis] *Græcus codex corruptiſſimus eſt, in quo legitur* δοθὲν δὲ τὸ ὑπὸ λα ἴσον γὰρ τῷ ἀπὸ τῆς βδ δοθέντι.

θέντι ego legendum puto δοθὲν δὲ τὸ ὑπὸ α δ β, ἴσον γὰρ τῷ ἀπὸ τῆς β ζ ἐφαπτομένης *vel* ἴσον γὰρ τῷ ἀπὸ τῆς β ζ δοθείσης.

Poſitione igitur eſt E D] *Ex 26. datorum. Græcus codex* θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ α δ. *ego legerem* ἡ β δ. D

Datum erit & punctum A] *Ex 25. datorum. Græcus codex* δοθὲν ἄρα τὸ δ *lege* τὸ α. E

Vtraque igitur ipſarum D A, A B poſitione data erit] *Ex 26. datorum. Græcus codex* δοθὲν ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν δ α, α ε τῇ θέσει *lege* δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν, *&c.* F

Iunctaque D B ad A producatur] *Græcus codex* καὶ ἐπεζεύχθω ἡ δ β γ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ α *lege* καὶ ἐπεζεύχθω ἡ δ β καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ α. G

Quoniam enim rectangulum E D F æquale eſt quadrato contingentis, & eidem equale eſt rectangulum A D B, erit rectangulum A D B rectangulo E D F æquale in circulo igitur ſunt puncta A B, F E] *Hoc loco in Græco codice multa deſiderantur, vt forte reſtituendus ſit in hanc ſententiam* ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ ε δ ζ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης, ἀλλὰ καὶ τὸ ὑπὸ α δ β ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης, ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ α δ β τῷ ὑπὸ ε δ ζ. ἐν κύκλῳ ἄρα ἐστὶ τὰ α β, ζ ε σημεῖα. H

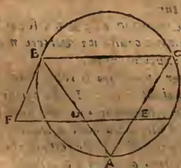
Et ſunt anguli alterni. ergo B C ipſi D B eſt parallela] *Ex 27. primi elementorum. Græcus codex* καὶ εἰσιν ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ἡ β γ τῇ δ ε *lege* καὶ εἰσιν ἐναλλάξ. παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ β γ τῇ δ ε. K

PROBLEMA IN XVIII.

PROBLEMA IX. PROPOSITIO CVIII.

LEM. XIII.

Circulo A B C poſitione dato, & datis duobus punctis D E, ab ipſis D E inflectere D A E, & & facere B C ipſi D E parallelam. A



Factum iam ſit, & a puncto B ducatur recta linea B F, circulum A B C contingens. ergo angulus F B D eſt æqualis angulo C, hoc eſt angulo E. In circulo igitur ſunt B F A E puncta. quare rectangulum B D A eſt æquale rectangulo F D E. datum autem eſt B D A rectangulum etenim a puncto dato A ad rectam lineam poſitione datam acta eſt A D B, quæ datum angulum efficit. ergo & rectangulum F D E eſt datum; atque eſt data D E. data igitur & F D: eſtque datum punctum D, ergo & F, a dato igitur puncto F ducta eſt F B, quæ circulum poſitione datum contingit. ergo poſitione eſt F B, ac propterea punctum B datum. ſed & D poſitione igitur D E. eſt autem, & circulus poſitione. ergo punctum A eſt datum. ſed, & vtrumque punctum D E. vtraque igitur ipſarum D A, A E poſitione data erit. G

31. tertij. B

29. primi C

D

E

37. dator. F

Componetur autem problema hoc modo.

Sit circulus A B C poſitione datus: data autem duo puncta D E, & ducatur recta linea A D B vtcumque, & rectangulo A D B ponatur æquale rectangulum E D F, hoc eſt ducatur B F circulum A B C contingens, iungaturque A B C. Quoniam igitur angulus H

FBD eſt æqualis angulo ad E. in circulo enim ſunt BEF puncta, ſed & EFD angulus angulo C eſt æqualis, contingit, namque FB, & BA ſecat, erit & angulus C æqualis. ergo BC ipſi DE eſt parallela.

COMMENTARIVS.

A Ab ipſis DE inflectere DAE, & facere BC ipſi DE parallelam] *Græcus codex ἀπὸ τῶν δ ε, κλάσαι τὴν δ α ε, καὶ ποιεῖν τὴν δε παράλληλον τῇ βγ. fortaſſe autem legendum erit ἀπὸ τῶν δ ε κλάσαι τὴν δ α ε καὶ ποιεῖν τὴν βγ παράλληλον τῇ δε.*

B In circulo igitur ſunt BF, AC puncta *Ex conuerſa 22. tertij elementorum.*

C Quare rectangulum BDA eſt æquale rectangulo FDB.] *Ex 35. tertij elementorum.*

D Etenim a puncto dato A ad rectam lineam poſitione datam acta eſt ADB, quæ datum angulum efficit.] *Græcus codex ἀπὸ γὰρ δοθέντος τοῦ α εἰς θέσει δεδομένην γωνίαν δὲ ἦκται ἡ α δ β. Vnde ne aliqua deſiderentur ſequitur autem ex trigeſimo datorum rectam lineam ADB datam eſſe poſitione. ergo & magnitudine ex 26. eiuſdem rectangulum igitur ADB datum erit.*

E Eſtque datum punctum D ergo & F] *Græcus codex mancus eſt, in quo legitur καὶ ἔστι δοθὲν τὸ δ adde δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ζ.*

F A dato igitur puncto F ducta eſt FB, quæ circulum poſitione datum contingit] *In Græco codice nonnulla deſiderentur, ſic enim habet κύκλου ἄρα ἐφαπτομένη ἦκται ἡ ζβ. ſed reſtituendus eſt in hanc ſententiam ἀπὸ δὴ δεδομένου σημείου τοῦ ζ θέσει δεδομένου κύκλου ἐφαπτομένη ἦκται ἡ ζβ.*

G Sed & vtrumque punctum DE, vtraque igitur ipſarum DA, AC poſitione data erit] *Ex 26. datorum Græcus codex ἔστι δὲ καὶ ἑκάτερα τῶν δε δοθέντων δοθὲν ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν δ α, α ε τῇ θέσει lege ἔστι δὲ καὶ ἑκάτερον τῶν δε δοθέν. δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν δ α, α ε τῇ θέσει.*

H Hoc eſt ducatur BF circulum ABC contingens, iungaturque AEC] *Græcus codex ἤγουν τοῦ αβγ κύκλου ἐφαπτομένη ἤχθω ἡ βζ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ γεα, vereor tamen ne aliqua deſiderentur.*

K Contingit namque FB, & BA ſecat] *Græcus codex ἐφάπτεται γὰρ καὶ τέμνει. Nos tamen perſpicuitatis cauſſa ita vertere maluimus. Hæc autem magis perſpicua eſſent, ſi in hunc modum explicarentur.*

Ducatur per punctum D recta linea vtcumque ADB, & rectangulo ADB æquale ponatur rectangulum EDF. Ducta igitur FB vel circulum ABC contingit, vel non. Siquidem contingit, iungatur AE, & producatur in C. Sin minus, ducatur a puncto F alia recta linea FB circulum contingens in B, & rurſus ducantur BDA, AE. Quoniam igitur ex cõuer. 35. tertij. *rectangulum FDB eſt æquale rectangulo BDA, erunt puncta A, EF in circuli circumfe-* 21. tertij. *rentia, & idcirco angulus FBA æqualis angulo FEA, ſed & æqualis eſt angulo BCA: con-* 32. *tingit enim FB, & ſecat BA. angulus igitur BCA æqualis eſt angulo FEA. quare BC ipſi* 25. primi. *DE eſt parallela.*

PRO-

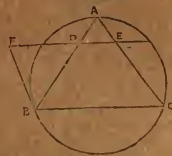
PROBLEMA IN XIX.

PROBLEMA X. PROPOSITIO CIX.

LEM. XIV.

Circulo ABC poſitione dato, & datis duobus punctis DE, inflectere DAE, ita vt BC ipſi DE ſit parallela.

Factum iam ſit, & ducatur recta linea circulum contingens EF. erunt igitur rurſus in circulo AFBE puncta, & rectangulum ADB rectangulo EDF æquale erit. datum autem eſt ADB rectangulum. ergo & ipſum EDF. & data eſt DE. data igitur & DF. Sed etiam poſitione datum eſt punctum D. quare & F. poſitione igitur eſt BF. Sed & circulus. ergo punctum B eſt datum; & data DE puncta. vtraque igitur ipſarum DA, AB data erit. quod ſimiliter atque ſupra demonſtrabimus, & compoſitio ſimiliter erit eadem, quæ ſupra.



IN VIGESIMOQVARTO.

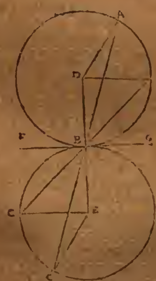
THEOREMA C. PROPOSITIO CX.

LEM. XV.

Contingant ſeſe duo circuli AB, BC in puncto B, & ſummantur ipſorum centra DE, iunganturq; AD, DB, CE, EB. Sit autem AD ipſi CE parallela. Dico rectas lineas eſſe, quæ per DBE, ABC tranſeunt.

Ducatur enim recta linea FG, circulos AB, BC contingens. ex centro autem eſt DB. ergo angulus DBF eſt rectus, & eadem ratione rectus eſt angulus FBE. recta igitur linea eſt, quæ tranſit per DBE. Itaque quoniam AD eſt æqualis DB, & CE ipſi EB, erit vt AD ad DB, ita CE ad EB, & ſunt circa æquales angulos DE latera proportionalia, angulus igitur DBA eſt æqualis angulo CEB, atque eſt recta linea DBE. ergo etiam recta eſt, quæ per ABC tranſit, quod oportebat demonſtrare.

18. tertij.
29. primi.



A
B

COMMENTARIVS.

A Angulus igitur DBA eſt æqualis angulo CEB] *Sequitur enim ex 7. ſexti triangulum ADB triangulo CEB ſimile eſſe.*

B Atque eſt recta linea DBE ergo etiam recta eſt, quæ per ABC tranſit] *Angulus nam-*

namque ABD, *hoc eſt* DBE, CBA *ſunt æquales duobus rectis. quare per* 14. *primi elementorum recta linea eſt* ABC.

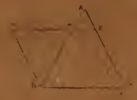
IN VIGESIMOQVINTO.

THEOREMA CI. PROPOSITIO CXI.

LEM. XVI.

Æquale exiſtente AB ipſi BC, AD vero ipſi DF, & parallela exiſtente DE ipſi BC, oſtendendum eſt rectam lineam eſſe, quæ per AEC tranſit.

Iungantur AE, EC, & ipſi AE parallela
A ducatur F, & ED ad F producatur. ergo DF eſt æqualis DB. eſt autem & AD ipſi DE æqualis. tota igitur AB toti FE æqualis erit. Sed AB eſt æqualis BC, & BC igitur
B ipſi FB eſt æqualis, atque eſt parallela recta igitur linea eſt AEC, quod manifeſto conſtat.



COMMENTARIVS.

A Ergo DF eſt æqualis DB] *Quoniam enim* FB *parallela eſt ipſi* AE, *fient triangula* ADE BDF *ſimilia inter ſe. quare vt* AD *ad* DE, *ita* BD *ad* DF. *Sed* AD *poſita eſt æqualis* DB *ergo* BD *ipſi* DF *æqualis erit ex iis, quæ nos demonſtrauimus ad* 16. *quinti elementorum.*

B Atq; eſt parallela: recta igitur linea eſt AEC quod manifeſto conſtat] *Anguli .n.* FCE CEF *ſunt duobus rectis æquales, & angulus* FEB *eſt æqualis angulo* BCE. *Sed eſt etiam æqualis ipſi* DBA *ob triangulorum ſimilitudinem. angulus igitur* DEA *æqualis eſt angulo* ECB, *& ideo anguli* DEC, DEA *duobus rectis æquales ſunt. ergo recta linea eſt* EAC.

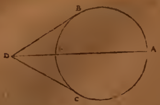
IN TRIGESIMOPRIMO.

THEOREMA CII. PROPOSITIO CXII.

LEM. XVII.

Si ſit circulus ABC, & ducantur duæ rectæ lineæ BD, DC, quæ æquales ſint, & contingat BD. Dico etiam DC circulum contingere.

Hoc autem manifeſtum eſt. ducta namque DBA erit rectangulum ADB æquale quadrato ex DB. Sed quadratum ex DB quadrato
37. tertij. ex DC eſt æquale. rectangulum igitur ADB quadrato ex DC æquale erit. ergo DC circulum ABC contingat neceſſe eſt.



THEOREMA CIII. PROPOSITIO CXIII.

LEM. XVIII.

Sint duo circuli AB, BC, & per B ducatur quædam recta linea ABC, & duæ

duæ parallelæ A D, E C, quæ à centra circulorum pertineant. Dico circulos A B, B C ſeſe contingere in puncto B.



Sumantur circulorum centra D E, & D B, B E iungantur. recta igitur linea eſt, quæ per D B E tranſit. A parallelæ enim ſunt A D, E C: & vt A D ad D B, ita eſt C E ad E B. B C fiunt autem duo triangula, vnum angulum vni angulo æqualem habentia, videlicet angulum A ipſi C, & circa alios angulos D E latera proportionalia. æquiangula igitur triangula ſunt, & angulus A B D angulo C B E eſt æqualis. atque eſt recta linea A B C recta igitur & D B E. D Itaque quoniam recta linea eſt, quæ per centrum circulorum, & contactum tranſit: circuli A B, B C ſeſe in puncto B contingunt, quod oportebat demonſtrare.

29. primi. 7. ſexti.

12. tertij.

COMMENTARIVS.

A Recta igitur linea eſt, quæ per D B E tranſit] *Hoc apparet ex ijs, quæ deinceps ſequuntur, non autem ex antecedentibus.*

B Parallelæ enim ſunt A D, E C] *Græcus codex* παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ α δ τῇ γ ε *ſed arbitror legendum.* παράλληλος γὰρ *hoc enim ante poſitum eſt.*

C Et vt A D ad D B, ita eſt C E ad E B] *Græcus codex* καὶ ἔστιν ὡς ἡ α δ πρὸς α β. *lege* ὡς ἡ α δ πρὸς δ β.

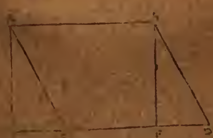
D Atque eſt recta linea A B C. recta igitur & D B E] *Sunt enim anguli* D B A, D B C *æquales duobus rectis, hoc eſt angulis* C B E, C B D. *ergo* D B E *recta linea erit.*

IN QVINQVAGESIMOSECVNDO.

THEOREMA CXIV. PROPOSITIO CXIV.

LEM. XIX.

Sit A B quidem parallela C D; A C vero ipſi B D æqualis, angulo A C D obtuſo exiſtente, & B D C acuto. Dico A D parallelogramum eſſe.



A Quoniam enim obtuſus eſt angulus A C D, acutus autem B D C, ſi punctis A B ad ipſam C D perpendiculares ducatur, ea quidem, quæ a puncto A ducitur extra B cadet, quæ vero a puncto B cadit intra D. B itaque cadant, & ſint D E, B F. parallela igitur eſt A B ipſi E F ipſi B F. ſed & A B ipſi C D, & ſunt anguli ad E F recti. ergo, & F D eſt æqualis E C, totaque E F toti C D. æqualis igitur eſt & A B ipſi C D.

28. primi.

COMMENTARIVS.

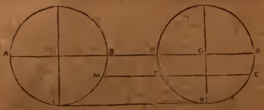
A Acutus autem BDC] *Græcus codex* ὀξεῖα δὲ ἡ ὑπὸ αγδ *lege* ἡ ὑπὸ βγδ.

B Ea quidem, quæ a puncto A ducitur extra C cadit, quæ verò a puncto B cadit intra D] *Græcus codex* ἡ μὲν ὑπὸ τοῦ α ἐκτὸς τοῦ γ ἡ δὲ ὑπὸ τοῦ β ἐντὸς τοῦ δ *videtur deſiderari verbum* πίπτει

C Ergo & FD eſt æqualis BC] *Quoniam enim parallelæ ſunt* AE, BF, *itemque* AB, CD, *erit* AF *parallelogrammum, & AE æqualis* BF, *quod cum anguli ad* EF *recti ſint, quadratum ex* AC *æquale erit duobus quadratis ex* AB, BC. *& eadem ratione quadratum ex* BD *æquale quadratis ex* BF, FD. *quadrata igitur ex* AB, BC *quadratis ex* BF, FD *æqualia ſunt,* 47.prim. *ponebantur enim* AC, BD *inter ſe æquales. ergo demptis vtrinque æqualibus quadratis ex* AB, BF, *reliqua quadrata ex* BC, FD *æqualia erunt; & ideo* BC, FD *inter ſe æquale. Græcus autem codex* ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ βδ τῇ αγ. *ego legendum puto* ἡ ζδ τῇ βγ.

THEOREMA CV. PROPOSITIO CXV.

Sint duo circuli AB, CD inter ſe æquales, & per centra ducatur AD, ipſi verò CD parallela EF. Dico EF productam etiam circulum AB ſecare.



A Sumantur circulorum centra GH, & a punctis GH ad rectos angulos ipſi AD ducan-
B tur GK, HL. ergo GK eſt æqualis HL. ſed & parallela, quare & KL ipſi GH eſt æqua-
28.prim. li & parallela, & ob id anguli ad KL recti ſunt, & ſunt ex centro GK, HL. recta igitur
Corol. linea K[illegible] circulos contingit. Itaque perſpicuum eſt eum, quæ circulum CD contingit
16.tertij. contingere etiam circulum AB. ergo E[illegible] ſecans circulum CD & ipſum AB ſecat. pro-
D ducta enim cadet inter B[illegible], quemadmodum [illegible]F inter GK continetur.

COMMENTARIVS.

A Et a punctis GH ad rectos angulos ipſi AD ducantur GK, HL. ergo GK eſt æquali, HL] *Ex prima diffinitione tertij elementorum. Græcus autem codex corruptus eſt, & mancus, quem ita reſtituendum puto.* ἀπὸ τῶν ηθ σημείων τῇ α δ ὀρθαὶ ἤχθωσαν αἱ ηκ, κλ ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ηκ τῇ θλ.

B Quare & KL ipſi GH eſt æqualis, & parallela] *Ex* 33. *primi elementorum. Græcus autem codex* καὶ ἡ κλ τῇ ηθ ἴση ἐστὶ καὶ παράλληλος *ſed fortaſſe legendum eſt* καὶ ἡ κλ ἄρα τῇ ηθ ἴση ἐστὶ καὶ παράλληλος.

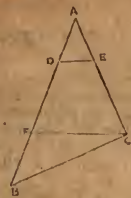
C Itaque perſpicuum eſt eam, quæ circulum CD contingit, contingere etiam circulum AB] *Græcus codex* φανερὸν ὅτι ἡ τοῦ δε ἐφάπτεται καὶ τοῦ αβ. *Sed legendum arbitror* φανερὸν ὅτι ἡ τοῦ γδ ἐφαπτομένη ἐφάπτεται καὶ τοῦ αβ.

D Producta enim cadet inter B[illegible], quemadmodum EF inter GK continetur] *Græcus codex hoc loco corruptiſſimus eſt, quem ego in eam ſententiam reſtituendum arbitror.*

THEO-

THEOREMA CVI. PROPOSITIO CXVI. LEM. XXI.

Sit DA quidem æqualis AE, BD vero maior, quam CE, & DE iungatur. Dico DE productam cum BC conuenire.



Ponatur ipſi CB æqualis DF, & CF iungatur. ergo CF parallela eſt ipſi DB, & conuenit cum BC, & DE igitur cum BC conueniet. A B

COMMENTARIVS.

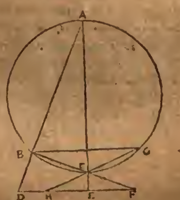
Ergo EF parallela eſt ipſi DB] *Ex 2. ſexti elementorum.* A

Et DB igitur cum BC conueniet] *Ex demonſtratis a Proclo in commentarijs in 29. primi libri elementorum, & a Vitellione in 3. propoſitione primi libri.* B

PROBLEMA IN IDEM.

PROBLEMA XI. PROPOSITIO CXVII. LEM. XXII.

Circulo ABC poſitione dato; & datis tribus punctis DEF in recta linea, inflectere DAE, & facere BC in directum ipſi CF. A



Factum iam ſit, & per B ipſi DF parallela ducatur BG, & iuncta GC ad H producatur. angulus igitur BGC, hoc eſt angulus A eſt æqualis angulo CHF. ergo in circulo ſunt ACHD puncta. ac propterea rectangulum ABC æquale eſt rectangulo DEH datum autem eſt rectangulum ABC cum ſit æquale quadrato eius lineæ, quæ a puncto E ducta circulum contingit. ergo & rectangulum DEH eſt datum. atque data eſt DE. data igitur & EH. ſed & poſitione. & datum eſt punctum E. quare, & H. Itaque a duobus punctis datis HF inflexa eſt HCF, ita vt BG ipſi HEF parallela ſit. hoc autem ante demonſtratum eſt datum igitur eſt punctum C ſed & B. ergo poſitione eſt CB, ſed & circulus datus eſt. datum igitur eſt punctum A, eſt autem AD datum. ergo DA poſitione datur. B C D E F G 35. datorum. 27. 20. 25.

Componetur autem problema hoc modo.

Sit circulus quidem ABC, data autem in recta linea tria puncta DEF. & quadrato eius lineæ, quæ a puncto E ducta circulum contingit, æquale ponatur rectangulum DEH. & datis duobus punctis HF, ab ipſis in circulum inflectatur HCF, ita vt BG parallela ſit HF. iunctaque BC ad A producatur. Dico rectam lineam eſſe, quæ per H K L

ABD

ABD tranſit. Quoniam vnumquodque quod rectangulorum ABC, DBH æquale eſt quadrato lineæ a puncto B contingentis. erit rectangulum ABC æquale rectangulo
M DBH. In circulo igitur ſunt puncta DH, CA. & quoniam angulus BGC angulo CHF eſt æqualis, angulus autem BGC æqualis angulo BAC in circulo, erit angulus BAC
N æqualis ipſi CHE: & ſunt in circulo ACHD puncta ergo AB in eadem recta linea conſtituitur, in qua eſt BC.

COMMENTARIVS.

A Circulo ABC poſitione dato, & datis tribus punctis DEF in recta linea. inflectere DAE, & facere BC in directum ipſi CF.] *Græcus codex* θέσει ὄντος κύκλου τοῦ αβγ, καὶ τριῶν δοθὲν τῶν σημείων ὑπὸ τῶν δ ε ζ ἐπ᾽ εὐθείας κἂν δοθεῖσαν τὴν δ α ε, καὶ ποιεῖν ἐπ᾽ εὐθείας τὴν β γ τῇ γ ζ. *ſed forte legendum erit ex ijs, quæ ante dicta ſunt* θέσει ὄντος κύκλου τοῦ αβγ, καὶ τριῶν δοθέντων σημείων τῶν δ ε ζ ἐπ᾽ εὐθείας, κλάσαι τὴν δ α ε, καὶ ποιεῖν ἐπ᾽ εὐθείας τὴν β γ τῇ γ ζ.

B Angulus igitur BGC, hoc eſt angulus A eſt æqualis angulo CHF.] *Angulus enim* BGC *ex 21. tertij elementorum eſt æqualis angulo* A. *Sed & æqualis eſt angulo* CHF *ex 29. primi elementorum.*

C Ergo in circulo ſunt ACHD] *Ex conuerſa 22. tertij elementorum. Sunt enim anguli* CHF, CHD, *hoc eſt anguli* DAC, CHD *duobus rectis æquales. hæc autem nos addidimus, quæ in Græco codice deſiderari videbantur. legendum igitur erit.* ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ β η γ γωνία, τουτέστιν ἡ α τῇ ὑπὸ γ θ ζ γωνίᾳ. ἐν κύκλῳ ἄρα ἐστὶ τὰ α γ, β δ σημεῖα τὸ ἄρα ὑπὸ *&c.*

D Ac propterea rectangulum ABC æquale eſt rectangulo DBH.] *Ex 36. tertij elementorum.*

E Datum autem eſt rectangulum ABC, cum æquale ſit quadrato eius lineæ, quæ a puncto E ducta circulum contingit] *Ex eadem 36. tertij. recta vero linea ex puncto* E *circulum contingens data eſt, tum poſitione, tum magnitudine, quod datum ſit punctum* B, *& circulus* ABC *ſit poſitione datus.*

F Itaque a duobus punctis datis HF inflexa eſt HCF, ita vt BG ipſi HEF ſit parallela] *Græcus codex corruptus videtur, qui ſic habet.* γέγονε δή μοι ὑπὸ δύο δοθέντων τῶν δ ζ κλ. ἂν καὶ ποιεῖν παράλληλον τὴν β η τῇ θ ε ζ, *ſed forte legendum* γέγονε δή μοι ὑπὸ δύο δοθέντων τῶν θ ζ κλάσαι τὴν θ γ ζ, καὶ ποιεῖν παράλληλον τὴν β η τῇ θ ε ζ.

G Hoc autem a ιe demonſtratum eſt] *In lemmate 10. ex antecedentibus.*

H Et quadrato eius lineæ, quæ a puncto E ducta circulum contingit] *Græcus codex* καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης ἴσον κεῖσθω τὸ ὑπὸ δ ε θ. *ſed videtur legendum, vt infra,* καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἀπὸ τοῦ ε ἐφαπτομένης ἴσον κεῖσθω ὑπὸ δ ε θ.

K Et datis d̄uobus punctis HF, ab ipſis in circulum inflectatur HCF.] *Græcus codex* καὶ δύο δοθέντων σημείων τῶν θ ζ εἰς τὸν κύκλον ἀπὸ τῶν θ ζ κεκλάσθω εὐθεῖα ὥστε παράλληλον εἶναι τὴν β η τῇ θ ζ. *ſed forte legendum erit,* ἀπὸ τῶν θ ζ κεκλάσθω θ γ ζ ὥστε, *&c.*

L Iunctaqu EC ad A producatur] *Hæc deſiderantur in Græco codice, quæ nos ſuppleuimus. itaque legendum erit* καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ε γ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ α.

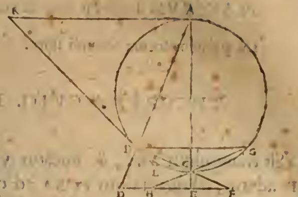
M In circulo igitur ſunt punc a DHCA] *Ex conuerſa 36. tertij elementorum.*

N Ergo AB in eadem recta linea conſtituitur, in qua eſt BD] *Quoniam enim angulus* BAC *eſt æqualis ipſi* CHE, *erunt anguli* BAE, CHD *æquales duobus rectis, & ſunt in circulo* ADHC. *quadrilaterum igitur eſt* ADHC *in eo deſcriptum, ex conuerſa 22. tertij, & propterea recta linea eſt* ABD *ſi quis enim contendat non eſſe* ABD *vnam rectam lineam, ſed duas & quinquelaterum eſſe* ABDHC, *ducta recta linea* AD, *erit angulus* DAC *vel minor, vel maior angulo* BAC, *& idcirco quadrilateri* AD *anguli* DAC, CHD *oppoſiti minores erunt, vel maiores duobus rectis, quod minime eſſe poteſt. poſt hæc in Græco codice nonnulla leguntur, quæ fortaſſe ſuperuacanea ſunt, neque enim quid ſibi velint ſatis intelligere poſſum.*

At vero ABD rectam lineam eſſe, etiam aliter oſtendere licet, hoc modo.

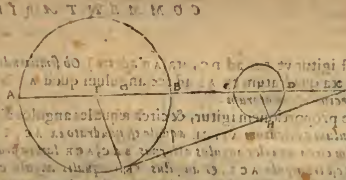
Ducan-

Ducantur duæ rectæ lineæ AK, BL *circulum* ABC *contingentes in punctis* AB, *quæ conueniant in* K, *erunt* AK, KB *inter ſe æquales, quod manifeſto conſtat ex 36. tertij elementorum ergo angulus* KAB *eſt æqualis angulo* KBA, *hoc eſt angulo* LBD *ad verticem. ſed angulo* KAB *æqualis eſt angulus* ACB, *etenim* AK *circulum contingit, & AB ſecat. angulus igitur* LBD *angulo* ACB *eſt æqualis. angulo autem* BAC *æqualis eſt angulus* CBL. *nam* LB *tangit, &* BC *ſecat. Sed tres anguli* BAC, ACB, ABC *ſunt æquales duobus rectis angulus vero* CBD *eſt æqualis duobus angulis* BAC, ACB, *ergo anguli* CBA, CBD *duobus rectis ſunt æquales ex quo patet* ABD *rectam lineam eſſe.*



THEOREMA CVII. PROPOSITIO CXVIII.

Sint duo circuli AB, CD, & producatur AD ad G, fiatque vt EG ad GF, ita ſemidiameter circuli AB ad circuli CD ſemidiametrum. Dico rectam lineam, quæ a puncto G ducta ſecat circulum CD, productam circulum quoque AB ſecare. A B



Sumantur enim circulorum centra EF, & a puncto G ducatur GH, circulum CD contingens, iungaturque FH, & ipſi parallela ducatur EK. Quoniam igitur eſt vt EG ad GF, ita EK ad FH, recta linea eſt quæ per GHK tranſit, & eſt angulus H rectus: rectus igitur eſt & K. quare ſi recta linea ducta a puncto G ſecat circulum CD, producta etiam AB circulum ſecabit. ſed ſecantes circulum CD ſunt inter DH. ergo productæ inter KB erunt. atque eſt contingens GK. ſecat igitur quæ eſt inter BK, DH, Sed eadem, & circulum AB ſecat. recta igitur ſecans circulum CD, & AB circulum ſecabit, ſi a puncto G ducatur. C

COMMENTARIVS.

Et producatur AD ad G] *Græcus codex* καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ α δ *vide ne addendum ſit* ἐπὶ τὸ η. A

Fiatque vt EG ad GF, ita ſemidiameter circuli AB ad circuli CD ſemidiametrum] *Græcus codex* καὶ πεποιήσθω ὡς ἡ ε η πρὸς τὴν η δ, οὕτως, &c. *lege* ὡς ἡ ε η πρὸς τὴν η ζ. *ſubintelligendum autem puncta* ζ *circulorum eſſe centra, quod ipſe poſtea infert.* B

Recta linea eſt, quæ per GHK tranſit] *Perſpicuum hoc eſt, ſed tamen nos lemmate oſtendimus in commentarijs in 10. libri Archimedis, de ijs, quæ in aqua vehuntur.* C

PRIMVS Liber tactionum habet Problemata ſeptem.

SECVNDVS Problemata quattuor.

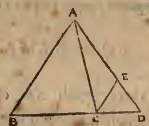
PLANORVM locorum liber ſecundus.

IN primum locum ſecundi libri.

LEM. XXIV.

THEOREMA CVIII. PROPOSITIO CXIX.

Sit triangulum ABC, & ducatur vtcumque recta linea AD. ſitque vt BD ad DC, ita quadratum ex BA ad quadratum ex AC. Dico rectangulum BDC quadrato ex AD æquale eſſe.



A Ducatur per C ipſi AB parallela CE. eſt igitur B vt BD ad DC, ita AB ad CE. & ita quadratum ex AB, ad rectangulum, quod AB & CE continetur. Vt autem BD ad DC, ita erit quadratum ex BA ad quadratum ex AC. ergo rectangulum contentum AB & CE quadrato ex AC eſt æqua- C le. ob proportionem igitur, & circa æquales angulos alternos. quare angulus CAD eſt æqualis D angulo B, & propterea rectangulum BDC quadrato ex AD æquale erit. hoc autem manifeſto patet.

COMMENTARIVS.

A Eſt igitur vt BD ad DC, ita AB ad CE] *Ob ſimilitudinem triangulorum* ABD, ECD.

B Et ita quadratum ex AB ad rectangulum quod AB & CE continetur] *Ex lemmate in 23. decimi elementorum.*

C Ob proportionem igitur, & circa æquales angulos alternos, &c.] *Quoniam enim rectangulum contentum* AB, CE *æquale eſt quadrato ex* AC, *vt* BA *ad* AC, *ita erit* AC *ad* CE. *& cum circa æquales angulos alternos* BAC, ACE *latera proportionalia ſint, triangulum* BAC *ſimile eſt triangulo* ACE, *& angulus* ABD *æqualis angulo* CAD. *Sed angulus* D *eſt communis vtrique, ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum* BAD *triangulo* ACD *eſt ſimile, ideoque, vt* BD *ad* DA, *ita* AD *ad* DC, *rectangulum igitur* BDC *quadrato ex* AD *eſt æquale.*

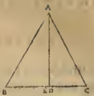
D Et propterea rectangulum BDC quadrato ex AD æquale erit] *Græcus codex* ὅσι ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ βαγ τῷ ἀπὸ δα. *lege* τὸ ὑπὸ βδγ τῷ ἀπὸ δα.

IN SECVNDVM LOCVM.

THOREMA CIX. PROPOSITIO CXX.

A Sit triangulum ABC, & perpendicularis AD. Dico exceſſum quadratorum ex BA, AC quadratorum ex AD, DC exceſſui æqualem eſſe. B quod ſi BC bifariam ſecetur in puncto E; erit quadratorum ex BA, AC exceſſus id, quod bis BC, & ED continetur.

Exceſſum igitur quadratorum ex BA, AC æqualem eſſe exceſſui quadratorum ex AD, DC perſpicuè conſtat. eſt enim quadratum quidem ex AB æquale quadratis ex BD, DA. quadratum verò ex AC quadratis ex AD, DC æquale. Quo igitur quadratum ex AB excedit quadratum ex AC, eodem quadrata ex AD, DB excedunt quadrata ex AD, DC: & dempto communi quadrato ex AD, quo reliquum quadratum ex BD excedit quadratum ex DC, eodem & quadratum ex AB quadratum ex AC excedet. quadratorum autem ex BD, DC exceſſus eſt id, quod bis BC, ED continetur. ergo & quadratorum ex AB, AC exceſſus idem erit.



C
D
E

At verò quadratorum ex BD, DC exceſſum eſſe id, quod bis continetur BC, ED, hoc modo demonſtrabimus.

Quoniam enim BE æqualis eſt EC, erit BD æqualis vtriſque CE, ED: & quadratum ex BD æquale quadrato vtrarumque CE, ED. Sed vtrarumque CE, ED quadratum excedit quadratum ex CD eo, quod quater continetur CED, hoc eſt eo, quod bis continetur BC, DE. exceſſus igitur quadratorum ex BD, DC, eſt id, quod bis BC, DE continetur. F G H

COMMENTARIVS.

Dico exceſſum quadratorum ex BA, AC quadratorum ex BD, DC exceſſui æqualem eſſe] *Gracus codex ὅτι μὲν ἡ τῶν ἀπὸ βδ, αγ ὑπεροχὴ lege ἡ τῶν ἀπὸ βα, αγ ὑπεροχὴ.* A

Quod ſi BC bifariam ſecetur in puncto E, erit quadratorum ex BA, AC exceſſus id, quod bis BE, & ED continetur] *Gracus codex ἐὰν δὲ ἡ βγ διχατμηθῇ τὸ ε ἡ τῶν ἀπὸ βδ ἐστι τὸ δὶς ὑπὸ βγ εδ. lege ἐὰν δὲ ἡ βγ διχατμηθῇ τῷ ε ἡ τῶν ἀπὸ βα, αγ ὑπεροχὴ ἐστι τὸ δὶς ὑπὸ βγ, εδ. poſſet etiam legi ἡ τῶν ἀπὸ βδ, δγ ὑπεροχὴ. ſed illud magis placet.* B

Eſt enim quadratum quidem ex AB [*Gracus codex ἐστὶ γὰρ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν αβ, lege τὸ μὲν ὑπὸ τῶν αβ, vel potius τὸ μὲν ὑπὸ αβ.* C

Quadratorum autem ex BD, DC exceſſus eſt id quod bis BC, ED continetur] *Hoc deinceps probat Gracus codex τῶν δὲ ὑπὸ βδ, δγ, τὸ δὶς ὑπὸ βγ, εδ. ſed legendum puto: τῶν δὲ ὑπὸ βδ, δγ ὑπεροχὴ ἐστὶ τὸ δὶς ὑπὸ βγ, εδ.* D

Ergo & quadratorum ex AB, AC exceſſus idem erit] *Hac eſt concluſio ſecunda partis, quæ pendet ex eo, quod proximè demonſtratur.* E

Et quadratum ex BD æquale quadrato vtrarumque CE, ED] *Graecus codex καὶ τὸ ὑπὸ εδ ἄρα lege καὶ τὸ ὑπὸ βδ ἄρα.* F

Sed vtrarumque CE, ED quadratum excedit quadratum ex CD eo, quod quater continetur CED] *Eſt enim quadratum vtrarumque CE, ED æquale quadratis ex CE, ED, & ei, quod bis CED continetur; ex 4. ſecundi elementorum. quadratum autem ex CE rurſus eſt æquale quadratis ex CD, DE, & ei, quod bis CDE continetur. ſed ex 3. eiuſdem rectangulum CED eſt æquale rectangulo CDE, & quadrato ex ED. Quadratum igitur vtrarumque CE, ED æquale erit ei, quod quater continetur CED vna cum quadrato ex CD. ac propterea excedet quadratum ex CD eo, quod quater CED continetur.* G

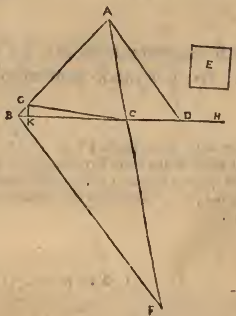
Hoc eſt eo, quod bis continetur BC, DE] *eſt enim BC ipſius CE dupla.* H

IN EVNDEM SI NON SIT PROPORTIO AEQVALIS AD AEQVALE.

THEOREMA CX. PROPOSITIO CXXI.

LEM. III. Sit triangulum ABC, & quadratum ex BA quadrato ex AC ſic dato
A maius, quàm in proportione. datum autem E: & proportio ſit BD ad
B DC. Dico rectangulum DBC ſpatio E maius eſſe.
C

D Auferatur enim datum ſpacium,
quod ſit ABG: reliqui igitur videlicet
rectãguli BAG ad quadratum ex
E AC proportio eſt data, nẽpè eadem,
quæ BD ad DC. ponatur rectangulo
BAG æquale rectangulum FAC. erit
F rurſus reliqui rectanguli FAC ad
quadratum ex AC. hoc eſt rectæ lineę
FA ad AC proportio eadem, quę
G BD ad DC. ergo AD ipſi BF eſt pa-
H rallela; & idcircò angulus F eſt æ-
K qualis angulo CAD. Sed angulus F
æqualis eſt angulo AGC. quare angulus
AGC angulo CAD eſt ęqualis.
L atque eſt angulus ADH maior angu-
lo CAD. angulus igitur ADH eſt ma-
M ior angulo AGC. ergo rectangulum
DBC rectangulo ABG, hoc eſt dato
ſpacio E maius erit.



COMMENTARIVS.

A Et quadratum ex BA quadrato ex AC ſit dato maius, quam in proportione] *Magnitudo magnitudine dato maior eſt, quam in proportione, cum ablato dato reliquum, ad idem proportionem datam habuerit ex definitione 11. libri datorum Euclidis.*

B Datum autem E, & proportio ſit BD ad DC] *Græcus codex* δοθὲν μὲν τῷ ε λόγῳ δὲ τῷ τῆς βδ πρὸς τὴν δγ. *Sed legendum eſt, ut puto*, δοθὲν μὲν τὸ ε, λόγος δὲ ὁ τῆς βδ πρὸς τὴν δγ.

C Dico rectangulum DBC ſpacio E maius eſſe] *Græcus codex* ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ ὑπὸ βδγ τοῦ ε χωρίου. *lege ut infra*, τὸ ὑπὸ δβγ τοῦ ε χωρίου.

D Reliqui igitur, videlicet rectanguli BAG ad quadratum ex AC proportio eſt data] *Ex definitione iam dicta. Sunt enim rectangula ABG, BAG æqualia quadrato ex BA ex 2. ſecundi elementorum Græcus autem codex* λοιπὸν ἄρα τοῦ ὑπὸ βαη. *legendum arbitror.* λοιποῦ ἄρα.

E Nempè eadem, quæ BD ad DC] *Græcus codex* ὁ αὐτὸς τῷ τῆς βδ πρὸς τὴν αγ. *lege* πρὸς τὴν δγ.

F Erit rurſus reliqui rectanguli FAC ad quadratum ex AC] *Græcus codex:* λοιπὸν ἄρα τοῦ ὑπὸ ζαγ πρὸς τὸ ἀπὸ αγ *& hoc loco legendum arbitror.* λοιποῦ ἄρα.

G Ergo AD ipſi BF eſt parallela] *Quoniam enim FA ad AC. eſt ut BD ad DC, erit diuidendo, ut FC ad CA, ita BC ad CD, permutandoque ut FC ad CB, ita AC ad CD. & ſunt circa æquales angulos, qui ad verticem latera proportionalia. triangula igitur FCB, ACD æquiangula ſunt, & angulus CBF eſt æqualis angulo CDA, ideoque AD ipſi BF eſt parallela ex 27. primi elementorum.*

H Et idcircò angulus F eſt æqualis angulo CAD] *Ex 29. eiuſdem quamquam ad hoc probandum nõ neceſſe habemus uti lineis parallelis. ex ſimilitudine enim triangulorũ FCB, ACD ſequi-*

ſequitur & angulum CBF *angulo* CDA. *& angulum* FBC *angulo* CAD *æqualem ; & ob id rectam lineam* AD *rectæ* BF *parallelam eſſe.*

Sed angulus F æqualis eſt angulo AGC] *Quoniam rectangulum* BAG *eſt æquale rectangulo* FAC, *erunt quatuor puncta* GBFC *in circumferentia circuli, ex conuerſa 36. tertij elementorum, & idcirco quadrilateri* CFBG *anguli oppoſiti* BGC, BFC *ſunt æquales duobus rectis. ſed & anguli* BGC, CGA *duobus rectis æquales ſunt. dempto igitur communi angulo* BGC, *reliquus* BFC *reliquo* CGA *eſt æqualis.* K

Atque eſt angulus ADH maior angulo CAD] *Ex 16. primi elementorum.* L

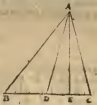
Ergo rectangulum DBC rectangulo ABG, hoc eſt dato ſpatiu B maius erit.] *Nam cum angulus* AGC *minor ſit angulo* ADH, *fiat ipſi* ADH *æqualis angulus* AGK. *itaque quadrilateri* AGKD *anguli oppoſiti* AGK, ADK *æquales ſunt duobus rectis, &* AG, KD *puncta in circuli circumferentia erunt, ex conuerſa 23. tertij. ergo rectangulum* ABG *rectangulo* DBK *eſt æquale. ſed rectangulum* DBC *maius eſt rectangulo* DBK, *quod* CB *ſit maior, quam* BK. *rectangulum igitur* DBC *rectangulo* ABG, *videlicet ſpacio* B *dato eſt maius.* M

IN TERTIVM LOCVM.

THEOREMA CXI. PROPOSITIO CXXII. LEM. IV.

Sit triangulum ABC, & ducatur quædam recta linea AD, quæ ipſam BC bifariam ſecet. Dico quadrata ex BA, AC quadratorum ex AD, DC dupla eſſe.

Ducatur perpendicularis AE. erunt quadrata ex BE, EC, quadratorurum ex BD, DE dupla. eſt autem & quadratum ex AE bis ſumptum vna cum quadrato ex DE bis ſumpto duplum quadrati ex AD & quadrata ex BE, EC vna cum quadrato ex AE bis ſumpto quadratis ex BA, AC ſunt æqualia. Quadrata igitur ex BA, AC quadratorum ex AD, DB, hoc eſt quadratorum ex AD, DC dupla erunt. A B C D A



COMMENTARIVS.

Erunt quadrata, & BE, EC quadratorum ex BD, DE dupla] *Ex 9. ſecundi elementorum Græcus codex* τὰ δὲ ἀπὸ τῶν αε, εγ τετράγωνα διπλάσια τῶν ἀπὸ τῶν, *&c. ego legendum puto* τὰ δὲ ἀπὸ τῶν βε, εγ. τετράγωνα. A

Eſt autem & quadratum ex AE bis ſumptum vna cum quadrato ex DE bis ſumpto duplum quadrati ex AD] *Quadrata enim ex* AE, ED *quadrato ex* AD *ſunt æqualia ex 47. primi elementorum ex quibus ſequitur per 13. quinti quadrata ex* BE, EC *vna cum quadratis ex* AE, ED *bis ſumptis quadratorum ex* BD, DE, AD *dupla eſſe. quorum quadratum ex* ED *bis ſumptum duplum eſt quadrati ex* BD. *reliqua igitur quadrata ex* BE, EC *vna cum quadrato ex* AE, *bis ſumpto quadratorum ex* AD, DE *ſunt dupla.* B

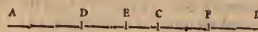
Et quadrata ex BE, EC vna cum quadrato ex AE bis ſumpto quadratis ex BA, AC ſunt æqualia] *Quadrata enim ex* BE, EA *æqualia ſunt quadrato ex* AB, *quadrata vero ex* AE, EC *quadrato ex* AC *ſunt æqualia ex 47. primi.* C

Quadrata igitur ex BA, AC quadratorum ex AD, DB, hoc eſt quadratorum ex AD DC dupla ſunt.] *Græcus codex* τὰ ἄρα ἀπὸ βα, αγ διπλάσια τῶν ἀπὸ αδ, δε τετραγώνων, τουτέστι τῶν ἀπὸ γδ, δα τετραγώνων. *ſed legendum arbitror* διπλάσια τῶν ἀπὸ αδ δβ τετραγώνων, τουτέστι τῶν ἀπὸ γδ, δα τετραγώνων. D

LEM. V.

THEOREMA CXII. PROPOSITIO CXXIII.

Proportione exiſtente AB ad BC, & ſpacio CA, AD contento ſi ipſarum DB, BC media proportionalis BE ſumpta fuerit, oſtendendum eſt quadratum ex AE quadrato ex EC maius eſſe quam in proportione AB ad BC rectangulo CAD.



Fiat enim vt AB ad BC, ita a-
A lia quæpiam FB ad EC. ob pro-
portionem igitur, & diuidendo,
vt AC ad C, ita eſt FC ad CE.
B quare & tota AF ad totam BB eſt
C vt AC ad CB, & permutando vt FA ad AC, ita BB ad BC vt autem BB ad BC, ita
DB ad EC, quod EE ſit media proportionalis. vt igitur FA ad AC, ita eſt DE ad EC,
D & ſpacium ſpacio æquale. ergo quod continetur AF, EC, æquale eſt contento AC, DE.
E ſed quod AF, EC continetur excedit rectangulum ABC rectangulo FBC. & quo re-
F ctangulum ex AF, BC excedit rectangulum ABC, eo & rectangulum ex AC, DB idem
rectangulum excedit. rectangulum igitur ex AC, DB maius eſt, quam rectangulum
G AEC rectangulo FEC. ſed quo rectangulum ex AC, DB excedit rectangulum ABC, eo
& quadratum ex AE rectangulum CAD excedit. ergo quadratum ex AE maius eſt, quam rectangulum CAD rectangulo FEC: rectangulum autem FEC ad quadratum ex BC eandem proportionem habet, quam AB ad BC. quadratum igitur ex AB quadrato ex BC maius eſt, quam in portione AB ad BC rectangulo CAD.

COMMENTARIVS.

A Ob proportionem igitur, & diuidendo, vt AC ad CB, ita eſt FC ad CB] *Quoniam enim Vt AB ad BC ita eſt FB ad EC, erit diuidendo Vt AC ad CB, ita FC ad CE.*

B Quare, & tota AF ad totam BB eſt vt AC ad CB] *Ex 13. quinti libri elementorum.*

C Vt autem EB ad BC, ita DB ad EC, quod BE ſit media proportionalis] *Facta eſt enim BE proportionalis media inter DB, & BC, quare vt DB ad BE, ita EB ad BC, diuidendoque Vt DE ad FB, ita EC ad CB; & permutando vt DE ad BC, ita BB ad BC.*

D Et ſpacium ſpacio æquale] *Nam rectangulum contentum FA, AE æquale eſt ei, quod AC, DE continetur. ex 16. ſexti elementorum.*

E Sed quod AF, EC continetur excedit rectangulum ABC rectangulo FEC] *Rectangulum enim contentum AF, BC ex 1. ſecundi elementorum eſt æquale duobus rectangulis, Videlicet rectangulo AFC, & rectangulo FEC. quare rectangulum AEC excedit rectangulo FEC. Græcus codex τὸ δὲ τετράκις ὑπὸ αζ, γε τοῦ ὑπὸ αεγ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ ζεγ. ſed Vt opinor legendum erit τὸ δὲ ὑπὸ αζ, γε τοῦ ὑπὸ αεγ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ ζεγ.*

F Et quo rectangulum ex AF, EC excedit, rectangulum ABC, eo & rectangulum ex AC, DE idem ABC rectangulum excedit rectangulum igitur ex AC, DF maius eſt, quam rectangu[lum] A[E]C rectangulo FBC] *Græcus codex ᾧ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ αγ, δε τοῦ ὑπὸ αεγ, μεῖζόν ἐστι τῷ ὑπὸ γεδ. ſed in eo multa deſiderari Videntur, vt fortaſſe ita reſtituendus ſit. ᾧ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ αζ, γε τοῦ ὑπὸ αεγ, τοῦ τῷ ὑπερέχει καὶ τὸ ὑπὸ αγ, δε, τοῦ ὑπὸ αεγ. τὸ ἄρα ὑπὸ αγ, δε τοῦ ὑπὸ αεγ μεῖζόν ἐστι τῷ ὑπὸ ζεγ.*

G Sed quo rectangulum ex AC, DB excedit rectangulum AEC, eo & quadratum ex AE rectangulum CAD excedit. ergo quadratum ex AB maius eſt, quam rectangulum CAD rectangulo FBC. rectangulum autem FEC ad quadratum ex BC eandem proportionem habet, quam AB ad EC] *Græcus codex ᾧ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ αγ, δε τοῦ ὑπὸ αεγ, τοῦ τῷ ὑπερέχει καὶ τὸ ὑπὸ αε τοῦ ὑπὸ δεγ. τὸ ἄρα ἀπὸ αγ τετράγωνον. τοῦ ὑπὸ γαδ μεῖζόν ἐστι τῷ ζε λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ εγ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αβ πρὸς τὴν βγ. ſed mendoſe, Vt opinor, fortaſſe Vero ita legendum eſt. ᾧ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ αγ, δε τοῦ ὑπὸ αεγ, τοῦ τῷ ὑπερέχει καὶ τὸ ἀπὸ αε τοῦ ὑπὸ γαδ τὸ ἄρα ἀπὸ αε τετράγωνον τοῦ ὑπὸ γαδ μεῖζόν ἐστι τῷ ζεγ. τὸ δὲ ὑπὸ ζεγ λόγον ἔχει πρὸς τὸ ἀπὸ εγ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αβ πρὸς τὴν βγ. quam-*

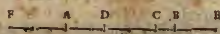
quam hoc multa deeſſe iure merito exiſtimari poteſt. non enim ſatis aperte quod propoſitum eſt concludit: eſſet autem illud manifeſtum hoc modo.

Quoniam enim rectangulum ex AC, DE *æquale eſt rectangulo ex* AF, EC, *rectangulo autem ex* AC, DE *æquale eſt rectangulum* AED *vna cum rectangulo* DEC, *& rectangulo ex* AF EC *rurſus eſt æquale rectangulum ex* AD, EC *vna cum duobus rectangulis* DEC, FEC, *ablato communi* DEC *relinquetur rectangulum* AED *æquale rectangulo ex* AD, EC *vna cum* FEC *addatur vtrique rectangulum* EAD. *erit rectangulum* AED *vna cum* EAD, *hoc eſt quadratum ex* AE *æquale rectangulo ex* AD, EC *vna cum rectangulis* EAD, FEC. *ſed rectangulo ex* AD, EC *vna cum* EAD *æquale eſt* CAD *rectangulum, quadratum igitur ex* AE *æquale eſt rectangulo* CAD *vna cum ipſo* FEC; *ac propterea maius eſt, quam rectangulum* CAD, *rectangulo* FEC. *rectangulum vero* FEC *ad quadratum ex* EC *eſt vt* FE *ad* EC, *videlicet vt* AB *ad* BC. *ergo quadratum ex* AE *quadrato ex* EC *maius eſt, quam in proportione* AB *ad* BC *rectangulo* CAD, *quod demonſtrare oportebat.* 1.ſecundi 2.ſecundi 1.ſexti

THEOREMA CXIII. PROPOSITIO CXXIV.

LEM. VI.

Sit proportio AB ad BC, ſpacium vero contentum CAD. ſi ipſarum DB, BC media proportionalis ſumatur BE. Dico quadratum ex AE quadrato ex EC maius eſſe, quàm in proportione AB ad BC, rectangulo CAD. A B



Fiat enim vt AB ad BC. ita alia quædam FE ad EC. diuidendo igitur & reliqua ad reliquam, eſt vt FA ad EB, ita AC ad CE. & permutando vt FA ad AC, ita EB ad EC, vt autem EB ad EC, ita DE ad EC. ergo & vt FA ad AC, ita DE ad EC; & ſpacium ſpacio æquale. Quod igitur FA, CE continetur æquale eſt contento AC, DE. commune apponatur rectangulum AEC vna cum rectangulo CAD. quare totum, videlicet quadratum ex AE eſt æquale toti rectangulo FEC vna cum CAD, quadratum igitur ex AE quadrato ex EC maius eſt, quam in proportione AB ad BC rectangulo CAD, etenim FEC rectangulum ad quadratum ex EC eandem proportionem habet. C D E F G H

COMMENTARIVS.

Si ipſarum DB, BC media proportionalis ſumatur EB] *Græcus codex* ἐὰν τῶν δα, αβ μέση ἀνάλογον ληφθῇ ἡ βε *legendum puto* ἐὰν τῶν δβ, βγ μέση ἀνάλογος ἡ ληφθῇ ἡ βε. A

Dico quadratum ex AE quadrato ex EC maius eſſe, quam in proportione AB ad BC rectangulo CAD] *In Græco codice pro* γαδ *mendoſe vt opinor, legitur* βαδ. B

Fiat enim vt AB ad BC, ita alia quædam FE ad EC] *Græcus codex* οὕτως ἄλλη τὶς ἡ εγ πρὸς τὴν γβ. *ſed videtur legendum* οὕτως ἄλλη τὶς ἡ ζε πρὸς τὴν εγ. C

Diuidendo igitur, & reliqua ad reliquam eſt vt FA ad EB ita AC ad CE] *Quoniam enim vt* AB *ad* BC, *ita* FE *ad* EC, *erit diuidendo vt* AC *ad* CB, *ita* FB *ad* CE. *quare reliqua* FA *ad reliquam* EB *eſt vt* AC *ad* CE. *Græcus codex* διελόντι ἄρα καὶ λοιπὴ πρὸς λοιπήν ἐστιν ὡς ἡ ζγ πρὸς τὴν γε *ſed legendum puto* ὡς ἡ ζα πρὸς τὴν βε. D

Vt autem EB ad EC, ita DE ad EC] *Erat enim vt* DB *ad* BE, *ita* EB *ad* BC. *quare per 12. quinti elementorum* DE *ad* EC *eſt vt* EB *ad* BC *Græcus codex mancus eſt, in quo legitur* οὕτως ἡ εδ πρὸς τὴν εγ. *legendum autem eſt,* ὡς δὲ ἡ εβ πρὸς τὴν βγ, οὕτως ἡ εδ πρὸς τὴν εγ. E

Ergo & vt FA ad AC, ita DE ad EC, & ſpacium ſpacio æquale] *Sequitur enim ex 16. ſexti elementorum, rectangulum contentum* FA, CE *æquale eſſe ei, quod* AC, DE *continetur. Græcus codex* καὶ ὡς ἄρα ἡ ζα πρὸς τὴν αγ, οὕτως ἡ δγ πρὸς τὴν γε. *lege* οὕτως ἡ δε πρὸς τὴν γε. F

Quod igitur FA, CE continetur æquale eſt contento AC, DE] *Græcus codex* τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ζα, γε ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ εδγ. *lege* τῷ ὑπὸ εδ, αγ. G

Commune apponatur rectanctulum AEC vna cum rectangulo CAD quare totum, videli- H

videlicet quadratum ex AB eſt æquale toti rectangulo FEC vna cum CAD.] *Rectangulum enim ex AC, DE æquale eſt rectangulo ACD, & rectangulo ACE. Sed rectangulo quidem ACD vna cum rectangulo CAD eſt æquale quadratum ex AC. rectangulo autem ACE vna cum quadrato ex AC æquale eſt rectangulum EAC: & duobus rectangulis EAC, AEC quadratum ex AE eſt æquale. Rurſus duobus rectangulis, videlicet rectangulo contento FA, CE, & AEC æquale eſt rectangulum FEC. quadratum igitur ex AE rectangulo FEC vna cum rectangulo CAD æquale erit. Græcus codex κοινὸς προσκείσθω τὸ ὑπὸ δ ε γ μετὰ τοῦ ὑπὸ γ α δ· ὅλον ἄρα τὸ ἀπὸ δ ε ἴσον ἐστὶ ὅλῳ, & c. lege κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ α ε γ μετὰ τοῦ ὑπὸ γ α δ· ὅλον ἄρα τὸ ἀπὸ α ε ἴσον ἐστὶ ὅλῳ, &c.*

LEM. VII.

THEOREMA CXIV. PROPOSITIO CXXV.

A Sit recta linea AB, & duo puncta CD. Dico ſi quadratum ex AD, & id, quod ad quadratum ex DB eandem proportionem habet, quam AC ad CB, componantur, fieri & quadratum ex AC, & id, quod ad quadratum ex CB eandem habet proportionem, quam AC ad CB, & inſuper id, quod ad quadratum ex CD eandem, quam AB ad BC proportionem habet.



B Fiat enim vt AC ad CB, ita FD ad
C DB. ergo & componendo, & reliqua ad reliquam erit, AF ad reliquam CD, hoc eſt rectangulum contentum AF, CD ad quadratum ex CD, vt AB ad
D BC. quod igitur ad quadratum ex DB eandem proportionem habet, quam AC ad CB, eſt rectangulum FDB. & quod ad quadratum ex CB eandem habet proportionem, quam AC ad CB, eſt rectangulum ACB. Sed ad quadratum ex CD proportionem ha-
E bens eandem, quam AB ad BC eſt id, quod AF, CD continetur. Itaque dico quadratum ex AD vna cum rectangulo FDB æquale eſſe rectangulo BAC vna cum eo, quod
F AF, CD continetur. auferatur enim commune rectangulum CAD. Dico reliquum ADC rectangulum vna cum FDB æquale eſſe ei, quod continetur AC, DB vna cum
G contento AF, CD. Rurſus commune auferatur rectangulum, quod AF, CD continetur. Dico rurſus rectangulum FDC vna cum FDB, hoc eſt totum quod continetur
H FD, CB æquale eſſe contento AC, BD. quod quidem ita ſe habet. ſunt enim quattuor rectæ lineæ AC, CB, FD, DB inter ſe proportionales.

COMMENTARIVS.

A Dico ſi quadratum ex AD & id, quod ad quadratum ex DB eandem proportionem habet, quam AC ad CB, componatur, fieri & quadratum ex AC, &c.] *Græcus codex ἐὰν τὸ ἀπὸ α δ, καὶ τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ δ β ὃν αὐτὸς τῆς α γ πρὸς τὴν γ δ συντεθείσεται γίνεται, &c. vnde ne legendum ſit ἐὰν τὸ ἀπὸ α δ, καὶ τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ δ β ὃν αὐτὸν τῆς α γ πρὸς τὴν γ β συντεθήσεται, γίνεται, &c.*

B Fiat enim vt AC ad CB, ita FD ad DB] *Græcus codex τὸ γὰρ τῆς α γ πρὸς τὴν γ β λόγον ἔχον ὃ αὐτὸς γεγονέτω ὁ τῆς ζ δ πρὸς τὴν δ β. ego legendum puto. τὸ γὰρ τῆς α γ πρὸς τὴν γ β λόγον ἔχοντι ὁ αὐτὸς γεγονέτω ὁ τῆς ζ δ πρὸς τὴν δ β.*

C Ergo & componendo, & reliqua ad reliquam, erit AF ad reliquam CD, hoc eſt rectangulum contentum AF, CD ad quadratum ex CD, vt AB ad BC] *Quoniam enim vt AC ad CB, ita eſt FD ad DB, erit componendo vt AB ad BC, ita FB ad BD, quare & reliqua AF ad reliquam CD eſt vt AB ad BC. Sed vt AF ad CD, ita rectangulum, quod AF, CD continetur ad quadratum ex CD. rectangulum igitur contentum AF, CD ad quadratum ex CD eandem proportionem habet, quam AB ad BC. Græcus codex καὶ συντεθέντα ἄρα καὶ τὰ λοιπά. ſed legendum arbitror καὶ συνθέντι ἄρα καὶ τὰ λοιπά.*

D Quod igitur ad quadratum ex DB eandem proportionem habet, quam AC ad CB, eſt rectangulum FDB; & quod ad quadratum ex CB eandem habet proportionem,

quam

quam AC ad CB eſt rectangulum ACB] *Vt enim AC ad CB, ita FD ad DB, & vt FD ad DB, ita FDB rectangulum ad quadratum ex DB. rectangulum igitur FDB ad quadratum ex DB eſt vt AC ad CB. & eodem modo oſtendetur rectangulum ACB ad quadratum ex CB ita eſſe, vt AC ad CB. Græcus codex* τὸ δὲ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ γβ ἐστι τὸ ὑπὸ αγβ. *vide ne legendum ſit.* τὸ δὲ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ γβ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αγ πρὸς τὴν γβ ἐστι τὸ ὑπὸ αγβ.

Itaque dico quadratum ex AD vna cum rectangulo FDB æquale eſſe rectangulo BAC vna cum eo, quod AF, CD continetur] *Pro quadrato ex AC, & rectangulo ACB aſſumpſit rectangulum BAC, quod ipſis eſt æquale ex 3. tertij elementorum. Græcus codex.* ὅτι οὖν τὸ ἀπὸ αδ μετὰ τά τοῦ ὑπὸ δγζ ἴσον ἐστι, *&c. lege* ὅτι οὖν τὸ ἀπὸ αδ μετὰ τοῦ ὑπὸ ζδβ ἴσον ἐστι, *&c.* E F

Dico reliquum ADC rectangulum vna cum FDB æquale eſſe ei, quod continetur AC, DB vna cum contento AF, CD] *Nam ſi a quadrato ex AD auferatur rectangulum DAC, relinquetur rectangulum ADC ex 2. ſecundi elementorum, & ſi a rectangulo BAC idem rectangulum DAC auferatur, reliquum erit quod DB, AC continetur, ex prima eiuſdem.*

Rurſus commune auferatur rectangulum, quod AF, CD continetur. Dico rurſus rectangulum FDC vna cum FDB, hoc eſt totum, quod continetur FD, CB æquale eſſe contento AC, DB] *Si enim a rectangulo ADC auferamus id, quod AF, CD continetur, reliquum erit rectangulum FDC, Græcus codex* ὅτι ἄρα τὸ ὑπὸ ζαγ μετὰ τοῦ ὑπὸ ζδβ α γίνεται ὅλον τὸ ὑπὸ ζδ, γβ. *ſed legendum puto* ὅτι ἄρα τὸ ὑπὸ ζδγ μετὰ τοῦ ὑπὸ ζδβ γίνεται, *&c.* G

Quod quidem ita ſe habet. Sunt enim quattuor rectæ lineæ AG, CB, FD, DB inter ſe proportionales.] *Quoniam eſt vt AC ad CB ita FD ad DB, rectangulum contentum AC, DB æquale eſt ei, quod CB, FD continetur, ex quo veluti per reſolutionem conſtat verum eſſe illud, quod initio proponebatur. videlicet quadratum ex AD vna cum rectangulo FDB æquale eſſe rectangulo BAC vna cum eo, quod AF, CD continetur poſſumus etiam illud per compoſitionem concludere hoc modo.* H

Quoniam rectangulum contentum CB, FD æquale eſt ei, quod continetur AC, DB; addito vtrique communi rectangulo ex AF, CB, erit rectangulum ADC vna cum FDB æquale rectangulo ex AC, DB vna cum rectangulo ex AF, CD, & rurſus addito communi rectangulo CAD fiet quadratum ex AD vna cum rectangulo FDB æquale rectangulo BAC vna cum eo, quod AF, CD continetur. Idem etiam continget, ſi punctum D extra rectam lineam AB ſumatur.

THEOREMA CXV. PROPOSITIO CXXVI. LEM. VIII.

Sit recta linea AB poſitione data, & datum quoduis punctum C in ipſa AB. Dico quadratum ex AC, & id, quod ad quadratum ex CB datam proportionem habet, æquale eſſe dato, & ei, quod ad quadratum rectæ lineæ interiectæ inter datum punctum C, & illud, quod rectam lineam AB in datam proportionem diuidit, proportionem habet datam. A B



Fiat enim proportio AD ad DB eadem, quæ proportio data. ergo, & proportio AD ad DB data erit, & propterea datum eſt punctum D. Itaque quoniam recta linea eſt AB, & duo puncta DC, quadratum ex AC, & id quod ad quadratum ex CB proportionem habet eandem, quam AD ad DB, æquale erit quadrato ex AD; & ei, quod ad quadratum ex DB eandem, quam AD ad DB proportionem habet, & præterea ei, quod ad quadratum ex DC eandem habet proportionem, quam AB ad BD. quadratum igitur ex AC, & id quod ad quadratum ex CB proportionem habet, eandem, quam AD ad DB, hoc eſt datam, æquale eſt quadrato ex AD, & proportionem habenti ad quadratum ex DB eandem, quam AD ad DB, hoc eſt æquale rectangulo BAD, videlicet dato, & ad huc æquale, ei quod ad quadratum ex DC eandem habet, quam AB ad BD propor- C D E

tionem, nimirum datam. Similiter, & ſi datum punctum c ſit extra rectam lineam AB, eodem demonſtrationis modo vtemur.

COMMENTARIVS.

A Sit recta linea AB poſitione data, & datum quoduis punctum c in ipſa AB. Dico quadratum ex AC, & id, quod ad quadratum ex CB datam proportionem habet æquale eſſe dato, &c.] *Græcus codex* θέσει εὐθεῖα ἡ αβ, καὶ τυχὸν τὸ γ, ὅτι ἴσι δοτὸν ἐπὶ τῆς αβ, ὅτι τὸ ἀπὸ αγ, καὶ τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ὑπὸ τῆς γβ δοθὲν ἴσον ἐστὶ δοθέν. *Sed legendum ſuſpicor* θέσει εὐθεῖα ἡ αβ καὶ τυχὸν τὸ γ δοθὲν ἐπὶ τῆς αβ. ὅτι τὸ ἀπὸ αγ, καὶ τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς γβ δοθέντα ἴσον ἐστὶ δοθέντι.

B Et ei quod, ad quadratum rectæ lineæ interiectæ inter datum punctum c & illud, quod rectam lineam AB in datam proportionem diuidit, proportionem habet datam] *Hoc eſt ei, quod ad quadratum rectæ lineæ* CD, *vt infra apparebit, datam habeat proportionem. hæc autem nos ſuppleuimus, nam græcus codex corruptus, & mancus eſt, in quo legitur* καὶ τὸ λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ὑπὸ τῆς μεταξὺ τοῦ δοθέντος, καὶ τοῦ ὑπὸ γδ δοθέντος. *Sed quomodo legendum ſit, ſit diuinare nunc non licet.*

C Itaque quoniam recta linea eſt AB, & duo puncta CD, quadratum ex AC, & id quod ad quadratum ex CB proportionem habet eandem, quam AD ad DB, æquale erit quadrato ex AD] *Ex antecedenti lemmate.*

D Et ei, quod ad quadratum ex DB eandem, quam AD ad DB proportionem habet, & præterea ei, quod ad quadratum ex DC eandem habet proportionem, quam AB ad BD] *Græcus codex* καὶ τῷ λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ὑπὸ αβ τὸ αὐτὸ τῷ τῆς αδ πρὸς τὴν δβ καὶ ἐν τῷ λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ὑπὸ αβ τὸ αὐτὸν τῷ τῆς αβ πρὸς τὴν βδ. *Sed legendum eſt,* καὶ τῷ λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ὑπὸ δβ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αδ πρὸς τὴν δβ καὶ ἔτι τῷ λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ὑπὸ δγ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αβ πρὸς τὴν βδ. *Quæ vero ſequuntur in Græco codice vſque eo.* τὸ ἄρα ἀπὸ αγ *&c. ſuperuacanea videntur.*

E Quadratum igitur ex AC, & id, quod ad quadratum ex CB proportionem habet eandem, quam AD ad DB, hoc eſt datam, æquale eſt quadrato ex AD, & proportionem habenti ad quadratum ex DB eandem quam AD ad DB, hoc eſt æquale rectangulo BAD, videlicet dato, & adhuc æquale ei, quod ad quadratum ex DC eandem habet, quam AB ad BD proportionem, nimirum datam] *Græcus codex corruptus, & mancus eſt, quem ita reſtituendum cenſeo.* τὸ ἄρα ἀπὸ αγ καὶ τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ γβ, τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αδ πρὸς τὴν δβ, τουτέστι τῷ δοθέντι ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ αδ καὶ τῷ λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ἀπὸ δβ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αδ πρὸς τὴν δβ, τουτέστι τῷ τε ὑπὸ βαδ, τουτέστι δοθέντι καὶ τῷ λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ἀπὸ δγ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αβ πρὸς τὴν βδ, τουτέστι δοθέντι.

PORISMATON LIBRI III.

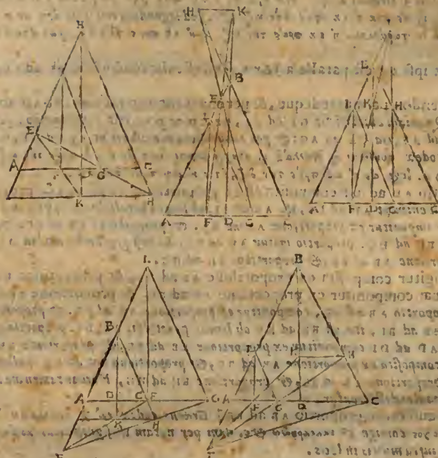
IN PRIMVM PORISMA PRIMI LIBRI.

LEM. 1.

THEOREMA CXVI. PROPOSITIO CXXVII.

Sit deſcripta figura ABCDEFG, ſitque vt AF ad FG, ita AD ad DC, & HK iungatur. Dico HK ipſi AC parallelam eſſe.

Ducatur



Ducatur per F ipſi BD parallela FL. Quoniam igitur vt AF ad FG, ita eſt AD ad
DC conuertendo, componendoque, & permutando. erit vt DA ad AF, hoc eſt in li- B M
neis parallelis, vt BA ad AE, ita CA ad AG, ergo LG ipſi BG parallela eſt. vt igitur C
AB ad BL; ita in parallelis EK ad KF, & EH ad HG. quare vt EK ad KF, ita eſt EH D
ad HG, ideoque HK ipſi AC eſt parallela. E

Per compoſitam vero proportionem hoc pacto.

Quoniam eſt vt AF ad FG, ita AD ad DC, conuertendo erit vt GF ad FA, ita CD A
ad DA: & componendo, permutandoque, & per conuerſionem rationis, vt AD ad DF, F
ita AC ad CG. Sed proportio AD ad DF compoſita eſt ex proportione AB ad BE, & G
proportione EH ad HG. proportio igitur compoſita ex proportione AB ad BE, & H
proportione BK ad KF eadem eſt, quæ componetur ex proportione AB ad BE, & pro-
portione EH ad HG communis auferatur proportio AB ad BE: reliqua igitur propor- K L
tio BK ad KF eadem eſt, quæ proportio EH ad HG quare HK ipſi AG parallela eſt. M

COMMENTARIVS.

Sit deſcripta figura ABCDEFG, ſitque vt AF ad FG, ita AD ad DC, & HK iunga- A
tur] *Puncta* ACDFG *ponuntur in eadem recta linea, quæ eſt trianguli* AEG *baſis. Sed pun-*
ctum B *ſumitur in* AB *etiam ex vtraque parte protracta. vbi vero conueniunt* EG, BC *po-* C
nitur H; *& vbi conueniunt* EF, BD *ponitur* K.

Erit vt DA ad AF, hoc eſt in lineis parallelis vt BA ad AL] *Quoniam enim* FL *paral-* B
lela facta eſt ipſi DB *vt* DF *ad* FA, *ita eſt* BL *ad* LA. *ergo & componendo vt* DA *ad* AF,
ita BA *ad* AL.

Ergo LG ipſi BC parallela eſt] *Ex 2. ſexti elementorum.* C

D Vt igitur AB ad BL, ita parallelis FK ad KF, & EH ad HG. quare vt BK ad KF, ita eſt EH ad HG] *Græcus codex* ἔστιν ἄρα ὡς ἡ εβ πρὸς τὴν βλ, οὕτως ἡ ἐν παραλλήλῳ ἡ θκ πρὸς τὴν κζ, καὶ ὡς ἄρα ἡ γκ πρὸς τὴν κζ, *&c. ſed legendum erit* ἔστιν ἄρα ὡς ἡ εβ πρὸς τὴν βλ, οὕτως ἡ ἐν παραλλήλῳ ἡ εκ πρὸς τὴν κζ, καὶ ἡ εθ πρὸς τὴν θη. καὶ ὡς ἄρα ἡ βκ πρὸς τὴν κζ, *&c.*

E Ideoque HK ipſi AC eſt parallela] *Ex 2. ſexti eſt enim diuidendo vt* BF *ad* FK, *ita* EG *ad* GH.

F Et componendo, permutandoque, & per conuerſionem rationis, vt AD ad DF, ita AC ad CG] *Quoniam enim eſt vt* GF *ad* FA, *ita* CD *ad* DA, *erit componendo, permutandoque vt* DA *ad* AF, *ita* CA *ad* AG: *& per conuerſionem rationis vt* AD *ad* DF, *ita* AC *ad* CG. *Græcus codex* συνθέντι καὶ ἐναλλὰξ καὶ ἀναστρέψαντι ἔστιν ὡς ἡ αδ πρὸς τὴν αζ. οὕτως ἡ αγ πρὸς τὴν γη. *lege* ὡς ἡ αδ πρὸς τὴν δζ, οὕτως ἡ αγ πρὸς τὴν γη.

G Sed proportio AD ad DF compoſita eſt ex proportione AB ad BF, & proportione EH ad HG] *Eſt enim vt* AD *ad* DF, *ita* AE *ad* BL, *ob lineas parallelas* DB, FL. *Sed proportio* AB *ad* BL *componitur ex proportione* AB *ad* BE, *& proportione* EB *ad* BL. *vt autem* EB *ad* BL, *ita* EH *ad* HG. *proportio igitur* AB *ad* BL, *hoc eſt proportio* AD *ad* DF *compoſita eſt ex proportione* AB *ad* BE, *& proportione* EH *ad* HG.

H Proportio igitur compoſita ex proportione AB ad BE, & proportione BK ad KF eadem eſt, quæ componitur ex proportione AB ad BE, & proportione EH ad HG] *Rurſus enim proportio* AB *ad* BL, *componitur ex proportione* AB *ad* BE, *& proportione* EB *ad* BL, *ſed vt* EB *ad* BL, *ita eſt* BK *ad* KF *ob lineas parallelas* BK, LF. *proportio igitur* AB *ad* BL, *hoc eſt* AD *ad* DF *componitur ex proportione* AB *ad* BE, *& proportione* BK *ad* KF. *ergo proportio compoſita ex proportione* AB *ad* BE, *& proportione* BK *ad* KF, *eadem eſt, quæ componitur ex proportione* AB *ad* BE, *& proportione* EH *ad* HG. *Vereor tamen, ne ante hæc in Græco codice multa deſiderentur.*

K Communis auferatur proportio AB ad BE] *Græcus codex* κω̃ χ' ἐκκεκρούσθω ὁ τῆς αβ πρὸς τὴν βε λόγος *corrige* κ° ἐκκεκρούσθω *&c. nam per notam* κ° *ſignificatur* κοινὸς *hoc eſt communis, vt infra multis in locis.*

L Reliqua igitur proportio BK ad KF eadem eſt, quæ proportio EH ad HG] *Græcus cod x* λοιπὸν ἄρα ὁ τῆς εκ πρὸς τὴν κζ λόγος ἐστὶ τῷ τῆς εθ πρὸς τὴν θη. *lege* λοιπὸς ἄρα ὁ τῆς βκ πρὸς τὴν κζ λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς εθ πρὸς τὴν θη.

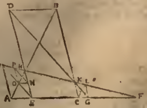
M Quare HK ipſi AC parallela eſt] *Ex 2. ſexti elementorum. Græcus codex* λόγος ἄρα ἐστὶν ἡ θκ τῇ αγ. *ego corrigendum puto:* παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ θκ τῇ αγ.

IN SECVNDVM PORISMA.

LEM. II.

THEOREMA CXVII. PROPOSITIO CXXVIII.

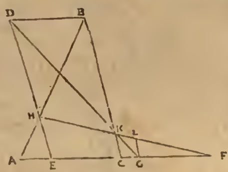
A Sit deſcripta figura ABCDEFGH, & ſit AF parallela ipſi DB. Vt autem AE ad EF, ita ſit CG ad GF. Dico rectam lineam eſſe quæ puncta HKF tranſit.



Ducatur per G recta linea GL parallela DB, & iuncta HK ad L producatur. Quoniam igitur eſt vt A
B E ad EF, ita CG ad GF, vt autem AE ad CG, ita eſt EH ad GL; & permu-
C tando, quod duæ duabus ſint parallelæ. Vt igitur EF ad FG, ita EH ad GL, atque eſt EH parallela ipſi GL.
D ergo recta linea eſt, quæ per HKLF tranſit.

COMMENTARIVS.

Sit deſcripta figura ABCDEFGH] *puncta* AECGF *ſumuntur in eadem recta linea, in qua conſiſtunt baſes triangulorum* ABC, EDG. *punctum autem* H *vbi* DB *ſecat ipſum* AB, *&* K *vbi* DG *ſecat* BC. A



Vt autem AB ad CG, ita eſt BH ad GL] *Ducatur per* A *recta* AM *parallela ipſi* CB, *vt cum* KH *producta conueniat in puncto* M. *erit trapezium* MAEH *ſimile trapezio* KCGL, *vt monſtrabimus. ſimiles autem rectilineæ figuræ in ſimilia triangula diuiduntur quare iuncta* CL *fiet triangulum* CLG *ſimile triangulo* AHB, *& ideo vt* AB *ad* BH, *ita erit* CG *ad* GL; *Itaque conſtat ob lineas parallelas trapezij* MABH *angulus angulis trapezij* KCGL *æquales eſſe. At vero latera, quæ ſunt circum æquales angulos eandem inter ſe proportionem habere, hoc modo demonſtrabitur. Abſcindatur ab* BH *linea* HN *æqualis* LG: *& ab* HM *abſcindatur* HP *æqualis* LK. *deinde a puncto* N *ducatur* NO *parallela ipſi* AB, *& a puncto* P *ducatur parallela ipſi* MA, *quæ cum* NO *in puncto* O *conueniet. Cõuenient autem in linea* AH. *eſt.n. vt* EH *ad* HN, *ita* AE *ad* ON: *& ſimiliter vt* MH *ad* HP, *ita* MA *ad* PO. *ergo ex lemmate, quod nos conſcripſimus in* 10. *propoſitionem libri Archimedis de ijs, quæ in aqua vehuntur, recta linea eſt, quæ per* AOH *tranſit. Dico trapezium* POXH *æquale eſſe, & ſimile trapezio* KCGL. *nam cum circa æquales angulos, qui ad* HL *latera* NH, HP *proportionalia ſint, immo vero æqualia, lateribus* GL, LK, *erit triangulum* PHN *ſimile triangulo* KLG. *quare vt* HP *ad* PN, *ita eſt* LK *ad* KG, *& permutando vt* HP *ad* LK, *ita* PN *ad* KG. *ſed* HP *eſt æqualis* LK. *ergo &* PN *ipſi* KG *æqualis erit, & parallela, quod angulus* HPN *æqualis ſit angulo* LKG *&* HNP *ipſi* LGK. *non aliter demonſtrabitur triangulum* MHE *ſimile triangulo* KLG, *&* MB *parallela* KG, *hoc eſt ipſi* PN. *Rurſus quoniam* PO *parallela eſt* MA, *videlicet ipſi* KC, *erit angulus* NPO *æqualis angulo* GKC, *& eadem ratione angulus* PNO *æqualis ipſi* KGC. *reliquus igitur reliquo eſt æqualis, & triangulum triangulo ſimile. ergo vt* NP *ad* PO, *ita* GK *ad* KC; *& permutando. ſed* NP *eſt æqualis* GK, *vt demonſtratum eſt quare, &* PO *ipſi* KC *æqualis erit, & eodem modo demonſtrabitur* NO *æqualis* CG. *eſt igitur* HN *ad* NO, *vt* HB *ad* EA: *&* NO *ad* OP, *vt* EA *ad* AM, *& denique* OP *ad* PH, *vt* AM *ad* MH. *quod ipſum demonſtrare oportebat.* B

Quod duæ duabus ſint parallelæ] *Vereor ne hæc ab aliquo addita ſint. non enim duæ duabus parallelæ ſunt, niſi forte intelligat ductam* CL, *quod mihi non placet.* C

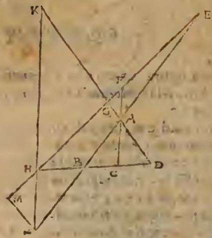
Ergo recta linea eſt, quæ per HKLF tranſit] *Ex eodem lemmate in* 10. *Archimedis de ijs, quæ in aqua vehuntur.* D

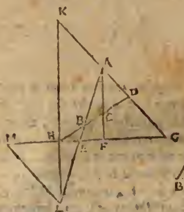
THEOREMA CXVIII. PROPOSITIO CXXIX. LEM. III.

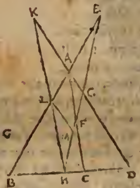
In tres rectas lineas AB, CA, AD ducantur duæ rectæ lineæ HE, HD. Dico vt rectangulum, quod continetur HE, GF ad contentum HG, FE, ita eſſe rectangulum contentum HB, DC. ad contentum HD, BC.

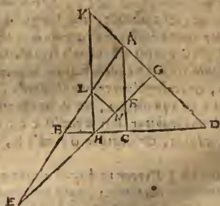
Ducatur

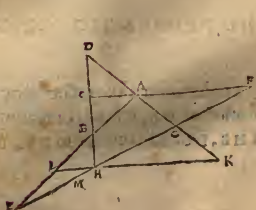
Ducatur per H quidem linea KL parallela ipſi FCA, & DA, AB cum ea conueniant in punctis KL; per L vero ducatur LM parallela DA & cum BH conueniat in M.

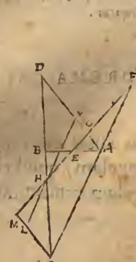






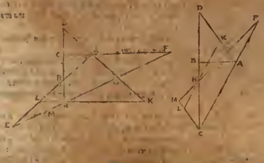






Itaque

Itaque quoniam vt EF ad FA, ita EH ad HL, vt autem AF ad FG, ita LH ad HM, A
etenim HK & HG ad parallelas rectas lineas terminantur; erit ex æquali vt EF ad FG B
ita EH ad HM. rectangulum igitur contento HB, GF æquale eſt contento EF, HM. C
Sed aliud rectangulum eſt, quod EF, GH continetur. ergo vt rectangulum ex BH, GF D
16. ſexti.



ad rectangulum ex EF, GH, ita eſt rectangulum ex EF, HM, ad rectangulum ex EF, GH; hoc eſt MH ad HG; hoc eſt LH ad HK: Eadem ratione, & vt KH ad HL, ita erit E F
rectangulum ex HD, BC, ad rectangulum ex HB, CD. ergo, & conuertendo vt LH ad G
HK, ita rectangulum ex HB, CD ad rectangulum ex HD, BC. Sed vt LH ad HK, ita H
oſtendimus eſſe rectangulum ex BH, GF ad rectangulum ex BF, GH. Vt igitur rectangulum ex BH, GF ad rectangulum ex EF, GH, ita erit rectangulum ex HB, DC ad rectangulum ex HD, BC.

Per compoſitam vero proportionem oſtendetur hoc modo.

Quoniam proportio rectanguli ex HB, GF ad rectangulum ex HG, FE compoſita eſt
ex proportione, quam habet HB ad BF, & ex ea, quam FG habet ad GH atque eſt vt K
HB, ad BF, ita HL ad FA, vt autem FG ad GH, ita FA ad HK: erit proportio rectan- L
guli ex HB, GF ad rectangulum ex HG, FE compoſita ex proportione, quam habet HL ad FA, & ex ea, quam habet FA ad HK.

Sed proportio compoſita ex proportione HL ad FA, & proportione FA ad HK eadem eſt, quæ proportio LH ad HK. eſt igitur vt rectangulum ex HB, GF ad rectangulum ex HG, FE, ita LH ad HK.

Eadem ratione, & vt rectangulum ex HD, BC ad rectangulum ex HB, CD, ita eſt KH ad HL, & conuertendo vt rectangulum ex HB, CD ad rectangulum ex HD, BC, ita LH ad HK. Vt igitur rectangulum ex HB, GF ad rectangulum ex HG, FE, ita rectangulum ex HB, CD ad rectangulum ex HD, BC.

COMMENTARIVS.

Itaque quoniam vt EF ad FA, ita EH ad HL] *Ex 4. ſexti elementorum ob ſimilitudinem triangulorum* EAF, ELH. A

Vt autem AF ad FG, ita LH ad HM] *Similia enim ſunt triangula* FAG, HLM. B

Etenim HK, HG ad parallelas rectas lineas terminantur] *Lineæ namque* MHG, LHK C
ſunt inter parallelas ML, GK. *Græcus codex* κ̀ γὰρ ἡ θκ πρὸς τὴν θη ἐν παραλλήλῳ. *ſed forte legendum eſt* κ̀ γὰρ ἡ θη κ̀ ἡ θκ ἐν παραλλήλοις.

Ergo vt rectangulum ex BH, GF ad rectangulum ex EF, GH, ita eſt rectangulum ex D
EF, HM ad rectangulum ex EF, GH.] *Ex 7. quinti elementorum.*

Hoc eſt MH, ad HG] *Ex prima ſexti.* E

Hoc eſt LH ad HK] *Ob ſimilitudinem triangulorum* HLM, HKG. F

Eadem ratione, & vt KH ad HL, ita erit rectangulum ex HD, BC ad rectangulm G
ex HB

ex HB, CD] *vt enim* KH *ad* HL *ita eſt rectangulum contentum* KH, CA *ad contentum* CA HL, *ſed ex* 23. *ſexti elementorum proportio rectanguli ex* KH, CA *ad rectangulum ex* CA HL *componitur ex proportione* KH *ad* CA, *& proportione* CA *ad* HL. *Vt autem* KH *ad* CA, *ita* HD *ad* DC *ob ſimilitudinem triangulorum* DKH, DAC; *& vt* CA *ad* HL, *ita* CB *ad* BH: *triangula enim* DAC, BLH *ſimilia ſunt. ergo rectanguli ex* KH, CA *ad rectangulum ex* CA HL *proportio componitur ex proportione* HD *ad* DC, *& proportione* CB *ad* BH. *ex quibus etiam compoſita eſt proportio rectanguli ex* HD, BC *ad rectangulum ex* HB, DC. *Vt igitur rectangulum ex* KH, CA *ad rectangulum ex* CA, HL, *hoc eſt vt* KH *ad* HL, *ita erit rectangulum ex* HD, BC *ad rectangulum ex* HB, CD.

H Ergo & conuertendo vt LH ad HK] *Græcus codex* ἀνάλογον ἄρα γίνεται ὡς ἡ λθ πρὸς τὴν θκ. *ſed puto legendum* ἀνάπαλιν ἄρα γίνεται.

K Atque eſt vt HE ad EF, ita HL ad FA] *Ob ſimilitudinem triangulorum* ELH, EAF.

L Vt autem FG ad GH, ita FA ad HK] *Etenim triangula* FAG, HKG *ſimilia ſunt.*

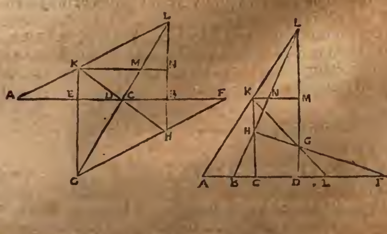
M Sed proportio compoſita ex proportione HL ad FA, & proportione FA ad HK eadem eſt, quæ proportio LH ad HK] *Eadem enim eſt quæ proportio rectanguli ex* HL, FA *ad rectangulum ex* FA, HK.

N Eadem ratione, & vt rectangulum ex HD, BC ad rectangulum ex HB, CD, ita eſt KH, ad HL] *Proportio enim rectanguli ex* HD, BC *ad rectangulum ex* HB, CD, *componitur ex proportione* HD *ad* DC, *& proportione* CB *ad* BH. *ſed vt* HD *ad* DC, *ita* KH *ad* KA: *& vt* CB *ad* BH, *ita* CA *ad* HL. *quod ſuperius explicatum eſt. vt igitur rectangulum ex* HD, BC *ad rectangulum ex* HD, BC *ad rectangulum ex* HB, CD, *ita eſt rectangulum ex* KH, CA *ad rectangulum ex* CA, HL, *hoc eſt ita* KH *ad* HL.

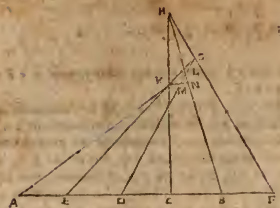
O Vt igitur rectangulum ex HE, GF ad rectangulum ex HG, FB] *Græcus codex* τὴν δὲ καὶ ὡς τὸ ὑπὸ τῶν θε, ζη πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν θη, ζε *lege* καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν θε, ζη πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν θη, ζε.

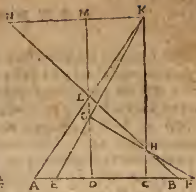
THEOREMA CXIX. PROPOSITIO CXXX.

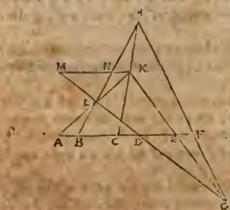
Sit deſcripta figura ABCDEFGHKLMNX, ſitque vt rectangulum quod continetur AF, BC ad contentum AB, FC ita rectangulum quod continetur AF, DE ad contentum AD, EF. Dico rectam lineam eſſe, quæ per puncta HGF tranſit.

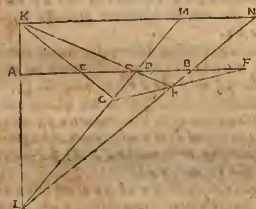


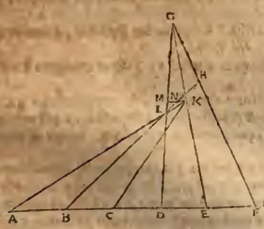
Quoniam

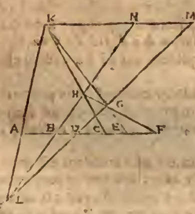












Quoniam enim eſt vt rectangulum ex AF, BC ad rectangulum ex AB, FC, ita rectan- 1. ſexti.
gulum ex AF, DB ad rectangulum ex AD, BF; erit permutando vt rectangulum ex AF, BC ad rectangulum ex AF, DE, hoc eſt vt BC ad DE, ita rectangulum ex AB, CF ad rectangulum ex AD, BF. ſed ſi per K ipſi AD parallela ducatur KM, proportio BC B
ad DB compoſita erit ex proportione BC ad KN, & proportione KN ad KM, & inſuper ex proportione KM ad DE. proportio autem rectanguli ex AB, CF ad rectan- C
gulum ex AD, BF compoſita eſt ex proportione BA ad AD, & proportione CF, ad FE, communis auferatur proportio BA ad AD eadem, quæ proportio NK ad KM, erit re- D
liqua proportio CF ad FB compoſita ex proportione BC ad KN, hoc eſt CH ad HK, E
& proportione KM ad DB, hoc eſt KG ad GB. recta igitur linea eſt, quæ per HGB F G
tranſit. nam ſi per B ipſi HC parallela ducatur BX, & iuncta HG protrahatur ad X, proportio quidem KG ad CE eadem eſt, quæ proportio KH ad BX. proportio autem H K
compoſita ex proportione CH ad HK, & proportione HK ad BX tranſmutatur in

L proportionem CH ad KX. & proportio CF ad FB eadem eſt, quæ CH ad EX, cum CH
M ipſi EX parallela ſit. recta igitur linea eſt, quæ tranſit per HXF. hoc enim manifeſte conſtat. ergo & recta eſt, quæ per HOF tranſit.

COMMENTARIUS.

A Sit deſcripta figura ABCDEFGHKLMNX] *Græcus codex καταγραφθὲ ν αβγδεζηθ ικλ ego legendum puto ν αβγδεζηθκλμνξ.*

B Sed ſi per K ipſi AD parallela ducatur KM, proportio BC ad DE compoſita erit ex proportione BC ad KN, & proportione KN ad KM, & inſuper ex proportione KM ad DE] *Proportio enim BC ad DE aſſumpta media linea CD, componitur ex proportione BC ad CD, & proportione CD ad DE. ſed rurſus proportio BC ad CD, hoc eſt ad KM, aſſumpta media KN componitur ex proportione BC ad KN, & KN ad KM. proportio igitur BC ad DE compoſita eſt ex proportione BC ad KN, & KN ad KM, & inſuper ex proportione CD, hoc eſt KM ad DB. Græcus codex ἄλλο μὲν τῆς βγ πρὸς τὴν δε σύνηπται ὁ λόγος, ἐὰν διὰ τοῦ κ τῇ αζ παράλληλος ἀχθῇ ὁ κε, ἔκ τε τοῦ τῆς βγ πρὸς κε, καὶ τῆς κη πρὸς κμ, καὶ ἔτι τοῦ τῆς κμ πρὸς δε. ſed videtur legendum ἔκ τε τῆς βγ πρὸς κν, καὶ τοῦ κν πρὸς κμ, καὶ ἔτι τοῦ τῆς κμ πρὸς δε.*

C Proportio autem rectanguli ex AB, CF ad rectangulum ex AD, EO compoſita eſt ex proportione BA ad AD, & proportione CF ad FE] *Ex 23. ſexti elementorum. Græcus codex καὶ τοῦ τῆς γζ πρὸς τὴν δε lege πρὸς τὴν ζε.*

D Communis auferatur proportio BA ad AD eadem, quæ proportio NK ad KM] *Hoc eſt ex una quidem parte auferatur proportio BA ad AD, ex altera vero auferatur proportio NK ad KM, quæ eadem eſt ob ſimilitudinem triangulorum ALB, KLN, & triangulorum ALD, KLM. Græcus codex Κοινὸς ἐκκεκρούσθω ὁ τῆς βα πρὸς αδ ὁ αὐτὸς ὢν τῷ τῆς νκ πρὸς κμ. lege ὁ αὐτὸς ὢν τῷ τῆς νκ πρὸς κμ.*

E Erit reliqua proportio CF ad FE compoſita ex proportione BC ad KN hoc eſt CH ad HK] *Ob ſimilitudinem triangulorum BHC, NHK. Græcus codex ἔκ τε τοῦ τῆς βγ πρὸς τὴν κε lege πρὸς τὴν κν.*

F Erit proportione KM ad DE, hoc eſt KG ad GB] *Similia enim ſunt triangula KOM, EOD.*

G Recta igitur linea eſt, quæ per HGF tranſit] *Quomodo hoc ſequatur, deinceps oſtendit. Græcus codex εὐθεῖα ἄρα ἡ διὰ τῶν θηκ lege διὰ τῶν θηζ.*

H Proportio quidem KG ad GB eadem eſt, quæ KH ad BF] *Quod triangula KHG, BXG ſimilia ſint.*

K Proportio autem compoſita ex proportione CH ad HK, & proportione HK ad EX tranſmutatur in proportione CH ad EX] *Propoſitio enim compoſita ex proportione CH ad KH, & proportione HK ad EX eadem eſt, quæ proportio CH ad EX, nempe aſſumpta media HK.*

L Et proportio CF ad FB eadem eſt quæ CH ad EX] *Superius enim demonſtratum eſt proportionem CF ad FB componi ex proportione CH ad HK, & proportione KG ad GB, ſed proportio KG ad GE eadem eſt, quæ KH ad EX. proportio igitur CF ad FE compoſita eſt ex proportionibus CH ad HK, & HK ad EX. ex quibus etiam componitur proportio CH ad EX ergo ut CF ad FB, ita eſt CH ad EX. Græcus codex καὶ ὁ τῆς γζ πρὸς ζε λόγος ὁ αὐτὸς τῷ τῆς γθ πρὸς τὴν θζ lege πρὸς τὴν ηξ.*

M Hoc enim manifeſte conſtat] *Ex noſtro lemmate in 10. proportionem libri Archimedis de iis, quæ in aqua vehuntur.*

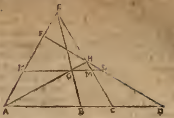
LEM. V.

THEOREMA CXX. PROPOSITIO CXXXI.

Si ſit figura ABCDEFKH, ſit ut AD ad DC, ita AB ad BC. ſit igitur ut AD ad DC, ita AB ad BC. Dico rectam lineam eſſe, quæ per AGH tranſit.

Duca-

Ducitur per G ipſi AD parallela KL. Itaq; quoniã vt AD ad DC, ita AB ad BC, & vt AB ad BC, ita KG ad GM. Vt autẽ AD ad DC, ita GL ad GM: erit vt GL ad LM hoc eſt AD ad DC. quare permutando, vt AD ad GL, ita CD ad LM: hoc eſt DG ad HL. atq; eſt GL, parallela ipſi AD. recta igitur linea eſt, quæ tranſit per AGH, hoc enim manifeſto conſtat. A B C D E F



COMMENTARIVS.

Vt autem AD ad DC, ita GL ad LM] *Ob ſimilitudinem triangulorum* AHC, GHL, *& triangulorum* CHD, MHL. *Græcus codex* ἀλλ' ὡς μὲν ἡ αδ πρὸς τὴν δγ, οὕτως ἡ χα πρὸς τὴν λμ *ſed legendum puto* οὕτως ἡ ηλ πρὸς τὴν λμ. A

Erit vt GL ad LM, ita KG ad GM] *Ex 11. quinti elementorum poſt quæ in Græco codice hæc leguntur* καὶ λοιπὴ ἡ ηλ πρὸς λοιπὴν τὴν λμ. ἔστιν ὡς ἡ κμ πρὸς τὴν λμ. *Sed nos ea, vti corrupta, & ſupervacanea omiſimus.* B

Hoc eſt AD ad DC] *Eſt enim vt* KG *ad* GM, *ita* AB *ad* BC *ob ſimilitudinem triangulorum* KBG, ABE, *& triangulorum* GBM, EBC. *Vt autem* AB *ad* BC, *ita ponitur eſſe* AD *ad* DC. *Græcus codex* τουτέστιν ὡς ἡ αδ πρὸς τὴν αγ, *lege* πρὸς τὴν δγ. C

Quare permutando vt AD ad GL, ita CD ad LM] *Græcus codex* ἀνάλογον ἄρα ὡς ἡ αδ πρὸς τὴν ηδ, οὕτως ἡ γδ πρὸς τὴν λμ. *Vide ne legendum ſit* ἐναλλὰξ ἔστιν ὡς ἡ αδ πρὸς τὴν ηλ οὕτως ἡ γδ πρὸς τὴν λμ. D

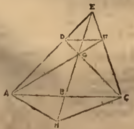
Hoc eſt DH ad HL] *Ex quarta ſexti elementorum, quod triangula* CHD, MHL *ſint ſimilia.* E

Recta igitur linea eſt, quæ tranſit per AGH, hoc enim manifeſto conſtat] *Nam ſi iungatur* AH *tranſibit ea per* G, *alioqui ſequeretur partem toti æqualem eſſe; quod nos lemmate antedicto oſtendimus.* F

THEOREMA CXXI. PROPOSITIO CXXXII. LEM VI.

Rurſus ſi ſit deſcripta figura, & DF ipſi AC ſit parallela, erit AB æqualis BC. Sit igitur æqualis. Dico DF ipſi AC parallelam eſſe. A

Quod quidem ita ſe habet, nam ſi ponamus BH æqualem ipſi GB, & AH, HC iungamus, fiet AH, CG parallelogrammum, ac propterea vt AD ad DE, ita CF ad FE, vtraque enim dictarum proportionum eadem eſt, quæ proportio HG ad GE. ergo DF ipſi AC eſt parallela. B C D

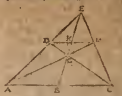


COMMENTARIVS.

Rurſus ſi ſit deſcripta figura, & DF ipſi AC ſit parallela, erit AB æqualis BC] *Non Non demonſtratur hoc a Pappo, ſed eius conuerſum demonſtrabitur autem hoc modo.* A

 Sit

Sit triangulum A F C, *& ipſi* A C *parallela ducatur* D F, *iungaturque* A F, D C *ſeſe in puncto* G *ſecantes, & iuncta* C G *in* B *producatur. Dico* A B *ipſi* B C *æqualem eſſe.*



Triangula enim D A F, D C F *inter ſe ſunt æqualia ex 37. primi elementorum, & ablato communi triangulo* D G F, *relinquetur* A G D *triangulum æquale* C G F, *Vt autem* A D *ad* D B, *ita triangulum* A G D
sexti. *ad triangulum* D G B, *& ſimiliter vt* C F *ad* F E, *ita triangulum* C G F *ad triangulum* F G B *ſed Vt* A D *ad* D B, *ita* C F *ad* F B, *vtraque enim proportio eadem eſt, quæ* B K *ad* K B. *Vt igitur triangulum* A G D *ad triangulum* D G E, *ita triangulum* C G F *ad* G F B *triangulum: & permutand. triangulum autem* A G D *eſt æquale triangulo* C G F. *ergo, & triangulum* D G E *triangulo* F G E: *ac propterea totum triangulum* A F G *toti* C E G *æquale. At triangulum* A E G *ad triangulum* A G B *eſt Vt*
1. sexti. A G *ad* G B, *& ita triangulum* C E G *ad triangulum* C G B. *quare Vt triangulum* A B G *ad triangulum* A G B, *ita triangulum* C E G *ad triangulum ad ipſum* C G B: *& permutando triangu-*
1. sexti. *lum igitur* A G B *eſt æquale triangulo* C G B, *& ob id recta linea* A B *ipſi* B C *æqualis.*

B Nam ſi ponamus B H æqualem ipſi B G] *Græcus codex* ἐὰν γὰρ τὴν εβ, θα τὸ αβ ἴσην τὴν βθ. *ſed legendum eſt.* ἐὰν γὰρ θ ὦ τῇ ηβ ἴσην τὴν βθ.

C Et A H, H C iungamus, fiet A H C G parallelogrammum] *Quoniam enim duo latera* A B B F *æqualia ſunt duobus lateribus* C B, B G, *& angulum* A B H *eſt æqualis angulo ad verticem* C B G. *erit & baſis* A H *æqualis baſi* G C *totumque triangulum toti triangulo, & reliqui anguli reliquis angulis æquales, quibus æqualia latera ſubtenduntur. angulus igitur* A H B *ipſi*
27. primi. *æqualis angulo* B G C, *ideoque recta linea* A H *rectæ* C G *parallela eſt. Eodem modo demonſtrabimus* C H *parallelam eſſe ipſi* A G.

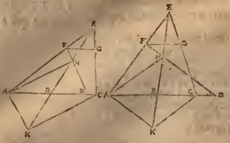
D Ac propterea vt A D ad D B, ita C F ad F B, vtraque enim dictarum proportionum eadem eſt, quæ proportio H G ad G B] *Cum enim* D G E *parallela ſit ipſi* A H *erit* A D *ad*
2. sexti. D B, *vt* H G *ad* G B. *& eadem ratione cum parallela ſit* A G F *ipſi* H C, *vt* H G *ad* G B, *ita erit*
11. quinti C F *ad* F B. *vt igitur* A D *ad* D B, *ita* C F *ad* F B. *quare ex 2. ſexti* D F *ipſi* A C *parallela erit.*

THEOREMA CXXII. PROPOSITIO CXXXIII.

LEM. VII.

A Sit deſcripta figura, & ipſarum C B, B A ſumatur tertia proportionalis B D. Dico F G ipſi A C parallelam eſſe.

B Producatur E B, & per A ipſi D F parallela ducatur A K, & K C iungatur. Itaque quoniam eſt vt C B ad B A, ita A B ad B D, vt
C autem A B ad B D, ita K B
D ad B H; erit & vt C B ad B A
E ita K B ad B H. ergo A H
F parallela eſt ipſi K C. Rurſus vt A F ad F B, ita C G
G ad G F, vtraque enim dictarum eadem eſt, quæ proportio K H ad H B. quare F G ipſi eſt parallela.



COMMENTARIVS.

A Sit deſcripta figura, & ipſarum C B, B A ſumatur tertia proportionalis B D. Dico F G ipſi A C parallelam eſſe] *Sit triangulum* A B C, *ducaturque ad baſim Vtcumque recta linea* E B, *& Vt* C B *ad* B A, *ita fiat* A B *ad* B D. *poſtea ducatur* A G, *quæ ſecet* E B *in puncto* H, *iuncta* D H *ad* F *producatur, iungaturque* F G. *Dico* F G *ipſi* A C *parallelam eſſe. Græcus codex*

codex ἰσο καταγραφὴ κατὰ τὴν αβ, βγ μέση ἀνάλογον ἴση ἡ αδ. *ſed legendum puto* ἴσο καταγραφὴ, καὶ τὴν γβ, βα τρίτη ἀνάλογον ἴση ἡ αβ.

Producatur EB & per A ipſi DF parallela ducatur AK] *Græcus codex* ἐκβληθεῖσα ἡ αβ, καὶ διὰ τοῦ α *&c. ego legerem* ἐκβεβλήσθω ἡ εβ. B

Vt autem AB ad BD, ita KB ad BH] *Ob ſimilitudinem triangulorum* ABK, DEH. C

Erit, & vt CB ad BA, ita KB ad BH] *Græcus codex* καὶ ὡς ἄρα ἡ γβ πρὸς τὴν βλ *lege* πρὸς τὴν βα. D

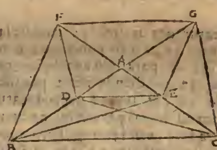
Ergo AH parallela eſt ipſi KC] *Eſt enim vt* CB *ad* BA, *ita* KB *ad* BH: *& permutando, vt* CB *ad* BK, *ita* AB *ad* BH, *& ſunt anguli ad* B *æquales. triangulum igitur* CBK *triangulo* ABH *æquiangulum eſt, & angulus* BCK *angulo* BAH *æqualis. quare* AH *ipſi* KC *eſt parallela. Græcus codex* παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ γθ τῇ κγ· *lege* ἡ αθ τῇ κγ. E

Rurſus vt AF ad FE] *Græcus codex.* ἐστὶν οὖν πάλιν ὡς ἡ αζ πρὸς τὴν ζγ *lege* πρὸς τὴν ζε. F

Vtraque enim dictarum eadem eſt, quæ proportio KH ad HE] *Ex 2. ſexti. Græcus codex pro* θε *habet* βθ. G

THEOREMA CXXIII. PROPOSITIO CXXXIV. LEM. VIII.

Sit bomiſcos ABCDEFG, ſitque DE ipſi BC parallela: & EG parallela BF. Dico DF ipſi CG parallelam eſſe. A



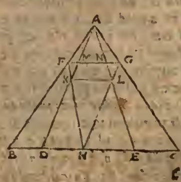
Iungantur BE, DC, FG. erit triangulum DBE æquale triangulo DCE. commune apponatur triangulum DAE ergo totum ABE toti CDA eſt æquale. Rurſus quoniam BF parallela eſt ipſi EG triangulum BFE æquale eſt triangulo BFG. 29. primi auferatur commune ABF. reliquum igitur ABE reliquo AGF æquale erit. ſed triangulum ABE eſt æquale triangulo ACD. ergo & ACD ipſi AFG æquale, & communi appoſito triangulo ACG, fiet totum triangulum CDG æquale toti CFG. & eſt in eadem CG baſi. quare CG ipſi DF eſt parallela. A

COMMENTARIVS.

Sit bomiſcos ABCDEFG] *Huiuſmodi figuram idcirco* βωμίσκον *appellauit, quod parui Altaris imaginem referat.* A

THEOREMA CXXIV. PROPOSITIO CXXXV. LEM. IX.

Sit triangulum ABC, in quo ducantur rectæ lineæ AD, AE: ipſique BC parallela ducatur FG, & inflectatur FHG. ſit autem vt BH ad HC, ita DH ad HE. Dico KL ipſi BC parallelam eſſe. A



Quoniam enim eſt, vt BH ad HC, ita DH ad HE, erit reliqua BD ad reliquam EC, vt DH ad HE. ſed vt ad BD ad EC, ita FM ad NG vt igitur FM ad NG, ita DH ad HE. & permutando vt FM ad DH, ita NG ad HE. vt autem FM ad DH, ita in lineis parallelis FK ad KH; & vt NG ad HE, ita GL ad LH. ergo vt FK ad KH, ita GL ad LH. parallela igitur eſt KL ipſi FG, & propterea ipſi BC. B C 2. ſexti. 30. primi

COM.

COMMENTARIVS

A Et infiectatur FHG] *Græcus codex* καὶ κεκλάσθω ἡ ζη. *Vide ne legendum ſit* καὶ κεκλάσθω ἡ ζθη.

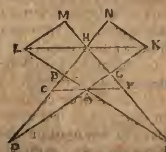
B Sed vt BD ad EC, ita FM ad NG, vt igitur FM ad NG, ita DH ad HE] *Græcus codex mancus eſt, in quo legitur* ὡς δὲ ἡ βδ πρὸς τὴν εγ, οὕτως ἐστὶν ἡ ζη πρὸς νη, οὕτως ἐστὶν ἡ δθ πρὸς τὴν θε, *legendum autem eſt* ὡς δὲ ἡ βδ πρὸς τὴν εγ, οὕτως ἐστὶν ἡ ζμ πρὸς νη, καὶ ὡς ἄρα ἡ ζμ πρὸς νη, οὕτως ἐστὶν ἡ δθ πρὸς τὴν θε.

C Vt autem FM ad DH, ita in lineis parallelis FK ad KH: & vt NG ad HE, ita GL ad LH] *Ob ſimilitudinem ſcilicet triangulorum* FKM, DKH, *itemque triangulorum* NLG, HLE.

LEM. X.

THEOREMA CXXV. PROPOSITIO CXXXVI.

In duas rectas lineas BAE, DAG duæ rectæ lineæ ducantur DH, HF, ſitque vt rectangulum quod continetur DH, BC ad contentum DC, BH, ita rectãgulum contentum HG, FE ad contentum HE, FG. Dico rectam lineam eſſe, quæ per CAF puncta tranſit.



Ducatur per H ipſi CA parallela KL, quæ cum lineis AB, AD in punctis KL conueniat, & per L ipſi AD parallela agatur LM, producaturque EH ad M. deinde per K parallela ipſi AB ducatur KN, & DH ad N producatur. Itaque quoniam ob lineas parallelas fit vt DH ad HN, ita DC ad CB, erit rectangulum contentum DH, CB æquale contento DC, HN. Sed aliud aliquod rectangulũ eſt, quod DC, BH continetur. ergo vt rectangulũ contentũ DH, BC ad contentũ DC, BH ita contentũ CD, HN ad contentũ DC, BH, hoc eſt HN ad HB. Sed vt rectangulũ quidem contentum HD, BC ad contentum DC, BH, ita ponitur eſſe contentum HG, FE ad contentum HE, FG. Vt autem NH ad HB, ita KH ad HL, hoc eſt in lineis parallelis GH, HM, hoc eſt rectangulum contentum HG, FE ad contentum HM, FE. ergo vt contentum HG, FE ad contentum HE, FG, ita contentum HG, FE ad contentum HM, FE. rectangulum igitur contentum HE, FG æquale eſt contento HM, FE, quare vt MH ad HE, ita GF ad FE, componendoque, & permutando, vt ME ad EG, ita HE ad EF. Sed vt ME ad EG, ita eſt E ad EA. & vt igitur LE ad EA, ita HE ad EF, & ideo AF parallela eſt ipſi KL. Sed & CA. ergo recta linea eſt, quæ per CAF puncta tranſit, quod oportebat demonſtrare.

COMMENTARIVS.

A Itaque quoniam ob lineas parallelas fit vt DH ad HN, ita DC ad CB] *Vt enim* DB *ad* BN, *ita* DC *ad* CB. *Vtraque enim ipſarum eadem eſt, quæ proportio* DA *ad* AK: *& permutando vt* BD *ad* DC, *ita* BN *ad* CH. *vt autem omnia ad omnia, ita vnum ad vnum ergo vt* ND *ad* DH, *ita* BD *ad* DC. *& per conuerſionem rationis, vt* DN *ad* NH, *ita* DB *ad* BC *diuidendoque vt* DH *ad* HN, *ita* DC *ad* CB.

B Vt autem NH ad HE, ita KH ad HL] *Similia enim ſunt triangula* KHN, LHB.

C Hoc eſt in lineis parallelis GH autem HM] *Ob ſimilitudinem triangulorum* KGH, LMH *Græcus codex* τουτέστιν ἐν παραλλήλῳ ἡ νθ πρὸς τὴν θμ, *lege* ἡ ηθ πρὸς τὴν θμ.

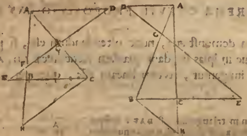
D Rectangulum igitur contentum HE, FG æquale eſt contento HM, FE quare vt MH ad HE, ita GF ad FE] *Ex 9. quinti elementorum. Græcus codex mancus eſt, in quo legitur* ἴσον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ θμ πρὸς τὴν θε, οὕτως ἡ ηζ πρὸς τὴν ζε. *Sed eum ita reſtituemus.* ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ θε, ζη τῷ ὑπὸ θμ, ζε. καὶ ὡς ἄρα ἡ θμ πρὸς τὴν θε, οὕτως ἡ ηζ πρὸς τὴν ζε.

THEO-

THEOREMA CXXVI. PROPOSITIO CXXXVII.

LEM. VI.

Quæ vero ad caſus ipſius pertinent, ſimiliter atque antedicta oſtendemus, quorum eſt conuerſum, videlicet. Sit triangulum ABC, & ipſi BC parallela ducatur AD. & ducta DE conueniat cum BC in puncto E. A
Dico vt rectangulum, quod continetur DE, FG ad contentum EF, GD, ita eſſe CB ad BE. B



Ducatur per C ipſi DE parallela CH, & AB ad H producatur. Itaque quoniam eſt vt CA ad AG, ita CH ad GF. & vt CA ad AG, ita ED ad DG; erit vt ED ad DG, ita CH ad FG. ac propterea rectangulum contentum CH, DG æquale eſt contento ED, FG. Sed aliud aliquod rectangulum eſt, quod EF, GD continetur. ergo vt rectangulum contentum DE, FG ad contentum DG, EF, ita contentum CH, DG ad contentum DG, EF, hoc eſt ita CH ad EF, hoc eſt CB ad BE. Ex quibus ſequitur vt rectangulum contentum DE, FG ad contentum EF, GD, ita eſſe CB ad BE. Eadem ratione, & ſi ad alteras partes agatur parallela AD, atque a puncto D extra C, velut ad E ducatur DE, vt rectangulum, quod continetur DE, FG ad contentum EF, GD, ita demonſtrabitur eſſe EC ad CE. C D E F G

COMMENTARIVS.

A Quæ verò ad caſus ipſius pertinent, ſimiliter atque antedicta oſtendimus, quorum eſt conuerſum] *Græcus codex* τὰ δὲ πτωτικὰ αὐτοῦ ὁμοίως τοῖς προγεγραμμένοις, οὗ ἐστιν ἀντιστρόφιον *quibus verbis quid ſignificetur planè intelligere non poſſumus, cum poriſmatum libris careamus.*

B Dico vt rectangulum, quod continetur DE, FG ad contentum EF, GD, ita eſſe CB ad BE] *Græcus codex* ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ ὑπὸ δε, ζη πρὸς τὸ ὑπὸ εζ, ηλ *lege* πρὸς τὸ ὑπὸ εζ, ηδ.

C Itaque quoniam eſt vt CA ad AG, ita CH ad GF] *Ob ſimilitudinem triangulorum* CAH, GAF.

D Et vt CA ad AG, ita ED ad DG] *Ob ſimilitudinem triangulorum* CGE, AGD.

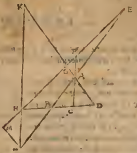
E Hoc eſt CB ad BE] *Similia enim ſunt triangula* CBG, EBF.

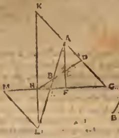
F Ex quibus ſequitur vt rectangulum contentum DE, FG ad contentum EF, GL] *Græcus codex* ἐστιν ἄρ' ὡς τὸ ὑπὸ δε, ζη πρὸς τὸ ὑπὸ εζ, ηλ. *lege* πρὸς τὸ ὑπὸ εζ, ηδ.

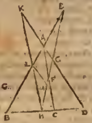
G Eadem ratione, & ſi ad alteras partes agatur parallela AD, atque à puncto D extra C velut ad E ducatur DE, vt rectangulum, quod continetur DE, FG ad contentum EF, GD, ita demonſtrabitur eſſe EC ad CE.] *Græcus codex corruptus eſt, & mancus, vt videtur, qui ſic habet.* τὰ δ' αὐτὰ κἂν ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη ἀχθῇ ἡ αδ παράλληλος, ἡ ἀπὸ τοῦ δ ἐκτὸς ὡς ἐπὶ τὸ γ διὰ τὴν ὑπόθεσιν. *Vide ne legendum ſit* ἡ ἀπὸ τοῦ δ ἐκτὸς

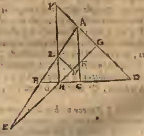
τοῦ λ

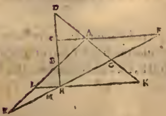
Ducatur per H quidem linea KL parallela ipſi FCA, & DA, AB cum ea conueniant in punctis KL; per L vero ducatur LM parallela DA & cum BH conueniat in M.

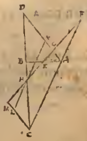






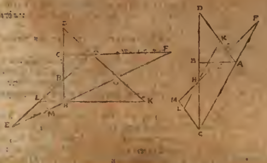






Itaque

Itaque quoniam vt EF ad FA, ita EH ad HL, vt autem AF ad FG, ita LH ad HM, A
etenim HK & HG ad parallelas rectas lineas terminantur; erit ex æquali vt EF ad FG B
ita EH ad HM. rectangulum igitur contento HE, GF æquale eſt contento EF, HM. C
Sed aliud rectangulum eſt, quod EF, GH continetur. ergo vt rectangulum ex EH, GF D
16. ſexti.



ad rectangulum ex EF, GH, ita eſt rectangulum ex EF, HM, ad rectangulum ex EF, GH; hoc eſt MH ad HG; hoc eſt LH ad HK: Eadem ratione, & vt KH ad HL, ita erit E F
rectangulum ex HD, BC, ad rectangulum ex HB, CD. ergo, & conuertendo vt LH ad G
HK, ita rectangulum ex HB, CD ad rectangulum ex HD, BC. Sed vt LH ad HK, ita H
oſtendimus eſſe rectangulum ex EH, GF ad rectangulum ex EF, GH. Vt igitur rectangulum ex EH, GF ad rectangulum ex EF, GH, ita erit rectangulum ex HB, DC ad rectangulum ex HD, BC.

Per compoſitam vero proportionem oſtendetur hoc modo.

Quoniam proportio rectanguli ex HE, GF ad rectangulum ex HG, FE compoſita eſt
ex proportione, quam habet HE ad EF, & ex ea, quam FG habet ad GH atque eſt vt K
HE, ad EF, ita HL ad FA, vt autem FG ad GH, ita FA ad HK: erit proporti‹o› rectan- L
guli ex HB, GF ad rectangulum ex HG, FE compoſita ex proportione, quam habet HL ad FA, & ex ea, quam habet FA ad HK.

Sed proportio compoſita ex proportione HL ad FA, & proportione FA ad HK eadem eſt, quæ proportio LH ad HK. eſt igitur vt rectangulum ex HE, GF ad rectangulum ex HG, FE, ita LH ad HK.

Eadem ratione, & vt rectangulum ex HD, BC ad rectangulum ex HB, CD, ita eſt KH ad HL, & conuertendo vt rectangulum ex HB, CD ad rectangulum ex HD, BC, ita LH ad HK. Vt igitur rectangulum ex HB, GF ad rectangulum ex HG, FE, ita rectangulum ex HB, CD ad rectangulum ex HD, BC.

COMMENTARIVS.

Itaque quoniam vt EF ad FA, ita EH ad HL] *Ex 4. ſexti elementorum ob ſimilitudinem triangulorum* EAF, ELH. A

Vt autem AF ad FG, ita LH ad HM] *Similia enim ſunt triangula* FAG, HLM. B

Etenim HK, HG ad parallelas rectas lineas terminantur] *Lineæ namque* MHG, LHK C
ſunt inter parallelas [illegible]M, GK. *Græcus codex* ϗ γὰρ αἱ θκ πρὸς τὴν θα ἐν παραλλήλῳ. *ſed forte legendum eſt* ϗ γὰρ αἱ θη ϗ αἱ θκ ἐν παραλλήλω.

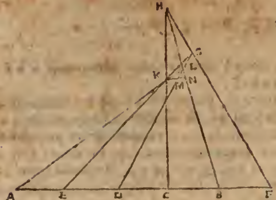
Ergo vt rectangulum ex EH, GF ad rectangulum ex EF, GH, ita eſt rectangulum ex D
EF, HM ad rectangulum ex EF, GH.] *Ex 7. quinti elementorum.*

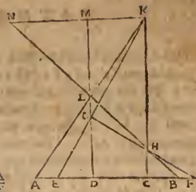
Hoc eſt MH, ad HG] *Ex prima ſexti.* E

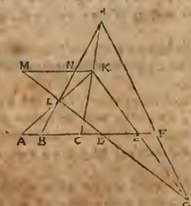
Hoc eſt LH ad HK] *Ob ſimilitudinem triangulorum* HLM, HKG. F

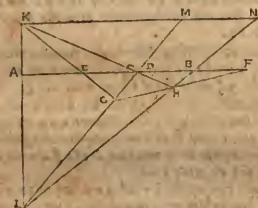
Eadem ratione, & vt KH ad HL, ita erit rectangulum ex HD, BC ad rectangulm G

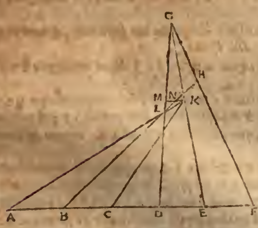
ex HB

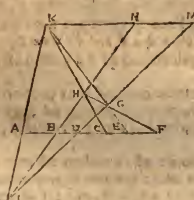












Quoniam enim eſt vt rectangulum ex AF, BC ad rectangulum ex AB, FC, ita rectan- 1. ſexti.
gulum ex AF, DB ad rectangulum ex AD, BF; erit permutando vt rectangulum ex AF,
BC ad rectangulum ex AF, DE, hoc eſt vt BC ad DE, ita rectangulum ex AB, CF ad
rectangulum ex AD, BF. ſed ſi per K ipſi AD parallela ducatur KM, proportio BC B
ad DB compoſita erit ex proportione BC ad KN, & proportione KN ad KM, & in-
ſuper ex proportione KM ad DE. proportio autem rectanguli ex AB, CF ad rectan- C
gulum ex AD, BF compoſita eſt ex proportione BA ad AD, & proportione CF, ad FE,
communis auferatur proportio BA ad AD eadem, quæ proportio NK ad KM, erit re- D
liqua proportio CF ad FB compoſita ex proportione BC ad KN, hoc eſt CH ad HK, E
& proportione KM ad DB, hoc eſt KG ad GB. recta igitur linea eſt, quæ per HGF F G
tranſit. nam ſi per B ipſi HC parallela ducatur BX, & iuncta HG protrahatur ad X,
proportio quidem KG ad CB eadem eſt, quæ proportio KH ad BX. proportio autem H K
compoſita ex proportione CH ad HK, & proportione HK ad BX tranſmutatur in

L proportionem CH ad EX. & proportio CF ad FE eadem eſt, quæ CH ad EX, cum CH
M ipſi EX parallela ſit. recta igitur linea eſt, quæ tranſit per HXF. hoc enim manifeſte conſtat. ergo & recta eſt, quæ per HOF tranſit.

COMMENTARIVS.

A Sit deſcripta figura ABCDEFGHKLMNX] *Græcus codex καταγραφθω̃ ἡ αβγδεζηθ κλ ego legendum puto ἡ αβγδεζηθκλμνξ.*

B Sed ſi per K ipſi AD parallela ducatur KM, proportio BC ad DE compoſita erit ex proportione BC ad KN, & proportione KN ad KM, & inſuper ex proportione KM ad DE] *Proportio enim BC ad DE aſſumpta media linea CD, componitur ex proportione BC ad CD, & proportione CD ad DE. ſed rurſus proportio BC ad CD, hoc eſt ad KM, aſſumpta media KN componitur ex proportione BC ad KN, & KN ad KM. proportio igitur BC ad DE compoſita eſt ex proportione BC ad KN, & KN ad KM, & inſuper ex proportione CD, hoc eſt KM ad DE. Græcus codex ἀλλὰ μὲν τῆς βγ πρὸς τὴν δε σύνηπται ὁ λόγος, ἐὰν διὰ τοῦ κ τῇ αζ παράλληλος ἀχθῇ ἡ κμ, ἔκ τε τοῦ τῆς βγ πρὸς κη, καὶ τῆς κη πρὸς κμ, καὶ ἔτι τοῦ τῆς κμ πρὸς δε. ſed videtur legendum ἔκ τε τῆς βγ πρὸς κν, καὶ τῆς κν πρὸς κμ, καὶ ἔτι τοῦ τῆς κμ πρὸς δε.*

C Proportio autem rectanguli ex AB, CF ad rectangulum ex AD, EG compoſita eſt ex proportione BA ad AD, & proportione CF ad FE] *Ex 23. ſexti elementorum. Græcus codex καὶ τοῦ τῆς γζ πρὸς τὴν δε lege πρὸς τὴν ζε.*

D Communis auferatur proportio BA ad AD eadem, quæ proportio NK ad KM] *Hoc eſt ex vna quidem parte auferatur proportio BA ad AD, ex altera vero auferatur proportio NK ad KM, quæ eadem eſt ob ſimilitudinem triangulorum ALB, KLN, & triangulorum ALD, KLM. Græcus codex Κο ἐκκεκρούσθω ὁ τῆς βα πρὸς αδ ὁ αὐτὸς ὢν τῷ τῆς νκ πρὸς κμ. lege ὁ αὐτὸς ὢν τῆς νκ πρὸς κμ.*

E Erit reliqua proportio CF ad FE compoſita ex proportione BC ad KN hoc eſt CH ad HK] *Ob ſimilitudinem triangulorum BHC, NHK. Græcus codex ἔκ τε τοῦ τῆς βγ πρὸς τὴν κη lege πρὸς τὴν κν.*

F Erit proportione KM ad DE, hoc eſt KG ad GE] *Similia enim ſunt triangula KOM, EOD.*

G Recta igitur linea eſt, quæ per HGF tranſit] *Quomodo hoc ſequatur, deinceps oſtendit. Græcus codex εὐθεῖα ἄρα ἡ διὰ τῶν θηκ lege διὰ τῶν θηζ.*

H Proportio quidem KG ad GE eadem eſt, quæ KH ad EF] *Quod triangula KHG, EXG ſimilia ſint.*

K Proportio autem compoſita ex proportione CH ad HK, & proportione HK ad EX tranſmutatur in proportione CH ad EX] *Propoſitio enim compoſita ex proportione CH ad KH, & proportione HK ad EX eadem eſt, quæ proportio CH ad EX, nempe aſſumpta media HK.*

L Et proportio CF ad FE eadem eſt quæ CH ad EX] *Superius enim demonſtratum eſt proportionem CF ad FE componi ex proportione CH ad HK, & proportione KG ad GE, ſed proportio KG ad GE eadem eſt, quæ KH ad EX. proportio igitur CF ad FE compoſita eſt ex proportionibus CH ad HK, & HK ad EX. ex quibus etiam componitur proportio CH ad EX ergo vt CF ad FE, ita eſt CH ad EX. Græcus codex καὶ ὁ τῆς γζ πρὸς ζε λόγος ὁ αὐτὸς τῷ τῆς γθ πρὸς τὴν θζ lege πρὸς τὴν θξ.*

M Hoc enim manifeſte conſtat] *Ex noſtro lemmate in 10. propoſitionem libri Archimedis de iis, quæ in aqua vehuntur.*

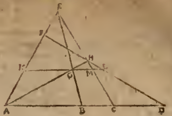
LEM. V.

THEOREMA CXX. PROPOSITIO CXXXI.

Si ſit figura ABCDEFKH, ſit vt AD ad DC, ita AB ad BC. ſit igitur vt AD ad DC, ita AB ad BC. Dico rectam lineam eſſe, quæ per AGH tranſit.

Duca-

Ducatur per G ipſi AD parallela KL, Itaq; quoniã vt AD ad A
DC, ita AB ad BC, & vt AB ad BC, B
ita KG ad GM. Vt autẽ AD ad DC, C
ita GL ad GM: erit vt GL ad LM D
hoc eſt AD ad DC. quare permu- E
tando, vt AD ad GL, ita CD ad F
LM: hoc eſt DG ad HL. atq; eſt GL, parallela ipſi AD. recta igitur linea eſt, quæ tranſit per AGH, hoc enim manifeſto conſtat.



COMMENTARIVS.

Vt autem AD ad DC, ita GL ad LM] *Ob ſimilitudinem triangulorum* AHC, GHL, *&* *triangulorum* CHD, MHL. *Græcus codex* ἀλλ' ὡς μὲν ἡ αδ πρὸς τὴν δγ, οὕτως ἡ χα πρὸς τὴν λμ *ſed legendum puto* οὕτως ἡ ηλ πρὸς τὴν λμ. A

Erit vt GL ad LM, ita KG ad GM] *Ex 11. quinti elementorum poſt quæ in Græco codice hæc leguntur* καὶ λοιπὴ ἡ ηλ πρὸς λοιπὴν τὴν λμ, ἔστιν ὡς ἡ κμ πρὸς τὴν λμ. *Sed nos ea, vti corrupta, & ſupernacanea omiſimus.* B

Hoc eſt AD ad DC] *Eſt enim vt* KG *ad* GM, *ita* AB *ad* BC *ob ſimilitudinem triangulorum* KBG, ABB, *& triangulorum* GBM, BEC. *Vt autem* AB *ad* BC, *ita ponitur eſſe* AD *ad* DC. *Græcus codex* τουτέστιν ὡς ἡ αδ πρὸς τὴν αγ. *lege* πρὸς τὴν δγ. C

Quare permutando vt AD ad GL, ita CD ad LM] *Græcus codex* ἀναλογὸν ἔστιν ὡς ἡ αδ πρὸς τὴν ηδ, οὕτως ἡ γδ πρὸς τὴν λμ. *Vide ne legendum ſit* ἐναλλὰξ ἐστιν ὡς ἡ αδ πρὸς τὴν ηλ οὕτως ἡ γδ πρὸς τὴν λμ. D

Hoc eſt DH ad HL] *Ex quarta ſexti elementorum, quod triangula* CHD, MHL *ſint ſimilia.* E

Rect. igitur linea eſt, quæ tranſit per AGH, hoc enim manifeſto conſtat] *Nam ſi iungatur* AH *tranſibit ea per* G, *alioqui ſequeretur partem toti æqualem eſſe; quod nos lemmate antedicto oſtendimus.* F

THEOREMA CXXI. PROPOSITIO CXXXII. LEM VI.

Rurſus ſi ſit deſcripta figura, & DF ipſi AC ſit parallela, erit AB æqualis BC. Sit igitur æqualis. Dico DF ipſi AC parallelam eſſe. A

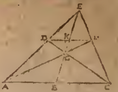
Quod quidem ita ſe habet, nam B
ſi ponamus BH æqualem ipſi GB,
& AH, HC iungamus, fiet AH, CG C
parallelogrammum, ac propte- D
rea vt AD ad DE, ita CF ad FE, vtraque enim dictarum proportionum eadem eſt, quæ proportio HG ad GB. ergo DF ipſi AC eſt parallela.



COMMENTARIVS.

Rurſus ſi ſit deſcripta figura, & DF ipſi AC ſit parallela, erit AB æqualis BC] *Non* A
Non demonſtratur hoc a Pappo, ſed eius conuerſum demonſtrabitur autem hoc modo.

Sit triangulum AFC, & ipſi AC parallela ducatur DF, iungaturque AF, DC ſeſe in puncto G ſecantes, & iuncta CG in E producatur. Dico AB ipſi BC æqualem eſſe.



Triangula enim DAF, DCF inter ſe ſunt æqualia ex 37. primi elementorum, & ablato communi triangulo DGF, relinquetur AGD triangulum æquale CGF, Ut autem AD ad DB, ita triangulum AGD ſexti. *ad triangulum DGB, & ſimiliter ut CF ad FE, ita triangulum CGF ad triangulum FGB ſed Ut AD ad DE, ita CF ad FB, vtraque enim proportio eadem eſt, quæ BK ad KB. Ut igitur triangulum AGD ad triangulum DGE, ita triangulum CGF ad GFB triangulum: & permutand. triangulum autem AGD eſt æquale triangulo CGF. ergo, & triangulum DGE triangulo FGE: ac propterea totum triangulum AFG toti CEG æquale. At triangulum ABG ad triangulum AGB eſt Ut* 3. ſexti. *AG ad GB, & ita triangulum CBG ad triangulum CGB. quare Ut triangulum ABG ad triangulum AGB, ita triangulum CBG ad triangulum ad ipſum CGB: & permutando triangu-* 2. ſexti. *lum igitur AGB eſt æquale triangulo CGB, & ob id recta linea AB ipſi BC æqualis.*

B Nam ſi ponamus BH æqualem ipſi BG] *Græcus codex* ἐὰν γὰρ τὴν εβ, θῶ τῇ ηβ ἴσην τὴν βθ. *ſed legendum eſt.* ἐὰν γὰρ θῶ τῇ ηβ ἴσην τὴν βθ.

C Et AH, HC iungamus, fiet AHCG parallelogrammum] *Quoniam enim duo latera AB BF æqualia ſunt duobus lateribus CB, BG, & angulum ABH eſt æqualis angulo ad verticem CBG. erit & baſis AH æqualis baſi GC totumque triangulum toti triangulo, & reliqui anguli reliquis angulis æquales, quibus æqualia latera ſubtenduntur. angulus igitur AHB ipſi* 27. primi. *æqualis angulo BGC, ideoque recta linea AH rectæ CG parallela eſt. Eodem modo demonſtrabimus CH parallelam eſſe ipſi AG.*

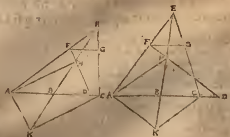
D Ac propterea vt AD ad DB, ita CF ad FB, vtraque enim dictarum proportionum eadem eſt, quæ proportio HG ad GB] *Cum enim DGC parallela ſit ipſi AH erit AD ad* 2. ſexti. *DB, ut HG ad GB. & eadem ratione cum parallela ſit AGF ipſi HC, ut HG ad GB, ita erit* 11. quinti *CF ad FB. ut igitur AD ad DB, ita CF ad FB. quare ex 2. ſexti DF ipſi AC parallela erit.*

THEOREMA CXXII. PROPOSITIO CXXXIII.

LEM. VII.

A Sit deſcripta figura, & ipſarum CB, BA ſumatur tertia proportionalis BD. Dico FG ipſi AC parallelam eſſe.

B Producatur EB, & per A ipſi DF parallela ducatur AK, & KC iungatur. Itaque quoniam eſt vt CB ad BA, ita AB ad BD, vt
C autem AB ad BD, ita KB
D ad BH; erit & vt CB ad BA
E ita KB ad BH. ergo AH
F parallela eſt ipſi KC. Rurſus vt AF ad FB, ita CG
G ad GF, vtraque enim dictarum eadem eſt, quæ proportio KH ad HE. quare FG ipſi eſt parallela.



COMMENTARIVS.

A Sit deſcripta figura, & ipſarum CB, BA ſumatur tertia proportionalis BD. Dico FG ipſi AC parallelam eſſe] *Sit triangulum ABC, ducaturque ad baſim Utcumque recta linea EB, & Ut CB ad BA, ita fiat AB ad BD. poſtea ducatur AG, quæ ſecet EB in puncto H, iunctaque DH ad F producatur, iungaturque FG. Dico FG ipſi AC parallelam eſſe. Græcus codex*

codex ἴσα καταγραφὴ κατὰ τῆς αβ, βγ μέσην ἀνάλογον ἴσα ἡ αδ. ſed legendum puto ἴσα καταγραφὴ, καὶ τῆς γβ, βα τρίτη ἀνάλογον ἴσα ἡ αβ.

Producatur EB & per A ipſi DF parallela ducatur AK] *Græcus codex ἐκβληθεῖσα ἡ αβ, καὶ διὰ τοῦ α &c. ego legerem ἐκβεβλήσθω ἡ εβ.* B

Vt autem AB ad BD, ita KB ad BH] *Ob ſimilitudinem triangulorum* ABK, DBH. C

Erit, & vt CB ad BA, ita KB ad BH] *Græcus codex καὶ ὡς ἄρα ἡ γβ πρὸς τὴν βλ lege πρὸς τὴν βα.* D

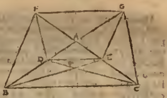
Ergo AH parallela eſt ipſi KC] *Eſt enim vt* CB *ad* BA, *ita* KB *ad* BH: *& permutando, vt* CB *ad* BK, *ita* AB *ad* BH, *& ſunt anguli ad* B *æquales. triangulum igitur* CBK *triangulo* ABH *æquiangulum eſt, & angulus* BCK *angulo* BAH *æqualis. quare* AH *ipſi* KC *eſt parallela. Græcus codex παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ γθ τῇ κγ· lege ἡ αθ τῇ κγ.* E

Rurſus vt AF ad FE] *Græcus codex. ἐστὶν οὖν πάλιν ὡς ἡ αζ πρὸς τὴν ζγ lege πρὸς τὴν ζε.* F

Vtraque enim dictarum eadem eſt, quæ proportio KH ad HE] *Ex 2. ſexti. Græcus codex pro θε habet βθ.* G

THEOREMA CXXIII. PROPOSITIO CXXXIV. LEM. VIII.

Sit bomiſcos ABCDEFG, ſitque DE ipſi BC parallela: & EG parallela BF. Dico DF ipſi CG parallelam eſſe. A



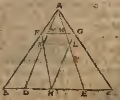
Iungantur BE, DC, FG. erit triangulum DBE æquale triangulo DCE. commune apponatur triangulum DAE ergo totum ABE toti CDA eſt æquale. Rurſus quoniam BF parallela eſt ipſi EG triangulum BFE æquale eſt triangulo BFG. auferatur commune ABF. reliquum igitur ABE reliquo AGF æquale erit. ſed triangulum ABE eſt æquale triangulo ACD. ergo & ACD ipſi AFG æquale, & communi appoſito triangulo ACG, fiet totum triangulum CDG æquale toti CFG. & eſt in eadem CG baſi. quare CG ipſi DF eſt parallela. 29.primi A

COMMENTARIVS.

Sit bomiſcos ABCDEFG] *Huiuſmodi figuram idcirco βωμίσκον appellauit, quod parui Altaris imaginem referat.* A

THEOREMA CXXIV. PROPOSITIO CXXXV. LEM. IX.

Sit triangulum ABC, in quo ducantur rectæ lineæ AD, AE: ipſique BC parallela ducatur FG, & inflectatur FHG. ſit autem vt BH ad HC, ita DH ad HE. Dico KL ipſi BC parallelam eſſe. A



Quoniam enim eſt, vt BH ad HC, ita DH ad HE, erit reliqua BD ad reliquam EC, vt DH ad HE. ſed vt ad BD ad EC, ita FM ad NG vt igitur FM ad NG, ita DH ad HE. & permutando vt FM ad DH, ita NG ad HE. vt autem FM ad DH, ita in lineis parallelis FK ad KH; & vt NG ad HE, ita GL ad LH. ergo vt FK ad KH, ita GL ad LH. parallela igitur eſt KL ipſi FG, & propterea ipſi BC. B C 2. ſexti. 30. primi

COM-

COMMENTARIVS

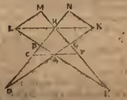
A Et inflectatur FHG] *Græcus codex* καὶ κεκλάσθω ἡ ζβ. *Vide ne legendum ſit* καὶ κεκλάσθω ἡ ζθη.

B Sed vt BD ad EC, ita FM ad NG, vt igitur FM ad NG, ita DH ad HE] *Græcus codex mancus eſt, in quo legitur* ὡς δὲ ἡ βδ πρὸς τὴν εγ, οὕτως ἐστὶν ἡ ζμ πρὸς τὴν νη, οὕτως ἐστὶν ἡ δθ πρὸς τὴν θε, *legendum autem eſt* ὡς δὲ ἡ βδ πρὸς τὴν εγ, οὕτως ἐστὶν ἡ ζμ πρὸς τὴν νη. καὶ ὡς ἄρα ἡ ζμ πρὸς τὴν νη, οὕτως ἐστὶν ἡ δθ πρὸς τὴν θε.

C Vt autem FM ad DH, ita in lineis parallelis FK ad KH: & vt NG ad HE, ita GL ad LH] *Ob ſimilitudinem ſcilicet triangulorum* FKM, DKH, *itemque triangulorum* NLG, HLE.

LEM. X. THEOREMA CXXV. PROPOSITIO CXXXVI.

In duas rectas lineas BAE, DAG duæ rectæ lineæ ducantur DH, HE, ſitque vt rectangulum quod continetur DH, BC ad contentum DC, BH, ita rectãgulum contentum HG, FE ad contentum HE, FG. Dico rectam lineam eſſe, quæ per CAF puncta tranſit.



Ducatur per H ipſi CA parallela KL, quæ cum lineis AB, AD in punctis KL conueniat, & per L ipſi AD parallela agatur LM, producaturque BH ad M. deinde per K parallela ipſi AB

A ducatur KN, & DH ad N producatur. Itaque quoniam ob lineas parallelas fit vt DH ad HN, ita DC ad CB, erit rectangulum contentum DH, CB æquale contento DC, HN. Sed aliud aliquod rectangulũ eſt, quod DC, BH continetur. ergo vt rectangulũ contentũ DH, BC ad contentũ DC, BH ita contentũ CD, HN ad contentũ DC, BH, hoc eſt HN ad HB. Sed vt rectangulũ quidem contentum HD, BC ad contentum DC, BH, ita ponitur eſſe contentum HG, FE ad con-

B C tentum HE, FG. Vt autem NH ad HB, ita KH ad HL, hoc eſt in lineis parallelis GH, HM, hoc eſt rectangulum contentum HG, FE ad contentum HM, FE. ergo vt contentum HG, FE ad contentum HE, FG, ita contentum HG, FE ad contentum HM, FE.

D rectangulum igitur contentum HE, FG æquale eſt contento HM, FE, quare vt MH ad HE, ita GF ad FE, componendoque, & permutando, vt ME ad EG, ita HE ad EF. Sed vt ME ad EG, ita eſt F ad EA. & vt igitur LE ad EA, ita HF ad EF, & ideo AF parallela eſt ipſi KL. Sed & CA. ergo recta linea eſt, quæ per CAF puncta tranſit, quod oportebat demonſtrare.

COMMENTARIVS.

A Itaque quoniam ob lineas parallelas fit vt DH ad HN, ita DC ad CB] *Vt enim* DE *ad* BN, *ita* DC *ad* CB. *Vtraque enim ipſarum eadem eſt, quæ proportio* DA *ad* AK: *& permutando vt* BD *ad* DC, *ita* BN *ad* CH. *vt autem omnia ad omnia, ita vnum ad vnum ergo vt* ND *ad* DH, *ita* BD *ad* DC. *& per conuerſionem rationis, vt* DN *ad* NH, *ita* DB *ad* BC *diuidendoque vt* DH *ad* HN, *ita* DC *ad* CB.

B Vt autem NH ad HB, ita KH ad HL] *Similia enim ſunt triangula* KHN, LHB.

C Hoc eſt in lineis parallelis GH autem HM] *Ob ſimilitudinem triangulorum* KGH, LMH *Græcus codex* ἐστὶν ἐν παραλλήλοις ἡ νθ πρὸς τὴν θμ, *lege* ἡ ηθ πρὸς τὴν θμ.

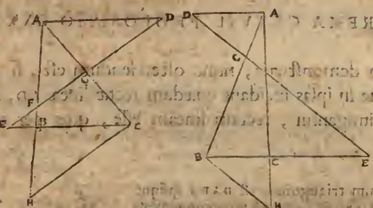
D Rectangulum igitur contentum HE, FG æquale eſt contento HM, FE quare vt MH ad HE, ita GF ad FE] *Ex 9. quinti elementorum. Græcus codex mancus eſt, in quo legitur* ἴσον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ θμ πρὸς τὴν θε, οὕτως ἡ ηζ πρὸς τὴν ζε. *Sed eum ita reſtituemus* ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ θε, ζη τῷ ὑπὸ θμ, ζε. καὶ ὡς ἄρα ἡ θμ πρὸς τὴν θε, οὕτως ἡ ηζ πρὸς τὴν ζε.

THEO-

THEOREMA CXXVI. PROPOSITIO CXXXVII.

LEM. VI.

Quæ vero ad caſus ipſius pertinent, ſimiliter atque antedicta oſtendemus, quorum eſt conuerſum, videlicet. Sit triangulum ABC, & ipſi BC parallela ducatur AD. & ducta DE conueniat cum BC in puncto E. A
Dico vt rectangulum, quod continetur DE, FG ad contentum EF, GD, ita eſſe CB ad BE. B



Ducatur per C ipſi DB parallela CH, & AB ad H producatur. Itaque quoniam eſt vt CA ad AG, ita CH ad GF, & vt CA ad AG, ita BD ad DG; erit vt ED ad DG, ita CH ad FG, ac propterea rectangulum contentum CH, DG æquale eſt contento ED, FG. Sed aliud aliquod rectangulum eſt, quod EF, GD continetur, ergo vt rectangulum contentum DE, FG ad contentum DG, EF, ita contentum CH, DG ad contentum DG, EF, hoc eſt ita CH ad EF, hoc eſt CB ad BB. Ex quibus ſequitur vt rectangulum contentum DB, FG ad contentum EF, GD, ita eſſe CB ad BR. Eadem ratione, & ſi ad alteras partes agatur parallela AD, atque à puncto D extra C, velut ad E ducatur DB, vt rectangulum, quod continetur DB, FG ad contentum BF, GD, ita demonſtrabitur eſſe BC ad CB. C D E F G

COMMENTARIVS.

Quæ verò ad caſus ipſius pertinent, ſimiliter atque antedicta oſtendimus, quorum eſt conuerſum] *Græcus codex τὰ δὲ πτωτικὰ αὐτοῦ ὁμοίως τοῖς προγεγραμμένοις, ὧν ἐστιν ἀν-εστρόφιον quibus verbis quid ſignificetur planè intelligere non poſſumus, cum poriſmatum libris careamus.* A

Dico vt rectangulum, quod continetur DE, FG ad contentum EF, GD, ita eſſe CB ad BE] *Græcus codex ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ ὑπὸ δε, ζη πρὸς τὸ ὑπὸ εζ, ηλ lege πρὸς τὸ ὑπὸ εζ, ηδ.* B

Itaque quoniam eſt vt CA ad AG, ita CH ad GF] *Ob ſimilitudinem triangulorum* CAH, GAF. C

Et vt CA ad AG, ita ED ad DG] *Ob ſimilitudinem triangulorum* CGB, AGD. D

Hoc eſt CB ad BB] *Similia enim ſunt triangula* CBG, EBF. E

Ex quibus ſequitur vt rectangulum contentum DE, FG ad contentum EF, GL] *Græcus codex ἔστιν ἄν ὡς τὸ ὑπὸ δε, ζη πρὸς τὸ ὑπὸ εζ, ηλ. lege πρὸς τὸ ὑπὸ εζ, ηδ.* F

Eadem ratione, & ſi ad alteras partes agatur parallela AD, atque à puncto D extra C velut ad B ducatur DB, vt rectangulum, quod continetur DB, FG ad contentum BF, GD, ita demonſtrabitur eſſe BC ad CB.] *Græcus codex corruptus eſt, & mancus, vt videtur, qui ſic habet. τὰ δ᾽ αὐτὰ κἂν ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη ἀχθῇ ἡ αδ παράλληλος, καὶ ἀπὸ τοῦ δ ἐκτὸς ὡς ἐπὶ τὸ γ διὰ τὴν εὐθεῖαν. Vide ne legendum ſit καὶ ἀπὸ τοῦ δ ἐκτὸς* G

τοῦ α

τοῦ γ δε ὅτι τὸ ἀχθὲν δέ. reliqua verò quæ in Græco codice deſiderantur nos in eam ſententiam reſtituenda cenſemus. & demonſtratio eadem erit.

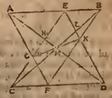
Sit triangulum ABC, *& ipſi* BC *ad alteras partes parallela agatur* AD, *vt in ſubiecta figura apparet, ductaque* DE *extra* C *conueniat cum* BC *in puncto* E. *Dico vt rectangulum, quod continetur* DE, FG *ad contentum* EF, GD, *ita eſſe* BC *ad* CE.

Dutatur per E *ipſi* DE *parallela* EH, *&* AC *ad* H *producatur. Itaque quoniam eſt vt* EA *ad* AG, *ita* EH *ad* GF, *vt autem* EA *ad* AG, *ita* ED *ad* DG, *erit vt* ED *ad* DG, *ita* EH *ad* FG. *& rectangulum ex* ED, FG *rectangulo ex* EH, DG *æquale. Sed aliud rectangulum eſt quod continetur* EF, GD. *Vt igitur rectangulum ex* ED, FG *ad rectangulum ex* EF, GD, *ita rectangulum ex* EH, DG *ad rectangulum ex* EF, DG, *hoc eſt* EH *ad* EF, *hoc eſt* BC *ad* CE. *ergo vt rectangulum, quod continetur* DE, FG *ad rectangulum contentum* EF, GD, *ita erit* BC *ad* CE.

THEOREMA CXXVII. PROPOSITIO CXXXVIII.

LEM. XII.

His autem demonſtratis, nunc oſtendendum eſt, ſi parallelæ ſint AB, CD, atque in ipſas incidant quædam rectæ lineæ AD, AF, BC, BF, & ED, EC iungantur, rectam lineam eſſe, quæ per GMK puncta tranſit.



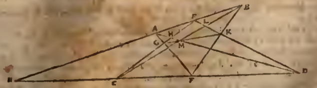
Quoniam enim triangulum eſt DAF, ipſique DF parallela eſt AB, & ducta eſt BC, conueniens cum DF in C, erit ob antecedens lemma, vt DF ad FC ita rectangulum quod continetur CB, GH ad contentum CG, HB. Rurſus quoniam triangulum eſt CF, & ipſi CD parallela eſt BE, ducitur que BD conueniens cum CF in D, fiet vt CF ad FD. ita rectangulum contentum DK, LK ad contentum DK, LB, & conuertendo vt DF ad FC, ita rectangulum contentum DK, LB ad contentum DB, LK. ſed vt DF ad FC, ita erat rectangulum, quod continetur CB, GH ad contentum CG, HB: igitur rectangulum contentum CB, GH ad contentum CG, HB, ita eſt rectangulum, quod continetur DK, LB ad contentum DB, LK. Itaq; res deducta eſt ad decimum lemma; nam cum in duas rectas lineas CML, DHM ductæ ſint duæ rectæ lineæ BC, BD, & vt rectangulum quod continetur CB, GH ad contentum CG, HB, ita ſit rectangulum contentum DK, LB ad contentum DB, LK, erit recta linea, quæ per puncta GMK tranſit. hoc enim demonſtratum eſt.

In 10. lemmate antecedentium.

THEOREMA CXXVIII. PROPOSITIO CXXXIX.

LEM. XIII.

A Sed non ſint ABCD parallelæ, & in puncto N conueniant. Dico rurſus rectam lineam eſſe, quæ per GMK puncta tranſit.



B Quoniam enim in tres rectas lineas AN, AF, AD ab eodem puncto C ductæ ſunt duæ rectæ lineæ CB, CD, vt rectangulum, quod continetur CB, GH ad contentum CG, HB ita eſt

ita eſt rectangulum contentum CN, FD ad contentum ND, CF. Rurſus quoniam ab C
eodem puncto B in tres rectas lineas BN, BC, BF duæ rectæ lineæ DE, DN ducuntur
erit vt rectangulum contentum NC, FD ad contentum ND, FC, ita quod continetur
DK, BL ad contentum DE, KL. Sed vt rectangulum contentum NC, FD ad contentum ND, FC, ita demonſtratum eſt rectangulum contentum CE, GH eſſe ad contentum CG, HE. Vt igitur rectangulum contentum CB, GH ad contentum CG, HB, ita
eſt quod DK, BL continetur ad contentum DB, KL. & res deducta eſt ad idem, quod D
in parallelis. ergo ex iam dictis recta linea eſt, quæ per GMK puncta tranſit.

COMMENTARIVS.

Et in puncto N conueniant] *Græcus codex pro v habet n.* A

Quoniam enim in tres rectas lineas AN, AF, AD a eodem puncto C ductæ ſunt duæ B
rectæ lineæ CB, CD] *Græcus codex* ἐπεὶ εἰς τρεῖς εὐθείας τὰς αν, αζ, αδ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου τοῦ κ δύο διηγμέναι εἰσὶν αἱ γε, γδ. *lege* ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου τοῦ γ δύο διηγμέναι εἰσὶν αἱ γε, γδ.

Rurſus quoniam ab eodem puncto B inter rectas lineas BN, BC, BF] *Græcus codex* C
πάλιν ἐπεὶ ἀπὸ τοῦ σημείου τοῦ δ τρεῖς εὐθείας, *&c. lege* ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου τοῦ β εἰς τρεῖς εὐθείας.

Et res deducta eſt ad idem, quod & in parallelis] *Hoc eſt res deducta eſt ad decimum* D
lemma, quemadmodum & in parallelis. Quoniam enim in duas rectas lineas CML, DMH *ab eodem puncto* E *ductæ ſunt* BC, ED, *atque eſt vt rectangulum, quod* CB, GH *continetur ad contentum* CG, HB, *ita rectangulum contentum* DK, LB *ad contentum* DB, LK, *recta linea erit, quæ per* GMK *puncta tranſibit.*

THEOREMA CXXIX. PROPOSITIO CXL. LEM. IV.

Sit AB parallela CD, ducanturque AD, BC, & ſit in recta linea BG A
punctum F, ita vt quam proportionem habet DE ad EC, eandem habeat rectangulum contentum CB, GF ad contentum FB, CG. Dico rectam lineam eſſe, quæ per AFD puncta tranſit.



Ducatur per D quidem ipſi BC parallela DH, & producatur AB ad H, per
H vero agatur HK ipſi CD parallela, & BC ad K producatur. Itaque quoniam B
vt DE ad EC, ita eſt rectangulum, quod continetur CB, GF ad contentum FB,
CG, vt autem DE ad EC, ita & DH ad C
CG, & rectangulum contentum DH, BF ad contentum CG, BF; erit rectangulum quod continetur CB, GF æquale contento DH, BF, ergo vt CB ad BF, ita DH, hoc eſt CK ad GF. & ob id tota KB ad totam BG eſt vt KC ad GF, videlicet D
vt DH ad FG. Sed vt KB ad BG in lineis parallelis, ita HA ad AG, quare HA ad AG
eſt vt DH ad FG; & ſunt DH, FG parallelæ. recta igitur linea eſt quæ per AFD puncta tranſit.

14. ſexti
9. quinti
34. primi
12. quinti

COMMENTARIVS

Et ſit in recta linea BG punctum F] *Græcus codex* καὶ σημεῖον ἐπὶ τῆς ζη τὸ ζ *lege* ἐπὶ τῆς βη τὸ ζ. A

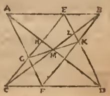
B Itaque quoniam vt DE ad EC, ita eſt rectangulum, quod continetur CB, FG ad contentum FB, CG] *Græcus codex* ἔστι δὲ ὡς ἡ δε πρὸς τὴν εγ, οὕτω τὸ ὑπὸ γβ, ζη πρὸς τὸ ὑπὸ βγ, ζη *lege* πρὸς τὸ ὑπὸ ζβ, γη.

C Vt autem DE ad EC, ita & DH ad CG, & rectangulum contentum DH, BF ad contentum CG, BF] *Similia namque ſunt triangula* DEH, CEG: *&* *vt* DH *ad* CG, *ita rectangulum contentum* DH, BF *ad contentum* CG, BF.

Sed vt KE ad EG in lineis parallelis, ita HA ad AG] *Ob ſimilitudinem triangulorum* KGH, AGE.

THEOREMA CXXX. PROPOSITIO. CXLI.

LEM. XV. Hoc præmiſſo ſit AB parallela CD. & in ipſas incidant rectæ lineæ A B AF, FB, CE, ED. iungaturque BC, GK. Dico rectam lineam eſſe, quæ per AMD puncta tranſit.



C D Iungatur DM, & ad H producatur. Quoniam igitur extra triangulum ECF a verticis puncto E acta eſt EB parallela ipſi CD, & ducitur ED, vt CF ad FD, ita rectangulum quod continetur DE, E KL ad contentum EL, KD. vt autem rectangulum contentum DE, KL ad contentum EL, KD, ita eſt rectangulum contentum, CG, HE, ad contentum CE, GH. etenim in tres rectas lineas CL, DH, GK, ab eodem puncto E ductæ ſunt duæ re- F ctæ lineæ EC, ED. ergo vt DF ad FC, ita eſt re- G ctangulum, quod continetur CE, GH ad contentum CG, HE. atque eſt recta linea DM. quare ex eo, quod proxime demonſtratum eſt, recta linea erit, quæ per AMD puncta tranſibit.

COMMENTARIVS.

A Iunganturque BC, GK] *Secet* CE *ipſam* AF *in* G, *&* ED *ſecet* FB *in* K, *iunctaque* BC GK *ſeſe in puncto* M *ſecent.*

B Dico rectam lineam eſſe, quæ per AMD puncta tranſit] *Græcus codex* ὅτι εὐθεῖά ἐστιν ἡ διὰ τῶν ημκ, *ſed legendum puto* ἡ διὰ τῶν αμδ, *vt in concluſione, namque* GMK *recta ponitur.*

C Iungatur DM, & ad H producatur] *Græcus codex* ἐπιζεύχθω ἡ λμ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ κ *ego legerem* ἐπιζεύχθω ἡ δμ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ θ.

D Quoniam igitur extra triangulum ECF à verticis puncto E acta eſt EB parallela ipſi CD, & ducitur ED, vt CF ad FD, ita eſt triangulum, quod continetur DE, KL ad contentum EL, KD] *Ex vndecimo lemmate præmiſſorum.*

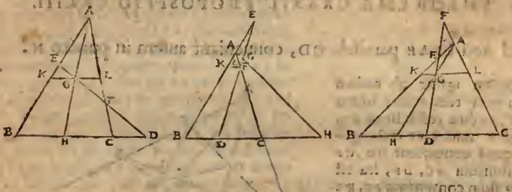
E Vt autem rectangulum contentum DE, KL ad contentum EL, KD, ita eſt rectangulum contentum CG, HE ad contentum CE, GH, etenim in tres rectas lineas GL, DH GK ab eodem puncto E ductæ ſunt duæ rectæ lineæ FC, ED] *Ex tertio lemmate. Græcus codex* ὡς δὲ τὸ ὑπὸ δθ, κλ πρὸς τὸ ὑπὸ δκ, λβ. *ego legendum cenſeo,* πρὸς τὸ ὑπὸ ελ, κδ.

F Ergo vt DF ad FC, ita eſt rectangulum, quod continetur CE, GH ad contentum CG, HE] *Ex iam dictis ſequitur, vt* CF *ad* FD, *ita eſſe rectangulum contentum* CG, HE *ad contentum* CE, GH. *quare & conuertendo vt* DF *ad* FC, *ita rectangulum quod continetur* CE, GH *ad contentum* CG, HE.

G Atque eſt recta linea DMH. quare ex eo, quod proxime demonſtratum eſt, recta linea erit, & quæ per AMD puncta tranſibit] *Græcus codex* καὶ ἔστιν εὐθεῖα ἡ διὰ τῶν ημκ *Vide ne legendum ſit* καὶ ἔστιν εὐθεῖα ἡ διὰ τῶν δμθ, *nam quæ ex antecedenti lemmate conſtat: rectam lineam eſſe, quæ* AMD *tranſit. ſed cum recta ſit* DMH, *etiam* AMD *recta erit.*

THEOREMA CXXXI. PROPOSITIO CXLII. LEM. XVI.

In duas rectas lineas A B, A C ab eodem puncto D duæ rectæ lineæ D B, D E ducantur, & in ipſis ſumantur puncta G H: ſitque vt rectangulum, quod continetur E G, F D ad contentum D E, G F, ita rectangulum contentum B H, C D ad contentum B D, C H. Dico rectam lineam eſſe, quæ per A G H puncta tranſit.



Ducatur per G ipſi B D parallela K L. Itaque quoniam eſt, vt rectangulum, quod continetur E G, F D ad contentum D E, F G, ita eſt rectangulum contentum B H, C D ad contentum B D, C H; proportio autem rectanguli contenti E G, F D ad contentum D E F G compoſita eſt ex proportione, quam habet G E ad E D, hoc eſt K G ad B D, & ex proportione, quam D F habet ad F G, hoc eſt C D ad G L; & proportio rectãguli contenti B H, C D ad contentum B D, C H compoſita eſt ex proportione, quam habet B H ad B D, & ex ea, quam habet D C ad C H: erit proportio compoſita ex proportione K G ad B D, & proportione C D ad G L; eadem, quæ componitur ex proportione H B ad B D, & proportione D C ad C H. ſed proportio K G ad B D compoſita eſt ex proportione K G ad B H, & proportione H B ad B D. proportio igitur compoſita ex proportione K G ad B H & proportione H B ad B D, & inſuper ex proportione C D ad G L eadem eſt, quæ componitur ex proportione H B ad B D, & proportione D C ad C H. communis auferatur proportio H B ad B D. ergo reliqua proportio, quæ componitur ex proportione K G ad B H & proportione C D ad G L, eadem eſt, quæ proportio D C ad C H, hoc eſt proportio compoſita ex proportione D C ad G L, & proportione G L ad C H. & rurſus communis auferatur proportio D C ad G L. reliqua igitur proportio K G ad B H eadem eſt, quæ proportio G L ad C H, & permutando vt K G ad G L, ita eſt B H ad H C. ſunt autem K L, B H inter ſe parallelæ. ergo recta linea eſt, quæ per A G H puncta tranſit. 20. ſexti. A B C D

COMMENTARIVS.

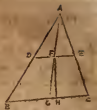
Hoc eſt K G ad B D] *Ob ſimilitudinem triangulorum* E G K, E D B. A

Hoc eſt C D ad G L] *Quod ſimilia ſint triangula* C F D, L F G. B

Erit proportio compoſita ex proportione K G ad B D, & proportione C D ad G L, eadem, quæ componitur ex proportione H B ad B D, & proportione D C ad C H] *Græcus codex* ἐκ τε τῆς τῆς βθ πρὸς θδ καὶ τῆς τῆς αγ πρὸς γθ *lege* ἐκ τε τῆς τῆς θβ πρὸς βδ, καὶ τῆς τῆς δγ πρὸς γθ. C

Ergo recta linea eſt quæ per A G H puncta tranſit] *Hoc nos ſequenti lemmate demonſtrabimus.* D

Sit triangulum A B C, *ipſique* B C *parallela ducatur* D E, *& in ea ſumpto quouis puncto* F *fiat vt* D F *ad* F E, *ita* B G *ad* G C. *Dico rectam lineam eſſe, quæ per* A F G *puncta tranſit.*

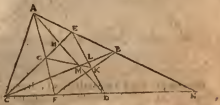


Si enim fieri poteſt, producta AF *non cadat in* G. *ſed in aliud punctum* H *inter* GC, *erit ob ſimilitudinem triangulorum* DAF, BAH, *vt* DF *ad* FA, *ita* BH *ad* HA: *& rurſus ob ſimilitudinem triangulorum* FAE, HAC, *vt* AF *ad* FE, *ita* AH *ad* HC. *ergo ex æquali, vt* DF *ad* FE, *ita* BH *ad* HC. *ſed vt* DF *ad* FE, *ita erat* BG *ad* GC, *vt igitur* BH *ad* HC, *ita* BG *ad* CG, *& permutando vt* HB *ad* BG, *ita* HC *ad* CG. *eſt autem* HB *maior, quam* BG. *ergo, &* HC *maior erit, quam* CG, *hoc eſt pars maior, quam totum, quod fieri non poteſt. idem ſequetur abſurdum, ſi* H *inter* BG *cadere ponatur. recta igitur linea eſt, quæ per* AFG *puncta tranſit.*

LEM. XVII.

THEOREMA CXXXII. PROPOSITIO CXLIII.

A Sed non ſit AB parallela CD, conueniant autem in puncto N.



B Quoniam igitur ab eodem puncto D in tres rectas lineas HN, BC, BF duæ rectæ lineæ DE, DN ductæ ſunt, vt rectangulum, quod continetur ND, CF ad contentum NC, DF, ita eſt rectangulum contentum BD, KL
C ad contentum BL, KD. Sed vt rectangulum contentum BD, KL ad contentum BL, KD, ita rectangulum contentum BH, CG ad contentum EC, HG. Rurſus enim in tres rectas lineas CL, DH, GK ab eodem pun-
D cto E ductæ ſunt duæ rectæ lineæ EC, ED. Vt igitur rectangulum, quod continetur EH, CG ad contentum EC, HG, ita rectangulum contentum ND, CF ad contentum
E NC, DF. quare ob lemma præcedens recta linea eſt, quæ per AHD, & idcirco recta
F etiam, quæ per AMD puncta tranſit.

COMMENTARIVS.

A Sed non ſit AB parallela CD, conueniant autem in puncto N] *Hoc ex quintodecimo lemmate pendet, cuius veluti pars quædam eſt, ſubintelligere autem oportet, vt in ipſas* AB, CD *incidant recta linea* AF, FB, CE, ED, *& ductis* EC, GK, *quæ ſe in puncto* M *ſecent, iungatur* DM *& ad* H *producatur. Dico rectam lineam eſſe, quæ per* AMD *puncta tranſit.*

B Quoniam igitur ab eodem puncto D in tres rectas lineas BN, BC, BF, duæ rectæ lineæ DE, DN ductæ ſunt, vt rectangulum, quod continetur ND, CF ad contentum NC DF, ita eſt rectangulum contentum BD, KL ad contentum BL, KD] *Ex tertio lemmate præmiſſorum. Græcus codex* ἐπεὶ οὖν ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου τοῦ δ εἰς τρεῖς εὐθείας τὰς βη, βγ βζ δύο εὐθεῖαι διηγμέναι εἰσὶν αἱ δε, δν, ἔστιν ὡς τὸ ὑπὸ νλ, γζ. *lege* εἰς τρεῖς εὐθείας τὰς βν, βγ, βζ, δύο εὐθεῖαι διηγμέναι εἰσὶν αἱ δε, δν, ἔστιν ὡς τὸ ὑπὸ νδ, γζ, *&c.*

C Sed vt rectangulum contentum BD, KL ad contentum BL, KD, ita rectangulum contentum BH, CG ad contentum EG, HG. Rurſus enim, &c.] *Ex eodem tertio lemmate. Græcus codex* ὡς δὲ τὸ ὑπὸ βδ, κλ πρὸς τὸ ὑπὸ βλ, κδ, οὕτως δὴ τὸ ὑπὸ εθ γν πρὸς τὸ ὑπὸ εγ, θν *lege* οὕτως δὴ τὸ ὑπὸ εθ, γη πρὸς τὸ ὑπὸ εγ, θη.

D Vt igitur rectangulum quod continetur EH, CG ad contentum EC, HG, ita contentum ND, CF ad contentum AC, DF] *Græcus codex* καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ εθ, γν πρὸς τὸ ὑπὸ εγ, θν. οὕτω τὸ ὑπὸ νλ, γζ, πρὸς τὸ ὑπὸ νδ, γζ, πρὸς τὸ ὑπὸ νγ, ζδ. *Sed legendum puto* καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ εθ, γη πρὸς τὸ ὑπὸ εγ, θη, οὕτω τὸ ὑπὸ νδ, γζ πρὸς τὸ ὑπὸ νγ, δζ.

E Quare ob lemma præcedens recta linea eſt, quæ per AH, DN] *Namque in duas rectas lineas* AN, AF *ab eodem puncto* C *duæ rectæ lineæ ducuntur* CE, CF, *& in ipſis ſumuntur*

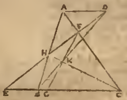
puncta

puncta H D, *eſtque vt rectangulum, quod continetur* E H, C G *ad contentum* E C, H G, *ita rectangulum contentum* N D, C F *ad contentum* N C, D F.

Et idcirco recta etiam, quæ per A M D puncta tranſit] *Recta enim eſt* H M D, *quod cum recta ſit* A H D, *etiam* A M D *recta erit*. F

THEOREMA CXXXIII. PROPOSITIO CXLIV. LEM. XVIII.

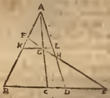
Sit triangulum A B C, & ipſi B C parallela A D, ducanturque D E, F G. Sit autem vt quadratum ex E B ad rectangulum E C B, ita B G ad G C. Dico ſi iungatur B D, rectam lineam eſſe, quæ per H K C puncta tranſit.



Quoniam enim eſt vt quadratum ex E B ad rectangulum E C B, ita B G ad G C, communis addatur proportio C E ad E B. eadem ſcilicet, quæ eſt rectanguli E C B ad E B C rectangulum. ergo ex æquali proportio quadrati ex E B ad rectangulum E B C, hoc eſt E B ad B C, eadem eſt, quæ componitur ex proportione B G ad G C, & proportione rectanguli E C B ad rectangulum E B C, hoc eſt C E ad E B. proportio igitur quadrati ex E B ad rectangulum E B C compoſita eſt ex proportione B G ad G C, & proportione C E ad E B, quæ eadem eſt, quam rectangulum contentum E C, B G habet ad contentum E B, C G. Vt autem E B ad B C, ita eſt ob præcedens lemma rectangulum, quod continetur D E, F H ad contentum D F, H E, ergo vt rectangulum, quod continetur C E, B G ad contentum C G, E B, ita eſt rectangulum contentum D E, F H ad contentum D F, H E, quare recta linea eſt, quæ per H K C puncta tranſit. hoc enim in ijs, quæ ad conuerſum caſum pertinent demonſtratum eſt. 4.ſexti.

THEOREMA CXXXIV. PROPOSITIO CXLV. LEM. XIX.

In tres rectas lineas A B, A C, A D ab aliquo puncto E ducantur duæ rectæ rectæ lineæ E F, E B: ſitque vt E F ad F G, ſic E H ad H G. Dico vt E B ad B C, ita eſſe E D ad D C.



Ducatur per G ipſi E B parallela K L. Itaque quoniam vt E F ad F G, ſic eſt E H ad H G; vt autem E F ad F G, ſic E B ad G K: & vt E H ad H G, ſic D E ad G L: erit vt E B ad G K, ſic D E ad G L. & permutando vt E B ad E D, ita K G ad G L. ſed vt K G ad G L, ita B C ad C D: vt igitur E B ad E D, ita B C ad C D: permutandoque vt E B ad B C, ita E D ad D C. quæ vero ad caſus pertinent, ſimiliter explicabantur. A B C

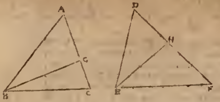
COMMENTARIVS.

Vt autem E F ad F G, ſic E B ad G K] *Ob ſimilitudinem triangulorum* E F B, G F K. A
Et vt E H ad H G, ſic D E ad G L] *Similia enim ſunt triangula* E H D, G H L. B
Sed vt K G ad G L, ita B C ad C D] *Ob ſimilitudinem triangulorum* B C A, K A G, *itemque triangulorum* C A D, G A L. C

LEM. XX.

THEOREMA CXXXV. PROPOSITIO CXLVI.

Sint duo triangula ABC, DEF, quæ æquales habeant angulos AD. Dico vt rectangulum BAC ad rectangulum EDF, ita eſſe ABC triangulum ad triangulum DEF.

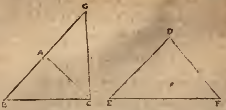


Ducatur catheti BG, EH, & quoniam angulus A eſt æqualis angulo D, 4.ſexti. angulus autem G angulo H æqualis; erit vt AB ad BG, ſic DE ad EH. Sed vt AB ad BG, ſic eſt rectangulum BAC ad rectangulum, quod BG, AC continetur, & vt DE ad EH, ſic rectangulum EDF ad rectangulum contentum EH, DF. ergo vt rectangulum BAC ad rectangulum contentum BG, AC, ita eſt rectangulum EDF ad contentum EH, DF, & permutando. Sed vt rectangulum quod continetur BG, AC ad contentum EH, DF, ita eſt ABC triangulum ad triangulum DEF. vtraque enim ipſarum BG, EH cathetos eſt vtriuſque dictorum triangulorum, & vt igitur rectangulum BAC ad rectangulum EDF, ita eſt ABC triangulum ad triangulum DEF.

LEM. XXI.

THEOREMA CXXXVI. PROPOSITIO CXLVII.

Sint anguli AD duobus rectis æquales. Dico rurſus vt rectangulum BAC ad rectangulum EDF, ita eſſe triangulum ABC ad DEF triangulum.



Producatur BA, & ipſi BA ponatur æqualis AC, & CG iungatur. Itaque quoniam anguli AD ſunt duobus rectis æquales, anguli vero BAC, CAG itidem æquales duobus rectis, erit CAG angulus angulo D æqualis, vt
A igitur rectangulum GA ad rectangulum EDF, ita
B AGC triangulum ad triangulum DEF. æqualis autem eſt GA ipſi AB, & triangulum
C AGC triangulo ABC æquale. ergo vt rectangulum BAC ad rectangulum EDF, ita ABC triangulum ad triangulum DEF.

COMMENTARIVS.

A Vt igitur rectangulum GAC ad rectangulum EDF, ita AGC triangulum ad triangulum DEF] *Ob præcedens lemma. Græcus codex* ὡν ὑπὸ τὸ ηαγ πρὸς τὸ ὑπὸ εδζ. *lege* ὡν ὑπὸ τὸ ὑπὸ ηαγ πρὸς τὸ ὑπὸ εδζ.

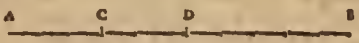
B Et triangulum AGC triangulo ABC æquale] *Ex prima ſexti, eandem enim altitudinem habent, & æqualem baſim. Græcus codex* τὸ δὲ αηγ τρίγωνον τῷ αθγ τριγώνῳ *lege* τῷ αβγ τριγώνῳ.

Ergo

Ergo vt rectangulum BAC ad rectangulum BDF, ita ABC triangulum ad triangu- C
lum DBF] *Nam BA eſt æqualis AG, & BC vtrique communis: triangulum vero ABC ad triangulum DBF eandem proportionem habet, quam AGC triangulum ad idem triangulum DBF, ex 7. quinti elementorum.*

THEOREMA CXXXVII. PROPOSITIO CXLVIII. LEM. XXII.

Sit recta linea AB, & in ipſa ſumantur duo puncta CD. Sitque quod bis AB, CD continetur æquale quadrato ex CB. Dico quadratum ex AD quadratis ex AC, DB æquale eſſe.



Quoniam enim, quod bis continetur ABCD eſt æquale quadrato ex CB, commune auferatur contentum bis BDC. erit reliquum, A
quod bis ADC continetur quadratis ex CD, DB æquale. Rurſus commune auferatur quadratum ex CD. reliquum igitur B
videlicet contentum bis ACD vna cum quadrato ex CD æquale eſt, ei, quod fit ex DB
quadrato commune addatur quadratum ex AC. ergo totum, quod ex AD quadratum C
quadratis ex AC, DB æquale erit.

COMMENTARIVS.

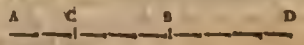
Erit reliquum quod bis ADC continetur quadratis ex CD, BD æquale] *Etenim quod* A
bis AB, CD continetur ex prima ſecundi elementorum eſt æquale quod bis continetur ADC, & quod bis BDC continetur. quadrato autem ex CB æqualia ſunt quadrata ex CD, DB, & quod bis BDC continetur, ex quarta eiuſdem.

Reliquum igitur, videlicet contentum bis ACD vna cum quadrato ex CD æquale eſt B
ei, quod fit ex DB quadrato] *Rectangulum namque ADC eſt æquale rectangulo ACD, & quadrato ex CD ex 3. eiuſdem. quare ſi ab eo, quod bis ADC continetur, auferamus quadratum ex CD, reliquum erit quod bis continetur ACD vna cum eo, quod ex CD quadrato.*

Ergo totum, quod ex AD quadratum quadratis ex AC, DB æquale erit] *Quod enim* C
bis ACD continetur vna cum quadratis ex AC, DB quadrato ex AD eſt æquale, ex quarta iam dicta.

THEOREMA CXXXVIII. PROPOSITIO CXLIX. LEM. XXIII.

Sit rectangulum ABC æquale quadrato ex BD. Dico tria contingere,
videlicet rectangulum quidem, quod vtraque AD, DC, & BD contine- A
tur æquale eſſe rectangulo ADC. rectangulum vero contentum vtraque B
AD, DC, & CB æquale eſſe quadrato ex DC. & rectangulum contentum vtraque AD, DC, & AB quadrato ex AD æquale.



Quoniam enim rectangulum ABC æquale eſt quadrato ex BD, C
erit ob proportionem, & tota ad totam, & conuertendo, compo- 16. ſexti.
nendoque vt vtraque CD, DA ad DA, ita CD ad DB. rectangulum igitur, quod continetur vtraque AD, DC, & BD rectangulo ADC eſt æquale. Rurſus quoniam tota AD ad totam DC eſt vt DB ad BC, componendo, vt vtraque AD, DC ad DC, ita erit DC ad CB. quare rectangulum contentum vtraque AD, DC & CB æquale eſt quadrato ex DC. Rurſus quoniam tota AD totam DC eſt vt AB ad BD, conuertendo, componendoque erit vt vtraque CD, DA ad DA

ad DA, ita DA ad AB. ergo rectangulum, quod vtraque AD, DC, & AB continetur æquale eſt quadrato ex AD.

COMMENTARIVS.

A Rectangulum quidem, quod vtraque AD, DC, & BD continetur æquale eſſe rectangulo ADC] *Græcus codex* τὸ μὲν ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς α δ, ε γ καὶ τῆς β δ ἴσον, *&c. lege* τὸ μὲν ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς α δ, δ γ καὶ τῆς β δ ἴσον,

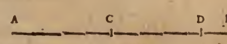
B Rectangulum vero contentum vtraque AD, DC, & CB æquale eſſe quadrato ex DC] *Græcus codex* τὸ δὲ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς α δ, ε γ καὶ β δ ἴσον *&c. lege* τὸ δὲ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς α δ, δ γ, καὶ γ β ἴσον, *&c.*

C Quoniam enim rectangulum ABC æquale eſt quadrato ex BD erit ob proportionem, & tota ad totam, & conuertendo, componendoque vt vtraque CD, DA ad DA, ita CD ad DB] *Nam cum rectangulum* ABC *ſit æquale quadrato ex* BD, *erit vt* AB *ad* BD, *ita* DB *ad* BC: *& vt omnia ad omnia, ita vnum ad vnum, hoc eſt vt tota* AD *ad totam* DC, *ita* DB *ad* BC *& conuertendo, componendoque vt vtraque* CD, DA *ad* DA, *ita* CD *ad* DB. *Græcus codex* ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ α β γ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ β δ, ἀνάπαλιν καὶ ὅλη πρὸς ὅλην καὶ ἀνάπαλιν. *lege* ἀνάλογον καὶ ὅλη, καὶ ἀνάπαλιν.

LEM. XXII.

THEOREMA CXXXIX. PROPOSITIO CL.

A Sit recta linea AB, & duo puncta CD, ſitque quadratum ex CD æquale ei, quod bis AC, DB continetur. Dico, & quadratum ex AB quadratis ex AD, CB æquale eſſe.



B Quoniam enim quadratum ex CD æquale eſt ei, quod bis continetur AC, DB; erit contentum bis ACB æquale & quadrato ex CD, & ei, quod bis ACD continetur. com-

C mune addatur quadratum ex AC. ergo contentum bis ACB vna cum quadrato ex AC

D æquale eſt ei, quod ex AD quadrato. rurſus commune addatur quadratum ex BC, totum igitur quadratum ex AB quadratis ex AD, CB æquale erit.

COMMENTARIVS.

A Sitque quadratum ex CD æquale ei, quod bis AC, DB continetur. Dico, & quadratum ex AB quadratis ex AD, CB æquale eſſe] *Græcus codex* καὶ ἔστω τὸ ὑπὸ γ δ τετράγωνον ἴσον τῷ δὶς ὑπὸ α γ β διότι καὶ τὸ *&c. ego legendum puto.* καὶ ἔστω τὸ ἀπὸ γ δ τετράγωνον ἴσον τῷ δὶς ὑπὸ α γ, δ β ὅτι καὶ τὸ *&c.*

B Quoniam enim quadratum ex CD æquale eſt ei, quod bis continetur AC, DB, erit contentum bis ACB æquale, & quadrato ex AD, & ei quod bis ACD continetur] *Cum quadratum ex* CD *æquale ſit ei, quod bis continetur* AC, DB *addito vtrinque communi rectangulo, quod bis* ACD *continetur, erit contentum bis* AC, DB *vna cum contento bis* ACD, *hoc eſt contento bis* ACB *æquale quadrato ex* AD *vna cum eo, quod bis* ACD *continetur. Græcus codex* ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ γ δ ἴσον ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ α γ, α β ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῆς γ δ *&c. ſed legendum arbitror* ἐπεὶ γὰρ τὸ ἀπὸ γ δ ἴσον ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ α γ, δ β τὸ ἄρα δὶς ὑπὸ α γ β ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῆς γ δ, *&c.*

C Ergo contentum bis ACB vna cum quadrato ex AC æquale eſt quadrato ex AD] *Nam quod bis continetur* ACD *vna cum quadratis ex* AC, CD *quadrato ex* AD *eſt æquale ex 4. ſecundi elementorum.*

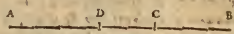
D Totum igitur quadratum ex AB quadratis ex AD, CB æquale erit] *Quadratum enim ex* AB *eſt æquale quadratis ex* AC, CB *vna cum eo, quod bis* ACB *continetur, ex eadem quarta ſecundi.*

THEO-

THEOREMA CXL. PROPOSITIO CLI. LEM. XXV.

Sit rectangulum ABC æquale quadrato ex BD. Dico tria contingere, videlicet rectangulum, quod exceſſu ipſarum AD, DC & BD continetur æquale eſſe rectangulo ADC. rectangulum vero contentum exceſſu ipſarum AD, DC, & CB æquale eſſe quadrato ex DC, & rectangulum contentum exceſſu AD, DC & BA æquale eſſe quadrato ex AD. A B

Quoniam enim eſt vt AB ad BD ita DB ad BC, erit reliqua ad reliquam, & diuidendo vt exceſſus ipſarum AD, DC ad DC, ita AD ad DB. rectangulum igitur, quod exceſſu AD, DC, & DB continetur eſt æquale rectangulo ADC. Rurſus quoniam reliqua AD ad reliquam DC, eſt vt DB ad BC, diuidendo erit vt exceſſus AD, DC ad DC, ita DC ad CB. ergo rectangulum contentum exceſſu AD, DC, & CB æquale eſt quadrato ex DC. Rurſus quoniam eſt vt AD ad DC, ita AB ad BD, erit conuertendo, diuidendoque vt exceſſus AD, DC ad DA, ita DA ad AB. quare rectangulum, quod exceſſu AD, DC, & AB continetur, quadrato ex AD eſt æquale. C D



COMMENTARIVS.

Rectangulum vero contentum exceſſu ipſarum AD, DC, & CB æquale eſſe quadrato ex DC] *Græcus codex* τὸ δὲ ὑπὸ τῆς αδ, δγ ὑπεροχῆς καὶ τῆς βδ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς αγ τετραγώνῳ *legendum autem puto.* τὸ δὲ ὑπὸ τῆς τῶν αδ, δγ ὑπεροχῆς καὶ τῆς βγ, ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς δγ τετραγώνῳ. A

Et rectangulum contentum exceſſu AD, DC, & BA æquale eſſe quadrato ex AD] *Græcus codex* τὸ δὲ ὑπὸ τῆς τῶν αδ, αγ ὑπεροχῆς, *&c. lege* τὸ δὲ ὑπὸ τῆς τῶν αδ, δγ ὑπεροχῆς, *&c.* B

Quoniam enim eſt vt AB ad BD, ita DB ad BC, erit reliqua ad reliquam, & diuidendo vt exceſſus ipſarum AD, DC, ita AD ad DB]. *Cum rectangulum ABC æquale ſit quadrato ex BD, erit vt AB ad BD, ita DB ad BC, ergo reliqua AD ad reliquam DC eſt vt AB ad BD, & diuidendo vt exceſſus ipſarum AD, DC ad DC, ita AD ad DB. Græcus codex* ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς αβ πρὸς τὴν βδ, οὕτως ἡ βδ πρὸς τὴν δγ *lege* πρὸς τὴν βγ. C

Rurſus quoniam eſt vt AD, DC ad DC, ita AB ad BD, erit conuertendo, diuidendoque vt exceſſs AD, DC ad DA, ita DA ad AB] *Quoniam vt AD ad DC, ita AB ad BD, erit conuertendo vt CD ad DA, ita DB ad BA, & diuidendo vt exceſſus ipſarum AD, DC ad DC, ita AD ad DB. quare ex æquali vt exceſſus AD, DC ad DA, ita DA ad AB.* D

THEOREMA CXLI. PROPOSITIO CLII. LEM. XXVI.

Sit vt AB ad BC, ita quadratum ex AD ad quadratum ex DC. Dico rectangulum ABC quadrato ex BD æquale eſſe.

Ponatur enim ipſi CD æqualis DE. ergo rectangulum BAC vna cum quadrato ex CD, hoc eſt vna cum rectangulo CDE eſt æquale quadrato ex AD. Itaque quoniam eſt vt AB ad BC, ita quadratum ex AD ad quadratum ex DC, erit diuidendo, vt AC ad CB, videlicet vt rectangulum BAC ad rectangulum contentum BA, BC, ita rectangulum BAC ad rectangulum CDE. rectangulum igitur contentum BA, BC rectangulo CDE eſt æquale. A 1. ſexti. 9. quinti. 16. ſexti



ergo

ergo ob proportionem, & diuidendo vt AD ad DB, hoc eſt ad DC, ita DB ad BC, & ideo reliqua AB ad reliquam BD eſt vt DB ad BC. rectangulum igitur ABC quadrato ex BD æquale erit.

COMMENTARIVS.

A Ergo rectangulum BAC vna cum quadrato ex BD, hoc eſt vna cum rectangulo CDE eſt æquale quadrato ex AD] *Ex 6. ſecundi elementorum, etenim recta linea EC bifaria ſecatur in D, atque ei adiungitur CA. Græcus codex τὸ ἄρα ὑπὸ ϐαγ μετὰ τοῦ ὑπὸ γδ τουτέστι τὸ ὑπὸ γδε ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ αζ. lege τουτέστι τοῦ ὑπὸ γδε ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ αδ.*

B Ergo ob proportionem & diuidendo vt AD ad DB, hoc eſt ad DC, ita DB ad BC] *Quoniam enim rectangulum contentum BA, BC eſt æquale rectangulo CDB vt AE ad BD, ita erit DC ad CB: & diuidendo vt AD ad DB, videlicet ad DC, ita DB ad BC. Græcus codex. ἀνάπαλιν καὶ διελόντι ἐστὶν ὡς ἡ αδ, &c. ego legendum arbitror ἀνάλογον καὶ διελόντι. neque enim permutata ratione ad hoc concludendum indigemus.*

C Et ideo reliqua AB ad reliquam BD eſt vt DB ad BC.] *Ex 19. quinti elementorum. Græcus codex καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ αβ πρὸς λοιπὴν τὴν βδ ἐστὶν ὡς ἡ βδ πρὸς τὴν δγ. ſed legendum ὡς ἡ δβ πρὸς τὴν βγ.*

LEM. XXVII.

THEOREMA CXLII. PROPOSITIO CLIII.

Sit rurſus vt AB ad BC, ita quadratum ex AD ad quadratum ex DC. Dico rectangulum ABC æquale eſſe quadrato ex BD.



Ponatur enim ſimiliter DB æqualis ipſi CD. erit rectangulum CAB vna cum quadrato ex CD, hoc eſt vna cum rectangulo
A BDC æquale quadrato ex AD; atque erit diuidendo vt AC ad CB, hoc eſt vt rectangulum BAC ad rectangulum contentum BA, CB, ita rectangulum CAB ad rectangulum BDC. æquale igitur eſt rectangulum contentum AB, CB rectangulo BDC: &
B ob proportionem, & componendo vt AD ad DB, videlicet ad DC, ita DB ad BC, qua-
C re, & tota AB ad totam BD eſt vt DB ad BC. rectangulum igitur ABC quadrato ex BD eſt æquale.

COMMENTARIVS.

A Atque erit diuidendo vt AC ad CB, hoc eſt vt rectangulum BAC ad rectangulum contentum BA, CB, ita rectangulum CAB ad rectangulum BDC] *Græcus codex mancus eſt, in quo legitur, καὶ γίνεται κατὰ διαίρεσιν ὡς ἡ αγ πρὸς τὴν γβ τουτέστιν ὡς τὸ ὑπὸ γαε πρὸς τὸ ὑπὸ εδγ. ſed ita reſtituendus erit. τουτέστιν ὡς τὸ ὑπὸ αεγ πρὸς τὸ ὑπὸ εα γβ, οὕτως τὸ ὑπὸ γαε πρὸς τὸ ὑπὸ εδγ.*

B Et ob proportionem, & componendo vt AD ad DB, videlicet ad DC, ita eſt DB ad BC] *Quoniam enim rectangulum, quod continetur AB, CB eſt æquale rectangulo BDC, vt AB ad BD ita erit DC ad CB, & componendo vt AD ad DB hoc eſt ad DC ita DB ad BC. Græcus codex ἀνάπαλιν καὶ συνθέντι ἐστὶν ὡς ἡ αδ πρὸς τὴν δε, &c. ego legerem ἀνάλογον καὶ συνθέντι.*

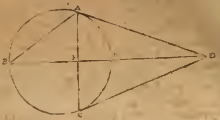
C Quare & tota AB ad totam BD eſt vt DB ad BC] *Ex 12. quinti elementorum.*

LEM. XXVIII

THEOREMA CXLIII. PROPOSITIO CLIV.

Circulum ABC contingunt rectæ lineæ AD, DC, & AC iungatur. Dico vt BD ad DE, ita eſſe BF ad FE.

Quoniam



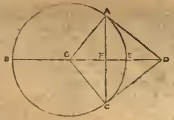
Quoniam enim A D eſt B
æqualis D C, erit rectan- C
gulum A F C vna eum quadrato ex F B æquale quadrato ex D A. Sed rectan- D
gulum A F C eſt æquale rectangulo B F E: & quadra- E
tum ex D A rectangulo B D B F
æquale. rectangulum igitur B F B vna cum quadrato ex D F eſt æquale rectangulo B D B. Quod quidem cum ita ſit, fiet vt B D ad D E, ita B F ad F B.

COMMENTARIVS.

Circulum A B C contingant rectæ lineæ A D, D C] *Græcus codex κύκλυ τῦ α β γ ἐφά-πτονται αἱ α δ, δ γ vide ne legendum ſit ἐφαπτέσθωσαν.* A

Quoniam enim A D eſt æqualis D C] *Vtriuſque enim quadratum rectangulo B D E eſt æquale ex 37. tertij elementorum.* B

Erit rectangulum A F C vna cum quadrato ex F D æquale quadrato ex D A] C



Sit circuli A B G centrum G, & A G, G C iungantur, trianguli igitur A G D duo latera G A, A D ſunt æqualia duobus lateribus G C, C D trianguli C G D, & G D eſt vtrique commune, quare & anguli angulis æquales, videlicet angulus A D F æqualis ipſi F D C: & duo latera A D, D F æqualia duobus lateribus C D, D F. ergo & baſis A F baſi F C, & angulus A F D angulo D F C æqualis, ac propterea vterque rectus. quadratum igitur ex A F, hoc eſt rectangulum A F C vna cum quadrato ex F D eſt æquale quadrato ex A D. quod demonſtrare oportebat.

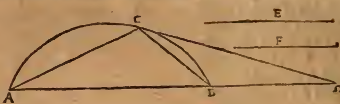
Sed rectangulum A F C eſt æquale rectangulo B F E] *Ex 35. tertij.* D

Et quadratum ex D A rectangulo B D E æquale] *Ex 35. eiuſdem.* E

Quod quidem cum ita ſit fiet vt B D ad D E, ita B F ad F E] *Quoniam enim rectangulum* F
B F E vna cum quadrato ex D F eſt æquale rectangulo B D E, quadratum autem ex D F eſt æquale rectangulo D F E vna cum rectangulo F D E: erunt rectangula B F E, D F E, & F D E, vide- 2. ſecūdi.
licet rectangulum, quod continetur B D, F E & rectangulum F D E æqualia rectangulo B D E. 1. ſecūdi.
Sed rectangulo B D E ſunt æqualia duo rectangula, rectangulum ſcilicet contentum B F, D E, & rectangulum F D E. ablato igitur communi rectagulo F D E, relinquetur rectangulum contentum B D, F E æquale contento B F, D E. ergo vt B D ad D E, ita erit B F ad F E.

PROBLEMA XII. PROPOSITIO CLV.

Circuli portione data in recta linea A B, inflectere A C B in data proportione.



A Factum iam ſit, & a puncto C ducatur recta linea contingens, quæ ſit BD.
B Vt igitur quadratum ex AC ad quadratum ex CB,
C ita eſt AD ad DB. proportio autem quadrati ex AC
D ad quadratum ex CB eſt data. ergo & proportio AD ad DB data erit. atque eſt datum punctum B. ergo & D, & linea DB. quare & ipſa AD data.

Componetur autem problema hoc modo.

E Sit portio quidem circuli ACB. data autem proportio, quam habet B ad F, &
F fiat vt quadratum ex B ad quadratum ex F, ita AD ad DB. ducaturque contingens
G DC, & AC, CB iungantur. Dico rectas lineas AC, CB problema efficere.
H Quoniam enim vt quadratum ex B ad quadratum ex F, ita eſt AD ad DE, vt autem AD ad DB, ita quadratum ex AC ad quadratum ex CB, propterea quod CD circulum
22. ſexti. contingitur: erit vt quadratum ex B ad quadratum ex F, ita quadratum ex AC ad id, quod fit ex CF quadratum, quare & vt B ad F, ita AC ad CB. ergo ACB problema efficit.

COMMENTARIVS.

A Et a puncto C ducatur recta linea contingens, quæ ſit CD] *A centro circuli, cuius portio eſt ACB ducatur recta linea in C, atque ipſi ad rectos angulos agatur ED, erit CD circulum contingens, ex 16. tertij elementorum.*

B Vt igitur quadratum ex AC ad quadratum ex CB, ita eſt AD ad DB] *Quoniam enim CD circulum contingit, & CB ſecat, erit angulus DCB æqualis angulo CAB ex 32. tertij ſed angulus CDB eſt communis vtrique triangulo ACD, CBD. ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum triangulo ſimile: vt igitur AD ad DC ita CD ad DB, & vt AD ad DC, AC ad CB. ideoque ex corollario 20. ſexti prima AD tertiam DB erit, vt quadratum primæ AD ad quadratum ſecundæ DC, hoc eſt vt quadratum ipſius AC ad quadratum CB.*

C Proportio autem quadrati ex AC ad quadratum ex CB eſt data. ergo & proportio AD ad DB data erit] *Nam cum data ſit proportio AC ad CB, dabitur etiam proportio quadrati ex AC ad quadratum ex CB. Græcus autem codex hoc loco corruptus eſt, & mancus. qui ſic habet* λόγος δὲ τοῦ ἀπὸ α γ πρὸς τὴν β δ δοθὲν. *ſed fortaſſe ita reſtituetur.* λόγος δὲ τοῦ ἀπὸ α γ πρὸς τὸ ἀπὸ γ β δοθείς. ὥστε καὶ ὁ τῆς α δ πρὸς τὴν δ β.

D Atque eſt datum punctum B. ergo & D, & linea , quare & ipſa AD data] *Græcus codex etiam hoc loco corruptus eſt, in quo legitur* καὶ ἔστι δύο δοθὲν ἄρα καὶ τὸ δ ὥστε καὶ τὸ β δ ὅθεν . . . *ſed fortaſſe legendum erit* καὶ ἔστι δοθὲν τὸ β, δοθὲν ἄρα καὶ τὸ δ ὥστε καὶ ἡ δ β ὅθεν καὶ ἡ α δ.

E Data autem proportio, quam habet B ad F] *Græcus codex* ὁ δὲ λόγος ὁ τῆς θ πρὸς τὴν ζ *ergo legendum puto* ὁ δὲ λόγος τῆς ε πρὸς τὴν ζ.

F Et fiat vt quadratum ex B ad quadratum ex F, ita AD ad DE] *Si enim fiat, vt exceſſus, quo quadratum ex B excedit quadratum ex F ad quadratum ex F, ita AB ad BD, erit componendo vt exceſſus, quo quadratum ex B excedit quadratum ex F vna cum quadrato ex F, hoc eſt vt quadratum ex B quadratum ex F, ita AD ad DB.*

G Ducaturque contingens DC] *Ex 17. tertij elementorum.*

H Vt autem AD ad DB, ita quadratum ex AC ad quadratum ex CB] *Hoc ſuperius demonſtratum fuit.*

LEM. XXX.

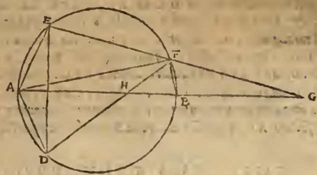
THEOREMA CXLIV. PROPOSITIO. CLVI.

Sit circulus, cuius diameter AB, & à quouis puncto ad ipſam perpendicularis agatur DE: ducaturque DF iuncta vero EF producatur, vt

cum

cum diametro in puncto G conueniat. Dico vt AG ad GB ita eſſe AH ad HB.

Iungantur enim DA, AE, AF. & quoniam DE perpendicularis eſt ad diametrum, erit angulus DAB æqualis angulo BAE. ſed angulus DAB æqualis eſt angulo HFB, qui in eadem portione conſiſtit: & angulus BAE æqualis angulo BFG, qui eſt extra quadrilaterum. angulus igitur HFB angulo BFG eſt æqualis, atque eſt angulus AFB rectus. ergo ex lemmate vt AG ad GB, ita eſt AH ad HB. A B C D



COMMENTARIVS.

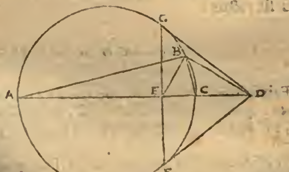
Iungantur enim DA, AE, AF] *Vide ne addendum ſit* DB. A

Et quoniam DE perpendicularis eſt ad diametrum, erit angulus DAB æqualis angulo BAE. ſed angulus DAB æqualis eſt angulo HFE, qui in eadem portione conſiſtit] *Græcus codex corruptus eſt, vt videtur qui ſic habet* ἐπεὶ οὖν ἐπὶ διαμέτρῳ κα θέτος ἡ δε ἴση ἐστιν ἡ ὑπὸ δαβ τῇ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ θζβ. *ſed forte reſtituetur in hunc modum* ἐπεὶ οὖν ἐπὶ διάμετρον κάθετος ἡ δε, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ δαβ τῇ ὑπὸ βαε. ἀλλ' ἡ ὑπὸ δαβ τῇ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ θζβ. *angulus enim* DAB *eſt æqualis angulo* HFB *hoc eſt* DFB, *quod in eadem ſit portione* DAEFB *ex* 21. *tertij elementorum.* B

Et angulus BAE æqualis angulo BFG, qui eſt extra quadrilaterum] *Anguli enim in quadrilatero oppoſiti* BAE, EFB *ſunt æquales duobus rectis. ſed & duobus rectis æquales ſunt anguli* EFB, BFG. *dempto igitur communi angulo* EFB, *reliquus* BAE *reliquo* FBG *eſt æqualis.* C 22.tertij. 13.primi.

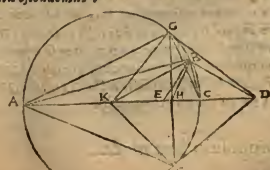
Ergo ex lemmate vt AG ad GB; ita eſt AH ad HB] *Per lemma fortaſſe intelligit* 51. *ſexti huius, vel potius eius conuerſum, quod nos eodem in loco demonſtrauimus. ſed & aliter demonſtrari poteſt hoc modo.* D

Sit triangulum orthogonium ABC, *rectum habens angulum ad* B: *& a puncto* B *ducta vt cumque recta linea* BD *extra triangulum, fiat angulo* CBD *æqualis angulus* CBE. *Dico vt* AD *ad* DC, *ita eſſe* AE *ad* EC.



Deſcribatur circa diametrum AC *circulus* AFC, *qui per* B *tranſibit: atque a puncto* D *ducantur* DF, DG *circulum contingentes & iungatur* GF, *quæ ad* AC *perpendicularis erit, & ipſam ſecabit in puncto* E, *vt infra demonſtrabitur. Ex ijs igitur, quæ tradita ſunt in lemmate* 28. *huius ſequitur vt* AD *ad* DC, *ita eſſe* AE *ad* EC. *Illud autem, quod poſitum eſt ita oſtendemus.*

Si enim fieri poteſt, recta linea GF *non ſecet* AC *in* E, *ſed in alio puncto, quod ſit* H *inter* EC, *circuli centrum ſit* K, *&* AF, AG, KF, KG, GC, HB *iungantur. erit* KGD *angulus rectus, & quoniam in triangulo orthogonio* KGD *ab angulo recto perpendicularis acta eſt* GH, *fient triangula* KHG, GHD *ſimilia toti triangulo* KGD, *& inter ſeſe; eritque angulus* HGD *angulo* GKD *æqualis. angulus autem* KFG *eſt æqualis angulo* KFG 18.terti j. 8.ſexti. 5.primi.



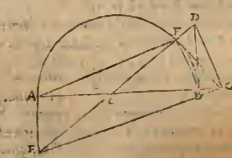
& an-

& anguli ad H *recti. ergo & reliquus* FKC *reliquo* GKC, *circumferenti æque* FC *æqualis*
vlt. ſexti. *circumferentiæ* CG, *& angulus* CAF, *hoc eſt* CGH *angulo* CAG. *ſed angulus* GKC, *hoc eſt*
27.tertij. HGD *duplus eſt anguli* GAC, *hoc eſt* HGC. *ergo & reliqui* CGD *eſt duplus, & anguli* HGC.
21.tertij. CGD *inter ſe æquales ſunt, vt igitur* HG *ad* GD, *ita eſt* HC *ad* CD. *Quoniam vero ob trian-*
20.tertij. *gulorum ſimilitudinem, vt* DK *ad* KG, *ita* GK *ad* KH, *erit & vt* DK *ad* KB, *ita* BK
86 tertij. *ad* KH; *& ſunt circa eundem angulum latera proportionalia. triangulum igitur* KBH *ſi-*
3.ſexti. 8.ſexti. *mile eſt triangulo* KDB, *& vt* BK *ad* KD, *ita* HB *ad* BD, *vt autem* BK *ad* KD, *hoc eſt vt*
7.quinti. 3.ſexti. GK *ad* KD, *ita* HG *ad* GD. *quare* HB *ad* BD *eſt, vt* HG *ad* GD, *hoc eſt vt* HC *ad* CD,
ideoque angulus HBC *eſt æqualis angulo* CBD. *ſed & angulus* EBC *æqualis erat eidem an-*
gulo CBD *angulus igitur* EBC *angulo* HBC *eſt æqualis, videlicet totum parti, quod fieri non*
poteſt. idem abſurdum ſequetur, ſi ponamus H *cadere inter* B *&* K, *ex quibus perſpicuum*
eſt GF *ſecare* AC *in puncto* E. *quod demonſtrare oportebat.*

LEM. XXXI.

THEOREMA CXLV. PROPOSITIO CLVII.

Sit ſemicirculus recta linea AB, atque a punctis AB ipſi ACB ad rectos angulos agantur rectæ lineæ BD, AE, & ducatur vtcumque DE. a puncto autem F ipſi DE ad rectos angulos agatur FG, quæ cum AB in puncto G conueniat. Dico rectangulum contentum AE, BD rectangulo AGB æquale eſſe.



A Erit igitur vt BA ad AG, ſic GB ad BD
B & circa æquales angulos latera ſunt proportionalia. quare angulus AGB eſt æ-
C qualis angulo BDG. Sed angulus quidem AGB æqualis eſt angulo AFB, qui in eadem portione conſiſtit: angulus vero BDG rurſus æqualis ipſi BFG, qui eſt in eadem portione. ergo angulus AFB æ-
D qualis eſt angulo BFG. quod quidem ita ſe habet; cum vterque angulorum AFB, EFG ſit rectus.

COMMENTARIVS

A Erit igitur vt BA ad AG, ſic GB ad BD] *Ad hoc demonſtrandum vtitur reſolutiua methodo. Si enim ponatur illud ita eſſe, vt concludi oportet, videlicet rectangulum contentum* AE, BD *æquale eſſe rectangulum* AGB *erit ex 14. ſexti elementorum vt* BA *ad* AG, *ſic* GB *ad* BD.

B Et circa æquales angulos latera ſunt proportionalia] *Nam cum anguli ad* AB *recti ponantur, conſtat triangulum* ABG *triangulo* BGD *æquiangulum eſſe.*

C Sed angulus quidem AGE æqualis eſt angulo AFE, qui in eadem portione conſiſtit, angulus vero BDG rurſus æqualis ipſi BFG, qui eſt in eadem portione] *Quoniam enim* EAG, EFG *recti ſunt, ſi circa diametrum* EG *deſcribatur ſemicirculus, tranſibit per puncta* AF, *atque erit angulus* AFE *æqualis angulo* AGE, *qui in eadem eſt portione, & ſimiliter cum anguli* GBD, GFD *ſint recti, circulus circa diametrum* GD *deſcriptus per* BF *tranſibit: eruntque anguli* BFG, BDG *inter ſe æquales.*

D Quod quidem ita ſe habet cum vterque angulorum AFB, BFG ſit rectus] *Nam cum angulus* AFB *rectus ſit æqualis recto* EFG, *dempto ab vtriſque communi angulo*, EFB *erit reliquus* AFE *reliquo* BFG *æqualis.*

Compoſitio hoc modo.

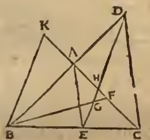
Quoniam vterque angulorum AFB, EFG *eſt rectus, dempto communi angulo* BFB *erit angu-*

angulus A F B *æqualis angulo* B F G. *ſed angulo quidem* A F B *æqualis eſt angulus* A G B, *qui in eadem portione conſiſtit: angulo autem* B F G *eadem ratione æqualis eſt angulus* B D G. *angulus igitur* A G B *angulo* B D G *eſt æqualis. atque eſt* B A G *rectus æqualis recto* G B D, *quare & reliquus æqualis reliquo, & triangulum triangulo ſimile erit. Vt igitur* B A *ad* A G, *ſic* G B *ad* B D, *& propterea rectangulum, quod continetur* A B, B D *rectangulo* A G B *eſt æquale.*

THEOREMA CXLVI. PROPOSITIO CLVIII.

LEM. XXXII

Sit triangulum ABC, habens latus AB æquale ipſi AC, producaturque AB ad D: & a puncto D ducatur DE faciens triangulum BDE æquale triangulo ABC. Dico ſi vnum ex æqualibus lateribus, quod eſt ad triangulum æquale, bifariam ſecetur, per lineam BF, vt vtraque FB, BG ad FG, ſic eſſe quadratum ex AF ad quadratum ex FH. A



Ducatur per B ipſi DE parallela BK, & CA ad K producatur. ergo vt vtraque FK, KH ad FH, hoc eſt vt rectangulum contentum vtraque FK, KH, & FH ad quadratum ex FH, ita erit quadratum ex AF ad quadratum ex FH. Quod autem vtraque FK, KH & FH continetur, hoc eſt exceſſus quadratorum ex FK, KH æquale eſt quadrato ex AF: exceſſus igitur quadratorum ex KF, FN eſt quadratum ex KH. Sed quadratorum ex KF, FA exceſſus eſt rectangulum CKD. ergo rectangulum CKA quadrato ex KG eſt æquale; ac propterea vt CK ad KH, hoc eſt vt CB ad BE, ita HK ad KA; videlicet DB ad BA quod quidem ita ſe habet eſt enim AB ipſi DC parallela, quoniam DBE triangulum æquale eſt triangulo ABC, & communi ablato ABE, reliquum DAB reliquo ACB eſt æquale, & in eadem baſi conſiſtit.

B C D E F G

COMMENTARIVS.

Sit triangulum ABC habens latus AB æquale ipſi AC] *Græcus codex* τρίγωνον τὸ αβγ ἴσην ἔχον τὴν αβ τῇ βγ, *lege* τῇ αγ. *etenim latus* AC *non* BC *bifariam ſecatur.* A

Ducatur per B ipſi DE parallela BK] *Græcus codex corruptus eſt, & figura ipſa. ſic enim habet* ἤχθω διὰ τοῦ β τῇ δγ παράλληλος ἡ βκ *lege* τῇ δε παράλληλος ἡ βκ. B

Ergo vt vtrique FK, KH ad FH, hoc eſt vt rectangulum contentum vtraque FK, KH & FH ad quadratum ex FH, ita erit quadratum ex AF ad quadratum ex FH] *Rurſus per reſolutionem hoc oſtendit. ſi enim ponatur vt vtraq;* FB, BG *ad* FG, *ſic eſſe quadratum ex* AF *ad quadratum ex* FH, *ſequetur etiam ob ſimilitudinem triangulorum,* BK, CEH *vt vtraque* FK, KH *ad* FH, *hoc eſt vt rectangulum contentum vtraque* FK, KH *&* FH *ad quadratum ex* FH, *ſic eſſe quadratum ex* AF *ad quadratum ex* FH. *Græcus codex* ὅτι ἄρα ἐστιν ὡς *&c.* πρὸς τὸ ἀπὸ ζθ, οὕτω τὸ ὑπὸ ζθ τετράγωνον *legendum* οὕτω τὸ ὑπὸ αζ τετράγωνον πρὸς τὸ ὑπὸ ζθ τετράγωνον. C

Quod autem vtraque FK, KH, & FH continetur, hoc eſt exceſſus quadratorum ex FK, KH æquale eſt quadrato ex AF] *Ex 9. quinti ſequitur rectangulum contentum vtraque* FK, KH, *&* FH *æquale eſſe quadrato ex* AF. *ſed quoniam quadratum ex* FK *eſt æquale quadratis ex* KH, HF *vna cum eo, quod bis* KHF *continetur; quadratum autem ex* HF *vna cum contento bis* KHF *æquale eſt rectangulo contento vtraque* FK, KH, *&* FH; *etenim vtraque* FK, KH *bis continet lineam* KH, *& ſemel ipſam* FH; *erit rectangulum, quod vtraque* FK, KH, *&* FH *continetur, exceſſus quadratorum ex* FK, KH. *Græcus codex* τὸ δὲ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ζκθ, καὶ τῆς ζθ. *lege* τὸ ἄρα ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ζκθ, καὶ τῆς ζθ. *vel aliqua deſiderantur.* D

Exceſſus igitur quadratorum ex KF, FA eſt quadratum ex KH] *Ex ante demonſtratis* E

conſtat

conſtat quadratum ex KF *æquale eſſe quadratis ex* KH, FA. *ergo quadratorum ex* KF, FA *exceſſus eſt quadratum ex* KH.

B Sed quadratorum ex KF, FA exceſſus eſt rectangulum CKA] *Rectangulum enim* CKA *vna cum quadrato ex* AE *eſt æquale quadrato ex* FK, *ex 6. ſecundi elementorum.*

G Videlicet DH ad BA] *Ob ſimilitudinem triangulorum* KBA, HDA.

Componetur autem hoc modo.

29.primi 4.ſexti. *Quoniam triangulum* DHB *eſt æquale triangulo* ABC, *dempto communi* ABE, *erit reliquum* DAB *reliquo* ACB *æquale. ergo recta linea* AE *parallela eſt ipſi* DC, *ac propterea vt* CB *ad* BE, *hoc eſt vt* CK *ad* KH, *ita* DB *ad* BA. *hoc eſt* HK *ad* KA. *vt igitur* CK *ad* KH, *ita* HK *ad* KA. *quare* CKA *rectangulum quadrato ex* KH *eſt æquale. ſed rectangulum* CKA *eſt exceſſus quadratorum ex* KF, FA, *ergo & quadratorum ex* KF, FA *exceſſus eſt quadratum ex* KH *& ob id quadratum ex* FA *eſt exceſſus quadratorum ex* FK, KH *quadratorum autem ex* FK, KH *exceſſus eſt id, quod vtraque* FK, KH, *&* FH *continetur, quod igitur vtraque* FK, KH *&* FH *continetur æquale eſt quadrato ex* FA. *quare vt rectangulum contentum vtraque* FK KH, *&* FH *ad quadratum ex* FH, *hoc eſt vt vtraque* FK, KH *ad* FH, *ita eſt quadratum ex* AF *ad quadratum ex* FH. *ſed vt vtraque* FK, KH *ad* FH, *ita vtraque* FB, BG *ad* FG. *ergo vt vtraque* FB, BG *ad* FG, *ita eſt quadratum ex* AF *ad quadratum ex* FH. *quod demonſtrare oportebat.*

LEM. XXXIII.

THEOREMA CXLVII. PROPOSITIO CLIX.

Sit circulus circa diametrum AB, & AB producatur: ſitque ad quamlibet rectam lineam DE perpendicularis. rectangulo autem AFB æquale ponatur quadratum ex FG. Dico ſi quodcumque ſumatur punctum, vt E, atque ab eo ad punctum G recta linea ducta producatur ad H, rectangulum etiam HEK quadrato ex EG æquale eſſe.



A Iungantur AB, BE, erit angulus ad L rectus. Sed & rectus qui ad F. rectangulum igitur ABL eſt æquale & rectangulo AFB & quadrato ex FB. rectangulum autem ABL æquale eſt rectangulo HEK; & rectangulum AFB quadrato ex FG. ergo rectangulum HEK quadratis ex EF, FG, hoc eſt quadrato ex FG eſt æqualis.

COMMENTARIVS.

A Rectangulum igitur AEL eſt æquale & rectangulo AFE, & quadrato ex FE] *Quoniam enim angulus* ALB *rectus eſt æqualis recto* AFB, *& angulus ad* A *vtriſque communis,*
4 ſexti. 16. ſexti. 47.primi 2.ſecũdi. *erit & reliquus reliquo æqualis, & triangulum triangulo ſimile. quare cum ſit vt* FA *ad* AL *ita* BA *ad* AB, *erit rectangulum* FAB *æquale rectangulo* BAL. *quadratum autem ex* AB *eſt æquale duobus quadratis ex* AF, FE. *Sed quadrato ex* AB *æqualia ſunt vtraque rectangula* ABL, BAL: *& ſimiliter quadrato ex* AF *æqualia vtraq; rectangula* AFB, FAB. *ergo rectangula* AEL, BAL *æqualia ſunt rectangulis* AFB, FAB *& quadrato ex* FE, *quorum rectangulum* FAB *eſt æquale rectangulo* BAL, *vt demonſtrauimus, reliquum igitur rectangulum* AEL *rectangulo* AFB, *& quadrato ex* FE *æquale erit.*

THEO-

THEOREMA CXLVIII. PROPOSITIO CLX.

LEM. XXXIV.

Sit vt AB ad BC, ita AD ad DC, & AC bifariam in puncto E ſecetur. Dico tria contingere, videlicet rectangulum quidem BED æquale eſſe quadrato ex EC: rectangulum vero BDE rectangulo ADC: & rectangulum ABC rectangulo EBD æquale eſſe.



Quoniam enim eſt vt AB ad BC ita AD ad DC, erit componendo, & per antecedentium dimidia, & conuerſionem rationis, vt BE ad EC, ita CE ad ED. rectangulum igitur BED quadrato ex EC eſt æquale. Commune auferatur quadratum ex DE. ergo rectangulum BDE, quod relinquitur, eſt æquale rectangulo ADC. Rurſus cum rectangulum BED æquale ſit quadrato ex EC, vtraque auferantur a quadrato ex BE, reliquum igitur rectangulum ABC æquale eſt rectangulo EBD. A B C D

Sed ſit nunc rectangulum BDE æquale rectangulo ADC: & ſecetur AC bifariam in E. Dico vt AB ad BC, ita eſſe AD ad DC. E

Quonia enim rectagulum BDE eſt æquale rectangulo ADC, commune apponatur quadratum ex DE, erit totum rectangulum BED quadrato ex CE æquale. ergo ob proportionem, & per conuerſionem rationis, & antecedentium dupla, diuidendoque vt AB ad BC, ita AD ad DC. F

COMMENTARIVS.

Quoniam enim eſt vt AB ad BC, ita AD ad DC, erit componendo, & per antecedentium dimidia, & conuerſionem rationis, vt BE ad EC, ita CE ad ED] *Quoniam vt AB ad BC, ita AD ad DC, erit componendoque vt vtraque AB, BC ad BC, ita AC ad CD, & antecedentium dimidia, vt EB ad BC, ita EC ad CD, & per conuerſionem rationis vt BE ad EC, ita CE ad ED. Græcus codex* ὡς ἡ αε πρὸς τὴν εγ, ἡ εγ πρὸς τὴν εδ *lege* ὡς ἡ βε πρὸς τὴν εγ, ἡ εγ πρὸς τὴν εδ. A

Rectangulum igitur BED quadrato ex EC eſt æquale] *Ex 16. ſexti. Græcus codex* τὸ ἄρα ὑπὸ αεδ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ εγ *lege* τὸ ἄρα ὑπὸ βεδ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ εγ. B

Commune auferatur quadratum ex DE. ergo rectangulum BDE quod relinquitur eſt æquale rectangulo ADC] *Etenim rectangulum BED æquale rectangulo BDE, & quadrato ex DE per tertiam ſecundi elementorum. rectangulum vero ADC vna cum quadrato ex DE eſt æquale quadrato ex EC per quintam eiuſdem. Græcus codex* κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ γε τετράγωνον *lege* τὸ ἀπὸ δε τετράγωνον. C

Rurſus cum rectangulum BED æquale ſit quadrato ex EC vtraque auferantur a quadrato ex BE. reliquum igitur rectangulum ABC æquale eſt rectangulo EBD] *Nam rectangulum ABC vna cum quadrato ex CE eſt æquale quadrato ex BE per 6. ſecundi elementorum; at rectangulum BED vna cum rectangulo EBD æquale eſt eidem quod ex BE quadrato per ſecundam eiuſdem. Græcus codex* πάλιν τὸ ὑπὸ αεδ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ αγ τετραγώνῳ. *lege* πάλιν τὸ ὑπὸ βεδ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ εγ τετραγώνῳ *& paulo poſt* λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν αβγ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν εβγ *lege* τῷ ὑπὸ τῶν εβδ. D

Sed ſit nunc rectangulum BDE æquale rectangulo ADC] *Secundæ partis conuerſam demonſtrat ob ſequens lemma, quamquam facile ſit aliarum etiam conuerſas demonſtrare.* E

Ergo ob proportionem, & per conuerſionem rationis, & antecedentium dupla, diuidendoque] vt AB ad BC ita AD ad DC] *Græcus codex* ἀνάλογον καὶ δὶς τὰ ἡγούμενα καὶ διελόντι ἄρα ἐστὶ, *&c. ego legendum puto* ἀνάλογον καὶ ἀναστρέψαντι καὶ δὶς τὰ ἡγούμενα καὶ διελόντι ἄρα ἐστὶ, *&c. Quoniam enim rectangulum BED eſt æquale quadrato ex CE erit vt BE ad EC, ita CE ad ED, & per conuerſionem rationis vt EB ad BC, ita EC ad CD, & antecedentium dupla; vt AB, BC ad BC, ita AC ad CD, & diuidendo vt AB ad BC ita AD ad DC.* F

LEM. XXXV.

THEOREMA CXLV. PROPOSITIO CLXI.

His ita ſe habentibus, ſit circulus circa diametrum A B, producaturque A B, vt ad quamlibet rectam lineam D E ſit perpendicularis: & fiat vt A F ad F B, ita A G ad G B. Dico rurſus ſi quodcumq; punctum ſumatur in recta linea E D, veluti E, & iuncta E G ad H producatur, vt H E ad E K, ita eſſe H G ad ad G K.



Sumatur centrum circuli, quod ſit L, & ab eo ad B H perpendicularis agatur L M. erit K M æqualis M H.

A

B Quoniam autem rectus eſt vterque angulorum, qui ad M F, C puncta B F, L M in circulo erunt rectangulum igitur F G L æquale eſt rectangulo A G B, propterea quòd vt A F ad F B, ita ſit A G ad G B, & ſecta eſt A B bifa-

D riam in puncto L. ergo & rectangulum B G M eſt æquale rectangulo A G B, videlicet

35. tertij. ipſi H G K, quod in circulo continetur, & H K bifariam ſecta eſt in M, quare eo, quod

E proxime demonſtratum eſt, vt H E ad E K, ita erit H G ad G K.

COMMENTARIVS.

A Erit K M æqualis M H] *Ex tertia ſexti elementorum, recta enim linea* E G *circulum in puncto* K *ſecat.*

B Quoniam autem rectus eſt vterque angulorum, qui ad M F, puncta B F, L M in circulo

31. tertij. erunt] *Nam ſi iuncta* B L *circa ipſam circulus deſcribatur per* M F *puncta tranſibit.*

C Rectangulum igitur F G L æquale eſt rectangulo A G B, propterea quod vt A F ad F B, ita ſit A G ad G B, & ſecta eſt A B bifariam in puncto L] *Ex ſecunda parte antecedentis lemmatis.*

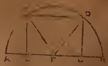
D Ergo & rectangulum F G M eſt æquale rectangulo A G B. *Rectangulum enim* B G M *æquale eſt rectangulo* I G L *ex 35. tertij elementorum.*

E Quare ex eo, quod proxime demonſtratum eſt, vt H E ad E K, ita erit H G ad G K] *ob conuerſam ſcilicet ſecundæ partis antecedentis lemmatis, quam proxime demonſtrauit.*

LEM. XXXVI.

THEOREMA CL. PROPOSITIO CLXII.

Sit ſemicirculus in recta linea A B, & ipſi A B parallela ſit C D: ducanturque C E, D G perpendiculares. Dico A E ipſi G B æqualem eſſe.



Sumatur centrum circuli, quod ſit F, & C F, F D iungantur. ergo C F eſt æqualis F D, ac propterea quadratum ex C F quadrato ex F D æquale erit. ſed quadrato quidem ex C F æqualia ſunt quadrata ex C E, E F, quadrato autem ex F D æqualia quadrata ex D G, G F. ergo quadrata ex C E, E F quadratis ex D G, G F æqualia ſunt: quorum quadratum ex C E eſt æquale quadrato ex D G. reliquum igitur quadratum ex E F reliquo ex F G quadrato eſt æquale, ideoque recta linea E F æqualis rectæ F G. eſt autem

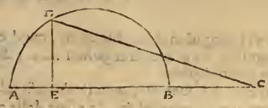
tem

tem, & tota AF æqualis toti FB. ergo & reliqua AB reliquæ GB æqualis erit, quod oportebat demonſtrare.

THEOREMA CLI. PROPOSITIO CLXIII.

LEM. XXXVII.

Sit ſemicirculus in recta linea AB, atque a quolibet puncto C ducatur CD, & perpendicularis agatur DE. Dico quadratum ex AC ſuperare quadratum ex CD, eo quod vtraque AC, CB & AE continetur.



Erit igitur quadratum ex AC æquale quadrato ex CD, hoc eſt æquale quadratis ex DE, EC, & ei, quod vtraque AC, CB, & AE continetur. A quare ablato communi rectangulo CAE, reliquum rectangulum ACB eſt æquale quadrato ex DB, hoc eſt rectangulo AEB, & quadrato ex CE, & ei quod AE, CB continetur. B Rurſuſque ablato communi quadrato ex CE, rectangulum AEC, quod relinquitur eſt æquale rectangulo AEB, & contento AE, BC. C quod quidem ita ſe habet. D

COMMENTARIVS.

A Erit igitur quadratum ex AC æquale quadrato ex CD] *Per reſolutionem hoc oſtendit. Nam ſi ponatur quadratum ex AC ſuperare quadratum ex CD rectangulo, quod vtraque AC, CB, & AE continetur, erit quadratum ex AC æquale quadrato ex CD, hoc eſt quadratis ex DE, EC, & rectangulo, quod vtraque AC, CB, & AE continetur.*

B Quare ablato communi rectangulo CAE, reliquum rectangulum ACB eſt æquale quadrato ex DB, hoc eſt rectangulo AEB & quadrato ex CE, & ei, quod AE, CB continetur] *Eſt enim quadratum ex AC æquale duobus rectangulis CAE, ACE ex 2. ſecundi libri elementorum. Græcus codex* λοιπὸν τὸ ὑπὸ αγβ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ αεβ *lege* ὑπὸ δβ.

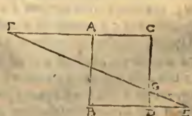
C Rurſuſque ablato communi quadrato ex CE rectangulum AEC, quod relinquitur, eſt æquale rectangulo AEB, & contento AE, BC] *Ex 3. eiuſdem.*

D Quod quidem ita ſe habet] *Ex prima eiuſdem, quare conſtat verum eſſe illud, quod proponebatur. Compoſitio autem manifeſta eſt.*

PROBLEMA XIII. PROPOSITIO CLXIV.

LEM. XXXVIII

Parallelogrammo AD poſitione dato, a dato puncto E ducere rectam lineam EF, & facere triangulum FCG parallelogrammo AD æquale.



Factum iam ſit. Quoniam igitur FCG triangulum æquale eſt parallelogrãmo AD, parallelogrãmum vero AD duplum eſt trianguli ADC; & triangulum FCG trianguli ADC duplum erit. Sed vt triangulum ad triangulum, quod circa eundem angulum C conſiſtunt, ita rectangulum FCG ad rectangulum ACD. A datum autem eſt rectangulum ACD. ergo, & ipſum FCG datum. & a dato puncto E ad rectas lineas AC, CD datas poſitione ducta eſt EF in ſpacij refectionem. poſitione igitur eſt ipſa EF.

Componitur autem ſic.

Sit parallelogrammum quidem A D, poſitione datum autem punctum E: & a pun-
B cto E in F C, C D poſitione datas ducatur recta linea E F, reſecans ſpacium F C G æqua-
C le dato ſpacio, videlicet duplo ipſius A C D: & ex iiſdem, quæ in reſolutionem dicta
D ſunt, oſtendemus triangulum F C G parallelogrammo A D æquale. recta igitur linea E F problema efficit, conſtat autem ipſam ſolam hoc efficere, quoniam & illa ſola eſt.

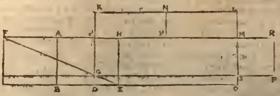
COMMENTARIVS.

A Sed vt triangulum ad triangulum, quod circa eundem angulum C conſiſtunt, ita
41.primi rectangulum F C G ad rectangulum A C D] *Ex 15. quinti elementorum eſt enim rectangulum trianguli duplum.*

B Reſecans ſpacium F C G æquale dato ſpacio, videlicet duplo ipſius A C D] *Græcus codex ἀποτέμνουσα χωρίον τὸ ὑπὸ ζγε ἴσον δοθὲν τινὶ χωρίῳ τῷ διπλασίων τοῦ ὑπὸ αγδ. legendum autem eſt ἴσον δοθέντι χωρίῳ τῷ διπλασίονι τοῦ ὑπὸ αγδ.*

C Et ex eiſdem, quæ in reſolutione dicta ſunt, oſtendemus, &c.] *Græcus codex καὶ κατὰ τὰ αὐτὰ τὴν ἀνάλυσιν lege τῇ ἀναλύσει.*

D Recta igitur linea E F problema efficit] *Non docet Pappus quo inueniendum ſit punctum G. ſed verisimile eſt hoc apparere ex libris de ſpacij ſectione ab Apollonio conſcriptis, qui iniuria temporum ad manus noſtras non peruenerunt.*



Nos igitur quo pacto illud fieri poſſit, demonſtrare aggrediemur. Maneant eadem, quæ dicta ſunt, & a puncto E ipſi D C parallela ducatur E H, vt cum A C producta in H conueniat, &
44.primi *rurſus producta D C fiat C K æqualis ipſi C H, atque ad rectam lineam C K applicetur parallelogrammum C K, L M duplo parallelogrammi A D æquale. deinde ſecetur K L bifariam in N ducatur N X parallela K Q, completoque parallelogrammo C D, O M, rurſus ad rectam lineam*
29. ſexti. *C M applicetur parallelogrammum æquale parallelogrammo C D, O M exeedens figura quadrata, quod ſit C G, P R, poſtremo iuncta E G ad F producatur. Dico iam factum eſſe, quod proponebatur, videlicet triangulum F C G parallelogrammo A D æquale eſſe. Quoniam enim parallelogrammum C P æquale eſt parallelogrammo C O, ablato communi parallelogrammo C S erit reliquum parallelogrammum G O æquale quadrato M P. ergo vt C M ad M S, hoc eſt ad C G, ita M S ad S O, hoc eſt C G ad G D. vt autem C G ad G D ob ſimilitudinem triangulorum F C G, E D G, ita F C ad D E, hoc eſt ad C H. vt igitur M C ad C G, ita F C ad C H. ideoq; parallelogrammum F C O eſt æquale parallelogrammo M X, quod ſcilicet continetur M C & C K,*
7. ſecũdi. *hoc eſt C H, & eorum dimidia ſunt æqualia. Sed triangulum F C G parallelogrammi F C G dimidium eſt: & parallelogrammum C N dimidium parallelogrammi M K, ac propterea æquale parallelogrammo A D, triangulum igitur F C G parallelogrammo A D eſt æquale. quod ipſum facere oportebat.*

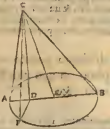
IN PRIMVM LIBRVM CONICORVM.

THEOREMA CLII. PROPOSITIO CLXV. LEM. I.

Sit conus, cuius baſis circulus A B, & vertex punctum C. Si igitur æquicruris eſt conus, manifeſto conſtat rectas lineas omnes, quæ ab ipſo C ad A B circuli circumferentiam ducuntur, inter ſe æquales eſſe; ſi vero ſcalenus eſt, oportet inuenire quæ maxima ſit, & quæ minima.

Ducatur a puncto C ad planum circuli A B recta linea perpendicularis, quæ primum cadat intra circulum, ſitque C D, & ſumatur centrum eius, quod ſit E, & iuncta D E producatur in vtramque partem ad puncta A B: deinde A C, C B iungantur. Dico rectam lineam B C maximam eſſe, A C minimam omnium, quæ a puncto C ad circulum A B pertinent. Ducatur enim alia quædam recta linea C F, & F D iungatur, maior igitur eſt B D, quam D F, communis autem C D, & anguli, qui ad D recti. ergo maior eſt B C, quam C F. eodem modo & C F maior oſtendetur, quam C A. ex quibus apparet rectam lineam C B omnium maximam eſſe, A C vero minimam.

7.tertij. 47.primi.

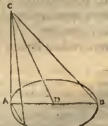


THEOREMA CLIII. PROPOSITIO CLXVI. LEM. II.

Rurſus a puncto C perpendicularis ducta cadet in ipſam A B circuli circumferentiam, quæ ſit C A, & cum circuli centro D copulata A D producatur in B, & B C iungatur. Dico B C maximam eſſe, & A C minimam.

Ipſam igitur C B maiorem eſſe, quam C A, perſpicuum eſt. ducatur autem alia quædam C E, & A E iungatur. Itaque quoniam A B diameter eſt, neceſſario maior erit, quam A E: & continet A C cum ipſis A B, A E angulum rectum. ergo B C. quam C E maior erit, & ſimiliter maior, quam ceteræ omnes. Eodem modo, & E C maior oſtendetur, quam C A. quare ſequitur vt B C maxima ſit, A C vero minima omnium, quæ ab ipſo C ad circulum A B pertinent.

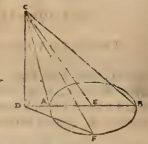
19.primi. 15.tertij.



THEOREMA CLIV. PROPOSITIO CLXVII. LEM. III.

Iiſdem poſitis cadat perpendicularis C D extra circulum, & ad E circuli centrum ducta D E producatur, iunganturq; A C, B C. Dico B C maximam, & A C minimam eſſe omnium, quæ a puncto C ad A B circulum perducuntur.

Conſtat



Conſtat namque B C maiorem eſſe ipſa C A. Sed & maior erit omnibus, quæ ab ipſo C in circumferentiam circuli A B cadunt. Ducatur enim alia quædam recta linea C F, & D F iungatur. Cum igitur B D per centrum tranſeat, maior eſt autem, quam D F. eſt autem C D perpendicularis ad rectas lineas D B, D F, quoniam & ad ipſum planum. ergo maior erat B C, quam C F: & ſimiliter maior, quam aliæ omnes. perſpicuum eſt igitur ipſam C B maximam eſſe. At vero A C minimam hoc modo oſtendemus. Quoniam enim minor eſt A D, quam D F, atque eſt ad ipſas perpendicularis D C, minor erit A C, quam C F, & ita minor, quam aliæ rectæ. igitur linea A C minima eſt, & B C maxima omnium, quæ a puncto C ad A B circuli circumferentiam perducuntur.

Si ab aliquo puncto ad circumferentiam circuli, qui non ſit in eodem plano, in quo punctum, coniuncta recta linea in vtramque partem producatur, &c.

Conuenienter Apollonius addidit in vtramque partem producatur, cum vniuſcuiuſque coni ortum tradat. Si enim æquicruris ſit conus, fruſtra produceretur, quod recta linea, quæ conuertitur, circumferentiam circuli perpetuo contingit, quippe cum ab ea punctum manens ſemper æquali diſtet interuallo. Sed quoniam poteſt, & ſcalenus eſſe conus, in quo vt iam demonſtratum eſt, & maximum, & minimum latus inuenitur, neceſſario illud appoſuit, vt quæ minima eſt recta linea vſque adeo augeri intelligatur, quoad fiat maximæ æqualis, ac propterea circuli circumferentiam perpetuo contingat.

LEM. IV.

THEOREMA CLV. PROPOSITIO CLXVIII.

Sit linea A B C, & poſitione data A C. Omnes autem, quæ ab ipſa A B C ad A C perpendiculares ducuntur, ita ſe habeant, vt quadratum vniuſcuiuſque ipſarum æquale ſit rectangulo baſis partibus, quæ ab ipſa ſecantur, contento. Dico A B C circuli circumferentiam eſſe, & eius diametrum rectam lineam A C.



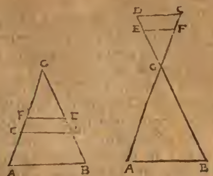
Ducantur enim à punctis D B E perpendiculares D F, B G, E H. ergo quadratum ex D F æquale eſt rectangulo A F C, & quadratum ex B G rectangulo A G C, quadratum vero ex E H rectangulo A H C eſt æquale. ſecetur A C bifariam in K, & D K, K B, K E iungantur. Itaque quoniam A F C rectangulum vna cum quadrato ex F K eſt æquale quadrato ex A K, & ipſi A F C æquale eſt quadratum ex D F; erit quadratum ex D F vna cum quadrato ex F K, hoc eſt quadratum ex D K æquale ei, quod ex A K quadrato. ergo recta linea A K ipſi K D eſt æqualis. Similiter oſtendemus, & vnamquamque ipſarum B K, E K ipſi A K vel K C æqualem eſſe. quare A B C circuli circumferentia eſt circa centrum K; hoc eſt circa diametrum A C.

THEOREMA CLVI. PROPOSITIO CLXIX.

LEM. V.

Sint tres rectæ lineæ parallelæ AB, CD, EF, & in ipſas ducantur duæ rectæ AGFC, BGED. Dico vt rectangulum, quod fit ex AB, & EF ad quadratum ex CD, ita eſſe rectangulum AGF ad quadratum ex GC.

Quoniam enim vt recta linea AB ad FE hoc eſt vt rectangulum ex AB & FE ad quadratum ex EF, ita recta linea AG ad ipſam GF, hoc eſt rectangulum AGF ad quadratum ex FG. erit vt rectangulum ex AB, & FE ad quadratum ex EF, ita rectangulum AGF ad quadratum ex FG, ſed vt quadratum ex EF ad quadratum ex CD ita quadratum ex FG ad quadratum ex GC. ex æquali igitur vt rectangulum ex AB, & FE ad quadratum ex CD, ita rectangulum AGF ad quadratum ex GC. lemm. in 23. decimi. 4. ſexti.



THEOREMA CLVII. PROPOSITIO CLXX.

LEM. VI.

Sit vt AB ad BC, ita AD ad DC, & ſecetur AC bifariam in puncto E. Dico rectangulum BED quadrato ex EC æquale eſſe: itemque rectangulum ADC æquale rectangulo BDE, & rectangulum ABC rectangulo EBD.



A Quoniam enim vt AB ad BC, ita eſt AD ad DC, erit componendo, ſumptiſque antecedentium dimidijs, & per conuerſionem rationis, vt EB ad BC, ita CE ad ED. rectangulum igitur BED æquale eſt quadrato ex CE. 17. ſexti. commune auferatur quadratum, ſcilicet ex ED. ergo quod reliquitur rectangulum ADC rectangulo BDE eſt æquale. B Rurſus quoniam rectangulum BED æquale eſt quadrato ex CB, vtraque auferantur a quadrato ex BE. C reliquum igitur rectangulum ABC rectangulo EBD æquale erit. quæ omnia demonſtrare oporteat.

COMMENTARIVS.

A Erit componendo, ſumptiſque antecedentium dimidijs, & per conuerſionem rationis vt EB ad BC, ita CE ad ED] *Quoniam enim vt AB ad BC, ita AD ad DC, erit componendo vt AB, BC ad CB; ita AC ad CD, & antecedentium dimidia vt EB ad BC, ita EC ad CD; eſt enim AE ipſius AC dimidia, quare per conuerſionem rationis vt EB ad EC, ita CB ad ED.*

B Commune auferatur quadratum ſcilicet ex ED] *Eſt enim quadratum ex CE æquale rectangulo ADC vna cum quadrato ex ED. & rectangulum BED æquale rectangulo BDE vna cum quadrato ex ED.* 6. ſecũdi. *quare ſublato communi, relinquitur rectangulum ADC rectangulo BDE æquale.*

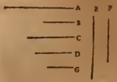
C Rurſus quoniam rectangulum BED æquale eſt quadrato ex EC, vtraque auferantur a quadrato ex BE] *Nam cum ſecetur AC bifariam in E, atque ipſi adyciatur CB, rectangulum ABC, vna cum quadrato ex CE æquale eſt quadrato ex EB. rurſus quadrato ex EB æqualia ſunt vtraque rectangula EBD, BED. ſi igitur a quadrato ex EB æquali auferantur, videlicet rectangulum BED & quadratum ex CB, relinquitur rectangulum ABC rectangulo EBD æquale eſſe.*

THEO-

LEM. VII.

THEOREMA CLVIII. PROPOSITIO CLXXI.

Habeat A ad B proportionem compoſitam ex proportione C ad D & ex proportione E ad F. Dico C ad D proportionem compoſitam habere ex proportione A ad B, & proportione F ad E.

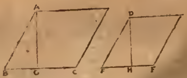


Fiat enim proportio D ad G eadem, quæ eſt B ad F. & quoniam proportio A ad B compoſita eſt ex proportione C ad D, & proportione B ad F, hoc eſt D ad G; proportio autem compoſita ex proportione C ad D, & D ad G eſt eadem, quæ C ad G: erit vt A ad B, ita C ad G. Rurſus quoniam C ad D proportionem habet compoſitam ex proportione C ad G, & proportione C ad D; ſed proportio C ad G demonſtrata eſt eadem quæ A ad B, & conuertendo proportio G ad D eadem eſt, quæ F ad E: habebit C ad D proportionem compoſitam ex proportione A ad B, & proportione F ad E.

LEM. VIII.

THEOREMA CLIX. PROPOSITIO CLXXII.

Sint duo parallelogramma AC, DF æquiangula, quorum angulus B ſit æqualis angulo E. Dico vt rectangulum ABC ad rectangulum DEF, ita eſſe parallelogrammum AC ad DF parallelogrammum.



Si enim anguli BB recti ſint, illud perſpicue conſtat, ſin minus, demittantur perpendiculares AG, DH, & quoniam angulus B æqualis eſt angulo E, & angulus ad G rectus æqualis recto ad H; erit triangulum ABG triangulo DEH æquiangulum. quare vt BA ad AG, ita ED ad DH. ſed vt BA ad AG, ita rectangulum ABC ad rectangu-
4. primi lum, quod AG, BC continetur, & vt ED ad DH, ita DEF rectangulum ad rectangulum contentum DH, EF. ergo permutando vt rectangulum ABC ad rectangulum DEF, ita rectangulum quod continetur AG, BC, hoc eſt parallelogrammum AC ad rectan-
36. primi gulum contentum DH, EF, hoc eſt ad parallelogrammum DF.

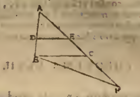
LEM. IX.

THEOREMA CLX. PROPOSITIO CLXXIII.

Sit triangulum ABC, ſitque BC parallela ipſi DE: & quadratum, quod fit ex CA æquale ſit rectangulo FAE. Dico iam ſi iungantur DC, BF rectam lineam BF ipſi DC parallelam eſſe.

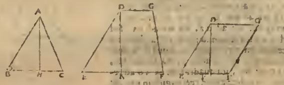
Hoc ve-

Hoc vero manifeſte patet. Quoniam enim vt FA ad AC, ita eſt CA ad AF; & vt CA ad AB, ita BA ad AD: erit vt FA ad AC, ita BA ad AD. ergo DC, BF inter ſe parallelæ ſunt. 17 ſexti



THEOREMA CLXI. PROPOSITIO CLXXIV. LEM. X.

Sit triangulum ABC, trapezium vero DEFG, ita vt ABC angulus angulo DEF ſit æqualis. Dico vt triangulum ABC ad rectangulum, quod continetur vtraque ipſarum KG, EF, & DE, ſic eſſe triangulum ABC ad trapezium DEFG.



Ducatur enim perpendiculares AH, DK. & quoniam angulus ABC æqualis eſt angulo DBF, & qui eſt ad H rectus æqualis recto ad K; erit vt BA ad AH, ita BD ad DK. ſed vt BA ad AH, ita rectangulum ABG ad id, quod continetur AH, BC, & vt BD ad DK, ita rectangulum, quod continetur DG, BF, & DB ad contentum vtraque DG, BF & DK. eſt autem triangulum ABC dimidium rectanguli contenti AH, BC; & trapezium DBFG dimidium eius quod continetur vtraque DO, EF & DK. ergo vt rectangulum ABC ad rectangulum contentum vtraque DG, BF, & DB. ita eſt triangulum ABC ad DBFG trapezium, quod ſi ABC triangulum ſit, & BF parallelogrammum, eadem ratione fiet, vt ABC triangulum ad DF parallelogrammum, ita eſſe rectangulum ABC ad duplum rectanguli DBF. 4 ſexti A B

Ex quibus conſtat, rectangulum ABC ſi quidem DF parallelogrammum ſit, æquale eſſe duplo rectanguli DBF; ſi vero ſit trapezium æquale ei, quod vtraque DG, BF & ipſa DA continetur. C

COMMENTARIVS.

Eſt autem triangulum ABC dimidium rectanguli contenti AH, BC, & trapezium DEFO dimidium eius, quod vtraque DO, BF & DK continetur] *Iuncta enim* DF *erit triangulum* BDF *dimidium rectanguli contenti* BF *&* DK, *&* *triangulum* DFG *itidem dimidium eius, quod continetur* DG, *&* DK. *ergo totum trapezium* DBFG *dimidium eſt rectanguli, quod vtraque* EF, DG, *&* *ipſa* DK *continetur.* A

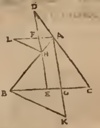
Ergo vt rectangulum ABC ad rectangulum contentum vtraque DG, BF, & DB, ita eſt triangulum ABC ad DBFG trapezium] *Ex antedictis enim colligitur, vt rectangulum* ABC *ad rectangulum ex* AH, *&* BC, *ita eſſe rectangulum ex* DG, EB, *&* DB *ad rectangulum* DG, BF, *&* DK; *quare permutando vt rectangulum* ABC *ad rectangulum ex* DG, BF *&* DB, *ita rectangulum ex* AH, *&* BC *ad rectangulum ex* DG, BF, *&* DK; *&* *ita eorum dimidia, hoc eſt triangulum* ABC *ad trapezium* DBFG. B

C Ex quibus conſtat rectangulum ABC, ſi quidem DF parallelogrammum ſit] *Sequitur hoc quadrato triangulum* ABE *parallelogrammo, vel trapezio* DEFG *ſit æquale, quod etiam ab Eutocio demonſtratur in commentarijs in 49. primi libri Apollonij. quare verſimile eſt in Pappi verbis hoc loco nonnulla deſiderari.*

LEM. XI.

THEOREMA CLXII. PROPOSITIO CLXXV.

Sit triangulum ABC, & producta CA ad D ducatur, vt contingit recta linea DHE, cui quidem parallela ducatur AG; ipſi vero BC parallela AF. Dico vt quadratum ex AG ad rectangulum BGC, ita eſſe rectangulum DFH ad quadratum ex FA.



A Ponatur rectangulo BGC æquale rectangulum AGK, & rectangulo DFH æquale
B rectangulum AFL, & iungantur BK, HL. Quoniam igitur angulus ad C æqualis eſt angulo BKG, & angulus DAL in circulo æqualis angulo FHL;
C erit & angulus GKB angulo FHL æqualis. ergo
D vt BO ad GK, ita LF ad FH. eſt autem vt AG ad GB, ita HE ad EB, & vt HE ad EB, ita HF ad FA. vt igitur AG ad GB, ita HF ad FA. ſed vt BG ad GK, ita alia quæpiam recta linea LF ad antecedentem FH. quare ex æquali in perturbata analogia vt AG ad OK, ita LF ad FA, vt vero AG ad GK, ita quadratum ex AG ad rectangulum AGK, hoc eſt ad rectangulum BGC, &
lemm. in 3. decimi. vt LF ad FA, ita rectangulum LFA, hoc eſt DFH ad quadratum ex FA. ergo vt quadratum ex AG ad rectangulum BGC, ita rectangulum DFH ad quadratum ex FA. Sed licet illud idem etiam per compoſitionem proportionem demonſtrare. Quoniam enim proportio AG ad GB eſt eadem, quæ HF ad FE, hoc eſt HF ad FA; proportio autem AG ad GC eadem, quæ DE ad EC, hoc eſt DF ad FA: erit proportio compoſita ex proportione AG ad GB & ex proportione AG ad GC, quæ quidem eſt quadrati ex AG ad rectangulum BGC, eadem, quæ componitur ex proportione HF ad FA & ex proportione DF ad FA, hæc autem eſt proportio rectanguli DFH ad quadratum ex FA.

COMMENTARIVS.

A Ponatur rectangulo BGC æquale rectangulum AGK, & rectangulo DFH æquale rectangulum AFL] *Græcus codex* κείσθω τῷ μὲν ὑπὸ βκγ ἴσον τὸ ὑπὸ αζδ *ſed legendum vt puto.* κείσθω τῷ μὲν ὑπὸ βηγ ἴσον τὸ ὑπὸ αηκ, τῷ δὲ ὑπὸ δζθ ἴσον τὸ ὑπὸ αζλ. *Illud vero ita intelligendum eſt, vt producatur* AG *ad* K, *& fiat rectangulum* AGK *rectangulo* BGC *æquale, & rurſus producta* AF *ad* L, *fiat rectangulum* AFL *æquale rectangulo* DFH.

B Quoniam igitur angulus ad C æqualis eſt angulo BKG, & angulus DAL in circulo æquali angulo FHL] *Ex 21. tertij elementorum ſunt enim puncta* ABKC *in circumferentia eiuſdem circuli, cum rectangulum* AGK *æquale ſit rectangulo* BGC *ex conuerſa 35. eiuſdem, & eadem ratione puncta* AD, LH *cadent in circumferentia alterius circuli.*

C Erit & angulus GKB angulo FHL æqualis] *Namque angulus ad* C *angulo* DAL *eſt*
29. primi *æqualis, quod* EC FA *parallelæ ſint.*

D Ergo vt BG ad GK, ita LF ad FH] *Sequitur enim ex iam dictis triangulum* LFH *triangulo* BGK *ſimile eſſe, quoniam angulus ad* K *angulo* FHL *eſt æqualis; vt demonſtratum fuit; & angulus* GFH *æqualis angulo* LAG, *hoc eſt ipſi* BGK. *ergo & reliquus reliquo æqualis erit.*

Hæc

Hæc autem eſt proportio rectanguli DFH ad ad quadratum ex FA] *Ex quibus fit* E
vt rectangulum DFH *ad quadratum ex* FA *eandem habeat proportionem, quam quadratum ex* AG *ad rectangulum* BGC*, quod quidem demonſtrare oportebat.*

IN SECVNDVM CONICORVM.

PROBLEMA XIII. PROPOSITIO CLXXVI. LEM. I.

Datis duobus rectis lineis AB, BC, data recta DE, in ipſas AB, BC coaptare rectam lineam, ipſi DE æqualem parallelam.

Hoc autem manifeſtum eſt, nam ſi per A ducatur EC parallela AB, & per C ipſi DE parallela ducatur CA; erit AC, ED parallelogrammum, & propterea AC ipſi DE, & æqualis, & parallela, quæ quidem in datas rectas lineas AB, BC coaptata erit. 34. primi.



THEOREMA CLXIII. PROPOSITIO CLXXVII. LEM. II.

Sint duo triangula ABC, DEF; ſitque vt AB ad BC, ita DE ad EF: & AB quidem ſit parallela DE; BC vero ipſi EF. Dico & AC ipſi DF parallelam eſſe.

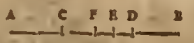
Producatur enim BC, & conueniat cum DE, DF in punctis GH. eſt igitur angulus B æqualis angulo G, hoc eſt ipſi E propterea quod duæ rectæ lineæ AB BC duabus DE, EF parallelæ ſunt. Itaque quoniam vt AB ad BC, ita eſt DE ad EF, & anguli ad BE ſunt æquales; erit angulus C æqualis angulo F, hoc eſt angulo H. ergo recta linea AC ipſi DH eſt parallela.



THEOREMA CLXIV. PROPOSITIO CLXXVIII. LEM. III.

Sit recta linea AB, & æquales ſint AC, DB, & inter CD ſumatur quoduis punctum E. Dico rectangulum ADB vna cum rectangulo CED æquale eſſe rectangulo AEB.

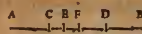
Secetur enim CD bifariam in F, quomodocumque ſe habeat ad E punctum, & quoniam rectangulum ADB vna cum quadrato ex FD æquale eſt quadrato ex FB; quadrato autem ex FD rectangulum CED vna cum quadrato ex FE eſt æquale, & quadrato ex FB æquale rectangulum AEB vna cum quadrato ex FE: erit rectangulum ADB vna cum rectangulo CED, & quadrato ex FE, & æquale rectangulo AEB, & ei quod fit ex FE quadrato. commune auferatur quadratum ex FE. reliquum igitur ADB rectangulum vna cum rectangulo CED æquale eſt rectangulo AEB.



LEM. IV.

THEOREMA CLXV. PROPOSITIO CLXXIX.

Sit recta linea A B, & æquales ſint A C, D B; & inter C D quoduis punctum E ſumatur. Dico rectangulum A E B æquale eſſe rectangulo C E D, & rectangulo D A C.

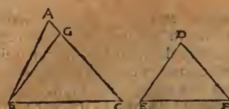


Secetur enim C D in F bifariam, quomodocumque ſe habeat ad punctum E. quare tota A F ipſi F B eſt çqualis. rectangulum igitur A E B vna cum quadrato ex E F æquale eſt quadrato ex F A. Sed rectangulum D A C vna cum quadrato ex C F, quadrato ex F A eſt æquale, ergo rectangulum A E B vna cum quadrato ex E F æquale eſt rectangulo D A C, & ex C F quadrato. quadratum autem ex C F eſt æquaie rectangulo C E D & & quadrato ex E F. quare ſublato communi, nempe quadrato ex E F, erit quod relinquitur rectangulum A E B æquale rectangulo C E D, & rectangulo D A C.

LEM. V.

THEOREMA CLXVI. PROPOSITIO CLXXX.

Sint duo triangula A B C, D E F, & ſit angulus quidem C æqualis angulo F, angulus vero B angulo E maior. Dico rectam lineam B C ad C A minorem proportionem habere, quàm E F ad F D.

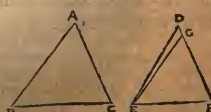


Conſtituatur enim angulus C B G æqualis angulo E, & angulus C eſt æqualis angulo F. ergo vt B C, & C G, ita E F ad F D. Sed B C ad C A minorem proportionem habet, quam B C ad C G. quare & B C ad C A minorem habebit proportionem, quam E F ad F D.

LEM. VI.

THEOREMA CLXVII. PROPOSITIO CLXXXI.

Habeat rurſus B C ad C A maiorem proportionem, quam E F ad F D: & ſit angulus C æqualis angulo F. Dico angulum B angulo E minorem eſſe.



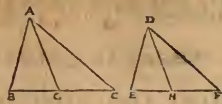
Quoniam enim B C ad C A minorem proportionem habet, quam E F ad F D, ſi fiat vt B C ad C A, ita E F ad aliam quandam; erit ea minor, qnam F D. Itaque ſit F G, & A G iungatur. Cum igitur circa equales águlos latera proportionalia ſint, angulus B eſt æqualis angulo F E G, & propterea angulo E minor erit.

THEO-

THEOREMA CLXVIII. PROPOSITIO CLXXXII.

LEM. VII.

Sint triangula ſimilia ABC, DEF, & ducantur AG, DH, ita vt ſit rectangulum BCG ad quadratum ex CA, ſicut rectangulum EFH ad quadratum ex FD. Dico triangulum AGC triangulo DHF ſimile eſſe.

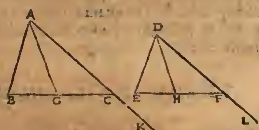


Quoniam enim eſt, vt rectangulum BCG ad quadratum ex CA, ita rectangulum EFH ad quadratum ex FD, & proportio rectanguli BCG ad quadratum ex CA compoſita eſt ex proportione BC ad CA, & proportione GC ad CA; proportio autem rectanguli EFH ad quadratum ex FD componitur ex proportione EF ad FD, & proportione HF ad FD, quarum quidem proportio BC ad CA eadem eſt, quæ EF ad FD propter ſimilitudinem triangulorum; erit reliqua GC ad CA eadem, quæ HF ad FD. & ſunt circa æquales angulos latera proportionalia. ergo triangulum ACG triangulo DFH ſimile erit. Hoc igitur ex compoſita proportione in eum, quem diximus, modum demonſtratur. Sed licet etiam aliter demonſtrare abſque compoſita proportione.

THEOREMA CLXIX. PROPOSITIO CLXXXIII.

LEM. VI.

A L I T E R.



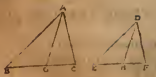
Ponatur enim rectangulo BCG æquale rectangulum ACK. ergo vt BC ad CK, ita AC ad CG. Rurſus ponatur rectangulo EFH æquale rectangulum DFL, erit vt EF ad FL, ita DF ad FH. Sed poſitum eſt vt rectangulum BCG, hoc eſt rectangulum ACK ad quadratum ex AC, videlicet vt AK ad CK, ita rectangulum EFH, hoc eſt DFL ad quadratum ex DF, videlicet vt DF ad FL. Vt autem BC ad CA, ita EF ad FD ob ſimilitudinem triangulorum. ergo vt BC ad CK, ita EF ad FL. Sed vt BC ad CK, ita AC ad CG, quod demonſtratum eſt. itemque vt EF ad FL, ita DF ad FH. quare vt AC ad CG, ita erit DF ad FH. & ſunt cica æquales angulos. triangulum igitur ACG ſimile eſt triangulo DFH, & eadem ratione triangulum AGB triangulo DHE, quod & ABC triangulum ipſi DEF ſimile ſit. lemm. in 11. decimi.

THEOREMA CLXX. PROPOSITIO CLXXXIV.

Sit triangulum quidem ABC ſimile triangulo DEF, triangulum vero ABG ipſi DEH ſimile. Dico vt rectangulum BCG ad quadratum ex CA, ita eſſe rectangulum EFH ad quadratum ex FD.

Quoniam

Quoniam enim propter ſimilitudinem triangulorum totus angulus A toti D eſt æqualis; angulus autem BAG æqualis eſt angulo EDH: erit reliquus CAG reliquo HDF æqualis. Sed & angulus C eſt æqualis angulo F. eſt igitur vt GC ad CA, ita HF ad FD. vt autem BC ad CA, ita EF ad FD. ergo & proportio compoſita compoſitæ proportioni eadem erit. idcircoque vt rectangulum BCG ad quadratum ex CA, ita rectangulum EFH ad quadratum ex FD.

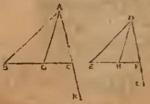


LEM. X.

THEOREMA CLXXI PROPOSITIO CLXXXV.

ALITER ABSQVE COMPOSITA PROPORTIONE.

Ponatur rectangulo BCG æquale rectangulum ACK, & rectangulo EFH æquale rectangulum DFL; erit rurſus vt BC ad CK, ita AC ad CG. Vt autem EF ad FL, ita DF ad FH, & eadem ratione, qua ſupra demonſtrabimus vt AC ad CG, ita eſſe DF ad FH. ergo vt BE ad CK, ita EF ad FL. Sed vt BC ad CA, ita EF ad FD ob triangulorum ſimilitudinem. ex æquali igitur vt KC ad CA hoc eſt vt rectangulum KCA, hoc eſt rectangulum BCG ad quadratum ex CA, ita LF ad FD, hoc eſt rectangulum LFD, hoc eſt rectangulum EFH ad quadratum ex FD. quod demonſtrare oportebat. Similiter demonſtrabimus, ſi vt rectangulum BCG ad quadratum ex AC, ita fuerit rectangulum EFH ad quadratum ex FD, & triangulum ABC ſimile triangulo DEF; & triangulum ABG triangulo DEH ſimile eſſe.

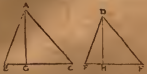


LEM. XI.

THEOREMA CLXXII. PROPOSITIO CLXXXVI.

Sint duo triangula ſimilia ABC, DEF, & ducantur perpendiculares AG, DH. Dico vt rectangulum BGC ad quadratum ex AG, ita eſſe rectangulum EHF ad quadratum ex DH.

Hoc autem ex iis, quæ ſuperius dicta ſunt perſpicuè conſtat.



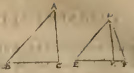
LEM. XII.

THEOREMA CLXXIII PROPOSITIO CLXXXVII.

Sit angulus quidem B æqualis angulo E, angulus vero A angulo D minor. Dico CB ad BA minorem proportionem habere, quam FE ad ED.

Quoniam

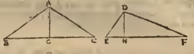
Quoniam enim angulus A minor eſt angulo D conſtituatur angulo A ęqualis angulus BDG. eſt igitur vt CB ad BA, ita GB ad BD. Sed GB ad BD minorem habet proportionem, quam FB ad BD. ergo & CB ad BA minorem proportionem habebit, quam FB ad BD. Similiter, & omnia alia huiuſmodi oſtendemus.



THEOREMA CLXXIV. PROPOSITIO CLXXXVIII.

LEM. XIII.

Sit vt rectangulum BGC ad quadratum ex AG, ita rectangulum EHF ad quadratum ex DH: & ſit BG quidem æqualis GC, CG vero ad GA minorem proportionem habeat, quam FH ad HD. Dico FH maiorem eſſe ipſa HE.



Quoniam enim quadratum ex CG ad quadratum ex GA minorem proportionem habet quam quadratum ex FH ad quadratum ex HD, quadratum autem ex CG æquale eſt rectangulo BGC, habebit BGC rectangulum ad quadratum ex AG minorem proportionem, quam quadratum ex FH ad quadratum ex HD. Sed vt BGC rectangulum ad quadratum ex AG ita poſitum eſt rectangulum BHF ad quadratum ex HD. ergo rectangulum EHF ad quadratum ex HD minorem proportionem habet, quam quadratum ex FH ad quadratum ex HD, maior igitur eſt quadratum ex FH rectangulo BHF. quare, & recta linea FH ipſi HE maior erit.

IN TERTIVM LIBRVM CONICORVM.

THEOREMA CLXXV. PROPOSITIO CLXXXIX.

LEM. I.

Sit deſcripta figura ABCDEFG, & ſit BG æqualis GC. Dico EF ipſi BC parallelam eſſe.



Ducatur enim per A recta linea HK parallela BC, & BF, CE ad puncta KH producatur. Itaque quoniam BG eſt æqualis GC, erit & HA ipſi AK æqualis. ergo vt BC ad HA, hoc eſt vt BE ad EA, ita BC ad KA, hoc eſt CF ad FA. quare EF ipſi BC eſt parallela.

A

B

COMMENTARIVS.

Erit & HA ipſi AK æqualis] *Ob ſimilitudinem triangulorum* BDG, KDA *itemque triangulorum* CDG, HDA. *eſt enim vt* BG *ad* GD, *ita* KA *ad* AD, *&* *vt* DG *ad* GC, *ita* DA *ad* AH. *ex æquali igitur vt* BG *ad* GC, *ita* KA *ad* AH. *Sed* BG *eſt æqualis* GC. *ergo &* KA *ipſi* AH *æqualis erit.* A

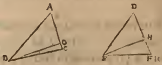
Ergo vt BC ad HA, hoc eſt vt BE ad EA, ita BC ad KA, hoc eſt CF ad FA.] *Sunt enim triangula ſimilia* BEC AEH, *&* *triangula* BFC, KFA *itidem ſimilia.* B

THEO-

LEM. II.

THEOREMA CLXXVI. PROPOSITIO CXC.

Sint duo triangula ABC, DEF, quæ angulos AD æquales habeant, & ſit rectangulum BAC æquale rectangulo EDF. Dico triangulum triangulo æquale eſſe.



Ductis enim perpendicularibus BG, EH. erit vt GB ad BA, ita HE ad ED. A ergo vt rectangulum ex BG & AC ad rectangulum BAC, ita rectangulum ex EH & DF ad rectangulum EDF. & permutando vt rectangulum ex BG & AC ad rectangulum ex EH & DF, ita rectangulum BAC ad rectangulum EDF. eſt autem rectangulum BAC rectangulo EDF æquale. ergo & rectangulum ex BG, & AC eſt æquale rectangulo ex EH & DF. Sed rectanguli ex BG & AC dimidium eſt ABC triangulum. & rectanguli ex EH, & DF dimidium eſt triangulum DEF. triangulum igitur ABC triangulo DEF æquale erit. perſpicuum autem eſt, & parallelogramma ipſorum dupla inter ſe æqualia eſſe.

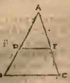
COMMENTARIVS.

A Ergo vt rectangulum ex BG & AC ad rectangulum BAC. ita rectangulum ex EH & DF ad rectangulum EDF] *Ex prima ſexti eſt enim rectangulum ex* BG *&* AC *ad rectangulum* BAC, *vt* GB *ad* BA, *quod eandem altitudinem habeant. videlicet rectam lineam* AC. *& ſimiliter rectangulum ex* EH *&* DF *ad rectangulum* EDF *vt* HE *ad* ED. *quare ex vndecima quinti ſequitur propoſitum.*

LEM. III.

THEOREMA CLXXVII. PROPOSITIO CXCI.

Sit triangulum ABC, & ſit DE ipſi BC parallela. Dico vt quadratum ex AB ad quadratum ex AD, ita eſſe triangulum ABC ad triangulum ADE.



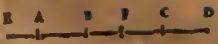
Quoniam enim triangulum ABC ſimile eſt triangulo ADE, habebit ABC triangulum ad triangulum ADE duplam proportionem eius, quam BA habet
19. ſexti. ad AD. ſed & quadratum ex AB ad quadratum ex
20. ſexti. AD duplam proportionem habet eius, quam habet
11. quinti BA ad AD. ergo vt quadratum ex AB ad quadratum ex AD, ita erit ABC triangulum ad triangulum ADE.

LEM. IV.

THEOREMA CLXXVIII. PROPOSITIO CXCII.

Sint rectæ lineæ AB, CD inter ſe æquales, & ſumatur quoduis punctum E. Dico rectangulum CEB ſuperare rectangulum CAB rectangulo DEA.

Secetur enim BE bifariam in F. ergo punctum F ipſam quoque AD bifariam ſecat, & quoniam rectangulum CEB vna cum quadrato ex BF æquale eſt quadrato ex FE; rectangulum autem DEA vna cum quadrato



ex AF æquale eſt quadrato ex FE; atq; eſt quadratum ex AF æquale rectangulo CAB vna cum quadrato ex BF: commune auferatur quadratum ex BF. reliquam igitur rectangulum CEB æquale eſt rectangulo CAB vna cum rectangulo DEA quare CEB rectangulum ſuperat rectangulum CAB ipſo DEA rectangulo, quod demonſtrare oportebat. A

COMMENTARIVS.

Commune auferatur quadratum ex BF] *Sequitur enim ex iam dictis rectangulum* CEB *vna cum quadrato ex* EF *æquale eſſe rectangulis* DEA, CAB *vna cum eo, quod ex* BF *quadrato.* A

THEOREMA CLXXIX. PROPOSITIO CXCIII. LEM. V.

Si vero punctum E ſit inter A & B rectangulum CEB minus eſt, quam rectangulum CAB eodem ipſo ſpatio, videlicet rectangulo DEA, quod ſimili ratione demonſtrabitur. A

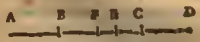


COMMENTARIVS.

Quod ſimili ratione demonſtrabitur] *Eſt enim rectangulum* CAB *vna cum quadrato ex* BF *æquale quadrato ex* FA, *& rectangulum* DEA *vna cum quadrato ex* BF *æquale eſt quadrato ex* FA: *quadratum vero ex* BF *eſt æquale rectangulo* CEB *vna cum quadrato ex* EF. *ergo rectangulum* CAB *vna cum quadrato ex* BF *æquale eſt rectangulis* DEA, CEB *vna cum quadrato ex* EF *& dempto communi quadrato ex* BF, *relinquitur rectangulum* CAB *æquale rectangulis* DEA, CEB. *rectangulum igitur* CEB *minus eſt, quam rectangulum* CAB, *rectangulo* DEA. A

THEOREMA CLXXX. PROPOSITIO CXCIV. LEM. VI.

Quod ſi E punctum ſit inter B & C, eadem ratione rectangulum CEB minus eſt, quam rectangulum AED rectangulo ABD.



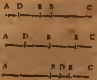
COMMENTARIVS.

Nam cum rectangulum AED *vna cum quadrato ex* EF *æquale ſit quadrato ex* FA *rectangulum vero* ABD *vna cum quadrato ex* BF *eidem quadrato ex* FA *ſit æquale, & quadratum ex* BF *æquale rectangulo* CBE *vna cum quadrato ex* EF; *dempto communi quadrato ex* EF, *ſequitur rectangulum* AED *æquale eſſe rectangulo* ABD *vna cum* CEB *rectangulo ergo* CEB *rectangulum minus eſt quam rectangulum* AED *rectangulo* ABD, *id quod demonſtrandum proponebatur.*

THEOREMA CLXXXI. PROPOSITIO CXCV.

LEM. VII.

Sit recta linea A B æqualis ipſi B C & duo puncta D E ſumantur. Dico quadratum ex A B quater ſumptum æquale eſſe rectangulo A D C bis, vna cum rectangulo A E C bis, & quadratis ex D B, B E bis ſumptis.

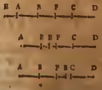


Hoc autem perſpicuum eſt. quadratum enim ex A B bis ſumptum propter bipartitas ſectiones æquale eſt rectangulo A D C bis, & quadrato ex D B bis: itemque quadratum ex A B bis eſt æquale rectangulo A E C bis, & bis ei, quod fit ex E B quadrato.

THEOREMA CLXXXII. PROPOSITIO CXCVI.

LEM. VIII.

Sit recta linea A B æqualis ipſi C D: & ſumatur punctum E. Dico quadrata ex A E, E D æqualia eſſe quadratis ex B E, E C, & rectangulo A C D bis ſumpto.



Secetur B C bifariam in F. & quoniam quadratum ex D F bis ſumptum æquale eſt rectangulo A C D bis, & bis quadrato ex C F; appoſito communi quadrato ex E F bis erit rectangulum A C D bis vna cum quadratis ex C F, F A bis, æquale quadratis ex D F, F E bis ſumptis. ſed quadratis ex D F, F E bis ſumptis æqualia ſunt quadrata ex A E, E D: quadratis autem ex C F, F E bis ſumpti æqualia ſunt ex B E, E C quadrata. quadrata igitur ex A E, E D æqualia ſunt quadratis ex B E, E C & rectangulo A C D bis ſumpto.

9. & 10. ſecundi.

THEOREMA CLXXXIII. PROPOSITIO CXCIII.

LEM. IX.

Sit rectangulum B A C vna cum quadrato ex C D æquale quadrato ex A D. Dico C D ipſi D B æqualem eſſe.



Commune enim auferatur quadratum ex C D. erit reliquum quod continetur A C, D B æquale rectangulo D C A. æqualis igitur eſt D C ipſi D B.

COMMENTARIVS

Hoc lemma eſt veluti conuerſum ſextæ propoſitionis ſecundi libri elementorum, in cuius demonſtratione cum nonnulla deſiderari videantur, nos planius, & apertius explicare tentabimus, hoc modo,

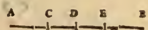
Commune

Commune auferantur quadratum ex CD. *erit reliquum rectangulum* BAC *æquale rectangulo* DAC *vna cum rectangulo* DCA. *eſt enim ex ſecunda propoſitione ſecundi elementorum quadratum ex* AD *æquale rectangulo* DAC *vna cum rectangulo* ADC, *hoc eſt vna cum rectangulo* DCA, *& quadrato ex* CD *per tertiam eiuſdem ſed per primam rectangulum* BAC *æquale eſt rectangulo* DAC *vna cum eo, quod* BD, *&* AC *continetur. quare rurſus ablato communi rectangulo* DAC *relinquitur rectangulum contentum* BD, *&* AC *æquale rectangulo* DCA *æqualis igitur eſt recta linea* CD *ipſi* DB.

THEOREMA CLXXXIV. PROPOSITIO CXCVIII.

LEM. X.

Sit rectangulum ACB vna cum quadrato ex CD æquale quadrato ex DB. Dico rectam lineam AD æqualem eſſe ipſi DB.



Ponatur ipſi CD æqualis DE. ergo rectangulum CBE vna cum quadrato ex DE, hoc quadrato ex CD æquale eſt quadrato ex DB, hoc eſt rectangulo ACB vna cum quadrato ex CD. quare rectangulum CBE eſt æquale rectangulo ACB, & propterea recta linea AC æqualis ipſi EB. Sed & CD æqualis ipſi DE. tota igitur AD toti DB eſt æqualis. A

COMMENTARIVS.

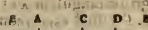
Hoc lemma conuerſum eſt quintæ propoſitionis ſecundi elementorum.

Quare rectangulum CBE eſt æquale rectangulo ACB] *Nempe ablato communi, videlicet quadrato ex* CD. A

THEOREMA CLXXXV. PROPOSITIO CXCIX

LEM. XI.

Sit rurſus rectangulum BAC vna cum quadrato ex DB æquale quadrato ex AD. Dico rectam lineam CD ipſi DB eſſe æqualem.



Ponatur enim ipſi DB æqualis AE. & quoniam rectangulum BAC vna cum quadrato ex DB, hoc eſt cum quadrato ex EA æquale eſt quadrato ex AD, commune auferatur rectangulum DAC. ergo reliquum, quod BD, & AC continetur, videlicet rectangulum BAC vna cum quadrato ex EA, quod eſt rectangulum CEA æquale eſt ipſi ADC rectangulo. quare recta linea EA, hoc eſt BD ipſi DC eſt æqualis. A B C

COMMENTARIVS

Commune auferatur rectangulum DAC] *Eſt enim rectangulum* BAC *æquale rectangulo* DAC *vna cum eo, quod* BD *&* AC *continetur. quadratum vero ex* AD *æquale eſt rectangulo* DAC *vna cum* ADC *rectangulo.* A

Quod eſt rectangulum CEA] *Ex tertia ſecundi elementorum.* B

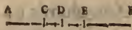
Quare recta linea EA, hoc eſt BD ipſi DC eſt æqualis] *Quoniam enim rectangulum* CEA *æquale eſt rectangulo* ADE, *erit vt* EC *ad* CD *ita* DA *ad* EB, *& componendo vt* ED *ad* DC, *ita* DE *ad* EA. *ergo* EA *ipſi* DC *eſt æqualis.* C

LEM. XII.

THEOREMA CLXXXVI. PROPOSITIO CC.

Sit recta linea AB, in qua ſumantur tria puncta CDE, ita vt BE ſit æqualis EC, & rectangulum AED, quadrato ex CE æquale. Dico vt BA ad AC, ita eſſe BD ad DC.

Quoniam enim rectangulum AED æquale eſt
A quadrato ex CE, erit vt AE ad EC, ita CE ad
B ED. quare per conuerſionem rationis, antecedentibuſque bis ſumptis, & diuidendo vt BA ad AC, ita erit BD ad DC.



COMMENTARIVS.

Hoc lemma, & quod ſequitur in Græcis codicibus corruptiſſima ſunt, quæ nos reſtituimus.

A Erit vt AE ad EC, ita CE ad ED] *Hæc nos addidimus perſpicuitatis cauſſa in Græco enim codice tantum legitur* ἀνάλογον.

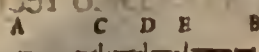
B Quare per conuerſionem rationis, antecedentibuſque bis ſumptis, & diuidendo vt BA ad AC ita erit BD ad DC] *Quoniam enim vt* AE *ad* EC, *ita* CE *ad* ED, *erit per conuerſionem rationis vt* EA *ad* AC, *ita* EC *ad* CD *& antecedentium dupla vt* BA, AC *ad* CA *ita* BC *ad* CD. *eſt enim* BC *ipſius* CE *dupla. ergo diuidendo vt* BA *ad* AC, *ita eſt* BD *ad* DC.

LEM. XIII.

THEOREMA CLXXXVII. PROPOSITIO CCI.

Sit rurſus rectangulum BCD æquale quadrato ex CE, & AC ipſi CE æqualis. Dico rectangulum ABE rectangulo CBD æquale eſſe.

Quoniam enim rectangulum BCD quadrato ex CE eſt æquale, erit BC ad CE, hoc eſt ad CA, ita
A erit CE, hoc eſt AC ad CD. & tota ad totam, & per conuerſionem rationis, & ſpacium ſpacio æquale. ergo rectangulum ABE æquale eſt CBD
B rectangulo. ſed illud etiam conſtat, rectangulum ſcilicet ADE ipſi BDC æquale eſſe. Si enim a quadrato CE, & a rectangulo BCD, auferatur commune quadratum ex CD, quæ relinquentur æqualia erunt.



COMMENTARIVS.

A Et tota ad totam, & per conuerſionem rationis, & ſpacium ſpacio æquale] *Quoniam enim eſt vt* BC *ad* CA *ita* AC *ad* CD, *erit componendo vt tota* BA AC, *hoc eſt ad totam* EC,
19. ſecũdi *ita pars* AD *ad partem* DC, *ergo reliqua* BD *ad reliquam* DE, *vt* BA *ad* AC: *& per conuer-*
16. ſexti. *ſionem rationis* DB *ad* BE, *vt* AB *ad* BC. *rectangulum igitur* ABE *rectangulo* CBA *eſt æquale.*

Sed hoc etiam aliter demonſtrare poſſumus. Nam cum recta linea AB *biſariam ſece-*
6. ſecũdi. *tur in* C, *atque ipſi additur* BE *erit rectangulum* ABE *vna cum quadrato ex* EC *æquale quadrato ex* CB. *ſed eidem quadrato ex* CB *æqualia ſunt vtraque rectangula* CBD, BCD. *rectangulum igitur* ABE *vna cum quadrato ex* EC *æquale eſt rectangulo* CBD *vna cum rectangulo*
2. ſecũd. BCD. *quare ablato quadrato ex* EC *ab altera parte, & ab altera rectangulo* BCD *quæ inter ſe æqualia ſunt, ſequitur rectangulum* ABE *rectangulo* CBD *æquale eſſe.*

B Sed illud etiam conſtat, rectangulum ſcilicet ADE ipſi BDC æquale eſſe] *Nam cum* AC *ſit æqualis* CE, *rectangulum* ADE *vna cum quadrato ex* CD *æquale eſt quadrato ex* CE.

ſed re-

ſed rectangulum BDC *vna cum quadrato ex* CD *eſt æquale rectangulo* ECD, *hoc eſt quadrato ex* CE. *quare ſublato communi quadrato ex* CD, *relinquitur rectangulum* ADE *rectangulo* BDC *æquale.* 5 ſecũdi. 3 16. ſexti.

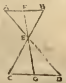
ALITER quoque idem demonſtrari poteſt, hoc pacto.

Quoniam vt tota BA ad BE, ita eſt pars AD ad DE, erit, & reliqua BD ad DE, vt AD ad DC; & propterea rectangulum ADE æquale eſt rectangulo BDE.

THEOREMA CLXXXVIII. PROPOSITIO CCII. LEM. XIV.

In duas parallelas AB, CD per idem punctum E tres rectæ lineæ AED BEC, FEG ducantur. Dico vt rectangulum AEB ad rectangulum AFB, ita eſſe rectangulum CED ad CGD rectangulum.

Hoc per compoſitam proportionem manifeſtum eſt. vt enim AE ad ED, ita eſt AF ad DG: & vt BE ad EC, ita FB ad GC, & componuntur ex his proportionibus ſpatia. Conſtat igitur propoſitum. A



Sed licet etiam aliter demonſtrare abſque compoſita proportione, hoc pacto.

Quoniam enim vt AE ad EB, ita eſt DE ad EC, erit rectangulum AEB ad quadratum ex EB, vt rectangulum DEC ad quadratum ex EC, vt autem quadratum ex EB ad quadratum ex BF, ita quadratum ex EC ad quadratum ex CG. quare ex æquali vt rectangulum AEB ad quadratum ex BF, ita rectangulum DEC ad quadratum ex CG. Sed vt quadratum ex BF ad rectangulum BFA, ita quadratum ex CG ad rectangulum CGD. ex æquali igitur vt rectangulum AEB ad rectangulum AFB, ita rectangulum CED ad rectangulum CGD.

COMMENTARIVS.

Hoc per compoſitam proportionem manifeſtum eſt] *Cum enim rectæ lineæ* AF, CD *interſe parallelæ ſint, erit* AEF *triangulum ſimile triangulo* DEG, *& triangulo* FEB *ſimile ipſi* GEC. *quare vt* EA *ad* AF, *ita* ED *ad* DG: *& vt* EB *ad* BF, *ita* EC *ad* CG. *proportio autem rectanguli* AEB *ad rectangulum* AFB *componitur ex proportione* EA *ad* AF, *& proportione* EB *ad* BF: *& proportio rectanguli* CED *ad rectangulum* CGD *componitur ex proportione* ED *ad* DG, *& proportione* EC *ad* CG. *quare cum proportiones, ex quibus componuntur, eadem ſint, ſequitur rectangulum* AEB *ad* AFB *rectangulum, ita eſſe, vt rectangulum* CED *ad rectangulum* CGD. A

IN QVINTVM LIBRVM CONICORVM LEMMATA.

THEOREMA CLXXXIX. PROPOSITIO CCIII. LEM. I.

Sit triangulum ABC, & ducatur perpendicularis AD. Dico ſi rectangulum BDC æquale ſit quadrato ex AD, angulum ad A rectum eſſe, ſi maius obtuſum, ſi vero minus acutum.

Sit pri-

tem eſt, quod fit ex AC quadratum. ergo & datum rectangulum EDG, & data eſt ED. quare & ipſa DG, & punctum G datur. Quoniam igitur poſitione datis duabus rectis G H
lineis in plano, ED, DG quæ ad rectos angulos interſe conſtituuntur; & a dato pun- K
cto D facta eſt ſectio hyperbole, cuius diameter quidem eſt ED, vertex autem D pun-
ctum & a ſectione ad diametrum ductæ in dato angulo ADB applicantur, & poſſunt L
ſpatia adiacentia ipſi DO, latitudinemque habentia, lineas ex diametro abſciſſas, quæ M
inter ipſas, & punctum D interijciuntur, & excedentia figura ſimili ei, quæ rectis li- N
neis EDO continetur; erit ipſa ſectio poſitione data.

Componetur autem problema in hunc modum.

Sint duæ rectæ lineæ AB, BC poſitione datæ, & datum punctum D, iunctaque DB
producatur ad E, vt ſit BE ipſi DB æqualis, & ducatur perpendicularis DF, ponatur- O
que ipſi BF æqualis FC; & iuncta CD ad A producatur. atque ipſi ED aptetur ad re-
ctos angulos DG, ita vt quadrato ex AC æquale ſit rectangulum EDG: & circa diame- P
trum DE hyperbole deſcribatur. vt in reſolutione ductum eſt. Dico eam problema
efficere. Quoniam enim BF eſt æqualis FC, erit & AD ipſi DC æqualis; ergo vtraque
ipſarum AD, DC poteſtate quarta pars eſt quadrati ex AC. hoc eſt rectanguli EDG, Q
hoc eſt figuræ quæ ad diametrum ED conſtituitur demonſtratum etenim eſt in ſecundo
libro conicorum, rectas lineas AB, BC ipſius hyperbolæ aſymptotos eſſe.

COMMENTARIVS.

Datum igitur eſt punctum B] *Ex 25. libri datorum. ſunt enim AB, AC poſitione data. Græcus codex δοθὲν ἄρα ἐστὶν adde τὸ β.* A

Quare & punctum E dabitur] *Ex 27. eiuſdem libri.* B

Ducatur a puncto D ad rectam lineam BC perpendicularis DF] *videtur hic locus corruptus eſſe non enim ducenda eſt DF ad ipſam BC perpendicularis, niſi quando AB, BC rectum angulum continent, quippe cum neceſſe ſit rectam lineam DF ipſi AB parallelam eſſe. ſed fortaſſe dicemus hoc problema theoremati ſequenti tantum inſeruire, in quo aſymptoti BA, NO ad rectos interſe angulos ſtatuuntur. nam in quarto libro idem problema a Pappo aliter conſcribitur.* C

Ergo & punctum F eſt datum] *Ex 25. libri datorum. nam & recta linea DF poſitione datur ex 30. eiuſdem.* D

Quare recta linea AC magnitudine dabitur. *ex 2ª. eiuſdem.* E

Vtraque igitur ipſarum AD, DC poteſtate quarta pars erit rectanguli EDG] *Deſideratur in Græco codice τέταρτον vel δ.* F

Quare & ipſa DO, & punctum G datur] *Eſt enim ex 14. vel 17. ſexti elementorum, vt ED ad AC, ita AC ad DG, & data eſt AC. ergo & ipſa DG. eſtque datum punctum D: quare, & ipſum G dabitur ex 27. datorum Græcus codex ὥστε δοθὲν τὸ η ego legendum puto καὶ ἔτι δοθὲν τὸ η.* G

Quoniam igitur poſitione datis duabus rectis lineis in plano ED, DG] *Græcus codex ἐπεὶ οὖν θέσει δεδομένων δύο εὐθειῶν ἐπιπέδων. ego legendum opinor δύο εὐθειῶν ἐν ἐπιπέδῳ.* H

Et a dato puncto D facta eſt ſectio hyperbole] *Græcus codex mendoſus eſt, in quo legitur. καὶ ἀπὸ δοθέντος τοῦ ὑπὸ α δ θ γ ε γίνεται ὑπερβολὴ διάμετρος μὲν ἡ ε δ &c. forte legendum eſt καὶ ὑπὸ δοθέντος τοῦ δ γίνεται ὑπερβολή, ἧς διάμετρος μὲν ἡ ε δ.* K

Et poſſunt ſpatia adiacentia ipſi DG] *In Græco codice mendoſe legitur δ α.* L

Latitudineſque habentia lineas ex diametro abſciſſas, &c.] *Græcus codex πλάτη ἔχοντα αὐτὰς ἀφαιρῶν legendum πλάτη ἔχοντα, ἃ αὐτὰς ἀφαιροῦσιν* M

Et excedentia figura ſimiles, quæ lineis EDG continetur] *Græcus codex ὑπερβάλλοντα εἴδει ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ εἴδει lege τῷ ὑπὸ εἴδει.* N

Et ducatur perpendicularis DF] *vide quæ ſupra ſcripſimus in C.* O

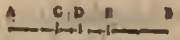
Et circa diametrum DE hyperbole deſcribatur] *Ex 53. primi conicorum.* P

Hoc eſt figuræ, quæ ad diametrum ED conſtituitur] *Græcus codex τοῦτ᾽ ἐστὶ τῷ πρὸς τῷ εδ διαμέτρῳ εἴδει ὃ ὡς δυνάμει. ego legerem τοῦτ᾽ ἐστὶ τῷ πρὸς τῇ δε διαμέτρῳ εἴδει.* Q

LEM. XII. THEOREMA CLXXXVI. PROPOSITIO CC.

Sit recta linea AB, in qua ſumantur tria puncta CDE, ita vt BE ſit æqualis EC, & rectangulum AED, quadrato ex CE æquale. Dico vt BA ad AC, ita eſſe BD ad DC.

Quoniam enim rectangulum AED æquale eſt
A quadrato ex CE, erit vt AE ad EC, ita CE ad
B ED. quare per conuerſionem rationis, antecedentibuſque bis ſumptis, & diuidendo vt BA ad AC, ita erit BD ad DC.



COMMENTARIVS.

Hoc lemma, & quod ſequitur in Græcis codicibus corruptiſſima ſunt, quæ nos reſtituimus.

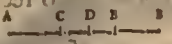
A Erit vt AE ad EC, ita CE ad ED] *Hæc nos addidimus perſpicuitatis cauſſa in Græco enim codice tantum legitur* ἀνάλογον.

B Quare per conuerſionem rationis, antecedentibuſque bis ſumptis, & diuidendo vt BA ad AC ita erit BD ad DC] *Quoniam enim vt AE ad EC, ita CE ad ED, erit per conuerſionem rationis vt EA ad EC, ita EC ad CD & antecedentium dupla vt BA, AC ad CA ita BC ad CD. eſt enim BC ipſius CE dupla. ergo diuidendo vt BA ad AC, ita eſt BD ad DC.*

LEM. XIII. THEOREMA CLXXXVII. PROPOSITIO CCI.

Sit rurſus rectangulum BCD æquale quadrato ex CE, & AC ipſi CE æqualis. Dico rectangulum ABE rectangulo CBD æquale eſſe.

Quoniam enim rectangulum BCD quadrato ex CE eſt æquale, erit vt BC ad CE, hoc eſt ad CA, ita
A erit CE, hoc eſt AC ad CD. & tota ad totam, & per conuerſionem rationis, & ſpacium ſpacio æquale. ergo rectangulum ABE æquale eſt CBD
B rectangulo. ſed illud etiam conſtat, rectangulum ſcilicet ADE ipſi BDC æquale eſſe. Si enim a quadrato CE, & a rectangulo BCD, auferatur commune quadratum ex CD, quæ relinquentur æqualia erunt.



COMMENTARIVS.

A Et tota ad totam, & per conuerſionem rationis, & ſpacium ſpacio æquale] *Quoniam enim eſt vt BC ad CA ita AC ad CD, erit componendo vt tota BA AC, hoc eſt ad totam EC,*
19. quinti *ita pars AD ad partem DC, ergo reliqua BD ad reliquam DE, vt BA ad AC: & per conuer-*
16. ſexti *ſionem rationis DB ad BE, vt AB ad BC; rectangulum igitur ABE rectangulo CBA eſt æquale.*

Sed hoc etiam aliter demonſtrare poſſumus. Nam cum recta linea AB biſariam ſece-
6. ſecundi *tur in C, atque ipſi addatur EB erit rectangulum AEB vna cum quadrato ex EC æquale quadrato ex CB. ſed eidem quadrato ex CB æqualia ſunt vtraque rectangula CBD, BCD. rectangulum igitur ABE vna cum quadrato ex EC æquale eſt rectangulo CBD vna cum rectangulo*
2. ſecundi *BCD. quare ablato quadrato ex EC ab altera parte, & ab altera rectangulo BCD quæ inter ſe æqualia ſunt, ſequitur rectangulum ABE rectangulo CBD æquale eſſe.*

B Sed illud etiam conſtat, rectangulum ſcilicet ADE ipſi BDC æquale eſſe] *Nam cum AC ſit æqualis CE, rectangulum ADE vna cum quadrato ex CD æquale eſt quadrato ex CE.*

ſed re-

ſed rectangulum BDC *vna cum quadrato ex* CD *eſt æquale rectangulo* BCD, *hoc eſt quadrato ex* CB. *quare ſublato communi quadrato ex* CD, *relinquitur rectangulum* ADE *rectangulo* BDC *æquale.* 5 ſecũdi. 3 16.ſexti.

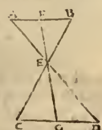
ALITER quoque idem demonſtrari poteſt, hoc pacto.

Quoniam vt tota BA ad BC, ita eſt pars AD ad DC, erit, & reliqua BD ad DE, vt AD ad DC; & propterea rectangulum ADE æquale eſt rectangulo BDC.

THEOREMA CLXXXVIII. PROPOSITIO CCII. LEM. XIV.

In duas parallelas AB, CD per idem punctum E tres rectæ lineæ AED BEC, FEG ducantur. Dico vt rectangulum AEB ad rectangulum AFB, ita eſſe rectangulum CED ad CGD rectangulum.

Hoc per compoſitam proportionem manifeſtum eſt. vt enim AE ad ED, ita eſt AF ad DG: & vt BE ad EC, ita FB ad GC, & componuntur ex his proportionibus ſpatia. Conſtat igitur propoſitum. A



Sed licet etiam aliter demonſtrare abſque compoſita proportione, hoc pacto.

Quoniam enim vt AE ad EB, ita eſt DE ad EC, erit rectangulum AEB ad quadratum ex EB, vt rectangulum DEC ad quadratum ex EC, vt autem quadratum ex EB ad quadratum ex BF, ita quadratum ex EC ad quadratum ex CG. quare ex æquali vt rectangulum AEB ad quadratum ex BF, ita rectangulum DEC ad quadratum ex CG. Sed vt quadratum ex BF ad rectangulum BFA, ita quadratum ex CG ad rectangulum CGD. ex æquali igitur vt rectangulum AEB ad rectangulum AFB, ita rectangulum CED ad rectangulum CGD.

COMMENTARIVS.

Hoc per compoſitam proportionem manifeſtum eſt] *Cum enim rectæ lineæ* AF, CD *interſe parallela ſint, erit* AEF *triangulum ſimile triangulo* DEG, *& triangulo* FEB *ſimile ipſi* GEC. *quare vt* EA *ad* AF, *ita* ED *ad* DG: *& vt* EB *ad* BF, *ita* EC *ad* CG. *proportio autem rectanguli* AEB *ad rectangulum* AFB *componitur ex proportione* EA *ad* AF, *& proportione* EB *ad* BF: *& proportio rectanguli* CED *ad rectangulum* CGD *componitur ex proportione* ED *ad* DG, *& proportione* EC *ad* CG. *quare cum proportiones, ex quibus componuntur, eadem ſint, ſequitur rectangulum* AEB *ad* AFB *rectangulum, ita eſſe, vt rectangulum* CED *ad rectangulum* CGD. A

IN QVINTVM LIBRVM CONICORVM LEMMATA.

THEOREMA CLXXXIX. PROPOSITIO CCIII. LEM. I.

Sit triangulum ABC, & ducatur perpendicularis AD. Dico ſi rectangulum BDC æquale ſit quadrato ex AD, angulum ad A rectum eſſe, ſi maius obtuſum, ſi vero minus acutum.

Sit pri-

tem eſt, quod fit ex A C quadratum. ergo & datum rectangulum E D G, & data eſt E D. quare & ipſa D G, & punctum G datur. Quoniam igitur poſitione datis duabus rectis G H lineis in plano, E D, D G quæ ad rectos angulos interſe conſtituuntur; & a dato pun- K cto D facta eſt ſectio hyperbole, cuius diameter quidem eſt E D, vertex autem D punctum & a ſectione ad diametrum ductæ in dato angulo A D B applicantur, & poſſunt L ſpatia adiacentia ipſi D G, latitudinemque habentia, lineas ex diametro abſciſſas, quæ M inter ipſas, & punctum D interijciuntur, & excedentia figura ſimili ei, quæ rectis li- N neis E D G continetur; erit ipſa ſectio poſitione data.

Componetur autem problema in hunc modum.

Sint duæ rectæ lineæ A B, B C poſitione datæ, & datum punctum D, iunctaque D B producatur ad E, vt ſit E B ipſi D B æqualis, & ducatur perpendicularis D F, ponatur- O queipſi B F æqualis F B; & iuncta C D ad A producatur. atque ipſi E D aptetur ad rectos angulos D G, ita vt quadrato ex A C æquale ſit rectangulum E D G: & circa diame- P trum D E hyperbole deſcribatur. vt in reſolutione ductum eſt. Dico eam problema efficere. Quoniam enim B F eſt æqualis F C, erit & A D ipſi D C æqualis; ergo vtraque ipſarum A D, D C poteſtate quarta pars eſt quadrati ex A C. hoc eſt rectanguli E D G, Q hoc eſt figuræ quæ ad diametrum E D conſtituitur demonſtratum etenim eſt in ſecundo libro conicorum, rectas lineas A B, B C ipſius hyperbolæ aſymptotos eſſe.

COMMENTARIVS.

Datum igitur eſt punctum B] *Ex 25. libri datorum. ſunt enim A B, A C poſitione datæ. Græcus codex δοθὲν ἄρα ὂν adde τὸ β.* A

Quare & punctum B dabitur] *Ex 27. eiuſdem libri.* B

Ducatur a puncto D ad rectam lineam B C perpendicularis D F] *videtur hic locus corruptus eſſe non enim ducenda eſt D F ad ipſam B C perpendicularis, niſi quando A B, B C rectum angulum continent, quippe cum neceſſe ſit rectam lineam D F ipſi A B parallelam eſſe. ſed fortaſſe dicemus hoc problema theoremati ſequenti tantum inſeruire, in quo aſymptoti B A, N G ad rectos interſe angulos ſtatuuntur. nam in quarto libro idem problema a Pappo aliter conſcribitur.* C

Ergo & punctum F eſt datum] *Ex 25. libri datorum. nam & recta linea D F poſitione datur ex 30. eiuſdem.* D

Quare recta linea A C magnitudine dabitur. *ex 2ª. eiuſdem.* E

Vtraque igitur ipſarum A D, D C poteſtate quarta pars erit rectanguli E D G] *Deſideratur in Græco codice τέταρτον vel δ.* F

Quare & ipſa D G, & punctum G datur] *Eſt enim ex 14. vel 77. ſexti elementorum, vt E D ad A C, ita A C ad D G, & data eſt A C. ergo & ipſa D G. eſtque datum punctum D: quare, & ipſum G dabitur ex 27. datorum Græcus codex ἔσω δοθὲν τὸ η ego legendum puto καὶ ἔσαι δοθὲν τὸ η.* G

Quoniam igitur poſitione datis duabus rectis lineis in plano E D, D G] *Græcus codex ἐπεὶ οὖν θέσει δεδομένων δύο εὐθειαι ἐπιπέδων. ego legendum opinor δύο εὐθειῶν ἐν ἐπιπέδῳ.* H

Et a dato puncto D facta eſt ſectio hyperbole] *Græcus codex mendoſus eſt, in quo legitur. καὶ ἀπὸ δοθέντος τῦς ὑπὸ α δ θ γ ε γίνεται ὑπερβολὶς διάμετρος μὲν ἡ ε δ &c. forte legendum eſt καὶ ὑπὸ δοθέντος τοῦ δ γίνεται ὑπερβολὴ, ἧς διάμετρος μὲν ἡ ε δ.* K

Et poſſunt ſpatia adiacentia ipſi D G] *In Græco codice mendoſe legitur δ α.* L

Latitudinemque habentia lineas ex diametro abſciſſas, &c.] *Græcus codex πλατη ἔχοντα αὐταὶ ἀφαιροῦσιν legendum πλάτη ἔχοντα, ἃ αὐταὶ ἀφαιροῦσιν* M

Et excedentia figura ſimiles, quæ lineis E D G continetur] *Græcus codex ὑπερβάλλοντα εἴδει ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ εἴδη lege τῷ ὑπὸ εἴδει.* N

Et ducatur perpendicularis D F] *vide quæ ſupra ſcripſimus in C.* O

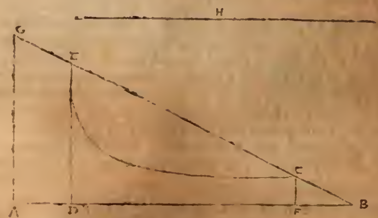
Et circa diametrum D E hyperbole deſcribatur] *Ex 53. primi conicorum.* P

Hoc eſt figura, quæ ad diametrum E D conſtituitur] *Græcus codex τουτέστι τῷ πρὸς τῷ ε δ διαμέτρῳ εἴδει ἡ ἂς δυνάμει. ego legerem τουτέστι τῷ πρὸς τῇ δ ε διαμέτρῳ εἴδους.* Q

THEO-

LEM. III. THEOREMA CXC. PROPOSITIO CCV.

A Sit recta linea AB poſitione data, & datum punctum C; ducaturque BC, & ponatur BD data, cui ad rectos angulos erigatur DE. Dico punctum E poſitione tangere coni ſectionem hyperbolen, quæ per punctum C tranſit.



B C Ducatur perpendicularis CF: atque ipſi BD æqualis ponatur FA. ergo punctum A
D eſt datum. erigatur ipſi BA ad rectos angulos AG, quæ poſitione data erit. & rectæ lineæ BC productæ occurrat in G. Itaque duabus rectis lineis BA, AG poſitione datis,
E F & dato puncto C, hyperbole circa aſymptotos GA, AB deſcribatur. tranſibit igitur &
G per punctum E, propterea, quod BC eſt æqualis EG: eſt enim tota BD toti FA, hoc eſt tota BE toti CG æqualis.

Componetur autem hoc modo.

Sit recta linea AB data poſitione, datumque punctum C: & ducatur BC: recta vero linea, in qua H ſit data, cui æqualis ponatur FA; ducta ſcilicet CF perpendiculari: erigaturque AC ad rectos angulos, quæ ipſi BC in puncto G occurrat. & circa aſymptotos GA, AB per punctum C intra datum hyperbole deſcribatur. Dico eam problema efficere hoc eſt ſi perpendicularis ducatur ED, rectam lineam ED ipſi H æqualem eſſe. Illud vero perſpicuum eſt propter aſymptotos, cum EG ſit æqualis CE ergo & AD ipſi FB, & tota AF, hoc eſt H ipſi BD æqualis erit.

COMMENTARIUS.

A Sit recta linea AB poſitione data, & datum punctum C] *Græcus codex θέσει εὐθεῖα ἡ αβ δοθεῖσα τὸ γ ſed puto legendum θέσει εὐθεῖα ἡ αβ δοθεῖσα τὸ δὲ δοθὲν τὸ γ.*

B Atque ipſi BD æqualis ponatur F·] *H.c nos addidimus quæ in Græco codice deſiderari videbantur. quare legendum erit ἤχθω καὶ θέτος ἡ γζ. καὶ τῇ βδ ἴση ἴσω ἡ ζα.*

C Ergo punctum A eſt datum] *Ex 27. datorum Græcus autem codex habet δοθὲν ἄρα καὶ τὸ δ.*

D Quæ poſitione data erit] *Ex 30. datorum.*

E Hyperbole circa aſymptotos GA, AB deſcribatur] *Ex antecedente in Græco autem codice deeſt verbum γεγράφθω.*

F Tranſibit igitur & per punctum E propterea quod EC ſit æqualis EG] *Ex 8. ſecundi libri conicorum.*

G Eſt enim tota BD toti FA, hoc eſt tota BE toti CG æqualis] *Quoniam enim datæ rectæ lineæ BD æqualis ponitur FA, & interſe parallelæ ſint CF, DE, AG, erit ex 2. ſexti ele-*

mentorum

mentorum, vt DF *ad* FB, *ita* EC *ad* CB, *& componendo vt* DB *ad* BF, *ita* EB *ad* BC, *vt autem* BF *ad* FA, *ita* BC *ad* CG. *quare ex æquali vt* BD *ad* FA, *ita* EB *ad* CG. *atque eſt* D *æqualis* FA *ergo &* BE *æqualis* CG, *& dempta vtrinque communi* CE, *erit reliqua* BC *reliquæ* EG *æqualis. In Græco codice nonnulla deeſſe videntur, qui ſic habet* ἔτι καὶ ὅλη, καὶ ἔσαι διὰ τὸ προγεγραμμένον.

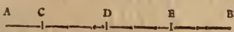
Et ducatur BC] *In Græco codice mendoſe, vt opinor, legitur* ἡ δὲ διάμετρος ἡ βγ *non enim* BC *eſt hyperbole diameter. Sed fortaſſe legendum erit* καὶ διήχθω ἡ βγ. H

Et circa aſymptotos GA, AB per punctum C intra datum hyperbole deſcribatur. K
Ex antecedente. ſecet autem data hyperbole rectam lineam BG *in* E *puncto.*

THEOREMA CXCI. PROPOSITIO CCVI.

LEM. IV.

Sit vt BA ad AC, ita quadratum ex BD ad quadratum ex DC. Dico ipſarum BA, AC mediam proportionalem eſſe AD.



Ponatur ipſi CD æqualis DE. ergo diuidendo vt BC ad CA, hoc eſt vt rectangulum CBE ad rectangulum, quod AC, BE continetur, ita rectangulum CEB ad quadratum ex ED. rectangulum igitur contentum AC, BE quadrato ex ED, hoc eſt rectangulo CDE eſt æquale. ergo ob proportionem, & componendo, vt BD ad DE, hoc eſt ad DC, ita DA ad AC quare & tota ad totam videlicet vt BA ad AD, ita DA ad AC. ipſarum igitur BA, AC media proportionalis eſt AD.

1. ſexti. A
9. quinti. B
C

COMMENTARIVS.

Ita rectangulum CEB ad quadratum ex ED] *Quadratum enim ex* BD *ſuperat quadratum ex* DC, *hoc eſt ex* DE, *rectangulo* CBE *ex 6. ſecundi elementorum, cum recta linea* CA *bifariam ſecetur in* D, *atque ei adiungantur* EB. A

Ergo ob proportionem & componendo, vt BD ad DE, hoc eſt ad DC, ita DA ad AC] *Quoniam enim rectangulum contentum* AC, BE *rectangulo* CDE *eſt æquale, vt* BE *ad* ED, *ita* DC *ad* CA, *& componendo vt* BD *ad* DE, *hoc eſt ad* DC, *ita* DA *ad* AC. B

Quare & tota ad totum, videlicet, vt BA ad AD, ita DA ad AC] *Sequitur namque ex duodecima quinti elementorum, vt* BD, DA *ad* DC, CA, *hoc eſt vt* BA *ad* AD, *ita* DA *ad* AC. C

THEOREMA CXCII. PROPOSITIO CCVII.

LEM. V.

Sit rectangulum ABC æquale duplo quadrati ex AC. Dico rectam lilineam AC ipſi CB æqualem eſſe.



Ponatur ipſi AC æqualis AD. erit rectangulum CDA æquale rectangulo ABC, & ſunt ad eandem rectam lineam. ergo DA hoc eſt AC ipſi CB eſt æqualis. A B

COMMENTARIVS.

Erit CD, BA rectangulum æquale rectangulo ABC] *Eſt enim rectangulum* CDA *ad quadratum ex* AC, *vt* DC *ad* CA *videlicet duplum, ac propterea rectangulum* ADC *duplo quadrati ex* AC, *hoc eſt rectangulo* ABC *eſt æquale.* A
1. ſexti.

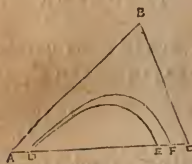
B Et ſunt ad eandem rectam lineam] *Namque ex 14. ſexti lementorum vt* DC *ad* CE, *ita eſt* BA *ad* AD: *& componendo vt* DB *ad* BC, *ita* BD *ad* DA, *quare ſequitur* DA, *hoc eſt* AC *ipſi* CB *æqualem eſſe.*

THEOREMA CXCIII. PROPOSITIO CCVIII.

LEM. VI.

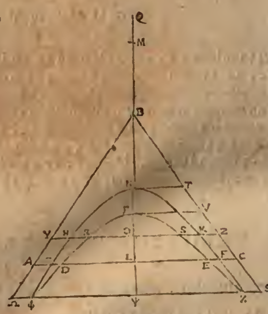
Circa eaſdem aſymptotos AB, BC, hiperbole DE, DF deſcribantur Dico eas interſe non conuenire.

A Si enim fieri poteſt, conueniant ad punctum D, & per D in ſectiones ducatur recta linea ADEFC. erit propter ſectionem quidem DF recta linea AD æqualis FC, propter ſectionem vero DE, erit AD æqualis EC. quare FC ipſi CE eſt æqualis. quod fieri non poteſt, non igitur ſectiones inter ſe conueniunt.



Dico preterea eas, etiam ſi infinite augeantur ad ſeſe propius accedere, & ad minus interuallum peruenire.

B Ducatur enim alia recta linea HK, & ſit diameter, cuius termi-
C nus punctum M: erit igitur vt rectangulum MLN ad quadratum ex LΞ, ita tranſuerſum figuræ latus ad rectum, vt autem MOP ad rectangulum ad quadratum ex OR, ita tranſuerſum latus ad rectum. ergo vt rectangulum MLN ad quadratum ex LΞ, ita rectangulum MOP ad quadratum ex OR: & permutando. rectangulum vero MLN maius eſt rectangulo MOP. quare ΞF maior eſt, quam RS. atque eſt propter ſectiones rectangulum FDΞ æquale rectãgulo KRH. minor igitur eſt XD, quam HR, quare ſemper ad minus interuallum perueniũt. Sed & illud facile conſtare poteſt. Si enim vtraque ipſarum ad aſymptotos propius accedit, & ad ſeſe propius accedant, neceſſe eſt.



COMMENTARIVS.

A Et per D in ſectiones ducatur recta linea ADEFC] *Græcus codex* καὶ ἀπὸ τοῦ δ διήχθωσαν εἰς τομὰς εὐθεῖαι αἱ α δ ζ ε γ. *ſed legendum puto,* καὶ ἀπὸ τοῦ δ διήχθω εἰς τομὰς εὐθεῖα ἡ α δ ε ζ γ *Non enim plures lineæ ſunt, ſed vna tantum in pluribus punctis ſecta.*

B Ducatur enim alia recta linea HK] *Sint duæ hyperbolæ* ΞHNKF, DR, PSE *circa eaſdem aſymptotos* AB, BC *deſcriptæ, vt docetur in quarta propoſitione ſecundi lib. conic. vel in 33. quarti libri huius, vel in 204. huius, & intelligantur rectæ lineæ* AΞDLEFC, HROSK *ad*

earum

earum diametrum B L *ordinatim applicatæ, quæ inter ſe parallelæ erunt. vtraque enim parallela eſt rectæ lineæ in puncto* P, *vel* N *ſectionem contingenti ex 5. ſecundi libri conicorum.*

Et ſit diameter, cuius terminus punctum M] *Non poteſt idem terminus eſſe diametri vtriuſque ſectionis. producatur enim* L I N B *diameter in puncta* M Q *ita vt* M B *ſit æqualis* B N *&* Q B *æqualis* B P. *erit punctum* M *terminus diametri ſectionis* Ξ N F: *&* Q *terminus diametri ſectionis* D P E, *quod* B *ſit vtriuſque centrum. quare mirum videtur Pappum vno eodemque puncto* M *vti pro termino vtriuſque diametri niſi forte intelligamus duo puncta, quæ termini ſunt, eadem littera notati, quod nouum eſt, & inuſitatum.* C

Erit igitur vt rectangulum M L N ad quadratum ex L X, ita tranſuerſum figuræ latus ad latus rectum] *Ex 21. primi libri conicorum.* D

Vt autem M O P rectangulum ad quadratum ex O R, ita tranſuerſum figuræ latus ad rectum] *Hoc eſt vt rectangulum* Q O P *ad quadratum ex* O R, *ita figuræ, quæ fit ad* P Q *diametrum ſectionis* D P E *tranſuerſum latus ad rectum alia enim ſunt huius figuræ latera, atque ea de quibus proxime dictum eſt, quamquam eadem interſe proportionem habeant. nam vt figuræ, quæ fit ad* N M *diametrum ſectionis* Ξ N F *tranſuerſum latus ad rectum, ita eſt figuræ, quæ fit ad diametrum* P Q *ſectionis* D P E *tranſuerſum latus ad rectum, quod facile demonſtrabitur hoc modo. Ducatur recta linea* N T *ſectionem* Ξ N F *contingens in* N, *& ducatur* P V, *quæ ſectionem* D P E *contingat in* P *erunt* N T, P V *parallelæ interſeſe, vtraque enim parallela eſt rectæ lineæ* A C, *vel* H K *ex quinta ſecundi conicorum, & fient triangula* B N T, B P V *ſimilia. ergo vt* B N *ad* N T, *ita* B P *ad* P V *& vt quadratum ex* B N *ad quadratum ex* N T, *ita quadratum ex* B P *ad quadratum ex* P V. *ſed vt quadratum ex* B N *ad quadratum ex* N T, *ita figuræ quæ fit ad diametrum* N M *tranſuerſum latus ad rectum, ex iis, quæ tradita ſunt in prima ſecundi conicorum, & eadem ratione vt quadratum ex* B P *ad quadratum ex* P V, *ita figuræ, quæ fit ad diametrum* P Q *tranſuerſum latus ad rectum, ergo vt figuræ ad diametrum* N M *tranſuerſum latus ad rectum, ita figuræ ad* P Q *diametrum tranſuerſum latus ad rectum. ex quibus conſtat hyperbolas* Ξ N F, D P E *interſe ſimiles eſſe, itemque alias, quæcunque circa eaſdem aſymptotos hoc pacto deſcribuntur.* E 5. ſecundi conicorum 4. ſexti. 22.

Ergo vt rectangulum M L N ad quadratum ex L Ξ, ita rectangulum M O P ad quadratum ex O R] *Sequitur enim ex iam dictis vt rectangulum* M L N *ad quadratum ex* L Ξ, *ita rectangulum* Q O P *ad quadratum ex* O R. F

Quare & permutando M L N *rectangulum ad rectangulum* Q O P, *ita quadratum ex* L X *ad quadratum ex* O R.

Rectangulum vero M L N maius eſt rectangulo M O P] *Hoc eſt rectangulum* M L N *maius rectangulo* Q O P, *nam rectangulum* M L N *maius eſt rectangulo* Q L P. *quare rectangulo* Q O P *multo maius erit, quod punctum* O *ſupra* L *ſumatur. Illud autem ita demonſtrabimus. Rectangulum enim* M L N *æquale eſt rectangulo* M N L *vna cum quadrato ex* N L *per 3. ſecundi elementorum, quorum quadratum ex* N L *eſt æquale duobus quadratis ex* N P, P L *vna cum eo quod bis* N P L *continetur. ſimiliter rectangulum* Q L P *eſt æquale rectangulo* Q P L *vna cum quadrato ex* P L, *quorum rectangulum* Q P L *rurſus æquale eſt tribus rectangulis, rectangulo ſcilicet contento* Q M, P L, *& contento* O M, P L, *& rectangulo* N P L, *quæ duo poſtrema rectangula æqualia ſunt ei, quod bis* N P L *continetur etenim* Q M *ipſi* N P *æqualis. Itaque ſublatis vtrinque communibus nempe quadrato ex* P L, *& rectangulo, quod bis continetur* N P L, *relinquitur ex altera quidem parte rectangulum* M N L *vna cum eo, quod ex* N P *quadrato, ex altera vero rectangulum contentum* Q N, P L. *ſed rectangulum* M N L *eſt æquale duobus rectangulis. videlicet rectangulo* M N P, *& ei quod* M N, *&* P L *continetur. rectangulum igitur* M L N *maius eſt, quam* Q L P, *quadrato ex* N P, *&* M N P *rectangulo vt autem rectangulum* M N L *ad quadratum ex* L Ξ, *ita rectangulum* Q L P *ad quadratum ex* L D, *& permutando ex quibus ſequitur quadratum ex* Ξ L *maius eſſe quadrato ex* L D. *ergo recta linea* Ξ L *maior eſt, quam* L D, *& tota* Ξ F, *quam* D E *maior, & multo maior, quam* R S. *Hæc eo ſpectare videtur, vt oſtendat ſectionem* D P E *intra ipſam* Ξ N F *contineri. quod tamen abſque his, ex aliis, quæ in principio dicta ſunt, ſatis conſtat ſi enim punctum* P, *per quod ſectio* D P E *tranſit, infra* N *ſumitur, & ſectiones inter ſeſe conuenire non poſſunt, ſuperuacaneum quodammodo fuit in his tantopere immorari. ſed vereor ne locus corruptus ſit, vt Pappus aliud quidpiam potius, quam hic oſtendere voluerit. Non enim ex dictis apparet rectam lineam* R K *minorem eſſe, quam* D E, *quod ad propoſitum concludendum præmonſtraſſe oportebat.* G 4. ſecundi. 1. e...

Atque eſt propter ſectiones rectangulum F Ξ æquale rectangulo K H] *Hæc nos ita reſtituimus, nam Græcus codex habet,* καὶ διὰ τομὰς ἴσον τὸ ὑπὸ ζ δ ξ τῷ ὑπὸ ε ρ θ, *& mendoſe vt videtur, rectangulum enim* F D Ξ *eſt æquale rectangulo* K R H *vt demonſtrabimus & ob id maius rectangulo* S R H *producatur* K H *vtrinque parte adeo vt ſecet aſymptoton* H

AB in Y & BC in Z. Quoniam igitur vt YK ad BA, ita YZ ad AC, atque eſt YB minor, quam BA, erit & YZ quam AC minor. Sed ex iis, quæ in 4. ſecundi conicorum demonſtrata ſunt AD minor eſt, quam YR. & FC minor, quam KZ. aſymptoſi enim & ſectio producta ad 14. quinti. ſeipſas propius accedunt. quare ſi ex YZ demantur YR, KZ, & ex AC demantur AD, FC, relinquitur RK multo minor, quam DF. Itaque propter ſectionem DPB rectangulum YRZ æquale eſt rectangulo ADC, vtraque enim ſunt æqualia quadrato ex PV per 10. ſecundi libri conicorum. & propter ſectionem ΞNF rectangulum YHZ eſt æquale rectangulo AΞC, quod vtraque ſint æqualia quadrato ex NT. rectangulum verò YHZ vna cum rectangulo HRK eſt æquale rectangulo YRZ. & rectangulum AΞC vna cum rectangulo ΞDF æquale rectangulo ADC quod Pappus demonſtrauit in huius ergo ſi à rectangulo YRZ auferatur rectangulum YHZ relinquetur rectangulum HRK. & ſi à rectangulo ADC auferatur rectangulum AΞC, reliquum erit rectangulum ΞDF, ac propterea rectangulum HRK rectangulo ΞDF eſt æquale. Vt igitur RK ad DF, ita eſt ΞD ad HR. ſed RK minor oſtenſa eſt, quam DF. ergo & ΞD, quam HR minor erit.

K Quare ſemper ad minus interuallum perueniunt.] Non ſolum ad minus interuallum perueniunt, ſed ad interuallum quolibet dato interuallo minus. producantur enim ſectiones vna cum aſymptoſis, quouſque interuallum, quod interiicitur inter aſymptoſos & ſectionem DPB ſit dato interuallo minus. quod quidem fieri poſſe, ex 14. ſecundi conic. apparet: erit tunc interuallum inter ſectiones interiectum multo minus interuallo dato. & quamquam hæ ſectiones infinitè producantur, nunquam tamen inter ſe conueniunt Vt à Pappo ſuperius eſt demonſtratum, & ex proximè traditis aliter demonſtrari poteſt in hunc modum. ſi enim fieri poteſt, conueniant in punctis ΦX, & ducatur recta linea ΦX diametrum ſecans in Ψ, quæ primum parallela ſit rectis lineis AC, YZ, videlicet ad diametrum BΨ ordinatim applicata: Eodem modo, quo ſupra demonſtrabimus rectangulum MΨN maius eſſe rectangulo QΨP, & vt rectangulum MΨN ad quadratum ex ΨΦ, ita rectangulum QΨP ad idem quadratum ex ΨΦ, & permutando rectangulum MΨN ad rectangulum QΨP, ita quadratum ex ΨΦ ad ſeipſum. ergo rectangulum MΨN rectangulo QΨP eſt æquale. ſed & maius, quod eſt abſurdum.

ALITER. Si ſectiones inter ſe conueniunt in ΦX producatur recta linea ΦX vſque ad aſymptotos in ΩS erit rectangulum ΩΦS propter ſectionem ΞNF æquale quadrato ex NT, & propter ſectionem DPB æquale quadrato ex PV. ergo quadratum ex NT quadrato ex PV æquale erit. Itaque quoniam vt quadratum ex NT ad quadratum ex PV, ita eſt quadratum ex NB ad quadratum ex BP, erit & quadratum ex NB æquale quadrato ex BP, & ideò recta linea NB rectæ BP æqualis, quod itidem eſt abſurdum. non igitur hæ ſectiones inter ſe conueniunt. Quod ſi recta linea ΦX non ſit parallela ipſis AC, YZ diuidatur bifariam in puncto Ψ & iuncta ΨB producatur ad MQ, ſecet autem hyperbolas DPB, ΞNF in punctis PN, & ab ipſis ducantur PV, NT ſectiones contingentes, quæ ipſis AC, YZ parallelæ erunt ex 5. ſecundi conicorum, fiatque BM æqualis BN, & BQ æqualis BP. erit MN ſectionis ΞNF, & PQ ſectionis DPB diameter tranſuerſa quare ſimiliter vt ſupra demonſtrabimus nullo modo fieri poſſe, vt hæ ſectiones inter ſe conueniant.

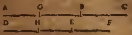
L Sed & illud facile conſtare poteſt, ſi enim vtraque ipſarum ad aſymptoſos propius accedit, & ad ſe propius accedant neceſſe eſt [illegible] quomodo hæc ratio neceſſitatem habeat. poſſet enim quis dicere, vtramque ſectionem accedere quidem propius ad aſymptoſos, ſed tamen pari interuallo, ita vt ſemper ipſæ ſibi parallelæ ſint.

THEOREMA CXCIV. PROPOSITIO CCIX.

Sit vt AB ad BC, ita DE ad EF, vt autem BA ad AG, ita ED ad DH. LEM. VII. Dico vt ſolidum baſim quidem habens quadratum ex CA, altitudinem verò AB ad ſolidum baſim habens quadratum ex FD, & altitudinem DE, ita eſſe cubum ex AG vna cum eo, quod ad cubum ex GB proportionem eandem habet, quam quadratum ex AC ad quadratum ex CB, ad cubum ex DH vna cum eo, quod ad cubum ex HE eandem habet proportionem, quam quadratum ex DF ad id, quod fit ex FE quadratum.

Quoniam

Quoniam enim vt CA ad AB, ita FD ad DE, erit vt quadratum ex CA ad quadra- A B
tum ex AB, ita quadratum ex FD ad quadratum ex DE. ſed vt quadratum ex CA ad C
quadratum ex AB, ita ſolidum baſim habens quadratum ex CA, & altitudinem AB ad
cubum qui fit ex AB, vt autem quadratum ex FD ad quadratum ex DE, ita ſolidum D
baſim habēs quadratum ex FD & altitudinem
DE ad eum, qui fit ex DE cubum. Hæc igitur E
eandem inter ſe proportionem habent. quare
& permutando eſt autem vt cubus ex AB ad F
cubum ex DE, ita & cubus ex AG ad cubum
ex DH, & cubus ex GB ad cubum ex HE. ſed G
vt cubus ex GB ad cubum ex HE, ita ſolidum, H



quod ad cubum ex GB eandem proportionem habet, quam quadratum ex AC ad qua-
dratum ex CB ad ſolidum, quod ad cubum ex HE eandem habet proportionem, quam
quadratum ex DF ad quadratum ex FE. vt igitur vnum antecedentium ad vnum con- K
ſequentium, ita omnia antecedentia ad omnia conſequentia. quare vt ſolidum baſim
habens quadratum ex CA, & altitudinem AB, ad ſolidum baſim habens quadratum
ex FD, & altitudinem DE, ita cubus ex AG vna cum ſolido, quod ad cubum ex GB
eandem proportionem habet, quam quadratum ex AC ad quadratum ex CB, ad cu-
bum ex DH vna cum ſolido, quod ad cubum ex HE eandem habet proportionem, quam
quadratum ex DF ad id, quod ex EF quadratum.

COMMENTARIVS.

Quoniam enim vt CA ad AB, ita FD ad DE] *Eſt enim vt AB ad BC, ita DE ad EF. quare & componendo vt AC ad CB, ita DF ad FE: & per conuerſionem rationis vt CA ad AB, ita FD ad DE.* A

Erit vt quadratum ex CA ad quadratum ex AB, ita quadratum ex FD ad quadratum ex DE] *in Græco codice mendoſe legitur* καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ γα πρὸς τὸ ἀπὸ γβ, οὕτω τὸ ἀπὸ ζδθ πρὸς τὸ ἀπὸ δθ, *cum legendum ſit hoc modo,* καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ γα πρὸς τὸ ἀπὸ αβ, οὕτω τὸ ἀπὸ ζδ πρὸς τὸ ἀπὸ δε. B

Sed vt quadratum ex CA ad quadratum ex AB, ita ſolidum baſim habens quadratum ex CA & altitudinem AB, ad cubum qui fit ex AB] *Græcus codex* ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ἀπὸ γα πρὸς τὸ ἀπὸ αβ κύβου ὕψος ἡ αβ, οὕτω τὸ στερεὸν *&c. ſed verba illa* κύβου ὕψος ἡ αβ, *ſuperuacanea videntur, ideo à nobis omiſſa ſunt.* C

Vt autem quadratum ex FD ad quadratum ex DE, ita ſolidum habens baſim quadratum ex FD, & altitudinem DE, ad eum, qui fit ex DE cubum] *Græcus codex* ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ζδ πρὸς τὸ ἀπὸ δε, κοινὸν ὕψος ἡ δε, οὕτω τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον *&c. & hoc loco verba illa* κοινὸν ὕψος ἡ δε *tamquam ſuperuacanea omiſimus.* D

Hæc igitur eandem inter ſe proportionem habeant. quare & permutando] *Græcus codex* ταῦτα ἄρα ἀνάλογον, καὶ ἐναλλὰξ ἐστίν. *ſed nos perſpicuitatis cauſſa, ita vertendum duximus. ſequitur enim ex iam dictis ſolidum, cuius baſis eſt quadratum ex CA, & altitudo AB ad cubum ex AB, eandem proportionem habere, quam ſolidum, cuius baſis eſt quadratum ex FD, & altitudo DE, ad cubum ex DE: & permutando, ſolidum, cuius baſis quadratum ex CA & altitudo AB ad ſolidum, cuius baſis quadratum ex FD, & altitudo DE, eandem habere proportionem, quam cubus ex AB ad eum, qui fit ex DE cubum.* E

Eſt autem vt cubus ex AB ad cubum ex DE, ita cubus ex AG ad cubum ex DH, & cubus ex GB ad cubum ex HE] *Nam vt BA ad AG, ita poſuimus eſſe ED ad DH. ergo & permutando, vt AB ad DE, ita AG ad DH: & ita reliquum ad reliquum, hoc eſt GB ad HE. ex quibus per 37 vndecimi libri elementorum concluditur propoſitum. Græcus codex* ἐστὶ δὲ καὶ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς αβ καὶ πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς δε κύβον. *ſed legendum eſt,* ἐστὶ δὲ καὶ ὡς ὁ ἀπὸ τῆς αβ πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς δε κύβον. F

Sed vt cubus ex GB ad cubum ex HE] *Hæc nos addidimus, quæ in Græco codice nō erant, vt ita legendum ſit* ἀλλ' ὡς ὁ ἀπὸ τῆς γβ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς θε κύβον. G

Ita ſolidum, quod ad cubum ex GB eandem proportionem habet, quam quadratum ex AC ad quadratum ex CB, ad ſolidum, quod ad cubum ex HE eandem habet proportionem, quam quadratum ex DF ad quadratum ex FE] *ſit ſolidum K quod ad cubum ex GB eandem proportionem habet, quam quadratum ex AC ad quadratum ex CB; & ſit L ſolidum quod ad cubum ex HE eandem habet proportionem, quam quadratum* H 22. ſexti.

ex

AB in Y & BC in Z. Quoniam igitur vt YB ad BA, ita YZ ad AC; atque eſt YB minor, quam BA, erit & YZ quam AC minor. Sed ex ijs, quæ in 4. ſecundi conicorum demonſtrata ſunt AD minor eſt, quam YR. & FB minor, quam KZ. aſymptoſi enim & ſectio productæ ad
14. quinti. *ſeipſas propius accedunt. quare ſi ex YZ demantur YR, KZ, & ex AC demantur AD, FC, relinquitur RK multo minor, quam DF. Itaque propter ſectionem DPB rectangulum YRZ æquale eſt rectangulo ADC, vtraque enim ſunt æqualia quadrato ex PV per 10. ſecundi libri conicorum. & propter ſectionem ΞNF rectangulum YHZ eſt æquale rectangulo AΞC, quod vtraque ſint æqualia quadrato ex NT. rectangulum verò YHZ vna cum rectangulo HRK eſt æquale rectangulo YRZ. & rectangulum AΞC vna cum rectangulo ΞDF æquale rectangulo ADC quod Pappus demonſtrauit in huius ergo ſi à rectangulo YRZ auferatur rectangulum YHZ relinquetur rectangulum HRK. & ſi à rectangulo ADC auferatur rectangulum AΞC, reliquum erit rectangulum ΞDF, ac propterea rectangulum HRK rectangulo ΞDF eſt æquale. Ut igitur RK ad DF, ita eſt ΞD ad HR. ſed RK minor oſtenſa eſt, quam DF. ergo & ΞD, quam HR minor erit.*

K Quare ſemper ad minus interuallum perueniunt.] *Non ſolum ad minus interuallum perueniunt, ſed ad interuallum quolibet dato interuallo minus. producantur enim ſectiones vna cum aſymptoſis, quouſque interuallum, quod interijcitur inter aſymptoſos & ſectionem DPB ſit dato interuallo minus. quod quidem fieri poſſe, ex 14. ſecundi conic. apparet: erit tunc ſinterualum inter ſectiones interiectum multo minus interuallo dato. & quamquam hæ ſectiones infinitè producantur, nunquam tamen inter ſe conueniunt Ut à Pappo ſuperius eſt demonſtratum, & ex proximè traditis aliter demonſtrari poteſt in hunc modum. ſi enim fieri poteſt, conueniant in punctis ΦX, & ducatur recta linea ΦX diametrum ſecans in Ψ, quæ primum parallela ſit rectis lineis AC, YZ, videlicet ad diametrum BΨ ordinatim applicata: Eodem modo, quo ſupra demonſtrabimus rectangulum MΨN maius eſſe rectangulo QΨP, & Ut rectangulum MΨN ad quadratum ex ΨΦ, ita rectangulum QΨP ad idem quadratum ex ΨΦ, & permutando rectangulum MΨN ad rectangulum QΨP, ita quadratum ex ΨΦ ad ſeipſum. ergo rectangulum MΨN rectangulo QΨP eſt æquale. ſed & maius, quod eſt abſurdum.*

ALITER. Si ſectiones inter ſe conueniunt in ΦX producatur recta linea ΦX vſque ad aſymptotos in ΩS erit rectangulum ΩΦS propter ſectionem ΞNF æquale quadrato ex NT, & propter ſectionem DPB æquale quadrato ex PV. ergo quadratum ex NT quadrato ex PV æquale erit. Itaque quoniam vt quadratum ex NT ad quadratum ex PV, ita eſt quadratum ex NB ad quadratum ex BP, erit & quadratum ex NB æquale quadrato ex BP, & ideò recta linea NB rectæ BP æqualis, quod itidem eſt abſurdum. non igitur hæ ſectiones inter ſe conueniunt. Quod ſi recta linea ΦX non ſit parallela ipſis AC, YZ diuidatur bifariam in puncto Ψ & iuncta ΨB producatur ad MQ, ſecet autem hyperbolas DPB, ΞNF in punctis PN, & ab ipſis ducantur PV, NT ſectiones contingentes, quæ ipſis AC, YZ parallelæ erunt ex 5. ſecundi conicorum, fiatque BM æqualis BN, & BQ æqualis BP. erit NM ſectionis ΞNF, & PQ ſectionis DPB diameter tranſuerſa quare ſimiliter vt ſupra demonſtrabimus nullo modo fieri poſſe, vt hæ ſectiones inter ſe conueniant.

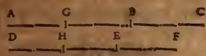
L Sed & illud facile conſtare poteſt, ſi enim vtraque ipſarum ad aſymptoſos propius accedit, & ad ſe propius accedant neceſſe eſt] *nam quomodo hæc ratio neceſſitatem habeat. poſſet enim quis dicere, vtramque ſectionem accedere quidem propius ad aſymptoſos, ſed tamen pari interuallo, ita Ut ſemper ipſæ ſibi parallelæ ſint.*

THEOREMA CXCIV. PROPOSITIO CCIX.

Sit vt AB ad BC, ita DE ad EF, vt autem BA ad AG, ita ED ad DH. LEM. VII. Dico vt ſolidum baſim quidem habens quadratum ex CA, altitudinem verò AB ad ſolidum baſim habens quadratum ex FD, & altitudinem DE, ita eſſe cubum ex AG vna cum eo, quod ad cubum ex GB proportionem eandem habet, quam quadratum ex AC ad quadratum ex CB, ad cubum ex DH vna cum eo, quod ad cubum ex HE eandem habet proportionem, quam quadratum ex DF ad id, quod fit ex FE quadratum.

Quoniam

Quoniam enim vt CA ad AB, ita FD ad DB, erit vt quadratum ex CA ad quadratum ex AB, ita quadratum ex FD ad quadratum ex DB. ſed vt quadratum ex CA ad quadratum ex AB, ita ſolidum baſim habens quadratum ex CA, & altitudinem AB ad cubum qui fit ex AB, vt autem quadratum ex FD ad quadratum ex DB, ita ſolidum baſim habẽs quadratum ex FD & altitudinem DE ad eum, qui fit ex EF cubum. Hæc igitur eandem inter ſe proportionem habent. quare & permutando eſt autem vt cubus ex AB ad cubum ex DE, ita & cubus ex AG ad cubum ex DH, & cubus ex GB ad cubum ex HE. ſed vt cubus ex GB ad cubum ex hæ. ita ſolidum, quod ad cubum ex GB eandem proportionem habet, quam quadratum ex AC ad quadratum ex CB ad ſolidum, quod ad cubum ex HE eandem habet proportionem, quam quadratum ex DF ad quadratum ex FE. vt igitur vnum antecedentium ad vnum conſequentium, ita omnia antecedentia ad omnia conſequentia. quare vt ſolidum baſim habens quadratum ex CA, & altitudinem AB, ad ſolidum baſim habens quadratum ex FD, & altitudinem DE, ita cubus ex AG vna cum ſolido, quod ad cubum ex GB eandem proportionem habet, quam quadratum ex AC ad quadratum ex CB, ad cubum ex DH vna cum ſolido, quod ad cubum ex HE eandem habet proportionem, quam quadratum ex DF ad id, quod ex EF quadratum. A B C D E F G H K



COMMENTARIVS.

Quoniam enim vt CA ad AB, ita FD ad DF] *Eſt enim vt* AB *ad* BC, *ita* DE *ad* EF. *quare & componendo vt* AC *ad* CB, *ita* DF *ad* FE: *& per conuerſionem rationis vt* CA *ad* AB, *ita* FD *ad* DE. A

Erit vt quadratum ex CA ad quadratum ex AB, ita quadratum ex FF ad quadratum ex FF] *in Græco codice mendoſe legitur* καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ γα πρὸς τὸ ἀπὸ γβ. οὕτω τὸ ἀπὸ ζδθ πρὸς τὸ ἀπὸ δθ, *cum legendum ſit hoc modo*, καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ γα πρὸς τὸ ἀπὸ αβ, οὕτω τὸ ἀπὸ ζδ πρὸς τὸ ἀπὸ δε. B

Sed vt quadratum ex CA ad quadratum ex AB, ita ſolidum baſim habens quadratum ex CA & altitudinem AB, ad cubum qui fit ex AB] *Græcus codex* ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ἀπὸ γα πρὸς τὸ ἀπὸ αβ κύβου ὕψος ἡ αβ, οὕτω τὸ στερεὸν *&c. ſed verba illa* κύβου ὕψος ἡ αβ, *ſuperuacanea videntur, ideò à nobis omiſſi ſunt.* C

Vt autem quadratum ex FD ad quadratum ex DB, ita ſolidum habens baſim quadratum ex FD, & altitudinem DB, ad eum, qui fit ex FB cubum] *Græcus codex* ὡς δὲ τὸ ὑπὸ ζδ πρὸς τὸ ἀπὸ δὲ, κοινὸν ὕψος ἡ δε, οὕτω τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον *&c. & hoc loco verba illa* κοινὸν ὕψος ἡ δε *tamquam ſuperuacanea omiſimus.* D

Hæc igitur eandem inter ſe proportionem habeant. quare & permutando] *Græcus codex* ταῦτα ἄρα ἀνάλογον, καὶ ἐναλλὰξ ἐστίν. *ſed nos perſpicuitatis cauſſa, ita vertendum duximus. ſequitur enim ex iam dictis ſolidum, cuius baſis eſt quadratum ex* CA, *& altitudo* AB *ad cubum ex* AB, *eandem proportionem habere, quam ſolidum, cuius baſis eſt quadratum ex* FD, *& altitudo* DB, *ad cubum ex* DE: *& permutando, ſolidum, cuius baſis quadratum ex* CA *& altitudo* AB *ad ſolidum, cuius baſis quadratum ex* FD, *& altitudo* DB, *eandem habere proportionem, quam cubus ex* AE *ad eum, qui fit ex* DE *cubum.* E

Eſt autem vt cubus ex AB ad cubum ex DB, ita cubus ex AG ad cubum ex DH, & cubus ex GB ad cubum ex HE] *Nam vt* BA *ad* AG, *ita poſuimus eſſe* ED *ad* DH. *ergo & permutando, vt* AB *ad* DB, *ita* AG *ad* DH: *& ita reliquum ad reliquum, hoc eſt* GB *ad* HB. *ex quibus per 37 vndecimi libri elementorum concluditur propoſitum. Græcus codex* ἐστὶ δὲ καὶ ὡς τὸ ὑπὸ τῆς αβ καὶ πρὸς τὸν ὑπὸ τῆς δε κύβον. *ſed legendum eſt,* ἐστὶ δὲ καὶ ὡς ὁ ὑπὸ τῆς αβ πρὸς τὸν ὑπὸ τῆς δε κύβον. F

Sed vt cubus ex GB ad cubum ex HB] *Hæc nos addidimus, quæ in Græco codice nõ erant, vt ita legendum ſit* ἀλλ' ὡς ὁ ὑπὸ τῆς ηβ κύβος πρὸς τὸν ὑπὸ τῆς θε κύβον. G

Ita ſolidum, quod ad cubum ex GB eandem proportionem habet, quam quadratum ex AC ad quadratum ex CB, ad ſolidum, quod ad cubum ex HB eandem habet proportionem, quam quadratum ex DF ad quadratum ex FE] *ſit ſolidum* K *quod ad cubum ex* GB *eandem proportionem habet, quam quadratum ex* AC *ad quadratum ex* CB; *& ſit* L *ſolidum quod ad cubum ex* HE *eandem habet proportionem, quam quadratum* 22. ſexti. H

ex

COMMENTARIVS.

Dico quo B A ſuperat A C, eo & illud, quod ad A B proportionem habet, ſuperare id, quod ad A C eandem habet proportionem] *Græcus codex* τῇ τῇ ὑπεροχῇ ᾗ τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ αβ, τοῦ λόγον ἔχοντος πρὸς τὴν αγ. *lege* τῇ τῇ ὑπεροχῇ ᾗ τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ αβ τοῦ λόγον ἔχοντος πρὸς τὸ αγ. A

D F vero, quod ad A C proportionem habet eandem. reliquum igitur E F ad B C eandem proportionem habebit. *Græcus codex* τὸ δὲ πρὸς τὸ αγ τῶν αὐτὸν λόγον ἔχον τῷ δζ λοιπὸν ἄρα τὸ εζ λόγον ἔχει τῶν αὐτὸν *ſed legendum* τὸ δὲ πρὸς τὸ βγ τὸν αὐτὸν λόγον ἔχον τὸ δζ. λοιπὸν ἄρα τὸ εζ πρὸς τὸ βγ λόγον ἔχει τὸν αὐτόν. B

THEOREMA CXCVII. PROPOSITIO CCXII. LEM. X.

Excedat E ipſum C minori exceſſu, quam quo D excedit B. Dico A B ipſis C D minora eſſe.



Sit enim E exceſſus, quo A excedit C. ergo A B æqualia ſunt ipſis C E B. Quoniam autem A excedit C minori exceſſu, quam quo D ipſum B, & A excedit C ipſo E. erit E minus exceſſu ipſorum D B. quare E B minora ſunt, quam D. commune apponatur C. erunt C B E minora, quam C D. ſed C B E oſtenſa ſunt æqualia ipſis A B. ergo A B, quam C D minora erunt. ſimiliter & conuerſum oſtendetur, & quæ ſunt in ellipſi. A B C

COMMENTARIVS.

Ergo A B æqualia ſunt ipſis C E B] *Sequitur enim ex iam dictis* A *æquale eſſe ipſis* E C. *quare addito vtrique communi* B; *erunt* A B *ipſis* C E B *æqualia.* A

Similiter & conuerſum oſtendetur] *Hoc eſt, ſi* A B *minora ſint, quam* C D, *excedet* A *ipſum* C *minori exceſſu, quam quo* D *excedit* B. B

Sit enim E *exceſſus, quo* A *excedit* C. *ergo* A *ipſis* C E *eſt æquale: & addito communi* B, *erunt* A B *æqualia ipſis* C E B. *ſed* A B *minora ſunt, quam* C D. *ergo &* C E B *quam* C D *ſunt minora: commune auferatur* C. *erunt* C B *minora, quam* D, *& idcirco* D *excedet* B *minori exceſſu, quam ſit* E. *excedit autem* A *ipſum* C *exceſſu* E. *ſequitur igitur vt* A *minori exceſſu excedat* C, *quam* D *ipſum* B.

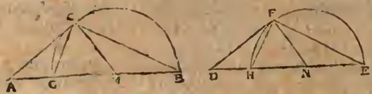
Et quæ ſunt in ellipſi. *Quid his verbis ſignificare voluerit, cum Apollonij libris careamus, diuinare non licet.* C

IN SEXTVM LIBRVM CONICORVM LEMMATA.

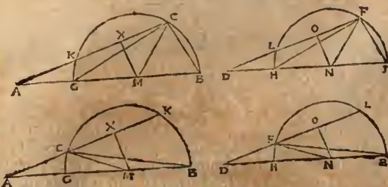
THEOREMA CXCVIII. PROPOSITIO. CCXIII. LEM. I.

Sint duo triangula ambligonia A B C, D E F, quæ obtuſos angulos habeant C F, & æquales acutos A D. ducantur autem rectæ lineæ C G, F H ipſis C B, F E perpendiculares: & ſit vt rectangulum B A G ad quadratum

ex A C, ita rectangulum E D H ad quadratum ex D F. Dico triangulum A B C triangulo D E F ſimile eſſe.



31.tertii. Deſcribantur enim in rectis G B, H B ſemicirculi, qui etiam per C F tranſibunt: ſint
autem G C B, H F E. vel igitur A C, D F ſemicirculos contingunt, vel non contingunt, &
ſi quidem contingunt, perſpicuum eſt triangula A B C, D E F eſſe ſimilia. etenim ſum-
A ptis M N ſemicirculorum centris, iunctiſque M C, N F, erunt anguli M C A, N F D recti.
18 tertij. & ſunt anguli ad A interſe æquales. ergo angulus A M C eſt æqualis angulo D N F item-
32.primi. que æquales eorum dimidij, videlicet angulus B æqualis angulo E. ſed & angulus A
ipſi D æqualis: triangula igitur A B C, D E F interſe ſunt ſimilia.



Si vero A C, D F ſemicirculos non con-
tingunt, ſed ſecant in punctis K L, du-
cantur ad A C, D F rectæ lineæ perpen-
3. ſexti. diculares M X, N O erit K X æqualis X C
B & L O æqualis O F. eſt autem triangu-
4. ſexti. lum A M X ſimile triangulo D N O: quare
vt X A ad A M, ita O D ad D N. Sed quo-
niam vt rectangulum B A G ad quadra-
tum ex A C, ita eſt rectangulum E D H
C ad quadratum ex D F. erit & vt rectan-
1. ſexti. gulum K A C ad quadratum ex A C. hoc
eſt vt K A ad A C, ita rectangulum L D F
ad quadratum ex D F, hoc eſt L D ad D F



D quare & vt X A ad A C, ita O D ad D F.
E Sed & vt X A ad A M, ita O D ad D N propter ſimilitudinem triangulorum. ergo ex æ-
quali vt C A ad A M, ita F D ad D N. & circa æquales angulos A D latera proportiona-
F lia ſunt. æqualis igitur eſt angulus A M C angulo D N F, & eorum dimidia æqualia.
ergo & B angulus eſt æqualis angulo E. Sed & A æqualis eſt ipſi D ex poſitione trian-
gulum igitur A B C triangulo D E F ſimile erit.

Manifeſtum autem eſt ipſius conuerſum. Videlicet ſi triangulum A B C ſimile ſit
triangulo D E F, & anguli B C G, E F H recti, eſſe vt rectangulum B A G ad quadratum
4. ſexti. ex A C, ita rectangulum E D H ad quadratum ex D F, nam propter ſimilitudinem trian-
G H gulorum, vt B A ad A C, ita eſt E D ad D F, & vt G A ad A C, ita H D ad D F. quare, &
compoſita proportio.

COM-

COMMENTARIVS.

Itemque æquales eorum dimidij] *angulus enim* AMC *duobus interioribus, & oppoſitis eſt æqualis, videlicet angulis* MBC, BCM, *qui etiam inter ſe æquales ſunt quare angulus* MBC *anguli* AMC *eſt dimidius, & eadem ratione angulus* NEF *dimidius ipſius* DNF. A 5. primi

Eſt autem triangulum AMX ſimile triangulo DNO] *Ponitur enim angulus* A *angulo* D *æqualis, atque eſt angulus ad* X *rectus æquali recto ad* O *ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum triangulo ſimile erit.* B

Erit, & vt rectangulum KAC ad quadratum ex AC, hoc eſt vt KA ad AC, ita rectangulum LDF ad quadratum ex DF. hoc eſt LD ad DF] *Ex 7. quinti nam rectangulum* KAC *eſt æquale rectangulo* BAG, *& rectangulum* LDF *rectangulo* EDH. C 36. ſexti.

Quare & vt XA ad AC, ita OD ad DF] *Eſt enim vt* KA *ad* AC, *vt* LD *ad* DF. *quare conuertendo, diuidendoque, vt* CK *ad* KA, *ita* FL *ad* LD, *& antecedentium dimidia vt* XK *ad* KA, *ita* OL *ad* LD: *& componendo, vt* XA *ad* AK. *ita* OD *ad* DL. *erat autem vt* KA *ad* AC, *ita* LD *ad* DF. *ergo ex æquali vt* XA *ad* AC, *ita* OD *ad* DF, *ita quidem argumentabimur in prima figura, in ſecunda autem hoc modo. Quoniam vt* KA *ad* AC, *ita* LD *ad* DF *erit diuidendoque vt* KC *ad* CA, *ita* LF *ad* FD, *& antecedentium dimidia vt* XC *ad* CA, *ita* OF *ad* FD, *componendoque vt* XA *ad* AC, *ita* OD *ad* DF. D

Sed vt XA ad AM, ita OD ad DN propter ſimilitudinem triangulorum. ergo ex æquali vt CA ad AM ita FD ad DN] *Quoniam vt* XA *ad* AC, *ita* OD *ad* DF, *erit conuertendo vt* CA *ad* AX, *ita* FD *ad* DO, *vt autem* XA *ad* AM, *ita* OD *ad* DN *ob ſimilitudinem triangulorum* AMX, DNO, *quare ex æquali vt* CA *ad* AM, *ita* FD *ad* DN. E

Aequalis igitur angulus AMC angulo DNF] *Ex antedictis & 6. ſexti libri elementorum, ſequitur triangulum* ACM *triangulo* DFN *ſimile eſſe; ob id angulum* AMC *angulo* DNF *æqualem.* F

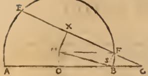
Et vt GA ad AC, ita HD ad DF] *Nam cum triangulum* ABC *ſimile ſit triangulo* DEF *erit angulus* ACB *æqualis angulo* DFE: *atque eſt angulus* BCG *rectus æqualis recto* EFH. *reliquus igitur* GCA *reliquo* HFD *eſt æqualis, ac propterea* AGC *angulus æqualis ipſi* DHF *triangulumque* ACG *triangulo* DFH *ſimile. vt igitur* GA *ad* AC *ita* HD *ad* DF. G 4. ſexti.

Quare & compoſita proportio] *Proportio enim compoſita ex proportione* BA *ad* AC, *& proportione* GA *ad* AC, *quæ quidem eſt rectanguli* BAG *ad quadratum ex* AC, *erit eadem quæ componitur ex proportione* ED *ad* DF, *& proportione* HD *ad* DF, *videlicet, quæ eſt rectanguli* EDH *ad quadratum ex* DF. H

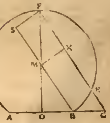
THEOREMA CXCIX. PROPOSITIO CCXIV.

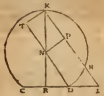
LEM. II.

Sint duæ portiones ſimiles in rectis lineis AB, CD ſemicirculo maiores, & ducantur EFG, HKL, ſit autem, vt EG ad GF, ita HL ad LK. oſtendendum eſt circumferentiam BF circumferentiæ DK ſimilem eſſe.









Sumantur circulorum contra MN, ducanturque perpendiculares MX, MO, NP, NR,
A & MB, ND iungantur. æqualis igitur eſt angulus OMB angulo RND, etenim æquales ſunt ijs, qui in ſingulis portionibus, & ſunt anguli ad O R recti: ergo & angulus
B MBO angulo NDR eſt æqualis. Ducantur ipſis AB, CD parallelæ FS, KT, & MF, NK
C iungantur. æqualis igitur eſt MSF angulus angulo NTK. Itaque quoniam vt EG ad
D GF, ita eſt HL ad LK, erit vt XG ad GF, ita PL ad LK. ergo & vt GX ad XF, hoc
E eſt BM ad MS, hoc eſt FM ad MS. ita LP ad PK, hoc eſt DN ad NT, hoc eſt KN ad
F NT: & ſunt anguli MSF, NTK æquales, & acuti MFS, NKT. angulus igitur SMF eſt
G æqualis angulo TNK. & ideo circumferentia BF ſimilis circumferentiæ DK.

COMMENTARIVS.

A Aequalis igitur eſt angulus OMB angulo RND. etenim æquales ſunt iis, qui in ſingulis portionibus] *Nam cum portiones* AEB, CHD *ſimiles ponantur, erunt, & reliqua portiones ſimiles, & ſimiles circumferentiæ* AB, CD; *itemque earum dimidiæ, in quibus conſiſtunt anguli* OMB, RDN. *anguli igitur* OMB, RND *interſe æquales ſunt.*

B Ducantur ipſis AB, CD parallelæ FS, KT] *Secet autem* FS *rectam lineam* MB *in puncto* S, *&* KT *ipſam* ND *ſecet in* T.

C Aequalis igitur eſt MSF angulus angulo NTK] *Quoniam enim angulus* MBO *eſt æqualis angulo* NDB, *erit, & reliquus ex duobus rectis* MBG *æqualis reliquo* NDL. *Sed angulo* MBG *æqualis eſt angulus* MSF, *& angulo* NDL *æqualis angulus* NTK *in primo caſu, in ſecundo autem angulus* MSF *eſt æqualis angulo* MBO, *& angulus* NTK *ipſi* NDR.

29. primi.

D Erit vt ad GF ita PL ad LK] *Eſt enim vt* EG *ad* GF, *ita* HL *ad* LK. *quare diuidendo vt* EF *ad* FG, *ita* HK *ad* KL: *& antecedentium dimidia vt* XF *ad* FG, *ita* PK *ad* KL, *componendoque vt* XG *ad* GF, *ita* PL *ad* LK, *in ſecundo autem caſu ita dicemus. Quoniam vt* EG *ad* GF, *ita* HL *ad* LK *erit conuertendo. diuidendoque vt* XG *ad* GF, *ita* PL *ad* LH, *vt autem* EG *ad* GX, *ita* HL *ad* LK. *ergo ex æquali vt* XG *ad* GF, *ita* PL *ad* LK.

E Ergo & vt GX ad XF, hoc eſt vt BM ad MS, hoc eſt FM ad MS, ita LP ad PK. hoc eſt DN ad NT, hoc eſt KN ad NT] *Quoniam vt* XG *ad* GF, *ita* PL *ad* LK, *erit in primo caſu per conuerſionem rationis, in ſecundo autem caſu conuertendo, diuidendoque & rurſus conuertendoque, vt* GX *ad* XF, *ita* LP *ad* PK. *Sed vt* GX *ad* XF, *ita* BM *ad* MS. *Si enim* MB XG *producti intelligantur, quouſq; interſe coeant in puncto* Y, *erit vt* MB *ad* BY, *ita* XG *ad* GY, *vt autem* YB *ad* BS, *ita* YG *ad* GF. *ergo ex æquali vt* MB *ad* BS, *ita* XG *ad* GS, *& per*

conuer-

conuerſionem rationis in primo caſu, in ſecundo autem conuertendo, diuidendoque vt BM *ad* MS, *ita* GX *ad* XF. *& eadem ratione demonſtrabitur, vt* DN *ad* NT. *ita* P *ad* PK. *Græcus autem codex mancus eſt & ita reſtituendus.* οὕτως ἡ λπ, πρὸς πκ, οὕτως ἡ δν πρὸς νπ, τοῦτέστιν ἡ κν πρὸς νπ.

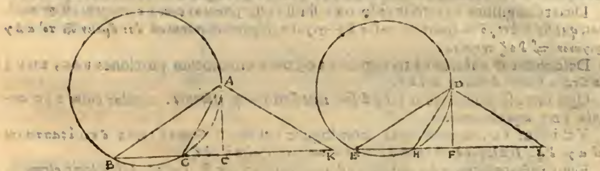
Et ſunt anguli MSF, NTK æquales, & acuti MFS, NKT] *anguli enim* SFX, TKP *ſunt recti. quare* MFS, NKT *neceſſario acuti erunt.* F

Angulus igitur SMF eſt æqualis angulo TNK] *Ex ijs, quæ dicta ſunt, ſequitur per ſeptimam ſexti libri elementorum triangulum* MSF *triangulo* NTK *ſimile eſſe. ergo angulus* SMF *angulo* TNK *eſt æqualis, ac propterea in primo caſu circumferentia* BF *ſimilis eſt circumferentiæ* DK. *in ſecundo autem caſu angulus* FMB *reliquus ex duobus rectis eſt æqualis angulo* KND. *quare & circumferentia* BEF *circumferentiæ* DHK *ſimilis eſſe concludetur.* G

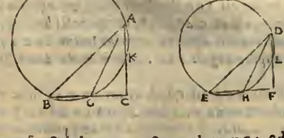
THEOREMA CC. PROPOSITIO CCXV.

LEM. III.

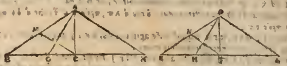
Sint duo triangula ABC, DEF, quæ angulos CF rectos habeant, & ducantur AG, DH in æqualibus angulis BAG, EDH. Sit autem vt rectangulum BCG ad quadratum ex AC, ita rectangulum EFH ad quadratum ex DF. Dico triangulum ABC triangulo DEF ſimile eſſe. A B



Deſcribantur enim circa triangula ABG, DEH circulorum portiones BAG, EDH, quæ inter ſe ſimiles erunt. Vel igitur AC, DF portiones contingunt, vel non contingunt primum. ergo rectangulum quidem BCG æquale eſt quadrato ex AC, hoc eſt rectangulo GCK, ſi ipſi AG ad rectos angulos ducatur AK. rectangulum vero EFH æquale eſt quadrato ex DF, hoc eſt rectangulo HFL. ſi ducatur DL ad rectos angulos ipſi DH. quare BC eſt æqualis CK, & EF ipſi FL. At perpendiculares ſunt AC, DF. angulus igitur BAK duplus eſt anguli BAC, & angulus EDL duplus anguli EDF. æquale autem ſunt BAK, EDL, etenim BAG angulus æqualis eſt angulo EDH, & rectus GAK recto HDL, quare & anguli BAC, EDF æquales erunt; & ſunt recti anguli CF. ſimile igitur eſt triangulum ABC triangulo DEF. Non contingant autem AC, DF, C D E F G H K L



ſed in punctis KL ſecent. eſt igitur vt rectangulum KCA ad quadratum ex CA, hoc eſt vt KC ad CA, ita rectangulum LFD ad quadratum ex FD, hoc eſt ita LF ad FD: & ſunt ſimiles maiores portiones BAG, EDH. ergo circumferentia AG ſimilis circumferentiæ DH, ac propterea angulus B angulo H eſt æqualis. triangulum igitur ABC triangulo DEF ſimile erit. M N O



P ALITER. Ducantur ipſis AG, DH perpendiculares AK, DL. æquale igitur eſt quadratum quidem ex AC rectangulo BCK, quadratum vero ex DF rectangulo HFL. ergo vt rectangulum BCG ad rectangulum GCK, hoc eſt vt BC ad CK, ita erit rectangulum EFH ad rectangulum HFL, hoc eſt EF ad FL. Ducantur CM, FN ipſis AK, DL parallelæ, erit vt BM ad MA, ita EN ad ND. & ſunt anguli ad CF recti, æquales autem ad MN, quoniam, & æquales ſunt BAK, EDL. quare ob id quod ante traditum eſt, triangulum ABC triangulo DEF ſimile erit.

8. & 17. ſexti.

Q R S T

COMMENTARIUS.

A Et ducantur AG, DH in æqualibus angulis BAG, EDH] *Hoc eſt ducantur AG, DH ita vt æquales angulos contineant; cum BA, ED, hoc eſt vt anguli BAG, EDH ſint æquales.*

B Dico triangulum ABC triangulo DEF ſimile eſſe] *Græcus codex corruptus eſt, & mancus, qui ſic habet, ὅτι ὅμοιον ἐστὶ τοῦ αβγ τριγώνῳ. legendum autem eſt ὅτι ὅμοιόν ἐστι τὸ αβγ τρίγωνον τῷ δεζ τριγώνῳ.*

C Deſcribantur enim circa triangula ABG, DEH circulorum portiones BAG, EDH] *In Græco codice deſideratur εδθ.*

D Quæ inter ſe ſimiles erunt] *Ex definitione ſimilium portionum, angulus enim BAG angulo EDH æqualis ponitur.*

E Vel igitur AC, DF poſitiones contingunt vel non] *Græcus codex ἤτοι ἐφάπτονται αἱ αγ, δζ. ſed legendum puto ἤτοι δὴ ἐφάπτονται αἱ αγ, δζ.*

F Ergo rectangulum BCG æquale eſt quadrato ex AC] *Ex 36. tertij libri element.*

G Hoc eſt rectangulo GCK, ſi ipſi AG ad rectos angulos ducatur AK &c.] *Ducta namque AK ad rectos angulos ipſi AG, erit rectangulum GCK æquale quadrato ex AC. ergo rectangulum BCG rectangulo GCK eſt æquale, & ob eandem cauſſam rectangulum EFH rectangulo HFL æquale oſtendetur. Græcus codex mendoſus eſt, ſic enim habet ἔτι δὴ ἐὰν ἀπὸ τοῦ α ὀρθὰ ἄγηται τῇ αη τῇ ακ, τὸ ὑπὸ τῶν ηγκ. τὸ δὲ ὑπὸ τῶν εζθ τῷ ὑπὸ δζ. ἔτι δὴ ἐὰν ὀρθὴ ἄγηται ἀπὸ τοῦ δ θ τῷ ὑπὸ ζλ quare legendum erit ἔτι δὴ ἐὰν πρὸς ὀρθὰς ἄγηται τῇ αη ἡ ακ, τὸ ὑπὸ τῶν βγη, τὸ δὲ ὑπὸ τῶν εζθ τῷ ὑπὸ θζλ. ἔτι δὴ ἐὰν ὀρθὴ ἄγηται τῇ δθ ἡ δλ τῷ ὑπὸ θζλ.*

8. & 19. ſexti.

H Quare BC eſt æqualis CK] *Cum enim rectangulum BCG ſit æquale rectangulo GCK, vt BC ad CG, ita erit CK ad CG. eſt igitur BC ipſi CK æqualis. & eadem ratione EF æqualis FL.*

14. ſexti. 9. quinti.

K Et EF ipſi FL] *Græcus codex ἡ δὲ ηζ τῇ ζλ lege ἡ δὲ εζ τῇ ζλ.*

L At perpendiculares ſunt AC, DF. angulu igitur IAK duplus eſt anguli BAC, & angulus EDL duplus anguli EDF] *Quoniam BC eſt æqualis CK, & EF ipſi FL, ſuntque AC DF perpendiculares: erunt trianguli ABC duo latera AC, CB æqualia duobus lateribus AC, CK trianguli AKC, & ſunt anguli ad C æquales, nempe recti: baſis igitur BA eſt æqualis baſi AK, & reliqui anguli reliquis angulis æquales, angulus igitur BAC æqualis eſt angulo KAC, & ideo totus angulus BAK duplus anguli BAC. eodem modo demonſtrabimus angulum EDL anguli EDF duplum eſſe.*

M Eſt igitur vt rectangulum KCA ad quadratum ex CA, hoc eſt vt KC ad CA, ita rectangulum LFD ad quadratum ex FD, hoc eſt ita LF ad FD] *Erat enim vt rectangulum BCG ad quadratum ex CA, ita rectangulum EFH ad quadratum ex FD. ſed rectangulo BCG æquale eſt rectangulum KCA, & rectangulo EFH æquale rectangulum LFD. ergo vt rectangulum KCA ad quadratum ex CA; hoc eſt vt KC ad CA, ita rectangulum LFD ad quadratum ex FD, hoc eſt LF ad FD. Græcus codex corruptus eſt, qui ſic habet ὑπὸ ὡς ἡ κγ πρὸς γα, οὕτω τὸ ὑπὸ εδ, ζλ πρὸς τὸ ὑπὸ δζ ego ſic legendum puto ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν κγα πρὸς τὸ ὑπὸ γα, τουτέστιν ὡς ἡ κγ πρὸς, οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν λζδ πρὸς τὸ ὑπὸ δζ.*

N Et ſunt ſimiles maiores portiones] *Ponuntur ſiquidem anguli BAG EDH interſe æquales; &*

les; & ſunt acuti. quoniam, & ipſi BAC, EDF *etiam acuti ſunt. Græcus codex* ϰαὶ ἔϛιν ὅμοιον μείζονα τμήματα. *ego legerem* ϰαὶ ἔϛιν ὅμοια μείζονα τμήματα.

Ergo circumferentia AG ſimilis eſt circumferentiæ DH] *Ex antecedente.* O

Ducantur ipſi AG, DH perpendiculares AK, DL] *In Græco codice hoc loco eadem, quæ ſupra iterantur, & ideo nos omittenda cenſuimus.* P

Ergo vt rectangulum BCG ad rectangulum GCK] *In Græco codice pro* βγη *mendoſe legitur* βγκ. Q

Hoc eſt EF ad FL] *Græcus codex* ἡ θζ πρὸς ζλ *lege* ἡ εζ πρὸς ζλ. R

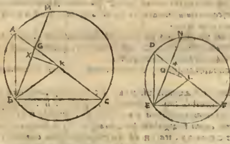
Quoniam & æquales ſunt BAK, EDL] *Græcus codex* ϰαὶ αἱ ὑπὸ βακ, εδλ *ſed fortaſſe legendum erit.* ϰαὶ γὰρ αἱ ὑπὸ βακ, εδλ, *vel* ἐπεὶ ϰαὶ αἱ ὑπὸ βακ, εδλ. S

Quare ob id, quod ante traditum, triangulum ABC triangulo DEF ſimile erit] T

THEOREMA CCI. PROPOSITIO CCXVI.

LEM. IV.

Sint duo triangula, quæ rectos angulos habeant ad puncta BE, & ducantur BG, EH in æqualibus angulis AGB, DHE, ſit autem vt rectangulum AGC ad quadratum ex GB, ita rectangulum DHF ad quadratum ex HE. oſtendendum eſt triangulum ABC triangulo DEF ſimile eſſe.

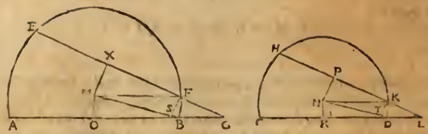


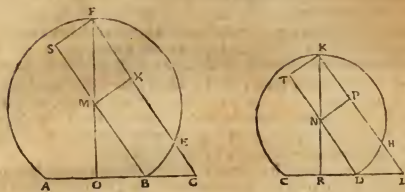
Deſcribantur circa triangula circuli, & ipſorum centra ſumantur KL, perſpicue conſtat ea eſſe ad eaſdem partes punctorum GH. nam ſi fieri poteſt, ſit K quidem inter CG puncta; L vero inter DH, producanturq; BG, EH ad puncta MN, & a puncto K ad MB perpendicularis ducatur KX, quæ inter GB cadet, eritque angulus XGB obtuſus, eſt autem æqualis angulo DHE, quare & DHE obtuſus erit, & acutus DHN perpendicularis igitur a puncto L ad EN ducta cadit inter HN. cadat, & ſit LO. erit NO æqualis OE, ergo NO, quam HE maior eſt; & NH multo maior, quam HE, & rectangulum NHE, hoc eſt DHF maius quadrato ex HE. eſt autem vt rectangulum DHF ad quadratum ex HE, ita rectangulum AGC ad quadratum ex GB. quod eſt abſurdum. eſt enim & minus, quoniam MG minor eſt, quam GB, & rectangulum MGB minus quadrato ex GB. non igitur centro K inter GC existente, erit L inter DH. ſit inter HF. & ad eaſdem partes ducatur perpendicularis LO. Itaque quoniam vt rectangulum AGC, hoc eſt MGB ad quadratum ex GB hoc eſt vt MG ad GB, ita rectangulum DHF, hoc eſt NHE ad quadratum ex HE, hoc eſt NH ad HE, & ſecantur MB, NE bifariam in punctis XO; erit vt BX ad XG, ita EO ad OH. ſed & vt GX ad XK, ita HO ad OL; recti enim ſunt anguli ad XO, & æquales qui ad GH. ergo ex æquali vt BX ad XK, ita EO ad OL. & ſunt circa æquales angulos, quare angulus BKX eſt æqualis angulo ELO. eſt autem & XKG angulus æqualis angulo OLH. totus igitur BKG toti ELH æqualis erit, & eorum dimidia æqualia. ergo & angulus ACB æqualis ipſi DFE ſuntque recti ad BE, ſimile igitur eſt triangulum ABC triangulo DEF.

The letters A–M printed in the right margin beside this paragraph stand beside the printed lines as follows: A beside "K ad MB perpendicularis ducatur KX … ob-"; B beside "pendicularis igitur a puncto L ad EN … erit NO"; C beside "æqualis OE, ergo NO … & re-"; D beside "ctangulum NHE, hoc eſt DHF … rectangulum DHF"; E beside "ad quadratum ex HE … abſurdum."; F beside "eſt enim & minus … minus"; "24. tertij." beside "quadrato ex GB. non igitur … ſit inter"; "1. ſexti." beside "HF. & ad eaſdem partes … rectangu-"; G beside "lum AGC, hoc eſt MGB … rectangulum"; H beside "DHF, hoc eſt NHE … NE bi-"; K beside "fariam in punctis XO … ita HO"; L beside "ad OL … ex æquali vt BX ad"; M beside "XK, ita EO ad OL … æqualis an-".

Manifeſtum autem eſt & huius conuerſum; videlicet ſi triangulum ABC ſimile ſit triangulo DEF, & triangulum GBC triangulo HEF, eſſe vt rectangulum AGC ad quadratum ex GB, ita rectangulum DHF ad quadratum ex HE. N

COM-





Sumantur circulorum contra MN, ducanturque perpendiculares MX, MO, NP, NR,
A & MB, ND iungantur. æqualis igitur eſt angulus OMB angulo RND, etenim æquales ſunt ijs, qui in ſingulis portionibus, & ſunt anguli ad O R recti: ergo & angulus
B MBO angulo NDR eſt æqualis. Ducantur ipſis AB, CD parallelæ FSKT, & MF, NK
C iungantur. æqualis igitur eſt MSF angulus angulo NTK. Itaque quoniam vt BG ad
D GF, ita eſt HL ad LK, erit vt XG ad GF, ita PL ad LK. ergo & vt GX ad XF, hoc
E eſt BM ad MS, hoc eſt FM ad MS. ita LP ad PK, hoc eſt DN ad NT, hoc eſt KN ad
F NT: & ſunt anguli MSF, NTK æquales, & acuti MFS, NKT. angulus igitur SMF eſt
G æqualis angulo TNK. & ideo circumferentia BF ſimilis circumferentiæ DK.

COMMENTARIVS.

A Aequalis igitur eſt angulus OMB angulo RND. etenim æquales ſunt ijs, qui in ſingulis portionibus] *Nam cum portiones* AEB, CHD *ſimiles ponantur, erunt, & reliquæ portiones ſimiles, & ſimiles circumferentiæ* AB, CD; *itemque earum dimidiæ, in quibus conſiſtunt anguli* OMB, RDN. *anguli igitur* OMB, RND *interſe æquales ſunt.*

B Ducantur ipſis AB, CD parallelæ FS, KT] *Secet autem* FS *rectam lineam* MB *in puncto* S, *&* KT *ipſam* ND *ſecet in* T.

C Aequalis igitur eſt MSF angulus angulo NTK] *Quoniam enim angulus* MBO *eſt æqualis angulo* NDR, *erit, & reliquus ex duobus rectis* MBG *æqualis reliquo* NDL. *Sed angulo* MBG *æqualis eſt angulus* MSF, *& angulo* NDL *æqualis angulus* NTK *in primo caſu, in ſecundo autem angulus* MSF *eſt æqualis angulo* MBO, *& angulus* NTK *ipſi* NDR.

19. primi.

D Erit vt ad GF ita PL ad LK] *Eſt enim vt* EG *ad* GF, *ita* HL *ad* LK. *quare diuidendo vt* EF *ad* FG, *ita* HK *ad* KL: *& antecedentium dimidia vt* XF *ad* FG, *ita* PK *ad* KL, *componendoque vt* XG *ad* GF, *ita* PL *ad* LK, *in ſecundo autem caſu ita dicemus. Quoniam vt* EG *ad* GF, *ita* HL *ad* LK *erit conuertendo. diuidendoque vt* XG *ad* GE, *ita* PL *ad* LH, *vt autem* BG *ad* GX, *ita* HL *ad* LK. *ergo ex æquali vt* XG *ad* GF, *ita* PL *ad* LK.

E Ergo & vt GX ad XF, hoc eſt vt BM ad MS, hoc eſt FM ad MS, ita LP ad PK. hoc eſt DN ad NT, hoc eſt KN ad NT] *Quoniam vt* XG *ad* GF, *ita* PL *ad* LK, *erit in primo caſu per conuerſionem rationis, in ſecundo autem caſu conuertendo, diuidendoque & rurſus conuertendoque, vt* GX *ad* XF, *ita* LP *ad* PK. *Sed vt* GX *ad* XF, *ita* BM *ad* MS. *Si enim* MB *&* XG *produci intelligantur, quouſq; interſe coeant in puncto* Y, *erit vt* MB *ad* BY, *ita* XG *ad* GY, *vt autem* YB *ad* BS, *ita* YG *ad* GF. *ergo ex æquali vt* MB *ad* BS, *ita* XG *ad* GS, *& per*

conuer-

conuerſionem rationis in primo caſu, in ſecundo autem conuertendo, diuidendoque vt BM *ad* MS, *ita* GX *ad* XF. *& eadem ratione demonſtrabitur, vt* DN *ad* NT. *ita* P *ad* PK. *Græcus autem codex mancus eſt & ita reſtituendus.* ὅτως ἡ λπ, πρὸς πκ. ὅτως ἡ δν πρὸς νπ, τοῦτεστιν ἡ κν πρὸς ντ.

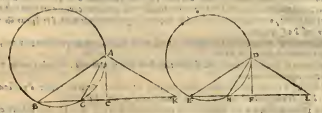
Et ſunt anguli MSF, NTK æquales, & acuti MFS, NKT] *anguli enim* SFX, TKP *ſunt recti. quare* MFS, NKT *neceſſario acuti erunt.* F

Angulus igitur SMP eſt æqualis angulo TNK] *Ex iis, quæ dicta ſunt, ſequitur per ſeptimam ſexti libri elementorum triangulum* MSF *triangulo* NTK *ſimile eſſe. ergo angulus* SMF *angulo* TNK *eſt æqualis, ac propterea in primo caſu circumferentia* BP *ſimilis eſt circumferentiæ* DK. *in ſecundo autem caſu angulus* PMB *reliquus ex duobus rectis eſt æqualis angulo* KND. *quare & circumferentia* BEP *circumferentiæ* DHK *ſimilis eſſe concludetur.* G

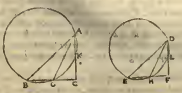
THEOREMA CC. PROPOSITIO CCXV.

LEM. III.

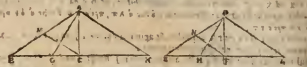
Sint duo triangula ABC, DEF, quæ angulos CF rectos habeant, & ducantur AG, DH in æqualibus angulis BAG, EDH. Sit autem vt rectangulum BCG ad quadratum ex AC, ita rectangulum EFH ad quadratum ex DF. Dico triangulum ABC triangulo DEF ſimile eſſe. A B



Deſcribantur enim circa triangula ABG, DEH circulorum portiones BAG, EDH, quæ interſe ſimiles erunt. Vel igitur AC, DF portiones contingunt, vel non contingunt primum. ergo rectangulum quidem BCG æquale eſt quadrato ex AC, hoc eſt rectangulo GCK, ſi ipſi AG ad rectos angulos ducatur AK. rectangulum vero EFH æquale eſt quadrato ex DF, hoc eſt rectangulo HFL. ſi ducatur DL ad rectos angulos ipſi DH. quare BC eſt æqualis CK, & EF ipſi FL. At perpendiculares ſunt AC, DF. angulus igitur BAK duplus eſt anguli BAC, & angulus EDL duplus anguli EDF. æquale autem ſunt BAK, EDL, etenim BAG angulus æqualis eſt angulo EDH, & rectus GAK recto HDL, quare & anguli BAC, EDF æquales erunt; & ſunt recti anguli CF. ſimile igitur eſt triangulum ABC triangulo DEF. Non contingant autem AC, DE, C D E F G H K L



ſed in punctis KL ſecent: eſt igitur vt rectangulum KCA ad quadratum ex CA, hoc eſt vt KC ad CA, ita rectangulum LFD ad quadratum ex FD, hoc eſt ita LF ad FD: & ſunt ſimiles maiores portiones BAG, EDH. ergo circumferentia AG ſimilis circumferentiæ DH, ac propterea angulus B angulo H eſt æqualis. triangulum igitur ABC triangulo DEF ſimile erit. M N O



P ALITER. Ducantur ipſis AG, DH perpendiculares AK, DL. æquale igitur eſt
8. & 17. quadratum quidem ex AC rectangulo BCK, quadratum vero ex DF rectangulo HFL,
ſexti. ergo vt rectangulum BCG ad rectangulum GCK, hoc eſt vt BC ad CK, ita erit rectan-
Q gulum EFH ad rectangulum HFL, hoc eſt EF ad FL. Ducantur CM, FN ipſis AK, DL
R parallelæ, erit vt BM ad MA, ita EN ad ND. & ſunt anguli ad CF recti, æquales au-
S tem ad MN, quoniam, & æquales ſunt BAK, EDL. quare ob id quod ante traditum
T eſt, triangulum ABC triangulo DEF ſimile erit.

COMMENTARIUS.

A Et ducantur AG, DH in æqualibus angulis BAG, EDH] *Hoc eſt ducantur AG, DH ita vt æquales angulos contineant; cum BA, ED, hoc eſt vt anguli BAG, EDH ſint æquales.*

B Dico triangulum ABC triangulo DEF ſimile eſſe] *Græcus codex corruptus eſt, & mancus, qui ſic habet, ὅτι ὅμοιον ἐστι τοῦ αβγ τριγώνῳ. legendum autem eſt ὅτι ὅμοιόν ἐστι τὸ αβγ τρίγωνον τῷ δεζ τριγώνῳ.*

C Deſcribantur enim circa triangula ABG, DEH circulorum portiones BAG, EDH] *In Græco codice deſideratur εδθ.*

D Quæ inter ſe ſimiles erunt] *Ex definitione ſimilium portionum, angulus enim BAG angulo EDH æqualis ponitur.*

E Vel igitur AC, DF poſitiones. contingunt vel non] *Græcus codex ἤτοι ἐφάπτονται αἱ αγ, δζ. ſed legendum puto ἤτοι δὴ ἐφάπτονται αἱ αγ, δζ.*

F Ergo rectangulum BCG æquale eſt quadrato ex AC] *Ex 36. tertij libri element.*

G Hoc eſt rectangulo GCK, ſi ipſi AG ad rectos angulos ducatur AK &c.] *Ducta namque*
8. & 19. *AK ad rectos angulos ipſi AG, erit rectangulum GCK æquale quadrato ex AC. ergo re-*
ſexti. *ctangulum BCG rectangulo GCK eſt æquale, & ob eandem cauſſam rectangulum EFH rectangulo HFL æquale oſtendetur. Græcus codex mendoſus eſt, ſic enim habet ἐὰν πρὸς ὀρθὰς ἀγάγω τῇ ακ τὴν αχ, τὸ ὑπὸ ἐστὶ ηγα. τὸ δὲ ὑπὸ τῶν εζθ τῷ ὑπὸ δζ. ἐὰν ὀρθὰς ἀγάγω τῇ δα τῇ δθ τῷ ὑπὸ ζλ quare legendum erit ἐὰν πρὸς ὀρθὰς ἀγάγω τῇ ακ τὴν αη, τὸ ὑπὸ ἐστὶ ηγκ, τὸ δὲ ὑπὸ ἐστὶ εζθ τῷ ὑπὸ δζ. ἐὰν ὀρθὴν ἀγάγω τῇ δθ τὴν δλ τῷ ὑπὸ θζλ.*

H Quare BC eſt æqualis CK] *Cum enim rectangulum BCG ſit æquale rectangulo GCK, vt*
14. ſexti. *BC ad CG, ita erit CK ad CG. eſt igitur BC ipſi CK æqualis. & eadem ratione EF æqua-*
9. quinti. *lis FL.*

K Et EF ipſi FL] *Græcus codex ἡ δὲ ηζ τῇ ζλ lege ἡ δὲ εζ τῇ ζλ.*

L At perpendiculares ſunt AC, DF. angulus igitur BAK duplus eſt anguli BAC, & angulus EDL duplus anguli EDF] *Quoniam BC eſt æqualis CK, & EF ipſi FL, ſuntque AC DF perpendiculares: erunt trianguli ABC duo latera AC, CB æqualia duobus lateribus AC, CK trianguli AKC, & ſunt anguli ad C æquales, nempe recti. baſis igitur BA eſt æqualis baſi AK, & reliqui anguli reliquis angulis æquales, angulus igitur BAC æqualis eſt angulo KAC, & ideo totus angulus BAK duplus anguli BAC. eodem modo demonſtrabimus angulum EDL anguli EDF duplum eſſe.*

M Eſt igitur vt rectangulum KCA ad quadratum ex CA, hoc eſt vt KC ad CA, ita rectangulum LFD ad quadratum ex FD, hoc eſt ita LF ad FD] *Erat enim vt rectangulum BCG ad quadratum ex CA, ita rectangulum EFH ad quadratum ex FD. ſed rectangulo BCG æquale eſt rectangulum KCA, & rectangulo EFH æquale rectangulum LFD. ergo vt rectangulum KCA ad quadratum ex CA, hoc eſt vt KC ad CA, ita rectangulum LFD ad quadratum ex FD, hoc eſt LF ad FD. Græcus codex corruptus eſt, qui ſic habet ἔστιν ὡς ἡ κγ πρὸς γα, οὕτω τὸ ὑπὸ εδ, ζλ πρὸς τὸ ὑπὸ δζ ego ſic legendum puto ἔστιν ὡς τὸ ὑπὸ κγα πρὸς τὸ ὑπὸ γα, τουτέστιν ὡς ἡ κγ πρὸς, οὕτω τὸ ὑπὸ λζδ πρὸς τὸ ὑπὸ δζ.*

N Et ſunt ſimiles maiores portiones] *Ponuntur ſiquidem anguli BAG EDH interſe æquales; &*

les; & ſunt acuti. quoniam, & ipſi BAC, EDF *etiam acuti ſunt. Græcus codex* ϰ̀ ἐπὶ ὅμοιον μείζονα τμήματα. *ego legerem* ϰ̀ ἐπὶ ὅμοια μείζονα τμήματα.

Ergo circumferentia AG ſimilis eſt circumferentiæ DH] *Ex antecedente.* O

Ducantur ipſi AG, DH perpendiculares AK, DL] *In Græco codice hoc loco eadem, quæ ſupra iterantur, & ideo nos omittenda cenſuimus.* P

Ergo vt rectangulum BCG ad rectangulum GCK] *In Græco codice pro* βγκ *mendoſe legitur* βγκ. Q

Hoc eſt EF ad FL] *Græcus codex* ἡ θζ πρὸς ζλ *lege* ἡ εζ πρὸς ζλ. R

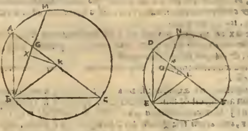
Quoniam & æquales ſunt BAK, EDL] *Græcus codex* ϰ̀ ἔτι αἱ ὑπὸ βακ, εδλ *ſed fortaſſe legendum erit.* ϰ̀ γὰρ αἱ ὑπὸ βακ, εδλ, *vel* ἔτι ϰ̀ αἱ ὑπὸ βακ, εδλ. S

Quare ob id, quod ante traditum, triangulum ABC triangulo DEF ſimile erit] T

THEOREMA CCI. PROPOSITIO CCXVI.

LEM. IV.

Sint duo triangula, quæ rectos angulos habeant ad puncta BE, & ducantur BG, EH in æqualibus angulis AGB, DHE, ſit autem vt rectangulum AGC ad quadratum ex GB, ita rectangulum DHF ad quadratum ex HE. oſtendendum eſt triangulum ABC triangulo DEF ſimile eſſe.



Deſcribantur circa triangula circuli, & ipſorum centra ſumantur KL, perſpicue conſtat ea eſſe ad eaſdem partes punctorum GH. nam ſi fieri poteſt, ſit K quidem inter CG puncta, L vero inter DH, producanturq; BG, EH ad puncta MN, & a puncto K ad MB perpendicularis ducatur KX, quæ inter GB cadet, eritque angulus XGB obtuſus, eſt autem æqualis angulo DHE, quare & DHE obtuſus erit, & acutus DHN perpendicularis igitur a puncto L ad EN ducta cadit inter HN. cadat, & ſit LO. erit NO A B æqualis OE. ergo NO, quam HE maior eſt: & NH multo maior, quam HE, & re- C ctangulum NHE, hoc eſt DHF maius quadrato ex HE. eſt autem vt rectangulum DHF D ad quadratum ex HE, ita rectangulum AGC ad quadratum ex GB. quod eſt abſurdum. E eſt enim & minus, quoniam MG minor eſt, quam GB, & rectangulum MGB minus F quadrato ex GB. non igitur centro K inter GC exiſtente, erit L inter DH. ſit inter HF. & ad eaſdem partes ducatur perpendiculari LO. itaque quoniam vt rectangu- ex tertij, ſexti. lum AGC, hoc eſt MGB ad quadratum ex GB hoc eſt vt MG ad GB, ita rectangulum G DHF, hoc eſt NHE ad quadratum ex HE, hoc eſt NH ad HE, & ſecantur MB, NB bi- H fariam in punctis XO; erit vt BX ad XG, ita EO ad OH. ſed & vt GX ad XK, ita HO K ad OL; recti enim ſunt anguli ad XO, & æquales, qui ad GH. ergo ex æquali vt BX ad L XK, ita EO ad OL. & ſunt circa æquales angulos, quare angulus BKX eſt æqualis an- M gulo ELO. eſt autem & XKG angulus æqualis angulo OLH. totus igitur BKG toti ELH æqualis erit, & eorum dimidia æqualia. ergo & angulus ACB æqualis ipſi DFE ſuntque recti ad BE, ſimile igitur eſt triangulum ABC triangulo DEF.

Manifeſtum autem eſt & huius conuerſum; videlicet ſi triangulum ABC ſimile ſit N triangulo DEF, & triangulum GBC triangulo HEF, eſſe vt rectangulum AGC ad quadratum ex GB, ita rectangulum DHF ad quadratum ex HE.

COM-

COMMENTARIVS.

A Quæ inter G B cadet, eritque angulus A G B obtuſus] *Angulus enim* B G C *eſt acutus & propterea* C G M *obtuſus. ſi enim caderet inter* G M, *eſſent trianguli duo anguli duobus rectis maiores. quod eſt abſurdum. At ſi angulus* B G C *obtuſus ſit vt in alia figura, perpendicularis* X X *inter* G M *cadat neceſſe eſt.*

B Cadat, & ſit L O] *In Græco codice mendoſe legitur* λ θ.

C Erit N O æqualis O B] *Ex 3. tertij elementorum. Græcus codex pro* ν θ *habebat* μ θ, *& ita in ijs, quæ proxime ſubſequuntur.*

D Hoc eſt D H F maius quadrato ex H E] *Ex 35. tertij libri elementorum. Græcus codex.* ὑπὸ τῶ δ ι ζ *ſed legendum* ὑπὸ τὸ δ ι ζ.

E Quod eſt abſurdum] *Nam cum ſit rectangulum* D H F *maius quadrato ex* H B, *vt demonſtratum eſt, & rectangulum* A G C *quadrato ex* G B *maius erit. ſed & minus quod fieri non poteſt.*

F Erit L inter D H] *Græcus codex* τὸ λ ἔσται μεταξὺ τῶν δ ι. *ſed legendum* μεταξὺ τῶν δ θ.

G Hoc eſt N H ad H E] *Deſiderantur hæc in Græco codice, quare ita reſtituendus erit,* ὅτι τὸ ὑπὸ δ θ ζ, ὑπὸ τὸ ὑπὸ ν θ ε πρὸς τὸ ἀπὸ θ ε, ὑπὸ δὲ ν θ πρὸς θ ε.

H Erit vt B X ad X G, ita E O ad O H] *Secetur* B X *in puncto* P *ita vt* X P *ſit æqualis* X G *& ſimiliter ſecetur* E O *in* R *vt* O R *ſit æqualis* O H. *erit* P G *exceſſus, quo* B G *excedit* G M. *&* R H *exceſſus, quo* E H *excedit* H N. *Quoniam igitur vt* M G *ad* G B, *ita* N H *ad* H E, *erit conuertendo, vt* B G *ad* G M *ita* E H *ad* H N: *& per conuerſionem rationis, vt* B G *ad* G P, *ita* E H *ad* H R: *& conſequentium dimidia, vt* B G *ad* G X, *ita* E H *ad* H O: *& denique diuidendo vt* B X *ad* X G, *ita* E O *ad* O H.

K Sed & vt G X ad X K, ita H O ad O L] *Ob ſimilitudinem ſcilicet triangulorum* K G X, L H O *ſunt enim anguli recti ad* X O, *& æquales ad* G H, *quoniam* A G B, D H E *æquales ponebantur. ergo, & reliquis reliqui ſunt æquales.*

L Et ſunt circa æquales angulos] *Sequitur enim ex 6. ſexti elementorum triangula* B X K E O L *ſimilia eſſe.*

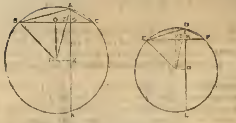
M Ergo & angulus A C B æqualis ipſi D F E] *Ex 30. tertij elementorum.*

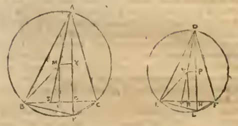
L Manifeſtum autem eſt & huius conuerſum, videlicet ſi triangulum A B C ſimile ſit triangulo D E F] *Si enim triangulum* A B C *ſimile ſit triangulo* D E F, *& triangulum* G B C *triangulo* H E F, *erit etiam triangulum* A B C *triangulo* D E H *ſimile. ergo vt* A G *ad* G B, *ita*
4. ſexti. D H *ad* H E, *& vt* C G *ad* G B, *ita* F H *ad* H E *proportio igitur compoſita ex proportione* A G *ad* G B *& proportione* C G *ad* G B, *quæ quidem eſt proportio rectanguli* A G C *ad quadratum ex* G B, *eadem erit, quæ componitur ex proportione* D H *ad* H E, *& proportione* F H *ad* H E, *quæ eſt rectanguli* D H F *ad quadratum ex* H E. *ergo vt rectangulum* A G C *ad quadratum ex* G B, *ita rectangulum* D H F *ad quadratum ex* H E.

LEM. V.

THEOREMA CCII. PROPOSITIO CCXVII.

A Sint duo triangula A B C, D E F, quæ angulos A D æquales habeant:
B non autem rectos, & perpendiculares ducantur A G: D H: ſitque vt rectangulum B G C ad quadratum ex A G, ita rectangulum E H F ad quadratum ex D H: & rectarum linearum B C, E F maiores portiones ſint B G, E H. Dico triangulum A B G triangulo D E H, & reliquum reliquo ſimile eſſe.





Circumſcribantur circuli, & producantur AG, DH ad puncta KL. Sumantur autem
MN circulorum centra, atque ab ipſis ad rectas lineas AK, EC, DL, EF perpendicula-
res ducantur MX, MO, NP, NR. Ex ijs igitur, quæ ante dicta ſunt, vt KG, ad GA, ita C
erit LH ad HD. quare & vt AX ad XG, ita DP ad PH. Iungantur AM, DN, ſed vt AX D
quidem ad XG, ita AM ad MH: vt vero DP ad PH, ita DN ad NT. ergo & vt AM ad 2. ſexti.
MS, ita DN ad NT. Iungantur præterea BM, BN. itaque quoniam portio BAC ſimilis
eſt portioni EDF, erit & reliqua BKC reliquæ ELF ſimilis: & ideo anguli in ipſis æqua- E
les, & eorum ſinguli æquales ſingulis: anguli igitur BMO, ENR æquales ſunt in pri- F
mo caſu, in ſecundo autem caſu ex appoſitis conſtat angulum BMO æqualem eſſe an- G
gulo ENR, quoniam, & anguli, qui in portionibus BAC, EDF. eſt igitur vt BM ad H
MO, hoc eſt vt AM ad MO, ita EN ad NR, hoc eſt DN ad NR. eſt autem vt AM ad K
MS. ita DN ad NT. quare ex æquali vt OM ad MS, ita RN ad NT. ſuntque anguli, L
qui ad OR recti; acuti autem qui ad ST. æqualis igitur eſt angulus OMS angulo RNT M
ſed & angulus BMO angulo ENT eſt æqualis. ergo & æqualis BMS ipſi ENT, ac pro- N
pterea angulus C angulo F æqualis. triangula igitur inter ſe omnino ſimilia erunt.

Poteſt autem vnius angulorum ſiue obtuſorum, ſiue acutorum præmiſſa demon-
ſtratione, & reliquum oſtendi hoc modo. Ponatur enim primum demonſtratum iam
eſſe in angulis obtuſis æqualibus, vt dictum eſt, & oporteat in æqualibus angulis acutis O
BAC, EDF demonſtrare triangula ſimilia eſſe. Rurſuſque circumſcribantur circuli,
& productis AG, DH ad puncta KL, iungantur BK, KC, EL, LF. æquales igitur ſunt
& anguli BKC, ELF obtuſi. Et quoniam eſt vt rectangulum BGC, hoc eſt AGK ad qua-
dratum ex KG, videlicet vt KG ad GA, ita rectangulum EHF, hoc eſt DHL ad quadra-
tum ex DH, videlicet LH ad HD: erit vt quadratum ex AG ad quadratum ex GK, ita
quadratum ex DH ad quadratum ex HL. eſt autem, & vt rectangulum BGC ad quadra-
tum ex AG, ita rectangulum EHF ad quadratum ex DH. ergo ex æquali vt rectangu-
lum BGC ad quadratum ex GK, ita rectangulum EHF ad quadratum ex HL: & ſunt
æquales anguli obtuſi BKC, ELF, & perpendiculares KG, LH. ex ijs igitur, quæ ante
tradita ſunt, triangulum quidem BKG ſimile eſt triangulo ELH. triangulum vero CKG P
triangulo FLH. quare & triangulum ABG triangulo DEH eſt ſimile: & triangulum
ACG triangulo DFH. ergo & totum triangulum ABC ſimile eſt toti EDF.

COM-

COMMENTARIVS.

A Sint duo triangula ABC, DEF, quæ angulos AD æquales habeant, non autem rectos. Græcus codex ἔςω δύο τρίγωνα τὰ αβγ, δεζ ἴσας ἔχοντα τὰς α δ γωνίας μὴ ὀρθάς τε καὶ κάθετοι ἤχθωσαν αἱ αγ, δθ, fortaſſe autem legendum eſt μὴ ὀρθὰς δὲ, καὶ κάθετοι ἤχθωσαν αἱ αη, δθ. de ijs enim, quæ rectos angulos habent, & ſuperius dictum eſt, & inferius paulo poſt dicetur.

B Sitque vt rectangulum BGC ad quadratum ex AG, &c.] Græcus codex ὡςὶ τὸ ὑπὸ τῶν βηγ, &c. Sed legendum arbitror ἔςω τε ὡς τὸ ὑπὸ τῶν βηγ.

C Ex ijs igitur, quæ ante dicta ſunt vt KG ad GA. ita erit LH ad HD] Eſt eſt enim vt rectangulum BGC, hoc eſt rectangulum KGA ad quadratum ex GA, hoc eſt KG ad GA, ita rectangulum BHF, hoc eſt LHD ad quadratum ex HD, hoc eſt DH ad HD.

D Quare & vt AX ad XG, ita DP ad PH] Quoniam enim vt KG ad GA, ita LH ad HD, erit per conuerſionem rationis vt KG ad exceſſum, quo KG ſuperat GA, hoc eſt ad duplum ipſius GX, ita LH ad duplum ipſius HP, & conſequentium dimidia, vt KG ad GX, ita LH ad HP, & diuidendo vt KX, hoc eſt AX ad XG, ita LP hoc eſt DP ad PH.

E Et ideo anguli in ipſis æquales, & eorum ſinguli æquales ſingulis. anguli igitur BMO, BNR æquales ſunt in primo caſu. in ſecundo autem caſu, &c.] Cum portio BKC ſimilis ſit portioni ELF. anguli in ipſis æquales ſunt; Sed angulo qui in portione BKC æqualis eſt angulus BMO, vt proxime explicauimus. angulo autem qui in portione ELF eſt æqualis angulus ONR. ergo anguli BMO, ENR inter ſe ſunt æquales. atque hoc in primo caſu nam in ſecundo illud per ſe conſtat, ponitur enim angulus BAC æqualis angulo EDF quare & BMO ipſis ENR æqualis erit in Græco codice pro βμο mendoſe legitur βμθ, & ita in ijs, quæ ſequuntur, ponitur θ loco ipſius.

F Eſt igitur vt BM ad MO, hoc eſt vt AM ad MO, ita BN ad NR, hoc eſt DN ad NR] Quoniam enim angulus BMO eſt æqualis angulo ENR, anguli que ad ND, OR, & reliquus reliquo æqualis erit, & triangulum BMO triangulo BRN ſimile ergo vt BM, hoc eſt AM ad MO ita BN, hoc eſt DN ad NR, & conuertendo vt OM ad MA, ita RN ad ND.

G Suntque anguli, qui ad OR recti: acuti autem, qui ad ST] Ex ijs ſequitur per ſeptima ſexti, elementorum triangulum MOS ſimile eſſe triangulo NRT, & angulum OMS angulo RNT æqualem.

H Sed & angulus BMO angulo ENR eſt æquales] Quod ante demonſtratum fuit Græcus codex ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ τῶν ρεμ τῇ ὑπὸ ερν ἐςὶν ἴση ſed arbitror legendum ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ τῶν βμο τῇ ὑπὸ ενρ ἐςὶν ἴση.

K Ergo & æqualis BMS ipſi ENT] In primo caſu erit totus angulus BMS ex duobus æqualibus conſtans æqualis toti ENT. In ſecundo autem caſu, erit reliquus BMC reliquo LNT æqualis.

L Ac propterea angulus C angulo F æqualis] Quoniam enim angulus BMS, hoc eſt BMA in primo caſu eſt æqualis angulo ENT, hoc eſt END, erit circumferentia BA ſimilis circumferentiæ ED, & ideo angulus C angulo F æqualis. in ſecundo autem caſu, quoniam angulus BMS eſt angulis angulo BNT, reliquus ex duobus rectis BMA reliquo END æqualis erit; circumferentiaque BA circumferentiæ ED ſimilis, & angulus C angulo F æqualis.

M Triangula igitur inter ſe omnino ſimilia erunt] Ponitur enim angulus BAC æqualis angulo EDF ergo, & reliquus B reliquo E æqualis, & triangulum ABC triangulo DEF ſimile. Sed & vtrique anguli, qui ad GH recti. ſunt quare & reliquus BAG reliquo EDH, reliquuſque CAG reliquo FDH æqualis. triangulum igitur ABG triangulo DEH; & triangulum ACG triangulo DFH ſimile erit.

N Poteſt autem vnius angulorum ſiue obtuſorum, ſiue acutorum præmiſſa demonſtratione, & reliquum oſtendi] Græcus codex δύναται δὲ καὶ τῆς μιᾶς γωνίας ἡ τῶν ἀμβλειῶν ἢ ὀξεῖα προγεγραμμένης τῆς δείξεως τὸ λοιπὸν ἀποδῦναι οὕτως. Sed legendum arbitror δύναται δὲ καὶ τῆς μιᾶς γωνίας ἢ τῶν ἀμβλειῶν ἢ τῶν ὀξειῶν προγεγραμμένης τῆς δείξεως τὸ λοιπὸν ἀποδῦναι οὕτως.

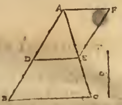
O Et oporteat in æqualibus angulis acutis BAC, EDF demonſtrare triangula ſimilia eſſe] Græcus codex pro βαγ, εδζ habebat αβγ, εδζ, & mendoſe, vt arbitror.

P Quare & triangulum ABG triangulo CEH eſt ſimile & triangulum ACG tr[i]angulo DFH] Quoniam enim triangulum BGK ſimile eſt triangulo EHL, erit angulus BKO hoc eſt BKA æqualis angulo ELD, & ideo circumferentia BA ſimiles circumferentiæ ED, anguluſque

que BCA *angulo*, EDF *æqualis. Rurſus quoniam triangulum* CGK *ſimile eſt triangulo* FHL, *angulus* CKA *æqualis erit angulo* FLD, *circumferentiaque* AC *circumferentiæ* DF *ſimilis*, *& angulus* ABC *angulo* DEF *æqualis. ſunt autem anguli ad* GH *recti. reliqui igitur anguli reliquis æquales erunt; & triangulum* ABG *ſimile triangulo* DEH, *& triangulum* ACG *triangulo* DFH; *& denique totum triangulum* ABC *ſimile toti* DEF. *Græcus codex.* ὥστε καὶ τὸ μὲν αβη τρίγωνον τῷ δεθ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον. *Sed legendum* ἐστὶν ὅμοιον.

PROBOLEMA XVI. PROPOSITIO CCXVIII. LEM. VI.

Rectis lineis AB, AC poſitione datis ducere DE parallelam rectæ lineæ poſitione datæ, & facere ipſam DE datam. A



Factum iam ſit, & per A ipſi DE parallela ducatur AF. ergo AF parallela eſt rectæ lineæ poſitione datæ atque eſt datum punctum A, poſitione igitur eſt AF. Ducatur per E linea EF parallela ipſi AB. ergo AF eſt æqualis DE. Data autem eſt DE. quare & AF data. ſed & poſitione. & datum punctum A. datum igitur & F. Itaque per datum punctum F ducta eſt FE parallela ipſi AB poſitione datæ. poſitione igitur eſt FE. ſed & poſitione AC. ergo & punctum E eſt datum. & per ipſum ducta eſt DE lineæ poſitione datæ parallela. quare & DE poſitione datur. B 34. primi. C D 28. dator. E

Componetur autem problema hoc modo.

Sint duæ rectæ lineæ AB, AC poſitione datæ. data autem magnitudine ſit recta linea in qua G, cui autem parallelæ ducantur ſit AF, & ponatur AF ipſi G æqualis, & per F quidem ducatur FE parallela AB. per E vero ducatur ED parallela EF. Dico ipſam DE problema efficere.

Quoniam enim DE æqualis eſt ipſi AF, & AF æqualis ipſi G, videlicet lineæ datæ erit & DE datæ lineæ G æqualis. ergo DE problema efficit. manifeſtum autem eſt ipſam ſolam hoc efficere. nam quæ propinquior eſt ipſi A, ſemper remotiore eſt minor.

COMMENTARIVS.

Et facere ipſam DE datam] *Hoc eſt datum magnitudine, vel recta linea magnitudini data æqualem.* A

Poſitione igitur eſt AF] *Ex 28. libri datorum.* B

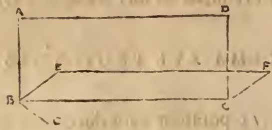
Data autem eſt DE. quare & AF data] *Magnitudine ſcilicet. Græcus codex* δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ δε. *Sed legendum puto.* δοθεῖσα δὲ ἐστὶν ἡ δε, *in reſolutione enim ponitur* DE *data.* C

Datum igitur & F] *Ex 27. libri datorum.* D

Ergo & punctum E eſt datum] *Ex 25. eiuſdem.* E

LEM. VII.

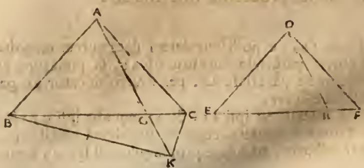
THEOREMA CCIII. PROPOSITIO CCXIX.



LEM. VIII.

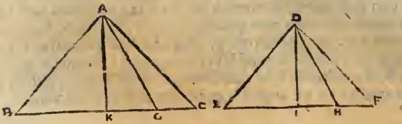
THEOREMA CCIV. PROPOSITIO CCXX.

Sint duo triangulla ABC DEF, quæ angulos AD rectos habeant, & ducantur AG, DH in æqualibus angulis AGB, DHE, ſit autem vt BG ad GC, ita EH ad HF. Dico triangulum ABC triangulo DEF ſimile eiſe; triangulumque AGB triangulo DHE, & triangulum AGC triangulo DHF.



A Producatur AG, & fiat vt DH ad HB, ita CG ad GK, & BK, KC iungantur. æqualis igitur angulus eſt DEH angulo CKG. & quoniam vt BG quidem ad GC. ita EH ad HF, vt autem CG ad GK, ita DH ad HB. Ergo ex æquali in perturbata analogia vt
6. ſexti. BG ad GK, ita DH ad HF. & ſunt circa æquales angulos. æqualis igitur eſt angulus
B BKG angulo F. oſtenſum autem eſt angulum quoque CKG angulo E æqualem eſſe. & ſunt anguli BF recto æquales. ergo angulus BKG rectus eſt. ſed & rectus BAC ex
C poſitione. in circulo igitur ſunt puncta AB, CK, & ob id AKC angulus, hoc eſt DEH æqualis ipſi ABC. ſed & angulus AGB poſitus eſt æqualis angulo DHE. triangulum
D igitur ABG triangulo DEH eſt ſimile; & eadem ratione triangulum AGC ſimile eſt triangulo DHF.

ALITER



ALITER ET MELIVS. Secentur BC, EF bifariam in punctis KL: & iungantur AK, DL. Quoniam igitur vt BG ad GC, ita EH ad HF: erit componendo, & antecedentium dimidia, & per conuerſionem rationis, vt CK, hoc eſt vt AK ad KG, ita FL, hoc eſt DL ad LH: & ſunt anguli quidem ad G H puncta æquales anguli vero KAG, LDH vtrique ſimul acuti. ergo & angulus AKG eſt æqualis angulo DLH, & eorum dimidij, videlicet angulus B angulo E, ſed & angulus G angulo H eſt æqualis. ſimile igitur eſt triangulum ABG triangulo DEH, & eadem ratione triangulum AGC triangulo DHF ſimile. E F G

COMMENTARIVS.

A — Aequalis igitur eſt angulus DEH angulo CKG] *Quoniam enim vt DH ad HE, ita CG ad KG, atque eſt angulus CGK æqualis angulo AGB, hoc eſt ipſi DHE; erit triangulum CGK triangulo DHE ſimile, & idcirco angulus CKG angulo DEH æqualis.* 6. ſexti.

B — Et ſunt anguli EF recto æquales] *Eſt enim angulus BDF rectus. Græcus codex* καὶ εἰσιν αἱ ε ζ ὀρθαὶ ἴσαι *legendum* ὀρθῇ ἴσαι.

C — Et ob id AKC angulus, hoc eſt DEH æqualis ipſi ABC] *Ex 21. tertij elementorum. Græcus cod.* τουτέστιν ἡ ὑπὸ δζθ τῇ ὑπὸ αβγ *ſed legendum eſt* τουτέστιν ἡ ὑπὸ δεθ τῇ ὑπὸ αβγ.

D — Et eadem ratione triangulum AGC ſimile triangulo DHF] *Namque angulus AKB. hoc eſt DHF eſt æqualis angulo ACB, & angulus AGC ponitur æqualis angulo DHF, ergo & reliquus reliquo æqualis; & triangulum triangulo ſimile erit.* 21. tertij

E — Erit componendo, & antecedentium dimidia, & per conuerſionem rationis, vt CK hoc eſt vt AK ad KG, ita FL, hoc eſt DL ad LH] *Quoniam vt BG ad GC, ita EH ad HF, erit componendo vt BC ad CG ita EF ad FH: & antecedentium dimidia, vt KC ad CG. ita LF ad FH, ergo per conuerſionem rationis vt CK ad KG, hoc eſt vt AK ad KG, ita FL ad LH, hoc eſt DL ad LH.*

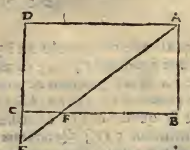
F — Ergo & angulus AKG eſt æqualis angulo DLH] *Ex 7. ſexti elementorum.*

G — Videlicet angulus B angulo E] *Anguli enim AKG, DLK ex exteriores æquales ſunt duobus interioribus, & oppoſitis, qui quidem etiam interſe ſunt æquales. angulus igitur AKG duplus eſt anguli B, & ſimiliter angulus DLH anguli E eſt duplus.*

IN SEPTIMVM, ET OCTAVVM LIBRVM CONICORVM LEMMATA.

THEOREMA CCV. PROPOSITIO CCXXI. LEM. I.

Sit parallelogrammum rectangulum AC, & ducatur EFA. Dico rectangulum EAF rectangulo EDC, & triangulo CBF æquale eſſe. A B



Quoniam enim quadratum ex EF æquale eſt quadratis ex BC, CF. & quadrata, & BA, AF ſunt æqualia quadratis ex ED, DA, hoc eſt quadratis ex ED, CB, & quadratis, ex AB, BF, hoc eſt ex CD, BF. ſed quadratis ex BA, AF æqualia ſunt rectangula EAF, EFA vna cum quadratis ex EF, FA, quorum rectangulum EFA vna cum quadrato ex FA eſt æquale rectangulo EAF; quadratis autem ex ED, DC eadem ratione æquale eſt quod bis EDC continetur vna cum quadrato C D E F

drato ex CB, & ſimiliter quadratis ex CB, BF æquale eſt contentum bis CBF vna cum quadrato ex CF: erit quod bis continetur EAF vna cum quadrato ex FF æquale ei, quod bis ADG continetur vna cum quadrato ex CF, & ei quod bis continetur CBF vna cum quadrato ex CF. at quadrato ex EF æqualia ſunt quadrata ex EC, CF, vt dictum eſt. reliquum igitur, videlicet quod bis côntinetur EAF æquale eſt ei, quod bis continetur BDC, & ei, quod bis CBF continetur. & ideo rectangulum EAF rectangulo BDC, & rectangulo CBF eſt æquale, quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

A Et ducatur EFA] *Græcus codex* καὶ διήχθω ἡ εζ. *ego legendum puto* εζα.

B Dico rectangulum EAF rectangulo BDC & rectangulo CBF æquale eſſe] *Græcus codex* ὅτι τὸ ὑπὸ εαζ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ ζγβ καὶ τῷ ὑπὸ εγδ. *ſed legendum eſt* τῷ τε ὑπὸ ζβγ, καὶ τῷ ὑπὸ εγδ.

C Et quadrata ex BA, AF ſunt æqualia quadratis ex ED, DA, &c.] *Ex 47. primi elementorum Græcus codex* ὧν τὰ ὑπὸ τῶν εα, αζ τετράγωνα. *Sed videtur legendum* καὶ τὰ ὑπὸ τῶν εα, αζ τετράγωνα. *Vel vt in ſequenti lemmate.* ἐστὶ δὲ καὶ τὰ ἀπὸ τῶν εα, αζ τετράγωνα ἴσα τοῖς ἀπὸ τῶν εδ, δα.

D Hoc eſt quadratis ex ED, CB] *Græcus codex* τουτέστι τοῖς ἀπὸ τῶν εδγ. *Sed ex ijs, quæ ſequuntur legendum arbitror* ἀπὸ τῶν εδ, γδ.

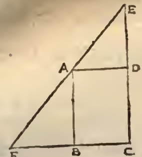
E Sed quadratis ex EA, AF æqualia ſunt rectangula EAF, EFA vna cum quadratis ex BF, FA] *Eſt enim ex 4. ſecundi elementorum; quadratum ex* BA *æquale quadratis ex* BF, FA *& ei, quod bis* BFA *continetur. Sed ei, quod ſemel* BFA *continetur vna cum quadrato ex* FA *æquale eſt rectangulum* EAF *ex tertia eiuſdem. Hæc autem omnia nos addidimus vſque ad eum locum. Reliquum igitur, &c. nam in Græco codice multa in eandem ſententiam deſiderari videbantur.*

F Quorum rectangulum EFA vna cum quadrato ex FA eſt æquale rectangulo EAF] *Ex tertia ſecundi libri elementorum. erit igitur quadratis ex* EA, AF *æquale, quod bis* EAF *continetur vna cum quadrato ex* BF.

LEM. II.

THEOREMA CCVI. PROPOSITIO CCXXII.

Sit parallelogrammum rectangulum AC, & ducatur EAF. Dico rectangulum EDC vna cum rectangulo CBF æquale eſſe rectangulo EAF.



A Quoniam enim quadratum ex EF æquale eſt quadratis ex EC, CF, & ſunt quadrata ex EA, AF æqualia
B
47. primi. quadratis ex ED, DC, CB, BF; erit & quod bis EAF continetur æquale ei, quod bis continetur BDC, & ei,
C
quod bis continetur CBF. rectangulum igitur EAF rectangulo EDC vna cum rectangulo CBF eſt æquale.

COMMENTARIVS.

A Aequale eſſe rectangulo EAF] *In Græco codice mendoſe legebatur* εδζ.

B Et ſunt quadrata ex BA, AF æqualia quadratis ex ED, DC, CB, BF] *Eſt enim quadratum ex* BA *æquale quadratis ex* ED, DA, *hoc eſt quadratis ex* ED, CB, *& quadratum ex* AF *æquale quadratis ex* AB, BF, *hoc eſt* DC, BF *Græcus codex* εδ δγ *habebat* εδ, δζ.

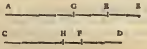
C Erit & quod bis EAF continetur æquale ei, quod bis continetur BDC, & ei, quod
47. primi. 4. ſecũdi. bis continetur CBF] *Quadratum namque ex* EF *æquale eſt quadratis ex* BC, CF. *Sed quadrato ex* BC *æqualia ſunt quadrata ex* ED, DC *vna cum eo, quod bis continetur* BDC, *& quadrato ex* CF *pariter æqualia ſunt quadrata ex* CB, BF *vna cum eo, quod bis* CBF *continetur.*

Rurſus

Rurſus quadratum ex BF *æquale eſt quadrato ex* BA, AF, *& ei, quod bis continetur* BAF. *quadratis autem ex* BA, AF *ſunt æqualia quadrata ex* ED, DC, CB, BF. *Quadrata igitur ex* ED, DC, CB, BF *vna cum eo, quod bis continetur* EDC, *& eo, quod bis* CBF *continetur æqualia ſunt quadratis ex* ED, DC, CB, BF, *& ei, quod bis* BAF *continetur, quare ablatis communibus quadratis, erit reliquum, quod bis continetur* BAF *æquale ei, quod bis continetur* EDC *& ei quod bis* CBF *continetur.* 47.primi

THEOREMA CCVII. PROPOSITIO CCXXIII. LEM. III.

Sit recta linea AB maior quam CD, ſitque rectangulum AEB æquale rectangulo CFD, & AE, CF ſint maiores earum portiones. Dico AE, quam CF maiorem eſſe. A



Secentur totæ lineæ AB, CD bifariam in punctis GH. maior igitur eſt GB, quam HD, & ideo quadratum ex GB quadrato ex HD eſt maius. ſed rectangulum AEB æquale eſt rectangulo CFD, ergo & quadratum ex GB maius eſt quadrato ex HF, & recta linea GB quam HF maior. eſt autem & AG maior, quam CH. tota igitur AE, quam tota CF maior erit, B C D

COMMENTARIVS.

Sitque rectangulum AEB æquale rectangulo CFD] *Græcus codex* καὶ ἴσον ἡ ὑπὸ αεβ γωνία τῇ ὑπὸ γζδ *ſed legendum puto* καὶ ἴσον τὸ ὑπὸ αεβ τῷ ὑπὸ γζδ. A

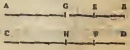
Maior igitur eſt GB, quam HD] *Ex 14. & 15. quinti elementorum. Græcus codex* μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ηβ τῆς δι. *ſed legendum* τῆς δθ. B

Et ideo quadratum ex GB quadrato ex HD eſt maius] *Græcus codex* ὥστε καὶ τὰ ἀπὸ ηι μεῖζον τοῦ ἀπὸ δθ τετραγώνου *lege* ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ ηβ μεῖζον τοῦ ἀπὸ δθ τετραγώνου. C

Ergo & quadratum ex GB maius quadrato ex FH] *Eſt enim quadratum ex* GB *maius quadrato ex* HD. *ſed quadratum ex* GB *æquale eſt rectangulo* AEB *vna cum quadrato ex* GE, *& quadratum ex* HD *æquale eſt rectangulo* CFD *vna cum quadrato ex* HF. *ergo rectangulum* AEB *vna cum quadrato ex* GA *maius eſt rectangulo* CFD *vna cum quadrato ex* HF. *rectangulum autem* AEB *ponitur æquale rectangulo* CFD *quadratum igitur ex* AE *quadrato ex* FD *eſt maius.* D

THEOREMA CCVIII. PROPOSITIO CCXXIV. LEM. IV.

Sit rectangulum AEB æquale rectangulo CFD æqualibus exiſtentibus AB, CD. Dico maiores portiones AE, CF interſe æquales eſſe. A



Secentur enim AB, CD bifariam in punctis GH. erit GB æqualis HD. quare, & quadratum ex GB quadrato ex HD eſt æquale. ſed & rectangulum AEB eſt æquale re- B

le re-

D le rectangulo CFD. quadratum igitur ex GE æquale eſt quadrato ex HF, ac propterea recta linea GE ipſi HF æqualis; eſt autem & AG æqualis CH. ergo tota AE toti CF æqualis erit.

COMMENTARIVS.

A Dico maiores portiones AE, CF inter ſe æquales eſſe] *Græcus codex ἔτι τὰ μείζονα τμήματα τὰ αε. γζ ἐστι τὸ δοθὲν. ſed vt puto legendum eſt ἔστι τὰ μείζονα τμήματα τὰ αε, γζ ἀλλήλοις ἐστιν ἴσα.*

B Secetur enim AB. CD bifariam in punctis GH] *Græcus codex τμήματα γὰρ τὰ αβ, γδ δι, χα τοῦ ηθ. Sed legendum erit τετμήσθωσαν γὰρ αβ, αγ, &c.*

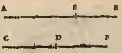
C Erit GB æqualis HD] *Hæc omnia vſque ad finem nos addidimus, quod in Græco codice multa in eandem ſententiam deſiderari videbantur. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ηβ τῇ θδ. ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ ηβ ἴσον τῷ ἀπὸ θδ τετραγώνῳ. ἔστι δὲ καὶ τὸ ὑπὸ αεβ ἴσον τῷ ὑπὸ γζδ καὶ τὸ ἀπὸ ηε ἄρα ἴσον τῷ ἀπὸ θζ ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ηε τῇ θζ ἔστι δὲ καὶ ἡ αη ἴση τῇ γθ. ὅλη ἄρα ἡ αε ὅλῃ τῇ γζ ἐστιν ἴση.*

D Quadratum igitur ex GE æquale eſt quadrato ex HF] *Eſt enim rectangulum AEB vna cum quadrato ex GB æquale quadrato ex GB, & rectangulum CED vna cum quadrato ex HF ſimiliter æquale quadrato ex HD. demptis igitur æqualibus rectangulis AEB, CFD, reliqua interſe æqualia erunt.*

LEM. V.

THEOREMA CCIX. PROPOSITIO CCXXV.

Sit AB quidem maior, quam CD, BE vero minor, quam DF, maiori exiſtente AB, quam BE: & CD maiori, quam DF. Dico exceſſum ipſarum AB, BE exceſſu BD, DF maiorem eſſe.



A Quoniam enim AB maior eſt, quam CD, erit ipſarum AB, BE exceſſus maior exceſſu CD, BB. ſed exceſſus CD, BB maior eſt exceſſu CD, DB, quod EB minor ſit, quam DF. exceſſus igitur ipſarum AB, BE exceſſu CD, DF multo maior erit.

COMMENTARIVS.

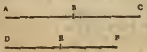
A Quoniam enim AB maior eſt, quam CD, erit ipſarum AB, BE exceſſus maior exceſſu CD, BE] *Græcus codex ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶ τῆς τῶν γδ. εβ ὑπεροχῆς. Sed fortaſſe legendum erit, ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶν ἡ αβ τῆς γδ, μείζων ἄρα ἡ τῶν αβ, βε ὑπεροχὴ τῆς τῶν γδ εβ ὑπεροχῆς.*

LEM. VI.

THEOREMA CCX. PROPOSITIO. CCXXVI.

Sit AB æqualis BC, & DE æqualis EF. Dico rectangulum contentum AC, DF quadruplum eſſe rectanguli, quod AB, DE continetur.

Quoniam



Quoniam enim CA dupla eſt ipſius AB, ſumpta DE communi altitudine, erit rectangulum ex CA, DE duplum rectanguli ex AB, DE. Rurſus quoniam FD dupla eſt DE, ſumpta communi altitudine AC rectangulum ex AC, DF duplum erit rectanguli ex AC, DE. ſed rectangulum ex AC, DE duplum eſt rectanguli ex AB, DE. rectangu- A lum igitur ex AC, DF rectanguli ex AB, DE quadruplum erit. B

COMMENTARIVS.

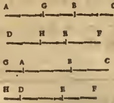
Sed rectangulum ex AC, DE duplum eſt rectanguli ex AB, DE] *Græcus codex* ἀλλὰ τὸ ὑπὸ αγ, δζ τοῦ ὑπὸ αγ, δε *ſed legendum puto* ἀλλὰ τὸ ὑπὸ αγ δε τοῦ ὑπὸ αβ, δε. A

Rectangulum igitur ex AC, DF rectanguli ex AB, DE quadruplum erit] *Hæc nos addidimus perſpicuitatis cauſſa, quæ fortaſſe in Græco codice deſiderantur, vt ita legendum ſit* τὸ ἄρα ὑπὸ αγ, δζ τετραπλάσιον ἐστὶ τοῦ ὑπὸ αβ, δε. B

THEOREMA CCXI. PROPOSITIO CCXXVII.

LEM. VII.

Sit vt AB ad BC, ita DE ad EF: vt autem AB ad BG, ita DE ad EH. Dico vt rectangulum ABG ad rectangulum AGC, ita eſſe rectangulum DEH ad DHF rectangulum. A



Quoniam enim vt AB ad BG, ita DE ad EH, erit per conuerſionem rationis vt BA ad AG, ita ED ad DH. ergo vt quadratum ex BA ad quadratum ex AG, ita quadratum ex ED ad quadratum ex DH. ſed & vt quadratum ex AB ad rectangulum ABG, ita quadratum ex DE ad DEH rectangulum. vt igitur quadratum ex AG ad rectangulum ABG, ita quadratum ex DH ad rectangulum DEH. quoniam autem vt AB ad BC, ita ponitur DE ad EF: erit conuertendo, componendoque vt CA ad AB, ita FD ad DE. Sed vt BA ad AG, ita eſt ED ad DH, ex æquali igitur vt CA ad AG, ita FD ad DH. ergo vt CG ad GA, ita FH ad HD. ac propterea rectangulum CGA ad quadratum ex GA ita rectangulum FHD ad quadratum ex HD. vt autem quadratum ex AG ad rectangulum ABG, ita quadratum ex DH ad rectangulum DEH. ergo vt rectangulum ABG ad rectangulum AGC, ita DEH rectangulum ad rectangulum DHF.

22. ſexti. B. C D E F

COMMENTARIVS.

Dico vt rectangulum ABG ad rectangulum AGC, ita eſſe rectangulum DEH ad DHF rectangulum] *Græcus codex* ὅτι γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ τῶν αηβ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν αβγ, οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν αβη πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν δεζ. *Sed vt puto legendum erit.* ὅτι γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ τῶν αβη A

τῶν αβη πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν αηγ, οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν δεθ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν δθζ. *Quod ex ijs, quæ ſequuntur manifeſto apparet.*

B Sed & vt quadratum ex AB ad rectangulum ABG, ita quadratum ex DE ad DEH rectangulum] *Eſt enim quadratum ex AB ad ABG rectangulum, vt AB ad BG ex prima ſexti elementorum: & quadratum, ex DE ad DEH rectangulum, vt DE ad EH. Græcus codex.* ἀλλὰ καὶ ὡς τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ αβη οὕτω τὸ ἀπὸ δε πρὸς τὸ ἀπὸ δεθ. *ſed legendum eſt.* ἀλλὰ καὶ ὡς τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ὑπὸ αβη, οὕτω τὸ ἀπὸ δε πρὸς τὸ ὑπὸ δεθ.

C Vt igitur quadratum ex AG ad rectangulum ABG, ita quadratum ex DH ad rectangulum DEH] *Quoniam enim vt quadratum ex BA ad quadratum ex AG, ita quadratum ex ED ad quadratum ex DH, conuertendo vt quadratum ex GA ad quadratum ex AB, ita erit quadratum ex HD ad quadratum ex DE. Sed vt quadratum ex AB ad rectangulum ABG, ita quadratum ex DE ad DEH rectangulum ergo ex æquali vt quadratum ex AG ad rectangulum ABG, ita quadratum ex DH ad DEH rectangulum. Græcus codex* οὕτω τὸ ἀπὸ δθ πρὸς τὸ ὑπὸ δεζ. *lege* πρὸς τὸ ὑπὸ δεθ.

D Ergo vt CG ad GA, ita FH ad HD] *Diuidendo ſcilicet.*

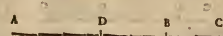
E Ac propterea vt rectangulum EGA ad quadratum ex GA, ita rectangulum FHD ad quadratum ex HD] *Ex prima ſexti elementorum. Græcus codex* καὶ ὡς τὸ ὑπὸ πρὸς τὸ ἀπὸ τῶ πρὸς τὸ ἀπὸ. *vel igitur legendum eſt* καὶ ὡς τὸ ὑπὸ πρὸς τὸ ἀπὸ οὕτω τὸ ὑπὸ πρὸς τὸ ἀπὸ, *vel quod magis placet* καὶ ὡς τὸ ὑπὸ γηα πρὸς τὸ ἀπὸ ηα οὕτω τὸ ὑπὸ ζθδ πρὸς τὸ ἀπὸ θδ.

F Ergo vt rectangulum ABG ad rectangulum AGC, ita DEH rectangulum ad rectangulum DHF] *Ex antedictis ſequitur ex æquali vt rectangulum AGC ad rectangulum ABG ita rectangulum DHF ad rectangulum DEH. quare conuertendo vt rectangulum ABG ad rectangulum AGC, ita rectangulum DEH ad rectangulum DHF. Græcus codex* οὕτω τὸ ὑπὸ δεθ πρὸς τὸ ὑπὸ δεζ. *Sed videtur legendum* πρὸς τὸ ὑπὸ δθζ. *quam quam ijſdem poſitis ſequatur, vt rectangulum ABG ad rectangulum ABC, ita eſſe DEH rectangulum ad rectangulum DEF, & vt rectangulum AGB ad rectangulum ABC, ita rectangulum DHE ad DEF rectangulum, quæ quidem omnia ex his perfacile, & nullo negotio demonſtrabuntur.*

LEM. VIII.

THEOREMA CCXII. PROPOSITIO CCXXVIII.

A Sint quadrata ex AB, BC data, & datus eorum exceſſus. Dico vtramque ipſarum AB, BC datam eſſe.



B C Ponatur ipſi CB æqualis BD, datum igitur eſt & rectangulum CAD. quare & quod
D bis CAD continetur eſt datum; eſt enim rectangulum CAD quadratorum ex AB, BC
E F exceſſus. ergo datum eſt vtrumq; quadratorum ex CA, AD: & ob id quadratum vtriuſ-
G H que CA, AD datum erit. Sed BA ipſius CA, AD dimidia eſt data igitur eſt BA. quare
K & BC eſt data.

COMMENTARIVS.

A Sint quadrata ex AB, BC data] *Intellige vtraque quadrata ſimul ſumpta data eſſe, videlicet compoſitum ex ipſis, nam ſi ea ſeorſum data ſint, fruſtra illud, quod datum eſſet, quæreretur.*

B Datum igitur eſt & rectangulum CAD] *Græcus codex.* δοθὲν ὅτι ἄρα ἐστὶ καὶ τὰ ἀπὸ τῶν γαδ *lege* δοθὲν ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν γαδ.

C Quare & quod bis CAD continetur eſt datum] *Ex 2. libri datorum.*

D Eſt enim rectangulum CAD quadratorum ex AB, BC exceſſus] *Ex 6. ſecundi elementorum. Nam cum CD bifariam ſecetur in B & ipſi adijciatur DA, erit rectangulum CAD vna cum quadrato dimidiæ videlicet BC æquale quadrato ex AB.*

E Ergo datum eſt vtrumque quadratorum ex CA, AD] *Ex 2. datorum, ſunt enim quadrata ex CA, AD dupla quadratorum ex AB, BC quæ data ſunt per 10. ſecundi elementorum.*

F Et ob id quadratum vtriuſque CA, AD datum erit] *Videlicet quadratum ipſarum CA*

AD ad

AD ac ſi vna linea eſſent. Quoniam enim quadrata ex CA, AD *data ſunt, & datum eſt, quod bis* CAD *continetur, & quadratum rectæ lineæ, quæ ex ipſis* CA, AD *conſtat datum erit ex 4. ſecundi elementorum, & ob id datum eius latus nempe recta linea ex* CA, AD.

Sed BA ipſius CA, AD dimidia eſt] *Græcus codex* καὶ ἔτι αὐτῆς ἡμίσεια δύο αἱ βα *lege* καὶ ἔτι αὐτῆς ἡμίσεια ἡ βα. G

Data igitur eſt BA] *Ex 2. libri datorum.* H

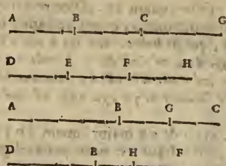
Quare & BC eſt data] *Nam cum data ſit* AB, *& eius quadratum dabitur. ſunt autem vtraque quadrata ex* AB, BC *data; ergo & quadratum, ex* BC, *& ipſa* BC *detur neceſſe eſt. ſed & aliter idem demonſtrare poſſumus hoc modo.* K

Ponatur ipſi CB *æqualis* BD. *Datum igitur eſt rectangulum* CAD, *eſt enim dictorum quadratorum exceſſus, ergo rectangulum* CAD *vna cum quadrato ex* BC *eſt æquale duobus quadratis ex* AB, BC *dempto ab ipſis quadrato ex* BC *addatur vtriſque quadratum ex* BC. *ergo rectangulum* CAD *vna cum duobus quadratis ex* BC *eſt æquale quadratis ex* AB, BC. *Itaque de quadratis ex* AB, BC *dematur rectangulum* CAD, *erit quod relinquitur datum, cum vtraque data ſint, atque erit æquale duobus quadratis ex* BC. *quare & duo quadrata ex* BC *erunt data, & vnum ipſorum. recta igitur linea* BC, *& idcirco ipſa* AB *data erit.*

THEOREMA CCXIII. PROPOSITIO CCXXIX.

LEM. IX.

Sit AB æqualis BC, & DE æqualis EF, ſitque vt CB ad BG, ita FE ad EH. Dico vt rectangulum AGB ad rectangulum BCG, ita eſſe rectangulum DHE ad rectangulum EFH. A B



Quoniam enim vt CB ad BA, ita FE ad ED, vt autem CB ad BG, ita FE ad EH; erit & vt quadratum ex AG ad rectangulum AGB, ita quadratum ex DH ad rectangulum DHE. ſed vt quadratum ex AG ad quadratum ex BC, ita quadratum ex DH ad quadratum ex EF: & vt quadratum ex BG rectangulum BCG, ita quadratum ex EF ad rectangulum EFH. ex æquali igitur vt rectangulum AGB ad rectangulum BCG, ita rectangulum DHE ad EFH rectangulum. C D E F

COMMENTARIVS.

Sit AB æqualis BC] *Græcus codex* ἔστω ἴση ἡ μὲν αβ τῇ γδ *lege* τῇ γβ. A

Ita FE ad EH] *Græcus codex* οὕτως ἡ θε πρὸς εζ. *lege* οὕτως ἡ ζε πρὸς εθ. B

Quoniam enim vt CB ad BA, ita FE ad ED] *Ego potius legendum cenſeo. Quoniam vt* AB *ad* BC, *ita* DE *ad* EF; *& ita in Græco codice corrigendum.* C

Erit & vt quadratum ex AG ad rectangulum AGB, ita quadratum ex DH ad rectangulum DHE] *Quoniam enim vt* AB *ad* BC, *ita* DE *ad* EF, *& vt* CB *ad* BG, *ita* FE *ad* EH; *erit ex æquali vt* AB *ad* BG, *ita* DE *ad* EH: *& componendo vt* AG *ad* GB, *ita* DH *ad* HE. *Sed vt* AG *ad* GB, *ita quadratum ex* AG *ad rectangulum* AGB: *vt autem* DH *ad* HE, *ita quadratum ex* DH *ad* DHE *rectangulum. ergo & vt quadratum ex* AG *ad rectangulum* AGB, *ita quadratum ex* DH *ad rectangulum* DHE. D

Sed vt quadratum ex AG ad quadratum ex BC, ita quadratum ex DH ad quadratum ex EF] *Erat enim vt* AG *ad* GB, *ita* DH *ad* HE; *& vt* GB *ad* BC, *ita* HE *ad* EF. *quare rurſus ex æquali vt* AG *ad* BC, *ita* DH *ad* EF, *& ideo vt quadratum ex* AG *ad quadratum ex* BC, *ita quadratum ex* DH *ad quadratum ex* EF. E 22. ſexti.

Et vt

F Et vt quadratum ex BC ad rectangulum BGC, ita quadratum ex EF ad rectangulum EFH] *Namq; vt CB ad BG, ita erat FE ad EH. quare conuertendo, vt GB ad BC, ita HE ad EF, diuidendoque, & rurſus conuertendo, Vt BC ad CG, ita EF ad FH. ergo vt quadratum ex BC ad rectangulum BCG, ita quadratum ex EF ad EFH rectangulum.*

lem. 23. decimi.

LEM. X. THEOREMA CCXIV. PROPOSITIO CCXXX.

A Sit AB æqualis BC, & BD minor, quam BE. Dico rectangulum ADB ad rectangulum BCD minorem habere proportionem, quam rectangulum CEB ad rectangulum BAE.



B Quoniam enim AB eſt æqualis BC, & BD minor, quam BE; erit CD maior, quam
C AB. ergo & CE maior, quam AD. rectangulum igitur ADB minus eſt rectangulo
D CEB: & rectangulum BCD rectangulo BAE maius. quare rectangulum ADB ad re-
E ctangulum BCD minorem proportionem habet, quam rectaugulum CEB ad rectangulum BAE.

COMMENTARIVS.

A Sit AB æqualis BC, & BD minor, quam BE. Dico rectangulum ADB ad rectangulum BCD minorem habere proportionem, quam rectangulum CEB ad rectangulum BAE] *Græcus codex mancus eſt, qui ſic habet.* ἴσω ἴση ἡ μὲν αβ τῇ βγ, ἐλάσσων δὲ ἡ βγ τοῦ τῶν βγδ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ὑπὸ τῶν γεβ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν βαε *reſtituendus autem erit in hunc modum* ἔσω ἴση ἡ μὲν αβ τῇ βγ, ἐλάσσων δὲ ἡ βδ τῆς βε ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν αδβ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν βγδ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ὑπὸ τῶν γεβ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν βαε.

B Erit CD maior, quam AB. ergo & CE maior, quam AD] *Nam cum ſint æquales AB BC, ſitque BD minor, quam BE, erit reliqua DC maior quam reliqua AE. quare addita vtriſque communi ED, fiet CE maior, quam AD.*

C Rectangulum igitur ADB minus eſt rectangulo CEB] *Eſt enim AD minor, quam CE, & DB minor, quam BE.*

D Et rectangulum BCD rectangulo BAE maius] *Nam CB eſt æqualis BA, & CD maior quam AE.*

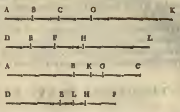
E Quare rectangulum ADB ad rectangulum BCD minorem proportionm habet quam rectangulum CEB ad rectangulum BAE] *Rectangulum enim ADB ad rectangulum BCD minorem proportionem habet, quam ad rectangulum BAE. ſed rectangulum ADB ad rectangulum BAE ad huc minorem habet proportionem, quam rectangulum CEB ad rectangulum BAE. rectangulum igitur ADB ad rectangulum BCD multo minorem proportionem habebit, quam CEB rectangulum ad rectangulum BAE. Græcus codex* τὸ ἄρα ὑπὸ δαβ πρὸς τὸ ὑπὸ βγδ. *legendum autem* τὸ ἄρα ὑπὸ αδβ πρὸς τὸ ὑπὸ βγδ.

8. quinti.

LEM. XI. THEOREMA CCXV. PROPOSITIO CCXXXI.

Oſtendendum nunc ſit præcedentis conuerſum. Sit enim AB æqualis BC, & DE ipſi EF; ſitque vt rectangulum AGB ad rectangulum BCG, ita rectangulum DHE ad rectangulum EFH. Dico vt CB ad BG; ita eſſe FE ad EH.

Ponatur



Ponatur rectangulo quidem AGB æquale rectangulum contentũ CG, AK, rectangulo autem DHE æquale id, quod FH, DL continetur. eſt igitur vt rectangulum contentum AK, CG ad rectangulum BCG, hoc eſt vt AK ad BC, ita rectangulum contentum DL, FH ad rectangulum EFH, hoc eſt ita DL ad EF. ſed & vt CB ad BA, ita FE ad ED. ergo AB, BC, CK reſpondent ipſis DE, EF, FL in eadem proportione, hoc eſt vt KC ad CB, ita LF ad FE. quoniam autem rectangulum AGB æquale eſt ei, quod AK, CG continetur; vtrumque eorum auferatur a rectangulo contento AK, BG. reliquum igitur rectangulum BGK eſt æquale contento AK, BC. ergo vt rectangulum contentum AK, BC ad quadratum ex BK, ita eſt rectangulum BGK ad quadratum ex BK. & eadem ratione vt rectangulum contentum DL, EF ad quadratum ex EL, ita rectangulum EHL ad quadratum ex EL. atque eſt vt rectangulum contentum AK, BC ad quadratum ex BK, ita rectangulum contentum DL, EF ad quadratum ex EL, ob analogiam ſimilium portionum. ergo & vt rectangulum BGK ad quadratum ex BK, ita rectangulum EHL ad quadratum ex EL, & ſunt eædem portiones BO, EH. eſt igitur vt GB ad BK ita HE ad EL; ac propterea vt GB ad BC, ita HE ad EF.

B C D E F 7. quinti. G H

COMMENTARIVS.

Oſtendendum nunc ſit præcedentis conuerſum] *Videlicet conuerſum noni lemmatis.* A

Ponatur rectangulo quidem AGB æquale rectangulum contentum CG, AK] *Græcus codex κείσθω τὸ μὲν ὑπὸ α η β ἴσον τῷ ὑπὸ γ η, α κ ego potius legerem. κείσθω τῷ μὲν ὑπὸ α η β ἴσον τὸ ὑπὸ γ η α κ. propterea, quæ ſequuntur.* B

Hoc eſt vt KC ad CB, ita LF ad FE] *Quoniam enim eſt vt CB ad BA, ita FE ad ED, erit componendo, conuertendoque vt BA ad AC, ita ED ad DF. Rurſus quoniam vt AK ad BC, ita DL ad EF; & vt CB ad BA, ita FE ad ED: ex æquali vt KA ad AB, ita erit LD ad DE. ſed vt BA ad AC, ita ED ad DF. ergo rurſus ex æquali, vt CA ad AC, ita LD ad DF: diuidendoque vt KC ad CA, ita LF ad FD: & conſequentium dimidia, vt KC ad CB: ita LF ad FE.* C

Vtrumque eorum auferatur a rectangulo contento AK, BG] *Græcus codex ἀμφότερον ἀφῃρήσθω ὑπὸ τοῦ ὑπὸ τῶν α κ β. ſed puto legendum ἀμφότερον ἀφῃρήσθω ἀπὸ τοῦ ὑπὸ τῶν α κ, β η.* D

Reliquum igitur rectangulum BGK eſt æquale contento AK, BC] *Eſt enim rectangulum AGB vna cum rectangulo BGK æquale rectangulo contento AK, CG ex prima ſecundi elementorum. & ob eandem cauſſam rectangulum contentum AK, CG vna cum eo, quod AK BC continetur eſt æquale eidem rectangulo contento AK, BG. quare ſi a rectangulo contento AK, BG auferantur æqualia rectangula, videlicet AGB, & contentum AK, CG, relinquentur rectangula GK, & contentum AK, BC, quæ etiam inter ſe æqualia erunt. Græcus codex. λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν β α, η κ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν α κ, β γ. ſed legendum vt opinor, λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν β η, η κ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν α κ, β γ.* E

Et eadem ratione vt rectangulum contentum DL, EF ad quadratum ex EL, ita rectangulum EHL ad quadratum ex EL] *Nam cum rectangulum DHE ponatur æquale rectangulo contento DL, FH, ſi eorum vtrumque auferatur a rectangulo contento DL, EH, erit reliquum rectangulum EHL æquale reliquo, quod DL, EF continetur. Græcus codex δύο ταῦτα δὴ καὶ ὡς τὸ ὑπὸ τῶν α λ, ε ζ. lege τὸ ὑπὸ τῶν δ λ, ε ζ.* F

Ergo vt rectangulum BGK ad quadratum ex BK, ita rectangulum EHL ad quadratum ex EL] *Græcus codex οὕτω τὸ ὑπὸ β θ α πρὸς τὸ ὑπὸ α ε ſed legendum puto οὕτω τὸ ὑπὸ ε θ λ πρὸς τὸ ἀπὸ ε λ.* G

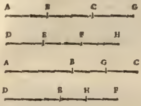
Et ſunt eædem portiones BG, EH. eſt igitur vt GB ad BK, ita HE ad EL, ac propterea vt GB ad BC, ita HE ad EF] *Quoniam enim vt rectangulum BGK ad quadratum ex BK, ita eſt rectangulum EHL ad quadratum ex EL, & proportio quidem rectanguli BGK ad quadratum ex BK componetur ex proportione CB ad BK, & proportione GK ad KB; pro-* H

portio autem rectanguli EHL *ad quadratum ex* EL *componitur ex proportione* HE *ad* EL, *&* *proportione* HL *ad* LE; *ſuntque eædem portiones* BG, EH, *&* GK, HL, *&* BK, EL: *erit vt* GB *ad* BK, *ita* HE *ad* EL. *ſed ſuperius demonſtratum eſt, vt* KC *ad* CB, *ita eſſe* LF *ad* FE. *quare componendo vt* KB *ad* BC, *ita eſt* LE *ad* EF. *erat autem vt* GB *ad* BK, *ita* HE *ad* EL *æquali igitur vt* GB *ad* BC, *ita* HE *ad* EF, *&* *conuertendo vt* CB *ad* BG, *ita* FE *ad* EH, *quod demonſtrandum proponebatur. Græcus codex* ἔστιν ἄρα ὡς ἡ κβ πρὸς βλ, οὕτως ἡ λε πρὸς εθ. *legendum autem eſt.* ἔστιν ἄρα ὡς ἡ κβ πρὸς βκ, οὕτως ἡ θε πρὸς ελ.

LEM. XII.

THEOREMA CCXVI. PROPOSITIO CCXXXII.

A Sit AB æqualis BC, & DE æqualis EF, habeatque BC ad CG maiorem
B proportionem, quam EF ad FH. Dico in primo quidem caſu & AG ad BC, maiorem proportionem habere, quam DH ad EF: in ſecundo autem caſu minorem.



C Quoniam enim BC ad CG maiorem proportionem habet, quam EF ad FH, habe-
D bit in primo caſu CB ad BG minorem proportionem, quam FE ad EH: in ſecundo au-
E tem caſu maiorem, quare & AB ad BG in primo caſu minorem proportionem habet,
F quam DE ad EH, ſed in ſecundo caſu maiorem. ergo GA ad AB in primo caſu maiorem habet proportionem, quam HD ad DE, & in ſecundo caſu minorem. eſt autem
G vt AB ad BC, ita DE ad EF. ex æquali igitur in primo caſu AG ad BC maiorem proportionem habebit, quam DH ad EF: & in ſecundo caſu minorem.

COMMENTARIVS.

A Sit AB æqualis BC] *Græcus codex* ἴσω ἡ μὲν αβ τῇ βγ. *ego legendum puto* ἔστω ἴση ἡ μὲν αβ τῇ βγ.

B Dico in primo quidem caſu & AG ad BC maiorem proportionem habet, quam DH ad EF] *Græcus codex* ἐπὶ τῆς μὲν τῆς πρώτης πτώσεως καὶ ἡ αη πρὸς τὴν ηγ. *lege* πρὸς τὴν βγ.

C Quoniam enim BC ad CG maiorem proportionem habet, quam EF ad FH] *Græcus codex* ἐπεὶ γὰρ ἡ βγ πρὸς γη μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ζθ πρὸς εθ ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας μείζων. *quo in loco multa deſiderari videntur; vt ita legendum ſit.* ἐπεὶ γὰρ ἡ βγ πρὸς γη μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ εζ πρὸς ζθ, ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης πτώσεως ἡ γβ πρὸς βη ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ζε πρὸς εθ, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας μείζονα.

D Habebit in primo caſu CB ad BG minorem proportionem, quam FE ad EH, in ſecundo autem caſu maiorem] *Videlicet per conuerſionem rationis per 30. quinti libri elementorum ex editione noſtra.*

E Quare & AB ad BG in primo caſu minorem proportione habet, quam DE ad EH. ſed in ſecundo caſu maiorem] *Quoniam enim* AB *ad* BC *eſt vt* DE *ad* EF, *&* CB *ad* BG *minorem habet proportionem, quam* FE *ad* EH; *habebit ex æquali* AB *ad* BG *proportionem minorem, quam* DE *ad* EH, *quod a nobis demonſtratum eſt in commentarijs, in 52. quinti libri huius, & eodem modo in ſecundo caſu,* AB *ad* BG *maiorem habebit proportionem, quam* DE *ad* EH;

F Ergo GA ad AB in primo caſu maiorem habet proportionem, quam HD ad DE]

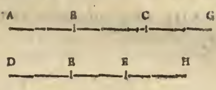
Cum

Cum A B *ád* B G *in primo caſu minorem proportionem habeat, quam* D E *ád* E H, *& componendo per 28. quinti elementorum ex editione noſtra,* A G *ad* G B *minorem habebit proportionem, quam* D H *ad* H E. *quare & per conuerſionem rationis per 30. eiuſdem* G A *ad* A B *habebit maiorem proportionem, quam* H D *ad* D E. *& ita in ſecundo caſu minorem habere demonſtrabitur.*

Ex æquali igitur in primo caſu A G ád B C maiorem proportionem habebit, quam D H ad E F & in ſecundo caſu minorem] *Ex demonſtratis a nobis in 52. quinti libri huius, Vt dictum eſt.* G

THEOREMA CCXVII. PROPOSITIO CCXXXIII. LEM. XIII.

Sit rurſus A B æqualis B C, & D E ipſi E F; habeatque A G ad G B minorem proportionem, quam D H ad H E. Dico & B C ad C G minorem proportionem habere, quam E F ad F H. A



Quoniam enim per conuerſionem rationis, & diuidendo G B ad B A, hoc eſt ad B C maiorem proportionem habet, quam H E ad E D, hoc eſt ad E F, habebit per conuerſionem rationis, & diuidendo B C ad C G minorem proportionem, quam E F ad F H. B

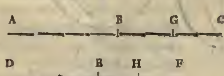
COMMENTARIVS.

Dico, & B C ad C G minorem proportionem habere, quam E F ad F H] *Græcus codex* ὅτι καὶ ἡ βγ πρὸς γη μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ εζ πρὸς τὴν ζθ *ſed mendoſe, Vt opinor, nam videtur legendum.* ἐλάσσονα λόγον ἔχει. A

Quoniam enim per conuerſionem rationis & diuidendo, G B ad B A, hoc eſt ad B C maiorem proportionem habet, quam H E ad E D, hoc eſt ad E F] *Quoniam* A G *ad* G B *minorem proportionem habet, quam* D H *ad* H E, *habebit per conuerſionem rationis* G A *ad* A B *maiorem proportionem, quam* H D *ad* D E, *& diuidendo per 29. quinti ex editione noſtra* G B *ad* B A, *videlicet ad* B C *maiorem, quam* H E, *ad* E D, *hoc eſt ad* E F. *Rurſuſque per conuerſionem rationis* B G *ad* G C *minorem habebit proportionem, quam* E H *ad* H F, *& rurſus diuidendo* B C *ad* C G *minorem, quam* E F *ad* F H. *Græcus codex etiam hoc loco corruptus eſt, in quo legitur* μείζονα λόγον ἔχει *cum legendum ſit* ἐλάσσονα λόγον ἔχει. B 30. quinti.

THEOREMA CCXVIII. PROPOSITIO CCXXXIV. LEM. XIV.

Sit A B æqualis B C, & D E ipſi E F, habeatque A G ad G B maiorem proportionem, quam D H ad H E. Dico B G ad G C minorem proportionem habere, quam E H ad H F. A



Quoniam enim diuidendo A B, hoc eſt C B ad B G maiorem proportionem habet, quam D E, hoc eſt F E ad E H, habebit per conuerſionem rationis, ac diuidendo B G ad G C minorem proportionem, quam E H ad H F. B

COM-

COMMENTARIVS.

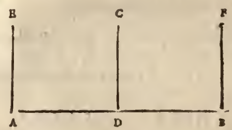
A Dico BG ad GC minorem proportionem habere, quam EH ad HF] *Græcus codex* ὅτι ἡ βη πρὸς ηγ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ εβ πρὸς τὴν θζ, *legendum* ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ εθ πρὸς τὴν θζ.

B Quoniam enim diuidendo AB hoc eſt CB ad BG maiorem proportionem habet, quam DB, hoc eſt FE ad BH] *Græcus codex* ἐπεὶ γὰρ κατὰ διαίρεσιν ἡ αβ τουτέστιν ἡ βγ πρὸς τὴν γη *ſed legendum* τουτέστιν ἡ γβ τὴν βη.

IN LOCO AD SVPERFICIEM.

LEM. I. THEOREMA CCXIX. PROPOSITIO CCXXXV.

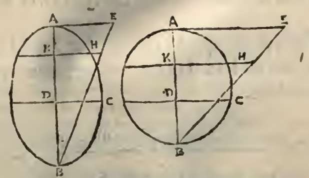
Si ſit recta linea AB, & CD rectæ lineæ poſitione datæ parallela ſit-A que proportio rectanguli ADB ad quadratum ex DC data; punctum C conicam lineam continget.



B Si igitur recta linea AB poſitione priuetur; puncta AB data non ſint, fiat autem recta linea ad rectas lineas AE, FB poſitione datas, punctum C in ſublime eleuatum, erit ad ſuperficiem poſitione datum; hoc autem oſtenſum eſt.

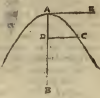
COMMENTARIVS.

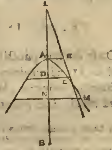
A Punctum C conicam lineam continget] *Sit recta linea* DC *ipſi* AB *parallela, vel igitur angulus* ADC *eſt rectus, vel non rectus, & quadratum ex* DC *vel eſt æquale rectangulo* ADB, *vel inæquale. Sit primum* ADC *angulus rectus & quadratum ex* DC *inæquale rectangulo* ADB, *erit punctum* CD *in ellipſi. Fiat enim vt quadratum ex* DC *ad rectangulum*

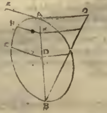


ADB, *ita recta linea* AB *ad ipſam* AB. *Itaque datis duobus rectis lineis terminatis* BA, AE *inueniatur ex 54. primi libri conicorum circa diametrum* AB *coni ſectio, ellipſis appellatur in eodem plano, in quo ſunt dictæ lineæ, ita vt vertex ſit punctum* A *& rectum figuræ latus* AE: *ductæ vero a ſectione ad diametrum* AB *in angulo recto applicentur, & poſſint ſpacia adiacen-*

adiacentia ipſi AB, *quæ latitudines habeant rectas lineas interiectas inter ipſas, & punctum* A, *deficiantque figura ſimili, & ſimiliter poſita ei, quæ rectis lineis* EA, AB *continetur. Quoniam igitur quadratum ex* DC *ad rectangulum* ADB *eſt vt rectum figuræ latus* EA *ad tranſuerſum* AB, *erit ex* 21. *primi libri conicorum, punctum* C *in ellipſi: & ſimiliter ductis aliis lineis a ſectione ad* AB, *quæ ipſi* CD *ſint parallelæ vt* HK *habebit quadratum ex* HK *ad rectangulum* AKB *proportionem datam, videlicet eam, quam habet quadratum ex* CD *ad rectangulum* ADB *quare ellipſis* AHCB *locum efficiet. Si vero angulus* ADC *ſit rectus, & quadratum ex* DC *æquale rectangulo* ADB, *punctum* C *in circulo circumferentia erit. eſt enim* CD *media proportionalis inter* AD, DB: *& ſimiliter a circumferentia circuli ad diametrum ductis aliis lineis ipſi* DC *parallelis, velut* HK, *idem plane contingat, vt ſcilicet quadratum ex* HK *ad rectangulum* AKB *eandem proportionem habeat, quam quadratum ex* CD *ad rectangulum* ADB. *& circumferentia* AHCB *locum efficiet. Sed fieri etiam poteſt, vt punctum* C *ſit in parabola. ſi ex* 52. *primi conicorum in ipſa* AD *inueniatur coni ſectio, quæ parabole appellatur, ita vt eius vertex ſit punctum* A, *& quæ a ſectione ad diametrum applicantur, parallelæ ipſi* DB, *poſſint rectangulum contentum recta linea, quæ eſt inter ipſum, & punctum* A, *& altera quadam data linea, quæ ſit æqualis* DB. *Sit præterea* AD *minor quam* DB, *vt in alia figura, productaque* DA *ad* L, *ſit* DL *ipſi* DB *æqualis, & vt quadratum ex* CD *ad rectangulum* ADB, *hoc eſt ad rectangulum* ADL, *ita fiat recta linea* AE *ad* AL. *Datis igitur duabus rectis lineis terminatis* LA, AB *ex* 53. *primi libri conicorum inueniatur hyperbole, ita vt eius diameter ſit* LAD. *vertex punctum* A, *& rectum figuræ latus* AE, *quæ vero a ſectione ad diametrum in recto angulo applicantur, poſſint rectangula adiacentia ipſi* AE, *& latitudines habeant rectas lineas interiectas inter ipſas, & punctum* A, *excedantque figura ſimili, & ſimiliter poſita ei, quæ* LA, AE *continetur. Itaque quoniam quadratum ex* CD *ad rectangulum* ADL *eſt vt figuræ rectum latus* EA *ad tranſuerſum* AL, *erit punctum* C *in hyperbola ex* 21. *primi conicorum: & a ſectione ad diametrum ductis aliis lineis, quæ parallelæ ſint ipſi* CD, *vt* MN, *habebit quadratum ex* MN *ad rectangulum* ANL *eandem proportionem, quam quadratum ex* CD *ad rectangulum* ADL, *& linea* ACM *locum efficiet. Quod ſi angulus* ADC *non ſit rectus, ſiue quadratum ex* CD *ſit æquale rectangulo* ADB *ſiue inæquale, fiat vt quadratum ex* DC *ad rectangulum* ADB *ita recta linea quædam* OA *ad* AB, *quæ cum ipſa* AB *rectos angulos contineat: & ex* 54. *primi conicorum inueniatur ellipſis, cuius diameter* AB *& rectum figuræ latus* AO. *erit eadem ratione punctum* C *in ellipſi, & ducta alia linea a ſectione ad diametrum, quæ ipſi* CD *ſit parallela habebit quadratum ex* HK *ad rectangulum* AKB *eandem proportionem, quam quadratum ex* CD *ad rectangulum* ADB, *& linea* AHC *locum efficiet. Si vero* AD *ſit minor, quam* DB *producta* DA *ad* L, *ita vt ſit* DL *ipſi* DB *æqualis, & quam proportionem habet quadratum ex* CD *ad rectangulum* ADL, *habeat recta linea* OA *ad* AL, *quæ cum* AL *rectos contineat angulos. & rurſus ex* 53. *primi conicorum inueniatur hyperbole, cuius vertex punctum* A, *rectumque figuræ latus* OA, *& tranſuerſum* AL, *erit punctum* C *in hyperbola ex* 21. *primi conicorum, & a ſectione ad diametrum ducta alia linea* MN *ipſi* CD *parallela, erit quadratum ex* MN *ad rectangulum* ANL *vt quadratum ex*

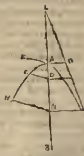






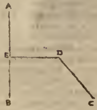
CD ad

CD ad rectangulum ADL, & linea ACM locum efficiat neceſſe eſt, & ſi quidem angulus ADC ſit rectus, erunt AB, AL principales diametri ſectionum, nempe ellipſis, & hyperbole, ſi vero acutus vel obtuſus non erunt principales.



B Fiat autem recta linea ad rectas lineas AE, FB. poſitione datas, punctum C in ſublime eleuatum erit ad ſuperficiem, poſitione datam; hoc autem oſtenſum eſt] *Græcus cod. hoc loco, ut opinor corruptus eſt, qui ſic habet.* γίνεται δὲ προσθέσει εὐθεία ταῖς α ε, ε β. τὸ γ μετεωρισθὲν γίνεται προσθέσει ἐπιφανείας. τοῦτο δὲ ἐδείχθη. *fortaſſe autẽ hoc dicit. Si recta linea DC in ſublimi conſtituta parallela ſit ipſis AB, BF poſitione datis, erit punctum C ad ſuperficiem poſitione datam, videlicet ad eam, in qua ſunt BA, AB, BF, & loci qui fiunt a ſectionibus, niſi fallor, erunt ij, qui ad ſuperficiem dicuntur.*

Si ſit recta linea AB poſitione data, datumque punctum C in eodem plano, & ducatur CD & præterea ducatur DE parallela rectæ lineæ poſitione data; ſit autem data proportio, ipſius CD ad DE. Dico punctum D poſitione contingere conicam ſectionem. oſtendetur autem ſic, præmiſſo huiuſmodi loco.

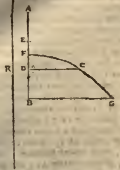


LEM. III.

THEOREMA CCXX. PROPOSITIO CCXXXVI.

Datis duobus punctis AB, & perpendiculari DC, ſit proportio quadrati ex AD ad quadrata ex GD, DB data. Dico punctum C conicam ſectionem contingere, ſiue ſit proportio æqualis ad æquale, ſiue maioris ad minus, ſiue minoris ad maius.

Sit enim primum proportio æqualis ad
A æquale, & quoniam quadratum ex AD
eſt æquale quadratis ex GD, DB, ſi ponatur ipſi BD æqualis DE, erit rectangulum BAE æquale quadrato ex DC. ſecetur AB bifariam in F punctum igitur F eſt datum.
B atque eſt AE dupla ipſius FD. quare rectangulum FAE eſt quod bis AB, FD continetur
C D eſt autem dupla ipſius AB data, quod igitur data linea, & FD continetur quadrato ex
E DC eſt æquale, & ideo punctum C poſitione contingit parabolen, quæ per punctum F tranſit.



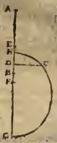
Componetur autem locus hoc modo.

Sint data puncta AF: proportio autem ſit æqualis ad æquale. ſeceturque AB bifariam in F, & ipſius AF ſit dupla recta linea, in qua R. Quod cum linea FB poſitione
F data ſit, quæ terminatur ad punctum F, linea autem R ſit magnitudine data, circa axem

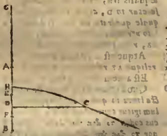
axem FB deſcribatur parabole FG, ita vt ſumpto in ipſa quouis puncto, veluti C, & ab eo ducta perpendiculari CD, rectangulum contentum recta linea R, & FD æquale ſit quadrato ex DC; & ducatur perpendicularis BG. Dico lineam CG ipſius parabole partem eſſe. Ducatur enim perpendicularis CD, & ipſi BD æqualis ponatur DB, Quo- G
niam igitur AB quidem dupla eſt ipſius BF, & BB dupla BD, & AB ipſius FD dupla: & rectangulum BAB æquale ei, quod bis AB, FD continetur, hoc eſt quadrato ex DC, commune apponatur quadratum ex BD, quod eſt æquale quadrato ex DB, totum igitur quadratum ex AD æquale eſt quadratis ex CD, DB, & propterea linea FCG locum efficit.

THEOREMA CCXXI. PROPOSITIO CCXXXVII. LEM. IV.

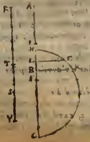
Sint rurſus duo puncta data AB: & ducatur DC perpendicularis; ſit H
autem quadrati ex AD ad quadrata ex CD, DB proportio data; in primo K
quidem caſu maioris ad minus, in ſecundo autem minoris ad maius. Dico punctum C contingere coni ſectionem, videlicet ellipſim in primo caſu, in ſecundo autem hyperbolen.



Quoniam enim proportio quadrati ex AD ad
quadrata ex CD, DB eſt data, fiat ipſi eadem L
proportio quadrati ex BD ad quadratum ex DB.
erit ED in primo caſu maior quam DB, in ſe-
cundo autem minor. Ponatur ipſi BD æqualis M
DF. & quoniam data eſt proportio quadrati ex
AD ad quadrata ex CD, DB, atque eſt eadem
proportio quadrati ex BD ad quadratum ex DB,
erit reliqua rectanguli FAB ad quadratum ex N
DC proportio data. Quod cum data ſit pro- O
portio ED ad DB, & proportio FB ad BD da-
bitur cui eadem fiat proportio AB ad BG. ergo P
& totius AF ad DG proportio data erit. Rur- Q
ſus quoniam data eſt proportio BD ad DB, ea- R
dem fiat proportio AH ad HB. quare & AB ad S
BH proportio data eſt, & datum punctum H, T
reliqua igitur AB ad HD proportio erit data, V
& data proportio rectanguli FAB ad rectangu- X
lum HDG: rectanguli vero FAB ad quadratum Y
ex CD proportio eſt data, quare & data pro- Z
portio rectanguli HDG ad quadratum ex DC.
ſuntque duo puncta data HG. ergo in primo
caſu punctum C ellipſim, in ſecundo autem
hyperbolen contingit.

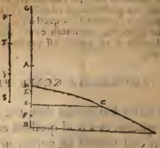


Componetur autem locus hoc pacto.



Sint duo puncta data AB, data autem proportio ſit quadrati ex RT ad quadratum ex TS, in primo quidem caſu maioris ad minus; in ſecundo autem minoris ad maius, & ipſi RT æqualis ponatur TY, fiatque vt YS ad ST, ita AB ad BG: vt autem RT ad TS, ita fiat AH ad HB; & circa axem HG deſcribatur in primo caſu ellipſis, in ſecundo autem hyperbole, ita vt ſumpto in ipſo quouis puncto, veluti C, & ducta perpendiculari CD, ſit proportio rectanguli HDG ad quadratum ex DC, compoſita ex pro-

portione, quam habet TS ad SY, & ex ea, quam habet TS ad SR, & ex data pro-
a portione, quæ eſt quadrati ex RT ad quadratum ex TS: & ducatur perpendicularis
ζ EK. Dico lineam HK facere id, quod præcipitur. Agatur enim perpendicularis CD, & fiat vt AB quidem ad BG, ita FB ad BD, vt autem AH ad
η HB, ita BD ad DB, quare proportio quidem DG ad AF eadem erit, quæ proportio GB ad BA, hoc eſt TS ad SY proportio autem HD ad AB eadem, quæ TS ad SR, illud enim in reſolutione demonſtratum eſt. ergo rectanguli HDG ad rectangulum FAB proportio compoſita eſt ex proportione, quam habet TS ad SY, & ex ea, quam habet TS ad SR. ſed rectangulum HDG ad quadratũ ex DC propor-



θ tionem habet cõpoſitam ex proportione TS ad SY, & ex proportione TS ad SR. & ex data proportione, quæ quidem eſt quadrati ex RT ad quadratum ex TS. rectangulum autẽ HDG ad quadratum ex DC rurſus proportionem habet cõpoſitam ex proportione rectanguli HDG ad rectangulum FAB, & proportione rectanguli FAB ad quadratum ex CD, atque eſt proportio rectanguli HDG ad rectangulum FAB eadem, quæ com-
ι ponitur ex proportione TS ad SY, & ex proportione TS ad SR, reliqua igitur rectanguli FAB ad quadratum ex DC proportio eadem eſt, quæ proportio quadrati ex
λ μ RT ad quadratum ex TS, hoc eſt quadrati ex BD ad quadratum ex DB: & omnia ad
ν omnia. ergo vt quadratum ex AD ad quadrata ex CD, DB, ita quadratum ex RT ad quadratum ex TS; hoc eſt proportio data. quare HK pars ſectionis locum efficit.

COMMENTARIVS.

A Et quoniam quadratum ex AD eſt æquale quadratis ex CB, DB, ſi ponatur ipſi BD æqualis DB, erit rectangulum BAB æquale quadrato ex DC] *Cum enim CB bifariam ſecetur in D, atque ei adiungatur AB; rectangulum BAB vna cum quadrato ex BD eſt æ-*
9. ſecũdi. *quale quadrato ex AD. ſed quadrato ex AD æqualia erunt quadrata ex CD, DB. ergo ablato vtrinque æquali, videlicet quadrato ex BD ex altera parte, ex altera autem quadrato ex DB, relinquitur rectangulum BAB quadrato ex CD æquale.*

B Atque eſt AE dupla ipſius FD] *Eſt enim AB dupla ipſius BF, & EB dupla BD. ergo &*
19. quinti. *reliqua AE reliqua FD dupla erit.*

C Eſt autem dupla ipſius AF data] *Ex 2. libri datorum.*

D Quod igitur data linea, & FD continetur quadrato ex DC eſt æquale] *Ponatur recta linea in qua R dupla ipſius AB ergo vt recta linea R ad AB, ita eſt AB ad FD rectangulum igitur contentum ipſa R & FD eſt æquale rectangulo BAB, hoc eſt quadrato ex DC. Græ-*
16. quinti. *cus codex τὸ ἄρα ὑπὸ δοθὲν, καὶ τῆς βγ ἴσον ἐστι τῷ ἀπὸ τῆς δγ, legendum autem eſt vt opinor τὸ ἄρα ὑπὸ δοθείσης, καὶ τῆς ζδ ἴσον ἐστι τῷ ἀπὸ τῆς δγ.*

E Et ideo punctum C poſitione contingit parabolen, quæ per punctum F tranſit] *Ex 11. primi libri conicorum Apollonij eſt enim R linea iuxta quam poſſunt, quæ à ſectione ad diametrum ordinatim applicantur. Græcus codex τὸ γ ἄρα ἅπτεται θέσει παραβολῆ ἐρχομένῃ διὰ τοῦ ζ. lege παραβολῆς ἐρχομένης διὰ τοῦ ζ.*

F Circa axem FB parabole FG deſcribatur, ita vt ſumpto in ipſa quouis puncto, velut C, & ab eo ducta perpendiculari BD] *Ex 52. primi libri conicorum. Græcus codex ὥστε ὅταν ἐπ᾽ αὐτῆς σημεῖον ληφθῇ ὡς τὸ γ. lege ἐὰν ἐπ᾽ αὐτῆς.*

G Et ipſi BD æquale ponatur DB] *Græcus codex καὶ τῇ γδ ἴση κείσθω ἡ δε. lege καὶ τῇ βδ ἴση κείσθω ἡ δε.*

H Et ducatur DG perpendicularis] *Græcus codex καὶ ἐφάπτεται ἡ δγ καὶ ὀρθή, ego legendum puto καὶ κατήχθω ὀρθὴ ἡ δγ vel aliter in eandem ſententiam.*

K In primo quidem caſu maioris ad minus, in ſecundo autem minoris ad maius] *Græ-*

cus

eius codex ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης πτώσεως ἐχάσσων πρὸς μείζονα, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας μείζων πρὸς ἐλάσσονα, *ſed mendoſe vt opinor legendum enim eſt,* ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης πτώσεως μείζων πρὸς ἐλάσσονα ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας ἐλάσσων πρὸς μείζονα *niſi forte per proportionem datam intelligamus eius conuerſam, videlicet, quæ eſt quadratorum ex* CD, DB *ad quadratum ex* AD, *quemadmodum inferius in ea, quæ ſequitur.*

Fiat ipſi eadem proportio quadrati ex BD ad quadratum ex DE: erit ED in primo caſu maior, quam DB, in ſecundo autem minor] *Iungatur* CB, *& vt* AD *ad* CB *ita fiet* BD *ad* DE *ex 3. huius erit igitur vt quadratum ex* AD *ad quadratum ex* CB, *hoc eſt ad quadrata ex* CD, DB, *ita quadratum ex* BD *ad quadratum ex* DE *Græcus codex* ὁ αὐτὸς αὐτῷ γεγονέτω ὁ τῷ ἀπὸ βδ πρὸς τὸ ἀπὸ δε ἐπὶ μὲν οὖν τῆς πρώτης πτώσεως ἐλάσσων ἐστὶν ἡ βδ τῆς δε, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας μείζων ἐστὶν ἡ βδ τῆς δε, *ſed legendum eſt.* οὗτος αὐτῷ γεγονέτω ὁ τοῦ ἀπὸ εδ πρὸς τὸ ἀπὸ δβ ἐπὶ μὲν οὖν τῆς πρώτης πτώσεως μείζων ἐστὶν ἡ εδ τῆς δβ ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας ἐλάσσων ἐστὶν ἡ εδ τῆς δβ. 22. ſexti E

Ponatur ipſi ED æqualis DF] *Græcus codex* κείσθω ὁ τῇ τῇ εδ ἴση ἡ δζ. *lege* κείσθω τῇ εδ ἴση ἡ δζ. M

Erit reliqua rectanguli FAB ad quadratum ex DC proportio data] *Eſt enim rectangulum* FAB *vna cum quadrato ex* BD *æquale ei, quod fit ex* AD *quadrato. ergo rectangulum* FAB *ad quadratum ex* DC *eſt vt quadratum* AD *ad quadrata ex* CD, DB, *vel vt quadratum ex* BD *ad quadratum ex* DB. *Græcus codex* καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ ζαε *&c. lege* καὶ λοιποῦ ἄρα τοῦ ὑπὸ ζαε πρὸς τὸ ἀπὸ δγ λόγος ἐστὶ δοθείς. N 5. quinti.

Quod cum data ſit proportio ED ad DB, & proportio FB ad BD dabitur] *Quoniam enim* ED *ad* DB *hoc eſt* FD *ad* DB *datam habet proportionem, & ad reliquam* BF *datam proportionem habebit ex 5. libri datorum, quare ex 8. eiuſdem* FB *ad* BD *datam proportionem habeat neceſſe eſt, ita quidem argumentabimur in primo caſu, in ſecundo autem hoc modo. Quoniam* FD *ad* DB *datam habet proportionem, & reliqua* FB *ad* BD *proportionem datam habebit. Græcus codex* ἐπεὶ δὲ λόγος ἐστὶ τῆς εδ πρὸς δβ, καὶ τῆς ζδ πρὸς δβ, *ego legendum puto,* καὶ τῆς ζβ πρὸς βδ. O 5. dator.

Cui eadem fiat proportio AB ad BG] *In ſecundo caſu ſumatur punctum* G *ad partes* A, *alioqui, quæ deinceps dicuntur vera non eſſent.* P

Ergo, & totius AF ad DG proportio data erit] *Quoniam enim eſt vt* FB *ad* BD, *ita* AB *ad* BG, *erit in primo caſu ex 12. quinti elementorum tota* AF *ad totam* DG, *vt* AB *ad* BG; *ſed in 2. caſu hoc modo. Quoniam tota* AB *ad totam* BG *eſt, vt pars* FB *ad partem* BD, *erit reliqua* AF *ad reliquam* DG, *vt* AB *ad* BG. *proportio igitur* AF *ad* DG *eſt data ex quibus manifeſte conſtat in ſecundo caſu punctum* G *ad partes* A *ſumi oportere. ſi enim ad alteras partes nullo modo ſequeretur* AF *ad* DG *ita eſſe, vt* AB *ad* BG, *quod quidem in compoſitione concludetur, vt apparebit, namque* AF *minor eſt, quam* AB. *ſed* DG *multo maior eſſet, quam* BG. Q

Rurſus quoniam data eſt proportio AD ad DB, eadem fiat proportio AH ad HB] *Diuidatur* AB *in datam proportionem, quæ eſt* BD *ad* DB *ex 10. ſexti elementorum. Græcus codex* πάλιν ἐπεὶ λόγος ἐστὶ δοθείς, ὁ αὐτὸς αὐτῷ γεγονέτω ὁ τῆς αβ πρὸς βθ. *Nos autem perſpicuitatis cauſſa addidimus* ED *ad* DB. *ſed quæ ſequuntur ita legenda cenſemus* ὁ αὐτὸς αὐτῷ γεγονέτω ὁ τῆς αθ πρὸς θβ. R

Quare & AB ad BH proportio data eſt, & datum punctum H] *Vtraque enim ipſarum* AH, HB *eſt data ex 7. libri datorum. ergo & earum proportio, & proportio totius* AB *ad* BH *dabitur ex prima & ſexta eiuſdem libri.* S

Reliqua igitur AE ad HD proportio erit data] *Namque vt* AH *ad* HB, *ita eſt* ED *ad* DB: *& componendo vt* AB *ad* BH, *ita* EB *ad* BD, *quare & reliqua* AE *ad reliquam* HD *eſt vt* AB *ad* BH. *data igitur erit proportio* AE *ad* HD. *Græcus codex* καὶ λοιπὸς τῆς αε πρὸς εδ *ſed legendum* καὶ λοιπὸς τῆς αε πρὸς θδ. T

Et data proportio rectanguli FAE ad rectangulum HDG] *Rectangulum enim* FAE *ad rectangulum* HDG *proportionem habet compoſitam ex datis proportionibus, videlicet ex proportione* AF *ad* DG *& proportione* AE *ad* HD. V

Rectanguli vero FAE ad quadratum ex CD proportio eſt data] *Ex antecedentibus.* X

Quare & data proportio rectanguli HDG ad quadratum ex DC] *Ex 8. libri datorum.* Y

Ergo in primo caſu punctum C ellipſim, in ſecundo autem hyperbolen contingit] *Eſt enim in primo caſu* HG *ellipſis diameter in ſecundo autem caſu* GH *eſt diameter hyperbole. quæ ex ipſa ſumitur.* Z

α Data autem proportio ſit quadrati ex R T ad quadratum ex T S] *Græcus codex ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ὁ τοῦ ρτ πρὸς τσ, &c. vide ne legendum ſit ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ὁ τοῦ ἀπὸ ρτ πρὸς τὸ ἀπὸ τσ. In reſolutione, etenim data proportio erat quadrati ex* A D *ad quadrata ex* C D, D B. *hæc autem eadem eſt, quam quadratum ex* R T *habet ad quadratum ex* T S, *vt deinceps apparebit.*

β In primo quidem caſu maioris ad minus, in ſecundo autem minoris ad maius] *Corrigendus etiam eſt hoc loco. Græcus codex, qui ſic habet. ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης πτώσεως ἐλάσσονα πρὸς μείζονα, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας μεῖζον πρὸς ἐλάσσονα. legendum enim eſt ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης πτώσεως μεῖζον πρὸς ἐλάσσονα, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας ἔλασσον πρὸς μείζονα.*

γ Et circa axem G H deſcribatur in primo quidem caſu ellipſis, in ſecundo autem hyperbole] *Deſcribatur in primo caſu ellipſis circa axem* H G, *in ſecundo autem deſcribatur hyperbole circa axem* G H *productam, hoc eſt circa* H B, *ita vt punctum* H *ſit ipſius vertex.*

δ Ita vt ſumpto in ipſa quouis puncto veluti C &c.] *Hoc eſt ita vt* G H *tranſuerſum figuræ latus ad rectum compoſitam proportionem habeat ex proportione* T S *ad* S Y, *& ex proportione* T S *ad* S T, *& ex data proportione, vt enim rectangulum* H D G *ad quadratum ex* D C *ita tranſuerſum figuræ latus ad rectum ex 31. primi libri conicorum.*

ε Quæ eſt quadrati ex R T ad quadratum ex T S] *Græcus codex ὅς ἐστιν ὁ τοῦ ἀπὸ ρτ πρὸς τὸ ἀπὸ τσ lege ὅς ἐστιν ὁ τοῦ ἀπὸ ρτ, &c.*

ζ Dico lineam H K facere id quod propoſitum eſt] *Hoc eſt lineam* H C K, *quæ ſectionis pars eſt. Græcus codex ὅτι ἡ βκ ποιεῖ τὸ ἐπίταγμα ſed legendum arbitror λέγω ὅτι ἡ θκ, &c.*

η Quare proportio quidem D G ad A F eadem erit, quæ G B ad B A] *Ex hoc loco colligitur in ſecundo caſu punctum* G *ad partes* A *ſumendum eſſe, vt ſupra admonuimus.*

θ Et ex data proportione] *Hæc nos addidimus, quæ in Græco codice deſiderari videbantur, vt ita legendum ſit. ἀλλ' ὅτι τὸ ὑπὸ θδη πρὸς τὸ ὑπὸ δγ τοῦ συνημμένου ἔχει λόγον ἔκ τε οὗ ἔχει ἡ τσ πρὸς σ̄υ, καὶ ἐξ οὗ ἔχει ἡ τσ πρὸς στ, καὶ ἐξ οὗ ἔχει ὁ δοθεὶς λόγος καὶ ἔστιν ὁ δοθεὶς λόγος ὁ τοῦ ἀπὸ ρτ πρὸς τὸ ἀπὸ τσ quæ vero ſequuntur ἐλάσσων πρὸς μείζονα, nos delenda cenſemus.*

ι Reliqua igitur rectanguli F A E ad quadratum ex D G proportio eadem eſt, quæ quadrati ex R T ad quadratum ex T S]. *Græcus codex λοιποῦ ἄρα τοῦ ὑπὸ θδη πρὸς τὸ ἀπὸ δγ λόγος. legendum autem vt puto, λοιποῦ ἄρα τοῦ ὑπὸ ζαε πρὸς τὸ ἀπὸ δγ λόγος.*

κ Hoc eſt quadrati ex E D ad quadratum ex D B] *Græcus codex τουτέστι τοῦ ἀπὸ αδ πρὸς τὸ ἀπὸ αβ lege πρὸς τὸ ἀπὸ δβ.*

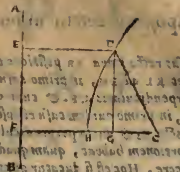
λ Et omnia ad omnia] *Quoniam enim proportio rectanguli* F A E *ad quadratum ex* D C *eadem eſt, quæ quadrati ex* R T *ad quadratum ex* T S, *hoc eſt quadrati ex* E D *ad quadratum ex*
22.quinti D B; *erit omnium antecedentium ad omnia conſequentia eadem proportio; videlicet rectanguli*
5.ſecūdi. F A E *vna cum quadrato ex* E D, *hoc eſt quadrati ex* A D *ad quadrata ex* C D, D B.

μ Ergo vt quadratum ex A D ad quadrata ex C D, D B, ita quadratum ex R T ad quadratum ex T S] *Græcus codex ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ αδ πρὸς τὸ ἀπὸ βα, ſed legendum τὰ ἀπὸ γδ, δβ.*

LEM. V. THEOREMA CCXXII. PROPOSITIO CCXXXVIII.

His ita habentibus tranſeamus ad id, quod initio proponebatur. Sit recta linea poſitione data A B, & datum punctum C, in eodem plano, ducaturque C D, & perpendicularis D E, proportio autem data ſit C D ad D E. Dico punctum D coni ſectionem contingere, & ſi quidem proportio ſit æqualis ad æquale, erit ea ſectio parabole, ſi vero minoris ad maius, ellipſis; quod ſi maioris ad minus erit hyperbole.

 Sit pri-



Sit primum proportio æqualis ad æquale, hoc eſt ſit primum CD æqualis DB. oſtendendum eſt punctum D parabole contingere. Ducatur perpendicularis CF, ipſi vero AB parallela ducatur DG. & quoniam quadratum ex ED æquale eſt quadrato ex DC, æqualis autem BD ipſi FG, & quadratum ex DC æquale quadratis ex DG, GC: erit quadratum ex FG quadratis ex DG, GC æquale: atque eſt recta linea FC data positione; & duo puncta FC data; ergo punctum D parabolen contingit ex eo, quod ante demonſtratum eſt. A

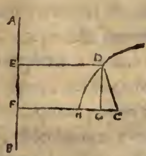
Componetur autem hoc modo.

Sit recta linea AB poſitione data, datumque punctum C, & ducatur perpendicularis CF. Itaque cum CF detur poſitione, & dentur duo puncta FC, inueniatur parabole DH, ita vt ſumpto in ea quouis puncto, veluti D, & data DG perpendiculari, quadratum ex FG ſit æquale quadratis ex DG, GC. Dico lineam DH locum efficere. hoc eſt ducta quauis linea, vt CD, & perpendiculari DB, lineam CD ipſi DB æqualem eſſe. ducatur enim perpendicularis DG. Ergo propter parabolen quadratum ex FG eſt æquale quadratis ex DC, GC. atque eſt ipſi quidem FG æqualis BD, quadratis vero ex DG, GC æquale quadratum ex D. ergo quadratum ex CD quadrato ex DE eſt æquale, ac propterea CD ipſi DB æqualis. linea igitur DH, quæ eſt pars ſectionis locum efficit. B

COMMENTARIVS.

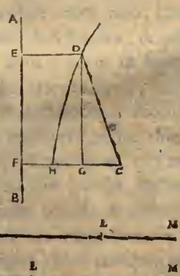
Atque eſt recta l inea FC data poſitione] *Ex 30. libri datorum.* A

Inueniatur parabole DH, ita vt ſumpto in ea quouis puncto, &c.] *Ex ijs, quæ ſuperius tradita ſunt.* B



Deſideratur vt apparet, vltima pars huius theorematis quam nos ſupplere aggrediemur.

Sint eadem, quæ prius, & ſit proportio data CD *ad* DE *minoris ad maius, vel maioris ad minus, hoc eſt ſit* CD *minor, quam* DE, *vel maior. Oſtendendum eſt punctum* D *in primo caſu ellipſim, in ſecundo autem hyperbolen contingere. fiant enim omnia, quæ ſuperius dicta ſunt, erit quadratum ex* FG *maius quadratis ex* DG, GC, *vel minus atque eſt* FC *poſitione data, & data puncta* FC. *punctum igitur* D *ex iam demonſtratis ellipſim, vel hyperbolen continget.*



Componetur autem in hunc modum,

Sit rurſus recta linea AB *poſitione data, & datum punctum* C. *ſit autem data proportio, quam habet* KL *ad* LM, *in primo caſu maioris ad minus, in ſecundo minoris ad maius ducaturque perpendicularis* CF. *& cum* CF *ſit poſitione data, & data puncta* FC, *inueniatur ex iam dictis, in primo quidem caſu ellipſis, in ſecundo autem hyperbole* DH, *ita vt ſumpto in ea quouis puncto* D, *& ducta perpendiculari* DG, *quadratum ex* FG *ad quadrata ex* DG, GC *eandem proportionem habeat, quam quadratum ex* KL *ad quadratum ex* LM. *Dico lineam* DH *locum efficere. Hoc eſt ſi ducatur quæuis recta linea, vt* CD, *& perpendicularis* DB, *lineam* CD *ad* DB *eam habere proportionem, quam* ML *ad* LK. *ducatur enim perpendicularis* DG. *ergo propter ellipſim vel hyperbolen quadratum ex* FG *ad quadrata ex* DG, GC *eſt vt quadratum ex* KL *ad quadratum ex* BA. *atque eſt* DB *æqualis* GF; *& quadratum ex* CD *quadratis ex* DG, GC *æquale, ergo quadratum ex* CD *ad quadratum ex* DB *eam habet proportionem, quam qudratum ex* ML *ad quadratum ex* LK, *& idcirco linea* CD *ad* DB *eandem proportionem habebit, quam* ML *ad* LK, *linea igitur* DH *locum efficiat, neceſſe eſt.*

SEPTIMI LIBRI FINIS.

PAP-

PAPPI ALEXANDRINI MATHEMATICARVM COLLECTIONVM

LIBER OCTAVVS.

CVM COMMENTARIIS FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

CVM mechanica contemplatio fili Hermodore multis, & magnis vitæ noſtræ rationibus conducat, iure optimo à philoſophis maxima laude digna exiſtimata eſt: & omnes mathematici non mediocri ſtudio in eam incumbunt; etenim fere prima phyſiologiam, quæ in elementorum mundi materia verſatur, attingit. nam cum ſtatum, & corporum lationem, motumque ſecundum locum in vniuerſo contempletur, horum quidem, quæ natura ſunt, cauſas reddit; illa autem à natura ſua decedere cogens extra propria loca in contrarios motus transfert, quod per ea theoremata, quæ ex ipſa materia decidunt, excogitat. Mechanice verò alteram partem rationalem eſſe, alteram manuum opera indigere, ſentit Hero mechanicus. & rationalem quidem partem ex geometria, & arithmetica, & aſtronomia, & ex phiſicis rationibus conſtare; eam vero, quæ manuum opera indiget, ex æraria, & ædificatoria & teſtonica, & pictura, & in omnibus manuum exercitatione. atque cum quidem in ſupradictis ſcientijs a prima ætate verſatus ſit, & prædictas artes calluerit, quiq; acri ſit ingenio, optimum fore, & inuentorem, & architectum mechanicorum operum, cum fieri non poſſit, vt quis tantopere in his diſciplinis excellat, ſimulque prædictas artes diſcat. præcipit autem ei, qui mechanica opera tractare velit, vt proprias artes ad manum habeat. quibus cum opus ſit, in ſingulis vtatur. & maxime omnium neceſſariæ artes ſunt ad vitæ vſus, mechanicæ poſt architectonicam: & ars manganorum, qui & ipſi mæchanici ab antiquis appellati ſunt. magna enim pondera machinis adhibitis præter naturam in altitudinem tollunt, minori potentia mo-

uentes:

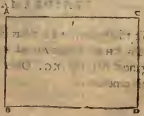
uentes: & ars conficiend. inſtrumenta ad bellum neceſſaria, quæ & mechanica vocantur. Sagittæ enim, & lapides, & tela, & his ſimilia emittuntur in longiſſima viæ ſpacia per catapultas, quæ ab ipſis conſtruuntur. ad hæc ars, eorum, qui μηχανοποιοὶ, hoc eſt machinas conficientes appellantur; ex multa enim profunditate aqua facilius attolitur, per inſtrumenta ad ipſam ex hauriendam excogitata. vocant autem mechanicos antiqui etiam eos, qui admirationem pariunt, quorum alij quidem per ſpiritus artem exercent, vt Hero πνευματικοῖς, alij per neruos, & funes animatorum motus imitari videntur. vt Hero ad τομάτοις ϗ ζυγίοις. alij vero per ea, quæ in aqua vehuntur, vt Archimedes ὀχουμένοις vel horologijs per aquam conſtructis. vt Hero ὑδρείοις. quæ etiam videntur communem habere rationem cum gnomonica contemplatione. Mechanicos inſuper vocant eos, qui nouerunt ſphæropæias conficere. a quibus imago cæli conſtruitur per æqualem, & circularem aquæ motum. Horum autem omnium cauſſam, & rationem cognouiſſe aiunt quidam ſyracuſanum Archimedem. is enim ſolus noſtris temporibus varia, & natura, & intellegentia vſus eſt ad omnia perſcrutanda; quemadmodum, & Gemminus mathematicus aſſerit in libro de mathematicarum diſciplinarum ordine. Carpus autem antiochenſis quodam in loco dicit Archimedem ſyracuſanum vnum dumtaxat librum mechanicum compoſuiſſe de ſphæropæia, hoc eſt de ſphæræ conſtructione. de alijs vero ſibi ſcribendum non exiſtimaſſe, quamuis apud multos ob mechanicam facultatem ſummo in honorem ſemper fuerit, & ad mirabilis magno quodam ingenio habitus ſit, adeo, vt adhuc apud omnes homines eius fama mirandum in modum celebretur. ſed de ijs quæ præcipua ſunt, & geometricam, aritmeticamque contemplationem continent, quamquam ea breuiſſima videantur eſſe, diligenter conſcripſit, tanto vt appareat, prædictarum ſcientiarum amore inflammatus, vt nihil extrinſecus in eas introducendum ſtatuerit. ipſe autem corpus, & alij quædam iure optimo vſi ſunt Geometria etiam ad aliquas artes, Geometria enim nihil læditur, quæ multas artes ſtabilire conſueuit, quando eis adiungatur. Itaque cum ſit tamquam mater artium non læditur, quod curam habeat organicæ, & architectonicæ. neque enim propterea quod ſimul ſit cum ea, quæ terras dimetitur, & cum gnomonica, & mechanica, & ſcenographia aliqua ex parte læditur. ſed contra potius videtur eas promouere, quod & honoretur, & ab ipſis pro dignitate ornetur. Cum igitur eiuſmodi ſit mechanica ſcientia ſimul, & ars, & in tot partes diuidatur, exiſtimaui recte ſe habere, ſi & breuius, & apertius conſcripſero ea, quæ ratione geometrica in contemplationem veniunt, & quæ, quod ad motum grauium attinent, maxime ſunt neceſſaria, & theoremata tam quæ apud veteres poſita, quam quæ a nobis vtiliter adinuenta ſunt, & magis exquiſita ratione, quam ea, quæ a prioribus conſcripta eſt. vt dato pondere a

dere a

dere a data potentia ducto in plano horizonti parallelo, & altero plano inclinato, quod à ſubiectum planum datum angulum efficiat, inuenire potentiam, a qua pondus in plano inclinato ducatur. hoc autem vtile eſt mechanicis manganarijs, addentes enim inuentæ potentiæ alteram quandam virorum potentiam confidenter in ſublime pondus attolunt, & datis duabus rectis lineis inæqualibus, duas medias proportionales in continua analogia inuenire. ex hoc enim theoremate omnis ſoledá figura data ſecundum datam proportionem & augetur, & minuitur, & quomodo fieri poſſit, vt tympano dato ſi & data multitudine ſcytularum ipſius, vel dentium apponatur ei tympanum datum habes dentium multitudinem, & appoſiti tympani diameter inueniatur, quod quidem tum ad multa vtile eſt, tum ad artem eorum, qui mechanicas conficiunt propter conſtitutionem ſcytulatorum tympanorum. Horum autem vnum quodque in proprio loco perſpicuum fiet, etiam cum alijs quæ architecto, & mechanico vtilia ſunt, ſi prius ea, quæ tractationem de centro grauium continent, explicauerimus. Quid igitur ſit graue, & quid leue, & quæ cauſſa ſit, cur corpora ſurſum, & deorſum ferantur: & hoc ipſum ſurſum, ac deorſum quo modo intelligatur, & quibus terminis circumſcribatur, nihil a nobis in præſentia in medium afferri oportet, quoniam hæc a Ptolomæo in mechanicis declarata ſunt. Centrum autem grauitatis vniuſcuiuſque corporis, quod eſt principium & elementum tractationis de centro grauium, ex quo & reliquæ mechanicæ partes dependent, quid nam ſit, & quid ſibi velit, dicendum, ex hoc enim vt opinor, & reliqua, quæ in hac tractatione conſiderantur, perſpicua erunt. Dicimus autem centrum grauitatis vniuſcuiuſque corporis eſſe punctum quoddam intra poſitum a quo ſi graue dependens mente concipiatur, dum fertur, quieſcit, & ſeruat eam, quàm in principio habebat poſitionem, neque in ipſa latione circonuertitur.

PROBLEMA I. PROPOSITIO I.

Hæc autem punctum non ſolum in corporibus, quæ certum ſeruant ordinem, ſed etiam in ijs, quæ temere & caſu formata ſunt, inuenitur ratione quadam perſuaſum huius modi.



Ponatur planum rectum ABCD ad mundi centrum vergens, in quo & corpora grauia prorſus inclinationem habere videntur, & ſit recta linea AB perpendicularis plano, in quo incedimus. ſi igitur aliquod corpus graue conſtituatur in AB recta linea, ita vt omnino a plano producto ſecetur, habebit aliquando poſitionem talem, vt maneat immotum, & non decidat. quod cum ita factum ſit, ſi intelligatur planum ABCD productum ſecabit vtique ſuper impoſitum corpus in duas

partes æqualium momentorum, quæ circa planum, veluti circa punctum ſuſpenſionis in libra, interſe æqueponderabunt. Rurſus tranſpoſitum corpus graue in altera parte attingat rectam lineam AB habebit circum actum aliquando poſitionem eam, vt dimiſſum maneat, & non decidat. Itaque ſi rurſus intelligatur planum ABCD productum in partes æqueponderantes corpus ſecabit, & priori plano ſecanti occurret. ſi enim non occurrat, eædem partes interſe, & æqueponderantes, & non æqueponderantes erunt, quod eſt abſurdum.

ALITER.



His autem explicatis rurſus intelligatur recta linea AB perpendicularis ad planum, in quo incedimus, videlicet ad ipſius mundi centrum vergens; & ſimiliter corpus graue in puncto A conſtituatur, recta linea AB tamquam baſi innixum ſtabit aliquando corpus in puncto, ita vt maneat, ſiquidem & in plano ipſius poterat quieſcere. Si igitur eo manente recta linea AB, producatur, aliqua pars ipſius in propoſita figura comprehendetur. Itaque intelligatur manens, & rurſus in alia parte corpus lineæ imponatur, ita vt quieſcat. Dico rectam lineam AB productam occurrere ei, quæ prius in figura fuerat comprehenſa. Si enim non occurret, poterunt quædam plana per vtramque earum ducta ſibi ipſis intra figuram non occurrere, & vnumquodque ipſorum diuidere corpus graue in partes æqueponderantes, & non æqueponderantes, quod eſt abſurdum. ergo dictæ lineæ intra figuram ſibi ipſis occurrent. Similiter, & ſi iuxta alias poſitiones corpus in puncto A ſtatuatur, ita vt maneat, producta recta linea AB occurret alijs prius intra figuram comprehenſis, quare conſtat rectas lineas ſi ita duci intelligantur, ſeſe in vno puncto ſecare. hoc autem punctum centrum grauitatis appellatur. conſtat præterea corpus graue, ſi ex centro appenſum mente concipiatur, non circumuerti, ſed manere, ſeruans in latione quacumque in principio habebat poſitionem, omnia enim, quæ per ipſum ducuntur plana in partes æqueponderantes corpus diuidunt. neque vlla conuerſionis cauſſa admitti poteſt, cum iuxta omnem poſitionem partes ipſius æqueponderantes ex vtraque parte centri conſtituantur. Hoc igitur eſt, quod tractationem de centro grauium maxime continet. addiſces autem ea, quæ ad elementa pertineat, per hanc demonſtrata, ſi legas Archimedis librum de æqueponderantibus, & Heronis mechanica. Sed quæ non ita multis cognita ſunt, deinceps conſcribamus, nempe hæc.

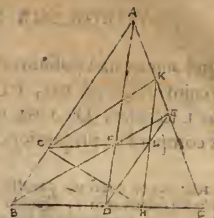
COMMENTARIVS.

A Habebit aliquando poſitionem talem, vt maneat immotum, & non decidat] *Corpora enim grauia deorſum feruntur ſecundum rectam lineam ad horizontem perpendicularem, quæ per centrum grauitatis eorum ducitur, quare corpus ſuper impoſitum plano ad horizontem recto tunc ſolum manebit, & non decidet, cum centrum grauitatis eius ſupra planum directe conſtiterit, quippe a quo vlterius deſcendere prohibetur. etenim aduertendum autem eſt, vt centrum grauitatis hoc modo inueniamus, non ſatis eſſe corpus graue plano bis imponere: duorum etenim planorum communis ſectio eſt recta linea. Oportebit igitur & tertio idem efficere, & in quo puncto dicta linea a plano ſecetur, illud grauitatis eſſe centrum manifeſtò apparebit.*

THEOREMA I. PROPOSITIO II.

Sit triangulum ABC cuius latera in eandem proportionem ſecentur à punctis CHK, ſitque AG ad GB, vt BH ad HC, & CK ad KA, & coniungantur GH, HK, KG. Dico triangulorum ABC, GHK idem eſſe grauitatis centrum.

Secentur



Secentor enim BC, CA bifariam in punctis DE: & AD, BE iungantur. ergo punctum F, in quo conueniunt, eſt centrum grauitatis trianguli ABC. nam ſi triangulum in aliquo plano recto conſtituatur ſecundum rectam lineam AD, in neutram partem vrget, quod triangulum ABD triangulo ACD ſit æquale. ſimiliter triangulum ABC. ſecundum rectam lineam BE in plano recto conſtitutum in neutram verget partem quod æqualia ſint triangula ABE, BCE. & cum in vtraque rectarum linearum AD, BE triangulum æqueponderet, cõmune ipſorum punctum F grauitatis centrum erit. oportet autem intelligere punctum F, vt antedictum eſt, in medio trianguli ABC quod ſcilicet æque craſſum, & æqueponderans ponitur. conſtat præterea AF ipſius FD duplam eſſe, & BF duplam FE & vt CA ad AB. ita eſſe AB ad DE, & BF, ad FE, & AF ad FD: propterea quod triangula DFE, ABF æquiangula ſunt. itemque æquiangula CDE, ABC. iungatur igitur DE, quæ ſecet HK in L, & quoniam proportio BH ad HC compoſita eſt ex proportione BH ad HD, & proportione DH ad HC; eſt autem componendo vt BC ad CH, ita CA ad AK, & antecedentium dimidia vt DC ad CH, ita EA ad AK; & per conuerſionem rationis vt CD ad DH ita AB ad EK, ſed CD ipſi DB eſt æqualis, & AE: erit vt BD ad DH, ita CE ad EK: & componendo vt BH ad HD, ita CK ad KE. ergo, & proportio AG ad GB componitur ex proportione CK ad KE, & proportione DH ad HC. componitur autem ex eiſdem etiam proportio DL ad LE, atque eſt HL ipſi LK æqualis vt demonſtrabitur. quare & vt AG ad GB, ita eſt DL ad LE: ſuntque parallelæ AB, DE: & iunctæ AD BE ſe mutuo ſecant in F. ergo recta linea eſt, quæ per puncta GFL tranſit. hoc enim infra oſtendetur, quamquam parui ſit momenti. Itaque quoniam vt BF ad FE, ita GF ad FL, & eſt BF dupla FE; erit & GF ipſius FL dupla. triangulum autem GHK latus HK bifariam diuiditur in L, eſtque GF dupla FL. punctum igitur F centrum eſt grauitatis trianguli GHK. erat autem & trianguli ABC centrum, quod demonſtrare oportebat.

A
B
C
D
E
F
G
H

COMMENTARIVS.

Commune ipſorum punctum F grauitatis centrum erit] *Hoc idem Archimedis aliter demonſtranit in libro de æqueponderantibus.* A

Conſtat præterea AF ipſius FD duplam eſſe, & BF duplam FB] *Quoniam enim BC CA in punctis DE bifariam ſecantur, erit vt BD ad DC ita AB ad BC. quare ducta DE ipſi AB parallela erit, & idcirco triangulum CDE ſimile eſt triangulo CBA, itemque DFE triangulum triangulo AFB ſimile. Cum igitur ſit vt BC ad CD, ita BA ad DE, erit BA ipſius DE dupla. ſed vt BA ad DE, ita AF ad FD, & BF ad FE. ergo AF dupla eſt FD, & BF ipſius FE. Hoc autem nos aliter demonſtrauimus in commentarijs in ſextam propoſitionem libri Archimedis de quadratura parabolæ.* B

Eſt autem componendo vt BC ad CH, ita CA ad AK] *Ponitur enim vt BH ad HC ita eſſe CK ad KA: quare, & componendo vt BC ad CH, ita CA ad AK.* C

Ergo & proportio AG ad GB componitur ex proportione CK ad KE, & proportione DH ad HC] *Ex antedictis ſequitur proportionem BH ad HC compoſitam eſſe ex proportione CK ad KE, & proportione DH ad HC. ſed vt BH ad HC, ita poſita eſt AG ad GB, quare, & AG ad GB proportio ex eiſdem proportionibus componatur, neceſſe eſt.* D

Componitur autem ex eiſdem etiam proportio DL ad LE: atque eſt HL ipſi LK æqualis] *Hæc duo inferius demonſtrantur.* E

Ergo recta linea eſt, quæ per puncta GFL tranſit; hoc enim infra oſtendetur, quamquam parui ſit momenti] *Hoc quoque infra oſtendit Pappus. Græcus autem codex, vt arbitror, mendoſus eſt.* F

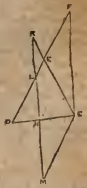
Trianguli autem GHK latus HK bifariam diuiditur in L] *Hunc locum nos ita reſtituimus. In Græco enim codice legebatur* τετμήσθω δὴ τῆ ΗΘ κ διχοτομία τὸ γ. G

Punctum igitur F centrum eſt grauitatis trianguli GHK] *Ex ante demonſtratis.* H

THEOREMA II. PROPOSITIO VIII.

Quod autem ante poſitum eſt, ſic demonſtrabitur.

Sit enim vt CD ad DH, ita CE ad EK: & iungantur DE, HK ſeſe in puncto L ſecantes. Dico HL ipſi LK æqualem eſſe, & proportionem DL ad LE componi ex proportione DH ad HC, & proportione CK ad KE.



Ducatur .n. per C ipſi HK parallela EF, quæ lineę DB productæ occurrat in F. Quoniã igitur duæ rectæ lineæ ſunt DL, LB & extrinſecus aſſumitur LF. erit proportio DL ad LF cõpoſita ex proportione DL ad LF, & proportione FL ad LB. ſed proportio DH ad HC eadẽ 9. ſexti. eſt, quæ proportio DL ad LF, cum parallelæ ſint CF A KH. proportio autem CK ad KB eadem eſt, quæ FL ad LB, quod triangula CBF, KFL æquiangula ſint, ergo proportio DL ad LB componitur ex proportione DH ad HC, & proportione CK ad KB. Eadem ratione oſtendetur proportio KL ad LH componi ex proportione KB ad BC, & proportione CD ad DH, ducta ſcilicet per C linea CM ipſi BD parallela; quæ lineæ KH productæ occurrat in M. Rurſus enim cum duæ rectæ lineæ ſint KL, LH, & extrinſecus aſſumatur LM, proportio KL ad LH componitur ex proportione KL ad LM, & proportione ML ad LH. ſed proportio KL ad LM eadem eſt, quæ KE ad EC, quod rurſus parallelæ ſint BD, CM, proportio autem ML ad LH eſt eadem, quæ CD ad DH, quoniam triangula DHL, CHM æquiangula ſunt, proportio igitur KL ad LH eadem eſt quæ componitur ex proportione KE ad EC, hoc eſt HI ad DC, & proportione CD ad DH, quæ quidem proportionem efficit æqualitatis, ergo & proportio KL ad LH æqualitatis proportio eſt, & ob id KL ipſi LH eſt æqualis.

COMMENTARIVS.

A Proportio autem CK ad KE eadem eſt, quæ FL ad LB, quod triangula CBF, KBL æquiangula ſint] *Eſt enim* CE *ad* BF, *vt* KB *ad* BL; *permutandoque* CE *ad* EK, *vt* FB *ad* BL: *& componendo* CK *ad* KB *vt* FL *ad* LB.

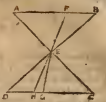
THEOREMA III. PROPOSITIO IV.

Sed quod reliquum, ita demonſtrabitur.

Sit AB parallela ipſi CD, & vt AF ad FB, ita CH ad HD; iunganturque AC, BD ſeſe in puncto E ſecantes. Dico lineam, quæ per FEH ducitur, rectam eſſe.

Si enim

Si enim non ſit FBG recta, & quoniam vt AF ad EG, ita FB ad BG; vt autem FE ad EG, ita FB ad GD: erit vt AF ad CG ita FB ad GD, & permutando vt AF ad FB, hoc eſt EH ad HD, ita EG ad GD, quod fieri non poteſt. linea igitur, quæ per FBH ducitur, neceſſario recta erit. A

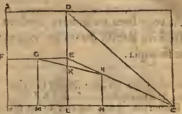


COMMENTARIVS.

Et quoniam vt AF ad CG ita FB ad EG] *Si enim FBG recta linea intelligatur erunt triangula ABF, CEG ſimilia: itemque ſimilia inter ſeſe triangula FEB, GED.* A

PROBLEMA II. PROPOSITIO V.

Dato parallelogrammo rectangulo AC ducere rectam lineam DC, ita vt ſi trapezium ABCD ex puncto D ſuſpendatur, rectæ lineæ AD, BC parallelæ ſint horizonti.



Ponatur iam factum eſſe. ergo recta linea, quæ per D, & per centrum grauitatis trapezij ducitur ad horizontem, & ad ipſam BC eſt perpendicularis, ſit autem DL, quæ in E. bifariam ſecetur, itemque AB ſecetur bifariam in F: & FE, EC iungantur, ſecetur, præterea CE in H, ita vt CH dupla ſit ipſius HE, & BF bifariam ſecetur in G iunganturque GH ſecans DL in K, punctum igitur G eſt centrum grauitatis parallelogrammi BD, & H eſt centrum grauitatis trianguli CDL, quare totius trapezij grauitatis centrum eſt in recta linea GH. ſed eſt etiam in ipſa DL ergo K trapezij ABCD grauitatis centrum erit. parallelogrammi autem BD centrum grauitatis eſt G: & trianguli DLC centrum H. vt igitur parallelogrammum BD ad triangulum DCL, ita eſt HK ad KG. Si enim contra intelligamus parallelogrammi quidem BD grauitatem in ipſo ita ſe habere, vt tota contrahantur ad G, trianguli vero DCL totam grauitatem contractam ad H; erit recta linea GH inſtar libræ, in cuius extremis partibus dictæ grauitates conſiſtunt, & ſi GH ſecetur in K, ita vt quam proportionem habet grauitatis in G ad grauitatem in H, hoc eſt parallelogrammum BD ad triangulum DCL; eandem habeat HK ad KG, iuxta proportionem diſtantiarum in libra: quæ ex contraria parte grauitatibus reſpondent: erit punctum K ex quo grauitates ipſæ æqueponderant, ergo & trapezium ABCD æqueponderat ex puncto K ſuſpenſum. Ducantur a punctis GH ad BC perpendiculares GM, HN. & quoniam vt BD parallelogrammum ad triangulum DCL, ita HK ad KG, vt autem parallelogrammum ad triangulum, ita BL ad dimidiam ipſius LC; & vt HK ad KG, ita NL ad LM, propterea, quod in lineas parallelas GM, BL, HN ductæ ſunt GKH, MLN: erit vt BL ad dimidium LC, ita NL ad LM, hoc eſt ad dimidium LB. Vt igitur BL ad LC ita NL ad duplam ipſius LM, hoc eſt ad LB; & idcirco quadratum ex BL æquale eſt rectangulo CLN. quare vt CL ad LB, ita BL ad LN. Sed vt CL ad LN, ita quadratum ex CL ad quadratum ex LB atque eſt CL tripla ipſius LN quoniam, & CB tripla eſt CH eſt enim CH ipſius HE dupla. quadratum igitur ex CL triplum eſt quadrati ex LB. & ſunt data puncta BC. ergo & punctum L eſt datum: ac propterea datum punctum D. Itaque ſi BC ſecetur in L, ita vt quadratum ex CL triplum ſit quadrati ex LB, habebimus punctum D, videlicet ſuſpenſionis punctum.

A B (beside "Ponatur iam factum eſſe")
C (beside "DL in K, punctum igitur G eſt cen-")
D (beside "trum grauitatis parallelogrammi BD")
E (beside "libra: quæ ex contraria parte")
1. ſexti. (beside "parallelogrammum ad triangulum DCL")
16. ſexti. (beside "dimidium LC, ita NL ad LM")
F (beside "lo CLN. quare vt CL ad LB")
G (beside "Itaque ſi BC ſecetur in L")

COMMENTARIVS.

A Ponatur iam factum eſſe] *Hic incipit reſolutio problematis.*

B Ergo recta linea, quæ per D, & per centrum grauitatis trapezij ducitur ad horizontem, & ad ipſam BC eſt perpendicularis] *Eſt enim ſuſpenſionis punctum, & centrum grauitatis ſuſpenſi in eadem recta linea ad horizontem perpendiculari, quod nos demonſtrauimus in commentarijs in 6. propoſitionem libri Archimedis de quadratura parabolæ.*

C Punctum igitur G eſt centrum grauitatis parallelogrammi BD] *Ex nona primi libri Archimedis de æqueponderantibus.*

D Et H eſt centrum grauitatis trianguli DCL] *Ex ante demonſtratis.*

E Erit punctum K, ex quo grauitates ipſæ æqueponderant] *Ex octaua eiuſdem libri Archimedis.*

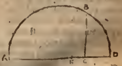
F Quare vt CL ad LB, ita BL ad LN] *Ex 14. ſexti, quamquam hoc breuius concludi poterat. cum enim demonſtratum ſit, vt BL ad LC, ita eſſe NL ad LB; erit conuertendo vt CL ad LB, ita BL ad LN.*

G Itaque ſi BC ſecetur in L, ita vt quadratum ex CL triplum ſit quadrati ex LB, habebimus punctum D, videlicet ſuſpenſionis punctum] *Compoſitio eſt problematis.*

PROBLEMA III. PROPOSITIO VI.

At vero linea BC in hunc modum ſecabitur.

Rectam lineam datam ita ſecare, vt maior ipſius pars minoris poteſtate ſit tripla.



Sit recta linea AD, quæ ſecetur in C, ita vt AC ſit tripla ipſius CD, & in AD deſcripto ſemicirculo ABD, ducatur CB ad rectos angulos ipſi AD, fiatque vt AC ad CB, ita AB ad BD. Dico AB ipſius BD poteſtate triplam eſſe. Quoniam enim BC media eſt proportionalis inter AC, CD, erit vt AC, ad CD, ita quadratum ex AC ad quadratum ex CB, hoc eſt quadratum ex AB ad id quod ex BD quadratum. ergo AB ipſius BD poteſtate eſt tripla. Similiter etiam in datam proportionem poteſtate ſecabitur AD, & omnis recta linea date.

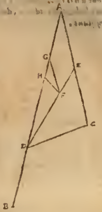
cor. 20. ſexti.

THEOREMA IV. PROPOSITIO VII.

Sint poſitione datæ rectæ lineæ AB, AC: datumque punctum B: & ducatur CD, quæ ſecet datam proportionem rectæ lineæ AC ad BD. demonſtrandum eſt centrum grauitatis trianguli ACD conſiſtere in recta linea poſitione data.

Diuidatur

Diuidatur A C bifariam in E, & iuncta D E ſecetur in F, ita vt E F tertia pars ſit ipſius E D erit F centrum grauitatis trianguli A C D, hoc enim ſuperius demonſtratum eſt. ducatur F G parallela ipſi A B, & ſit lineæ A B tertia pars A H. eſt autem & A G tertia pars lineæ A D, quoniam, & E F ipſius E D eſt tertia. reliqua igitur H G tertia eſt reliquæ H D; & data eſt proportio B D ad A C. itemq; proportio A C ad F G; eſt enim A C ipſius F G tripla, cũ A D ſeſquialtera ſit ipſius D G, hoc eſt A E ſeſquialtera F G, & ſit C A ipſius A E dupla proportio igitur H G ad G F eſt data, & datus angulus ad G, quoniam & qui ad A. idcircoque angulus G H F eſt datus: & datum punctum H. ergo recta linea H F poſitione data erit. in qua quidem eſt punctum F, videlicet grauitatis centrum. C D E F G H K L M



COMMENTARIVS.

Datum punctum B] *Quoniam enim datur punctum B, recta linea A B non ſolum poſitione, ſed etiam magnitudine data erit ex 26. libri datorum. punctum vero C non eſt datum; ſi namque A C datur poſitione tantum.* A

Quæ ſecet datam proportionem lineæ A C ad B D] *Hoc eſt quæ ſecet A B in D, ita vt A C ad B D quamcunque datam proportionem habeat.* B

Et iuncta D E ſecetur in F ita vt E F tertia pars ſit ipſius E D] *Hunc locum nos ita reſtituimus, nam in Græco codice legitur: καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ δε τετμήσθω κατὰ τὸ ζ, ὥστε τὴν ε ζ τρίτον μέρος εἶναι τῆς ζ δ lege τῆς ε δ. ſi enim E F tertia pars ſit ipſius E D, punctum F centrum grauitatis trianguli A B C, quod ex ante demonſtratis perſpicue conſtat.* C

Ducatur F G parallela ipſi A B, & ſit lineæ A B tertia pars A H] *Hunc etiam locum nos reſtituimus. Græcus enim codex ſic habet ἤχθω διὰ τοῦ α παράλληλος ἡ ζ η, καὶ τῆς α ε τρίτον μέρος ἔστω ἡ α θ lege ἤχθω διὰ τοῦ ζ παράλληλος ἡ ζ η, καὶ τῆς α β τρίτον μέρος ἔστω ἡ α θ.* D

Quoniam & E F ipſius E D eſt tertia] *In Græco codice etiam hoc loco mendoſe legitur, ἐπεὶ καὶ ἡ ε ζ τῆς ζ δ lege τῆς ε δ.* E

Et data eſt propoſitio B D ad A C] *In Græco codice nonnulla deſiderari videntur. Vt legendum ſit καὶ ὁ λόγος τῆς β δ πρὸς τὴν α γ δοθείς.* F

Itemque proportio A C ad F G; eſt enim A C ipſius F G tripla, cum A D ſeſquialtera ſit ipſius D G, hoc eſt A E ſeſquialtera F G, & ſit C A ipſius A E dupla] *Hæc etiam nos reſtituimus nam Græcus codex corruptus eſt; & mancus, in quo legitur; τῆς δὲ α γ πρὸς τὴν ζ η, τριπλάσιον γὰρ αὐτῆς ἐστιν, ὅτι καὶ ἡ μὲν δ ε τῆς δ η ἡμιόλιά ἐστι, τοῦτο ἡ α ε διπλῆ. ſed legendum puto τῆς δὲ α γ πρὸς τὴν ζ η, τριπλάσιον γὰρ αὐτῆς ἐστιν, ὅτι καὶ ἡ μὲν δ α τῆς δ η ἡμιόλιά ἐστι, τουτέστιν ἡ α ε τῆς ζ η ἡμιόλια, ἡ δὲ γ α τῆς α ε διπλῆ. At vero proportionem A C ad F G datam eſſe, manifeſte patet, vt enim A D ad D G, ita A E ad F G, atque eſt A D ſeſquialtera D G. ergo & A E ipſius F G ſeſquialtera. Sed A C eſt dupla ipſius A E. quare A C ipſius F G tripla erit.* G 4. ſexti.

Proportio igitur H G ad G F eſt data] *Eſt enim B D tripla H G, & ſimiliter A C ipſius F G tripla: quod iam demonſtrauimus, vt igitur B D ad A C, ita eſt H G ad G F. Sed proportio B D ad A C eſt data. ergo etiam data erit proportio H G ad G F.* H

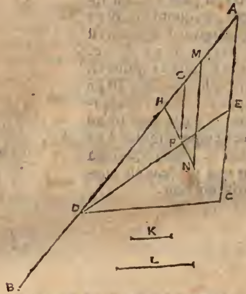
Idcircoque angulus G H F eſt datus] *Nam cum angulus H G F ſit datus, & data proportio H G ad G F, etiam triangulum F G H dabitur ſpecie, & propterea angulus G H F erit datus.* K 4. dator.

Et datum punctum H] *Eſt enim recta linea A B magnitudine data: quæ cum ad A H proportionem datam habeat, & ipſa A H, & punctum H detur neceſſe eſt.* L 5. dator.

Ergo recta linea H F poſitione data erit] *Ex 29. libri datorum. Itaque his demonſtratis problema conſtruere licebit huius modi.* M

Poſitio.

Poſitione datis rectis lineis A B, A C, *datoque puncto, & data proportione* K *ad* L, *quippe quam debet habere* B D *ad* A C, *ducere rectam lineam, in qua centra grauitatis triangulorum* A C D *conſiſtant.*



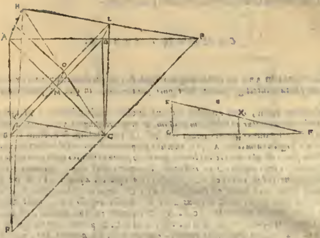
Sit rectæ lineæ A B *tertia pars* A H, *& inter* A *&* H *ſumpto quouis puncto* M *ducatur* M N *ipſi* A C *parallela, & quam proportionem habet* K *ad* L *habeat* H M *ad* M N, *iunctaque* H N *producatur. Dico in recta linea* H N *conſiſtere contra grauitatis triangulorum omnium* A C D *in quibus* C D *datam proportionem* B D *ad* A C *ſecet. bumatur enim in recta linea* A B *punctum quodlibet* D, *& ut* K *ad* L, *ita fiat* B D *ad* A C, *&* C D *iungatur. Deinde ſecta* A C *bifariam in* B, *ducatur* D E: *& in ea ſumatur punctum* F, *ita vt* E F *ſit tertia pars ipſius* E D. *erit* F *centrum grauitatis trianguli* A C D. *ducatur etiam per* F *recta linea* F G, *quæ ipſi* A C *ſit pa-*
29. primi. *rallela, &* H F *iungatur angulus igitur* H G F *eſt æqualis angulo* H M N, *nam rectæ lineæ* G F M N
30. *parallelæ ipſi* A C *etiam interſe parallelæ ſunt, ut autem* B D *ad* A C, *hoceſt ut* K *ad* L, *ita* H G *ad* G F, *quod ſuperius demonſtratum fuit, & ita* H M *ad* M N. *ergo ut* H M *ad* M N, *ita* H G *ad* G F: *ſuntque circa æquales angulos. triangulum igitur* H G F *ſimile eſt triangulo* H M N, *& angulus* G H F *angulo* M H N *æqualis. ergo una eademque linea eſt* H F N, *in qua centrum grauitatis trianguli* A C D *conſiſtit. Eodem modo etiam in alijs triangulis contingere demonſtrabimus. atque illud eſt, quod faciendum proponebatur.*

PROBLEMA IV. PROPOSITIO. VIII.

Hæc igitur, & ſimilia contemplationem habent. quæ vero transferri poſſunt ad vſum mechanicum talia ſunt.

Planum inclinare, ita vt ipſius inclinatio vergat in vnum punctum plani non inclinati, videlicet horizonti æquidiſtantis, in parallelogrammo, & inclinatio ſit in angulo dato.

Sit da-



Sit datum parallelogrammum prius æquilaterum A B C D, & datus augulus, in quo volumus planum inclinare E F G. a punctis autem A B D ad rectos angulos ſubiecto plano ducantur A H, B K, D L; ſitque C punctum, in quod volumus inclinationem vrgere; A
& lineæ quidem A C iunctæ ponatur æqualis F G, ipſi vero F G ad rectos angulos ducatur G E, & ponatur A H æqualis G E. ſi igitur H C ductam intelligamus erit H C A angulus inclinationis planorum. Itaque a puncto B ad A C perpendicularis ducatur B M, & ponatur F N ipſi C M æqualis, ipſi vero F G ad rectos angulos N X. cui quidem ponatur æqualis vtraque ipſarum B K, D L: & iunctæ H L, H K producantur, vt cum rectis lineis A D, A B productis conueniant ad puncta P R, conuenient enim, cum angulos faciant duobus rectis minores. planum igitur H K L inclinatum eſt ad planum A B C D in angulo H C A, hoc eſt E F G. nam ſi intelligamus rectam lineam M O ipſi A H parallelam, & ductam O K, erit M O æqualis N X; propterea quod triangulum F N X ſimile eſt triangulo C M O; recta vero linea K O ipſi B M æqualis, & parallela, parallelogrammumque K B M O ad ſubiectum planum rectum, & quoniam puncta P C R ſunt in duobus ſimul planis, videlicet in ſubiecto plano A B C D, in quo ſunt P R, & in plano K H L C, erunt P C R in vna recta linea, quæ eſt communis ſectio dictorum planorum. Eadem ratione & puncta K O L ſunt in communi ſectione plani K H L C, & plani, quod tranſit per K O L ipſi A B, C D plano parallelum, ita vt recta linea K O L parallela ſit ipſi P R. Quoniam igitur vt A P ad P D, ita eſt H A ad L D; vt autem A R ad R B, ita A H ad B K; atque eſt D L æqualis B K; erit & A P ipſi A R æqualis, & angulus A P R angulo A R P æqualis. ſed P A C angulus æqualis eſt angulo R A C, ergo & reliquus A C P reliquo A C R æqualis, & ob id vterque ipſorum rectus, & linea P R bifariam, atque ad angulos rectos a linea A C ſecatur. eſt autem M O ad ipſam, & ad planum A B C D perpendicularis. quare & O C ad R P perpendicularis erit propter lemma ſphæricorum; & vterque angulorum A C P, O C P rectus. planum igitur K H L C inclinatum eſt ad planum A B C D in angulo E F G dato. ſed ſit A B maior, quam A D, & alia eadem ponantur. Dico angulum A C P acutum eſſe. Quoniam enim vt A P ad P D, ita eſt A H ad D L; vt autem A R ad R B, ita A H ad B K, & æqualis eſt D L ipſi K B; erit vt A P ad P D, ita A R ad R B. quare diuidendo vt A D ad D P, ita A B ad B R, & permutando vt A D ad A B, ita D P ad B R. ſed A D minor eſt, quam A B. ergo & D P quam B R eſt minor. tota igitur A P minor eſt, quam A R; & ideo angulus A P R angulo A R P maior. angulus autem C A P maior eſt angulo C A R. quare trianguli C A P reliquus angulus A C P minor eſt reliquo A C R trianguli C A R. acutus igitur eſt A C P angulus; & propterea dictorum planorum inclinatio fit ad punctum, quod eſt inter C & P; ducta ſcilicet a puncto A ad C P per-

Margin: B, C, D E, 3. vndec., 16. vndec., 4. lemma, F, G, H, 6. diffin. vndec., 16 primi., K

pendiculari. Itaque conſtat fieri poſſe, vt planum in dato angulo ad aliud planum inclinetur. quare & inclinato plano, eius inclinationem inuenire licebit, hoc eſt in quo angulo inclinatum ſit ad planum horizonti parallelum.

COMMENTARIVS.

A A punctis autem ABD ad rectos angulos ſubiecto plano ducantur AH, BK, DL] *Per ſubiectum planum intellige planum horizonti parallelum; in quo eſt parallelogrammum* ABCD.

B Conuenient enim, cum angulos faciant duobus rectis minores] *Planum namque* HKCL *inclinatum ponitur ad ſubiectum planum, & propterea anguli* AHL, AHK *acuti ſunt.*

C Nam ſi intelligamus rectam lineam MO ipſi AH parallelam, & ductam OR, erit MO æqualis NX] *Recta enim linea* AH, BK *cum ſint perpendiculares ad ſubiectum planũ, inter ſe-*
6.vndec. *ſe parallelæ ſunt: & ad omnes rectas lineas, quæ in eo plano exiſtentes ipſas contingunt, rectos efficiunt angulos. ergo angulus* HAE *rectus eſt, itemque rectus* OMC; *quoniam* MO *ipſi* AH *parallela ponitur, ſed & rectus eſt* EGF *angulus: lineaque* FG *æqualis* CA, *&* GE *ipſi* AH.
4.definit. *triangulum igitur* EGF *ſimile eſt triangulo* HAC: *& angulus* EFG *angulo* HCA *æqualis.*
vndec. *triangulorum vero* NXP, MOC *angulus* XNF *eſt æqualis angulo* OMC, *quod vterque rectus, &* XFN *angulus æqualis ipſi* OCM. *ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum*
6. ſexti. *triangulo ſimile erit, quare vt* CM *ad* MO, *ita* FN *ad* NX: *& permutando vt* CM *ad* FN, *ita* MO *ad* NX. *ſed* CM, FN *poſita ſunt æquales. ergo &* MO, NR *æquales ſint, neceſſe eſt.*

D Recta vero linea KO ipſi BM æqualis, & parallela] *Nam cum parallelæ ſint* AH, BK
9. vndec. *itemque* AH, MO, BK *inter ſe ſunt parallelæ. ſunt autem & æquales. ergo &* KO, BM *æquales, & pallelæ erunt.*

E Parallelogrammumque KB, MO rectum ad ſubiectum planum] *Tranſit enim per* BK,
33.primi. *quæ ad dictum planum eſt perpendicularis.*

F Erit & AP ipſi AR æqualis] *Quoniam enim vt* AP *ad* PD, *ita eſt* HA *ad* LD, *& vt* AR *ad* RB, *ita* AH *ad* BK. *vt autem* HA *ad* LD, *ita* HA *ad* BK, *ſunt enim* LD, BK *æquales: erit vt* AP *ad* PD, *ita* AR *ad* RB: *& diuidendo vt* AD *ad* DP, *ita* AB *ad* BR: *permutandoque vt* DA *ad* AB, *ita* DP *ad* BR. *ſed* DA *eſt æqualis* AB. *ergo &* DP *ipſi* BR, *ac propterea tota* AP *toti* AR *æqualis erit. Vereor tamen ne hoc loco aliqua deſiderentur.*

G Sed PAC angulus æqualis eſt angulo RAC] *Triangulum enim* ACD *æquale eſt, & ſimile triangulo* ACB, *cum* AD, DC *ipſis* AB, BC *æquales ſint, &* AC *vtrique communis. angulus igitur* DAC, *hoc eſt* PAC *angulo* BAC *hoc eſt* RAC *eſt æqualis.*

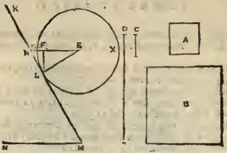
H Quare & OC ad RP perpendicularis erit propter lemma ſphæricorum] *Per lemma ſphæricorum, vt opinor, intelligit illud, quod in ſexto libro ſcriptum reliquit, propoſitione 42.*

K Angulus autem CAP maior eſt angulo CAR] *Quoniam enim* AB *maior eſt, quam* AD, *erit* CAD, *hoc eſt* CAP *angulus maior angulo* CAB; *hoc eſt angulo* CAR.

THEOREMA V. PROPOSITIO IX.

Dato pondere a data potentia ducto in plano horizonti parallelo, & altero plano inclinato, quod ad ſubiectum planum datum angulum efficiat; inuenire potentiam, a qua pondus in plano inclinato ducatur.

Sit ſub-



Sit ſubiectum planum per rectam lineam quidem MN tranſiens, per MK vero planum ad ipſum inclinatum in dato angulo KMN, & aliquod pondus A moueatur a potentia C in ſubiecto plano; intelligaturque per A ſphæra æque grauis circa E centrum, quæ ponatur in plano per MK, ipſum contingens in L ergo ducta EL perpendicularis eſt ad planum, vt demonſtratum fuit in quarto theoremate ſphæricorum. & ideo perpendicularis ad ipſam KM. Ducatur per KM, EL planum, quod ſectionem faciat in ſphæra circulum LGX: perque centrum E ipſi MN parallela ducatur EH: & a puncto L ad EH ducatur perpendicularis LF. Quoniam igitur datus eſt angulus EHL, eſt enim angulo acuto dato KMN æqualis; erit & ELF angulus datus, æqualis ſcilicet angulo EHL, quod triangulum ELF triangulo EHL æquiangulum ſit. ergo triangulum ELF ſpecie datur, & data proportio EL, hoc eſt EG ad EF. quare & reliquæ FG ad EF proportio data erit. fiat vt GF ad FE, ita pondus A ad pondus B, & potentia C ad potentiam D; eſt autem ponderis A potentia C. ergo ponderis B in eodem plano potentia erit D. & quoniam, vt recta linea GF ad FE, ita eſt pondus A ad pondus B, ſi pondera AB circa centra EG ponatur; æqueponderabunt ex puncto F ſuſpenſa, tamquam nixa baſi LF, quæ recta eſt ad horizontem. ponitur autem pondus circa E centrum; etenim pro ipſo eſt ſphæra. ergo pondus B circa centrum G poſitum æqueponderabit, ita vt ſphæra ob plani inclinationem deorſum non feratur, ſed ſtabilis permaneat, tamquam ſi in ſubiecto plano eſſet. mouebatur autem in ſubiecto plano a potentia C. quare in plano inclinato ab vtriſque mouebitur, videlicet a potentia C, & potentia ponderis B, hoc eſt a potentia D, & eſt potentia D data. Geometrica igitur problematis demonſtrata eſt. vt autem in exemplo, & conſtructionem & demon-
ſtrationem faciamus. Sit pondus quidem A talentorum, verbi gratia, ducentorum du- A
ctum in plano horizonti parallelo a potentia C mouente, hoc eſt ſint homines mouentes quadraginta. angulus autem KMN, hoc eſt EHL ſit duarum tertiarum recti. erit reliquus FLH vnius tertiæ recti, ſed rectus eſt ELH angulus, ergo & duarum ter-
tiarum recti eſt ELF: & quarum partium quattuor recti continent 360. earum angulus B
ELF contineat 60. quarum vero duo recti contineat 360. earum angulus ELF 120. C
quare deſcripto circa triangulum orthogonium EFL circulo, erit circumferentia,
quam ſubtendit recta linea EF, 120. earum partium, quarum totus circulus eſt 360. & D
& ipſa FE recta linea eſt 104. fere earum partium, quarum EL circuli diameter eſt 120. hæc enim perſpicua ſunt ex tabula rectarum linearum, quæ in circulo deſcribun-
tur apud Ptolemæum in primo libro mathematicorum. proportio igitur rectæ lineę E
EL, hoc eſt EG ad EF eſt ea, quam habent 120. ad 104. & ideo reliquæ GF ad FE proportio eſt, quam habent 16. ad 104. eadem autem eſt ponderis D ad pondus B, & potentiæ C ad potentiam D. ſed pondus A eſt ducentorum talentorum, & potentia C mouens quadraginta hominum. ergo pondus quidem B erit mille & trecentorum talentorum, potentia vero D ducentorum, & ſexaginta hominum, vt enim 16. ad 104.
ita 200. ad 1300. & 40. ad 260. Itaque cum primo pondus ducentorum talen- F
torum in plano horizonti parallelo moueatur a quadraginta hominibus, mouebitur idem pondus ab omnibus iam dictis, videlicet a trecētis hominibus in plano ad horizontem inclinatio ſecundum angulum KMN, qui duarum tertiarum recti eſſe ponitur.

COMMENTARIVS.

A Sit pondus quidem A talentorom, verbi gratia, ducentorum] *In Græcis codicibus mendoſe, vt opinor, legitur. ταλάντων εἰ τύχοι γω, nam pro γω ſcribendum σ, & ita in ſequentibus.*

B Earum angulus ELF continet 60.] *Græcus codex corruptus eſt, in quo legitur, τούτων λα ἡ ὑπὸ ελξ. legendum vero τούτων ἡ ὑπὸ ελζξ.*

C Quarum vero duo recti continent 360. earum angulus BEF 120.] *Hæc nos reſtituimus. nam in Græco codice legebatur ὧν αἱ δ ὀρθαὶ τξ, τούτων ρκ ſcribendum autem vt arbitror, ὧν δὲ αἱ β ὀρθαὶ τξ τούτων ἡ ὑπὸ ελζ, ρκ.*

D Et ipſa BF recta linea eſt 104. ferre earum partium, quarum, &c.] *In Græco codice pro ρδ perperam legitur ρκ, dixit autem ferre quoniam in tabulis Ptolemæi conſtat rectam lineam εζ eſſe partium 103. minutorum 55. & ſecundum 23.*

E Apud Ptolemæum in libro primo mathematicorum] *In Græco codice legitur ἐν τῷ δευτέρῳ τῶν μαθηματικῶν ſed legendum puto ἐν τῷ πρώτῳ τῶν μαθηματικῶν vt intelligatur Ptolemæi liber, qui græce inſcribitur μεγάλη σύνταξις vulgo Almageſtum vocant.*

F Ergo pondus quidem B erit mille, & trecentorum talentorum, potentia vero D ducentorum, & ſexaginta hominum] *Græcus codex ἴσαι ἄρα καὶ τὸ μὲν β βάρος ταλάντων α τῶ δὲ δ δύναμις ἀνθρώπων ωξ. ſed legendum eſt ταλάντων ατ ἡ δὲ δ δύναμις ἀνθρώπων σξ.*

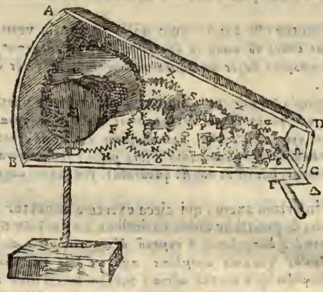
PROBLEMA VI. PROPOSITIO X.

Ad eandem contemplationem attinet. Datum pondus data potentia mouere.

Hoc enim eſt quadrageſimum inuentum mechanicum Archimedis, in quo fertur dixiſſe. Da mihi, inquit, vbi conſiſtam, & terram commouebo. Hero autem Alexan-
A drinus conſtructionem eius in libro, qui inſcribitur βαρουλκὸς manifeſtiſſime explicauit,
ſumpto lemmate, quod demonſtrauit in mechanicis. vbi etiam de quinque facultatibus diſſerit; videlicet de cuneo, vecte, cochlea, polyſpaſto, & axe. In libro quidem περὶ τροχιοδιῶν, ideſt de Rotulis, pondus datum data potentia ſecundum vnamquamque facultatem mouetur. In eo autem, qui inſcribitur βαρουλκὸς, per appoſitionem tympanorum dentatorum datum pondus mouetur data potentia, diametro tympani
B ad diametrum axis proportionem habente eandem, quam quinque ad vnum. & pondus motum ponitur eſſe talentorum mille: potentia vero mouens talentorum quinque,
ſed nobis liceat in proportione dupla idem oſtendere. ſitque motum pondus talentorum centum ſexaginta pro mille, & potentia ipſum mouens talentorum quattuor pro quinque, hoc eſt homo mouens poſſit per ſe abſque machina trahere talenta quattuor. & ſit dictum ab ipſo Gloſſocomum ABCD; & in eo ad longos, & parallelos parietes ſit axis EF, qui expedite vertatur. huic autem inſertum ſit tympanum dentatum radijs quaſi dentibus GH habens diametrum duplam diametri axis EF iuxta tempora. ſit enim quadratus circa medium ad tantam longitudinem, quanta eſt tympani craſſitudo,
C in quem tute inſeratur. rotundus autem quodammodo, vel diminutus ex vtriſque partibus tympani. Si igitur ad pondus, quod attrahitur, alligari funes, qui arna vocantur, per quoddam foramen, vel potius per ſectionem latam in pariete CB ingredientes circa axem EF ex vtraq; parte tympani GH conuoluantur; vertanturque GH tympanum:
D & hoc ſimul vertet inſertum axem, quæ circa extrema mouetur in digitis æreis, & pyxidibus ſimiliter æreis, & poſitis in dictis parietibus ABCD: conuoluti autem funes ex
E pondere, quod vocatur φορτίον, pondus ipſum mouebunt. ſed vt moueatur tympanum GH oportebit adhibere potentiam talentorum octoginta, quod diameter tympani diametri axis ſit dupla, hoc enim problema demonſtratum eſt ab Herone in mechanicis. & alia quam plurima problemata vtiliſſima, & vitæ noſtræ rationibus conducentia
F conſcripta ſunt. Quoniam igitur non habemus datam potentiam talentorum octoginta, ſed talentorum quattuor, fiat alius axis KL, qui ponatur parallelus ipſi EF, habeatque inſertum tympanum dentatum MN, ita vt eius dentes dentibus tympani GH
G congruant. hoc autem fiet ſi ſit, vt diameter tympani OH ad tympani MN diame-

trum,

trum, ita multitudo dentium G H ad multitudinem dentium M N, quod quidem qua ratione fiat, ex ſequentibus manifeſtum erit. datum eſt igitur etiam tympanum M N. ſed eidem axi K L inſertum ſit aliud tympanum X O diametrum habens duplam diametri tympani M N. quamobrem volenti mouere pondus per tympanum X O, neceſſe erit adhibere potentiam quadraginta talentorum, cum octoginta talenta talentorum



quadraginta dupla ſint. Rurſus tympano X O dentato adiaceat aliud tympanum dentatum P R, alij axi inſertum: atque eidem axi inſeratur aliud tympanum S T, habens diametrum ſimiliter duplam diametri tympani P R, cuius dentes dentibus tympani M N non implicentur. ergo potentia mouens pondus per tympanum S T talentorum viginti pondus attrahet. erat autem data potentia quattuor talentorum. neceſſe eſt igitur rurſus aliud tympanum dentatum Υ Φ tympano S T dentato coaptare: & axi tympani Υ Φ inſerere tympanum Χ Ψ dentatum, cuius diameter ad diametrum Υ Φ eam habeat proportionem quam duo ad vnum. ergo potentia, quæ per tympanum Χ Ψ pondus mouet, erit talentorum decem. Rurſus tympano Χ Ψ accomodabimus aliud tympanum dentatum I Z & ipſius axi inſeremus tympanum α ϛ dentatum dentibus obliquis, cuius diameter ad diametrum I Z proportionem habeat eandem, quam decem talenta quattuor potentiæ datæ. His igitur conſtructis, ſi intelligamus gloſſocomum A B C D in ſublimi collocatum, ita vt dimoueri non poſſit: & ex axe qui quidem E F pondus appendamus: ex tympano autem α ϛ potentiam attrahentem quattuor talenta, neutram in partem inclinatio fiet, dummodo axes facile vertantur, & tympanorum appoſitio exquiſite congruat. ſed veluti in quadam libra quattuor talentorum potentia centum ſexaginta talentis æqueponderabit. ſi igitur vni ipſorum paruum aliquod pondus addatur, deorſum verget, & præponderabit ex ea parte, ad quam additio facta fuerit. ſi enim, verbi gratia, potentiæ quattuor talentorum addatur pondus vnius minæ, exuperabit ea, & pondus centum ſexaginta talentorum attrahet. ſed pro additione coaptetur tympano α ϛ cochlea Ω α habens helicen obliquis dentibus ipſius congruentem. hoc autem quomodo fieri oporteat, ſcriptum eſt ab Herone in mechanicis, & nos in ijs, quæ ſequuntur manifeſtius exponemus. Itaque vertetur cochlea expedite circa tormos exiſtentes in foraminibus rotundis, quorum alter excedat in exteriorem partem gloſſocomi iuxta parietem C D, & exceſſus quadratus accipiat anſam Γ Δ. per quam apprehendentes, & vertentes cochleam, vertemus etiam tympanum α ϛ. & vna tympanum I Z ipſi coniunctum. ergo & appoſitum ei tympanum Χ Ψ vertetur. & huic coniunctum Υ Φ, & appoſitum ipſi S T. & rurſus coniunctum P R, & appoſitum X O: itemque coniunctum M N, & appoſitum G H. quare & ipſi coniunctus axis E F. circa quem conuoluentes ex pondere funes, pondus ipſum mouebimus. nam ipſum quidem moueri perſpicue conſtat, cum addita ſit altera potentia anſæ, deſcribens circulum, cuius perimeter maior eſt perimetro cochleæ. demonſtratum etenim eſt in libro Archimedis περὶ ζυγῶν id eſt de libra, & in mechanicis Philonis, & Heronis circulos maiores exuperante minores, quando circa idem centrum conuerſio eorum fiat. Hæc igitur ſunt contemplationem mechanicam maxime continent.

Marginal letters: H (beside "Herone in mechanicis"), K (beside "bimus. nam ipſum"), L (beside "etenim eſt in libro").

COM-

COMMENTARIVS.

A In libro, qui inſcribitur βαρύλκον] *In Græcu codice legitur ἐν τῷ καλουλένῳ βαρύλκῳ. ſed vt arbitror legendum ἐν τῷ καλουμένῳ βαρούλκῳ, vt vnicum ſit verbum & ita in ijs, quæ ſequuntur.*

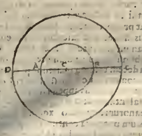
B Et pondus motum ponitur eſſe talentorum mille, potentia vero mouens talentorum quinque] *Græcus codes τῶ κινουμένου βάρους ὑποκειμένου ταλάντων χιλίων ταλάντων ε. ſed puto legendum τοῦ κινουμένου βάρους ὑποκειμένου ταλάντων χιλίων, τῆς δὲ κινούσης δυνάμεως ὑποκειμένης ταλάντων ε.*

C Rotundus autem, quodammodo vel diminutus ex vtriſque partibus tympani] *In Græco codice ſic legitur στρογγύλως δὲ πως ὑπολωφαμένος ἐκ τῶν ἐφ' ἑκάτερα τοῦ τυμπάνου μερῶν. ego ita legendum exiſtimo στρογγύλος δέ πως, ὑπολωβωμένος axis enim debet eſſe quadratus circa eius medium, vt pote in quod tympanum tutu inſert poſſit. ſed ex vtraque parte quodammodo rotundus, vel diminutus, hoc eſt vt non ſit quadratus, ſed exciſis angulis ad rotunditatem quandam accedens.*

D Et hoc ſimul vertet inſertum axem, qui circa extrema mouetur indegitis æreis, & pixidibus ſimiliter æreis, & poſitis in dictis parietibus ABCD] *In Græco codice legitur καὶ στραφὲν τὸ ηθ τύμπανον, καὶ ἐπιστρέψει, καὶ τὸν συμφυῆ ἄξονα κινούμενον περὶ τὰ ἄκρα ἐν δακτυλοιχαλκοῖς καὶ πύξισιν ὁμοίως χαλκαῖς κινουμέναις, κειμέναις δὲ ἐν τοῖς εἰρημένοις αβγδ τοίχοις ſed legendum puto καὶ ἐπιστρέψει καὶ τὸν συμφυῆ ἄξονα. verbum autem illud κινουμέναις ſuperſluere videtur, nam pyxides, quæ in parietibus compinguntur, immobiles eſſe oportet.*

E Sed vt moueatur tympanum GH, oportebit adhibere potentiam talentorum octoginta, quod diameter tympani diametri axis ſit dupla, hoc enim problema demonſtratum eſt ab Herone in mechanicis] *In Græco codice, mendoſe legitur δεήσει δύναμιν παραυξεῖν ταλάντων ν. ſed legendum ταλάντων π. quod ex ſequentibus manifeſte apparet. Heronis autem libri, in quibus problema illud demonſtratur ad manus noſtras non peruenerunt. ſed fortaſſe idem demonſtrari poterit in hunc modum.*

Sit diameter axis AB, cuius centrum C, & diameter tympani circa idem centrum DE, ſitque DE ipſius AB dupla. & iungatur recta linea DACBE. vt ergo axis AB moueatur, indigebimus potentia centum ſexaginta talentorum, nam ſi ad A pondus ſexaginta talentorũ & ad B totidem talentorum potentia intelligatur, æqueponderabunt ea interſeſe ex puncto C ſuſpenſa; cum diſtantia AC, CB æquales ſint. Rurſus ſi ex eodem centro intelligatur ad E pondus octoginta talentorum, æqueponderabit ponderi talentorum centum ſexaginta ad A poſito.



Vt enim diſtantia EC ad CA, ita eſt pondus ad A ad pondus ad E. ſed EC ſemidiameter tympani DE eſt dupla ipſius CA ſemidiametri axis AB, & pondus ad A eſt talentorum centum ſexaginta. ergo pondus octoginta talentorum, & eorumdem talentorum potentia ad E ipſi æqueponderabit.

Ex quibus perſpicuum eſt, octoginta talentorum potentiam adhibitam tympano DE ſuſtinere pondus centum ſexaginta talentorum, quod quidem ex axe AB dependens ponitur. ſimiliter idem oſtendetur data quacumque diametrorum proportione. Si enim diameter DE ſit quadrupla diametri AB, potentia quadraginta talentorum adhibita tympano DE, poterit datum pondus talentorum centum ſexaginta ſuſtinere. Eadem quoque ratio erit, ſi ſint duo tympana AB. DE, quæ vni & eidem axi inſerantur.

F Quoniam igitur non habemus datam potentiam talentorum octoginta, ſed talentorum quattuor] *Græcus codex ἐπεὶ οὖν οὐκ ἔχομεν τὴν δοθεῖσαν δύναμιν τῶν ταλάντων π, ἀλλὰ ταλάντων δ. ſed legendum puto τὴν δοθεῖσαν δύναμιν ταλάντων π ἀλλὰ ταλάντων δ.*

G Hoc autem fiet, ſi ſit vt diameter tympani GH ad tympani MN diametrum, ita multitudo dentium GH ad multitudinem dentium MN] *Græcus codex mancus eſt, quem nos ita reſtituendum cenſemus τοῦτο δὲ γίνεται ἐὰν ᾖ ὡς ἡ διάμετρος τοῦ τυμπάνου ηθ πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ μν, οὕτω τὸ πλῆθος τῶν ὀδόντων τοῦ ηθ πρὸς τὸ πλῆθος τῶν ὀδόντων τοῦ μν.*

H Itaque vertatur cochlea expedite circa tormos exiſtentes in foraminibus rotundis]

Græcus

Græcus codex στρέφεται δὲ ὁ κοχλίας ἐνάπτων περὶ τόρμους ὑμένας ἐν τρημάσι στρογγύλοις. ſed fortaſſe legendum erit περὶ τόρμους ὄντας per τόρμους autem, vt opinor, intelligit quos Hero Alexandrinus χνώδακας vocat. eo verbo vtitur etiam Vitruuius in libro 10. cap. 6. quamquam non cnodaces, ſed codaces in impreſſis codicibus legatur.

Nam ipſum quidem moueri perſpicue conſtat] *Græcus codex τὶ γὰρ κινεῖσθαι δῆλον. ſed puto legendum ὅτι γὰρ κινεῖσθαι δῆλον.* K

Demonſtratum etenim eſt in libro Archimedis περὶ ζυγῶν id eſt de libra, & mechanicis Philonis, & Heronis circulos maiores exuperare minores, quando circa idem centrum conuerſio eorum fiat] *Non extant hi libri. ſed illud apparet ex mechanicis Ariſtotelis, & Iordani, quamquam non Iordani, ſed alicuius docti viri ex Antiquis eſſe videntur.* L

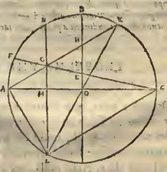
PROBLEMA VII. PROPOSITIO XI.

Organicæ autem multæ ſunt ſpecies, & partes, alia enim a mechanica, & gnomonica, & ea tractatione, quæ circa aquas verſatur, ratione conſiderata, per inſtrumenta ab ipſa confecta demonſtrantur. multa vero, & ſeorſum a mechanicis extrinſecus ab ea perficiuntur. & nonnulla, quæ Geometricis rationibus non facile tractantur, aſſumens, inſtrumentis ad faciliorem conſtructionem perduxit. ſtatim igitur problema, quod deliacum appellatur, cum natura ſolidum ſit, fieri non poteſt, vt geometricis rationibus innixi conſtruamus; quoniam neque coni ſectionis facile eſt in plano deſcribere. Inſtrumentis autem mutatum in manuum operationem, & conſtructionem magis idoneam ea, quæ ab alijs expoſita eſt, ſic in reducetur propoſitum. Dico autem cubum cubi duplum inuenire. Non ſolum autem duplus inuenitur per ſubiectum inſtrumentum, ſed etiam generaliter proportionem habens quamcumque datam.

Problem. Deliacũ.

Non facile eſt coni ſectiones in plano deſcribere.

Deſcribatur enim ſemicirculus ABC, & a centro D ad rectos angulos ducatur DBE & moueatur regula quædam circa A punctum, ita vt vnus quidem eius terminus clauulo quopiam aptetur puncto A; reliqua vero pars circa clauulum, veluti circa centrum inter BC moueatur. His ita constructis propoſitum ſit duos cubos inuenire qui inter ſe datam proportionem habeant, fiat proportio BD ad DE eadem, quæ proportio data; & iuncta CE producatur ad F. moueatur autem regula inter BC, donec pars eius intercecta inter rectas lineas FE, EB æqualis ſit ei, quæ inter EB, & circumferentiam BKC interijcitur. hoc enim tentantes ſemper, & regulam transferentes facile aſſequemur. factum igitur iam ſit, & regula poſitionem habeat AGHK, ita vt GH, HK inter ſe ſint æquales. Dico cubum factum ex linea BD ad cubum ex DH datum habere proportionem, quæ ſcilicet eſt BD ad DE. Intelligatur enim circulus completus, iunctaque KD producatur ad L, & LG iungatur. ergo LG parallela eſt ipſi BD, propterea quod & KH eſt æqualis HG, & KD ipſi DL. iungatur etiam AL, LC. Et quoniam angulus GAL in ſemicirculo rectus, & perpendicularis AM, erit vt quadratum ex LM ad quadratũ ex MA, hoc eſt, vt CM ad MA, ita quadratum ex AM ad quadratum ex MG, etenim vt LM ad MA, ita AM ad MG. ergo



A

2. ſexti.

& vt

A & vt quadratum ex L M ad quadratum ex M A, ita quadratum ex A M ad quadratum ex M G. & C M ad M A communis apponatur proportio A M ad M G. ergo proportio compoſita ex proportione C M ad ad M A, & proportione A M ad M G videlicet proportio C M ad M G eadē eſt, quæ componitur ex proportione quadrati ex A M ad quadratū ex M G, & ex proportione A M ad M G.

B Sed proportio compoſita ex proportione quadrati ex A M ad quadratum ex M G, & proportione A M ad M G, eadem eſt, quam habet cubus, qui fit ex A M ad cubum, qui ex M G. ergo & C M ad M G proportio eadem eſt, quam cubus ex A M habet ad cubum ex M G. vt autem C M ad M G, ita C D ad D E, hoc eſt B D ad D E: & vt A M ad M G, ita

4. ſexti. A D ad D H. ergo vt E D ad D E, quæ eſt proportio data, ita cubus ex B D ad eum, qui ſit ex D H cubum.



COMMENTARIVS.

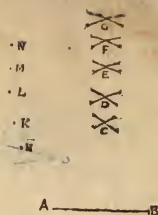
A Ergo & vt quadratum ex L M ad quadratum ex M A, ita quadratum ex A M ad quadratum ex M G; & C M ad M A] *Rurſus quoniam angulus* A L C *in ſemicirculo rectus eſt, & perpendicularis* L M, *erunt tres rectæ lineæ* C M, M L, M A *in continua analogia proportionales.* (cor. 8. ſexti.) *quare vt* C M *ad* M A, *ita quadratum ex* C M *ad quadratum ex* M L: *hoc eſt quadratum ex* L M *ad quadratum ex* M A. (cor. 20. ſexti.)

B Sed proportio compoſita ex proportione quadrati ex A M ad quadratum ex M G, & proportionem A M ad M G eadem eſt; quam habet cubus, qui fit ex A M ad cubum, qui ex M G:] *Priſmata namque omnia, & pyramides inter ſe proportionem habent compoſitam ex proportione baſium, & proportione altitudinum: quod nos in libro de centro grauitatis ſolidorum propoſitione vigeſima prima demonſtrauimus. eſt enim cubus priſma quoddam, cuius baſis latus ipſius altitudini eſt æquale. Hoc idem problema ponitur etiam in tertio libro.*

PROBLEMA VIII. PROPOSITIO XII.

A

Organica vero, quæ dicuntur in mechanicis problemata ſunt, quod fiunt ablata eis facultate geometrica, qualia ſunt, & quæ vno interuallo deſcribuntur: & id, quod ab architectis propoſitum eſt in cylindro ſecundum vtraſque baſes diminato volunt enim portione ſuperficiei recti cylindri data, cuius nulla pars in circumferentijs baſium integra ſeruatur, inuenire cylindri craſſitudinem; hoc eſt diametrum circuli, a quo cylindrus ipſe ortum habuit. Inuenitur autem methodo inueſtigata, hoc pacto.



Sumantur in data ſuperficie duo puncta A B, & ex ipſis A B centris, atque interuallo quopiam ſignetur in dicta ſuperficie punctum C: & rurſus ex eiſdem centris A B, interualloque maiori primo ſignetur D: & alio interuallo ſignetur E, & alio F. & denique alio G. erunt quinque puncta C D E F G in vno plano. propterea quod recta linea coniungens vnumquodque ipſorum ad verticem trianguli ęquicruris, & punctum medium ductæ lineæ A B, vt communis baſis triangulorum, ad ipſam A B, ſit perpendicularis, & quinque rectæ lineæ in vno ſint plano. videlicet ipſa C D E F G puncta. Hæc autem in plano hoc modo transferemus. Ex tribus quidem rectis lineis, quæ puncta C D E coniungunt, triangulum H K L in plano conſtituatur: ex tribus vero, quæ coniungunt D E F conſtituatur triangulum H K L in plano conſtituatur: ex tribus vero quæ coniungunt D E F conſtituatur triangulum K L M, & ex tribus coniungentibus E F G conſtituatur L M N. erunt triangula H K L, K L M, L M N pro ipſis C D E, D E F, E F G triangulis. ſi igitur circa punctum H K L M N ellipſim deſcribamus, minor ipſius axis erit diameter circuli, qui cylindrum perficit. A B C

COMMENTARIVS.

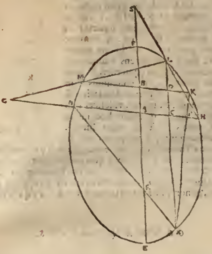
Erunt quinque puncta C D E F G in vno plano, propterea quod recta linea coniungens vnum quodque ipſorum ad verticem trianguli æquicruris, & punctum medium ductæ lineæ A B, vt communis baſis triangulorum ad ipſam A B ſit perpendicularis.] *Ductis enim ab ipſis* C D E F G *punctis, hoc eſt a triangulorum æquicrurium verticibus ad medium communis baſis* A B, *erunt hæ ad ipſam* A B *perpendiculares. & idcirco ex ſecunda propoſitione vndecimi libri elementorum in vno, & eodem plano. puncta igitur* C D E F G *in vno plano conſiſtent. ſunt autem ea quidem in ſuperficie curua cylindri, ſed tamen omnia in eadem linea, quæ vel recta erit, vel curua, & ſi quidem recta, eſt cylindri latus. Si vero curua, portio eſt circuli, vel ellipſis. nam cum planum per ea tranſiens parallelum eſt plano baſis, ex ſectione ipſa circulus: cum vero non eſt parallelum, ellipſis efficitur, quæ omnia in primo libro Sereni demonſtrata ſunt.* A

Ex tribus quidem rectis lineis, quæ puncta C D E coniungunt, triangulum in plano conſtituatur] *Atqui non ſemper poſſunt ex his triangula conſtitui, quando ſcilicet ea puncta in recta linea, hoc eſt in cylindro latere collocantur.* B

Si igitur circa puncta H K L M N ellipſim deſcribamus, minor ipſius axis erit diameter circuli, qui cylindrum perficit] *Hoc demonſtratur a Sereno in 9. propoſitione primi libri, fieri tamen poteſt, quod proxime diximus, vt circa dicta puncta non ellipſis, ſed circumferentia circuli, qui eſt baſi æqualis, deſcribatur.* C

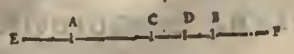
PROBLEMA IX. PROPOSITIO XIII.

Cum autem quæſitum ſit circa quinque data puncta H K L M N ellipſim deſcribere. Sit iam deſcripta: & iunctæ M K, N H primum ſint parallelæ, diuidanturque biſariam in punctis A B: & ducta A B ad E F puncta ellipſis producatur. eſt igitur E F ipſius diameter per diffinitionem conicorum poſitione data. etenim vnumquodque punctorum A B datum eſt poſitione, A B C



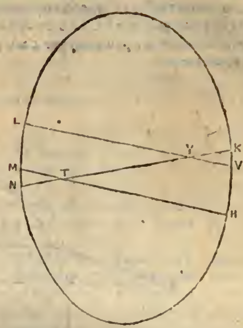
Ducatur per L ipſi EF parallela LX: & iunctæ XK, LM occurrant rectę lineæ HN
D perductæ in punctis FG. ergo datæ ſunt KM, HN cum vnumquodque punctorum
E KM, HN ſit datum. Et quoniam vt rectangulum XDL ad rectangulum MDK ita eſt
6.quinti. rectangulum XCL ad vtrumque rectangulorum GCF, NCH erit GCF rectangulum re-
F G ctangulo NCH æquale. atque eſt datum rectangulum NCH, vtraque enim NC, CH
H data eſt. ergo & F eſt datum. ſed & K; poſitione igitur KFX data erit. data autem
K eſt, & LCX. quare & punctum X dabitur, quod eſt in ellipſi. iungantur NX, LH:
L & diametro EF productæ occurrant in RS. erit rurſus vt rectanguli NCH ad rectan-
gulum XCL, ita rectangulum NAH ad vtrumque rectangulorum RAS, EAF, ac
6.quinti. propterea rectãgulum RAS eſt æquale ipſi ABF rectangulo, atq; eſt rectangulum RAS
M datum; datæ enim ſunt RA, AS. rectãgulum igitur EAF datum erit. Simili ratione
demonſtrabitur rectangulum quoque EBF datum, & dantur AB puncta. ergo & ipſa
N EF, vt deinceps oſtendemus, quare & EF diameter magnitudine data eſt; & diame-
ter ipſi coniugata, cum detur proportio tranſuerſi lateris EF ad rectum. eadem enim
eſt, quam rectangulum EAF habet ad id, quod fit ex AN quadratum. Quod autem
poſitum eſt, ſic demonſtrabitur.

O Sit datum vtrumque rectangulorum ACB, ADB; & data CD puncta. dico puncta AB datam eſſe.



P Sit enim rectangulo quidem ACB rectangulum DCE æquale; rectangulo autem
ADB æquale rectangulum CDF. erit vt CE ad EA, ita AF ad FD: nam ob conſtructio-
Q nem vtraque proportio eadem eſt ei, quæ CB ad BD. rectangulum igitur conten-
tum EC, FD æquale eſt rectangulo EAF, quare datum erit punctum A ſimiliter & ip-
ſum B datum.

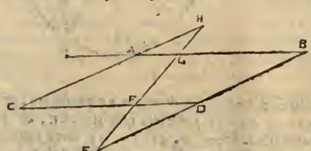
Sed non ſint parallelę rectę lineę, quæ puncta N H, M K in ellipſi data coniungunt, & ductis N K, M H ſeſe in puncto T ſecantibus, ducatur per L recta linea L Y V ipſi M T H paralela. erit proportio rectanguli N Y K ad rectangulum L Y V data. eadem enim eſt, quæ rectanguli N T K ad rectangulum M T H, & datum eſt N Y K rectangulum. ergo & ipſum L Y V. ſunt autem puncta L Y data. datum igitur eſt punctum V, quare deuenimus ad illud, quod ante dictum eſt. nam cum parallelæ ſint inter ſe M H, L V circa quinque data puncta N M L V H quemadmodum tradidimus, ellipſim deſcribemus.



R
S
T
V

COMMENTARIVS.

Ad eorum, quæ hoc loco traduntur, demonſtrationem, ſequens lemma præmittimus.



Sint duæ rectæ lineæ inter ſe parallelæ A B, C D, *in quas incidat recta linea* B F G H: *& à quibuslibet eius punctis* E H *ex altera quidem parte ducatur* H A C, *ex altera vero* E D B, *quæ eaſdem parallelas quomodocumque ſecent. Dico vt rectangulum* E G H *ad rectangulum* A G B, *ita eſſe rectangulum* E F H *ad* C F D *rectangulum.*

Rectanguli enim E G H *ad rectangulum* A G B *proportio compoſita eſt ex proportione* E G *ad* G B, *& proportione* H G *ad* G A. *Rurſus proportio rectanguli* E F H *ad rectangulum* C F D *componitur ex proportione* E F *ad* F D, *& proportione* H F *ad* F C. *Sed vt* E G *ad* G B, *ita eſt* E F *ad* F D, *ob ſimilitudinem triangulorum* B G E, E F D, *& ob ſimilitudinem triangulorum* A G H C F H, *vt* H G *ad* G A, *ita eſt* H F *ad* F C. *cum igitur proportiones, ex quibus componuntur eædem ſint, habebit rectangulum* E G H *ad rectangulum* A G B *proportionem eandem, quam rectangulum* E F H *ad rectangulum* C F D. 23. ſexti.

Sit iam deſcripta] *Hoc eſt ponatur eſſe deſcripta, & eſt problematis reſolutio.* A

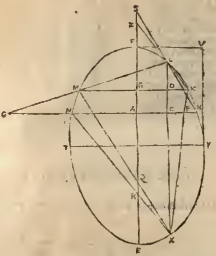
Eſt igitur B F ipſius diameter per definitionem conicorum poſitione data] *Per decimam ſcilicet definitionem conicorum Apollonij.* B

Etenim vnamquodque punctorum A B datum eſt poſitione] *Fruſtra additur poſitione, non enim alio modo punctum datur, niſi poſitione.* C

Ergo datæ ſunt rectæ lineæ K M H N cum vnumquodque punctorum, K M H N ſit datum] *Nos hæc ita reſtituimus, nam Græcus codex corruptus eſt, & mancus, vt opinor, qui ſic habet* δοθὲν ἄρα τῶν κμ ; θν. *datæ autem ſunt* K M, H N *poſitione & magnitudine ex 26. libri datorum.* D

Et quoniam vt rectangulum X D L ad rectangulum M D K ita eſt rectangulum X C L ad vtrumque rectangulorum G C P, N C H] *Græcus codex* καὶ ἐπεὶ ὡς τὸ ὑπὸ ξδκ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν μακ οὕτω τὸ ὑπὸ ξγλ πρὸς ἑκάτερον τῶν ὑπὸ κγπ, νγθ. *ſed legendum eſt* καὶ ἐπεὶ ὡς τὸ ὑπὸ ξδλ πρὸς τὸ ὑπὸ μδκ, οὕτω τὸ ὑπὸ ξγλ πρὸς ἑκάτερον τῶν ηγπ. νγθ. *Primum* E

mum autem horum conſtat ex præcedenti lemmate, nam ut rectangulum X D L *ad rectangulum* M D K, *ita eſt rectangulum* X C L *ad* G C P *rectangulum. rectæ enim lineæ* M K, G P *parallelæ ſunt, & ipſas incidit* X L, *dicunturque* L M G, X P K, *quæ parallelas ſecant. Secundum vero ita demonſtrabitur.*



Sit recta linea T Y *ellipſis diameter, ipſi diametro* E F *coniugata. & ducantur* F V, Y V, *ſectionem contingentes in* F Y. *erit* F V *parallela ipſis* M K, N H, *&* Y V *parallela ipſi* E F *ex quinta propoſitione ſecundi libri conicorum. quare ex 17. tertij conicorum, ut quadratum ex* p. quint. Y V *ad quadratum ex* V F, *ita eſt rectangulum* X C L *ad rectangulum* N C H, *ut igitur rectangulum* X D L *ad rectangulum* M D K, *ita rectangulum* X C L *ad* N C H *rectangulum.*

F Et eſt datum rectangulum N C H] *Græcus codex* ἔσαι δὲ ἴσον τὸ ὑπὸ Κ Υ *ſed videtur legendum* καὶ ἔστι δοθὲν τὸ ὑπὸ Ν Γ Θ.

G Vtraque enim N C, C H data eſt] *Nam cum data ſit* N H; *& ex 28. libri datorum, data* 25. da. L C X, *quippe quæ per datum punctum* L *rectæ lineæ* E F *poſitione datæ parallela ducitur: erit & punctum* C *datum, in quo ſe mutuo ſecant; & propterea ipſæ* N C, C H *dabuntur.*

H Ergo & P datum] *Quoniam rectangulum* G C P *æquale eſt rectangulo* N C H, *ut* G C *ad* 14. xti. C H; *ita erit* N C *ad* C P. *ſed proportio* G C *ad* C H *eſt data, cum utraque data ſit, & data* N C. of *ergo & ipſa* C P, *& ob id punctum* P *dabitur ex 27. libri datorum.*

K Quare & punctum X dabitur] *Græcus codex* δοθὲν γὰρ τὸ ξ. *ſed puto legendum* δοθὲν ἄρα τὸ ξ *Nam cum rectæ lineæ* K P X, L C X *poſitione dentur, & punctum in quo conueniunt inter ſe, videlicet* X *datum erit ex 25. libri datorum.*

L Erit rurſus ut rectangulum N C H ad rectangulum X C L, ita rectangulum N A H ad vtrumque rectangulorum R A S, E A F] *Rurſus horum primum apparet ex lemmate antecedenti, nam recta linea* N H *incidit in duas parallelas* L X, S R, *& ductæ ſunt* H L S, N R X, *quæ eaſdem ſecant ſecundum vero eodem, quo ſupra, modo oſtendetur.*

M Simili ratione demonſtrabitur, rectangulum quoque E B F datum] *Iunctis enim* M X, K L, *quæ diametro* E F *productæ occurrant in punctis* Q Z; *eodem modo demonſtrabitur ut rectangulum* M D K *ad rectangulum* X D L, *ita eſſe rectangulum* M B K *ad utrumque rectangulorum* Q B Z, E B F. *quare rectangulum* E B F *rectangulo* Q B Z *eſt æquale. atque eſt rectangulum* Q B Z *datum. igitur & ipſum* E B F.

N E diameter ipſi coniugata, cum detur proportio tranſuerſi lateris E F ad rectum. eadem enim eſt quam rectangulum E A F habet ad id quod fit ex A N quadratum] *Namque ut rectangulum* E A F *ad quadratum ex* A N, *ita eſt tranſuerſum figuræ latus ad rectum, ex 21. primi libri conicorum, ſed cum datum ſit rectangulum* E A F, *& quadratum ex* A N, *pro-*

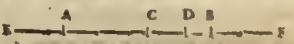
portio

portio quæque ipſorum data erit. & datum tranſuerſum latus, videlicet diameter EF. ergo & latus rectum, & propterea diameter ipſi coniugata; hoc eſt ſecunda diameter, quæ ex definitione mediam proportionem habet inter figuræ latera; videlicet inter EF, & latus rectum dabitur enim proportio ipſius EF ad ſecundum diametrum. ex 24 libri datorum. Cum igitur per reſolutionem diameter ellipſis EF magnitudine data ſit, hoc eſt tranſuerſum figuræ latus, itemque latus rectum, facile erit ex 54. primi libri conicorum circa data puncta ellipſim deſcribere, quod ipſum facere oportebat.

Sit datum vtrumque rectangulorum ACB, ADB] *Græcus codex* ἔστω δοθὲν ἑκάτερον τῶν ὑπὸ αβγ, αβδ *ſed legendum puto* ἔστω δοθὲν ἑκάτερον τῶν ὑπὸ αγβ, αδβ. O

Sit enim rectangulo quidem ACB rectangulum DCE æquale, rectangulo autem ADB æquale rectangulum CDF. erit vt CB ad BA, ita AF ad FD. nam ob constructionem, &c.] *Hæc nos reſtituimus nam Græcus codex, & corruptus eſt, & mancus, qui ſic habet.* ἴσον γὰρ τῷ μὲν ὑπὸ αβγ ἴσον τὸ ὑπὸ δγε, τῷ δὲ ὑπὸ αδβ ἴσον τὸ ὑπὸ γδζ πρὸς τὸ εα, ὅτως ἡ αζ πρὸς ζδ διὰ τὴν κατασκευήν. P

Rectangulum igitur contentum BC, FD æquale eſt rectangulo EAF. quare datum erit punctum A ſimiliter & ipſum B datum] *Corruptus etiam eſt hoc loco Græcus codex in quo ſic legitur.* ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ βγδ τῷ ὑπὸ εδζ. ὥστε καὶ τὸ α σημεῖον, ὁμοίως καὶ τὸ β. *ſed cum hæc demonſtratio obſcura nimis, & conciſa ſit, nos eam apertiſſime, & planiſſime explicare conabimur. Sit datum vtrumque rectangulorum ACB, ADB, & data ſint C D puncta. Dico etiam puncta AB data eſſe.* Q



Rectangulo enim ACB æquale ſit rectangulum DCE, & rectangulo ADB æquale rectangulum CDF; erit vt EC ad CD, ita BC ad CA. & per conuerſionem rationis vt CB ad BD, ita CB ad BA. Rurſus vt AD ad DF, ita erit CD ad DB, componendoq; vt AF ad FD; ita CB ad BD. quare AF ad FD eſt vt CB ad EA, idcirco rectangulum contentum FD, & CB æquale eſt rectangulo EAF: ſed rectangulum contentum FD & CB datum eſt, vtraque enim eſt data. ergo datum eſt etiam rectangulum EAF; quod quidem applicatur ad datam rectam lineam EF, deficiens figura quadrata. data igitur eſt EA ex 58. libri datorum, & data AC. Quod cum datum ſit rectangulum ACB, erit CB & tota AB neceſſario data.

Eadem enim eſt, quæ rectanguli NTK ad rectangulum MTH] *Nam ex 17. tertij libri conicorum eodem modo, quo ſupra demonſtrabimus rectangulum NYK ad rectangulum LYV ita eſſe, vt rectangulum NTK ad MTH rectangulum.* R

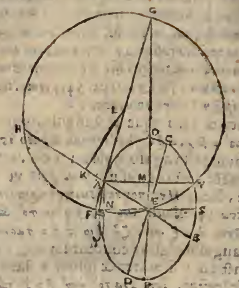
Et datum eſt NYK rectangulum] *Quoniam data ſunt NK. LV, dabitur etiam punctum Y, in quo conueniunt ex 25. libri datorum. quare & ipſa NY, YK rectangulum continentes.* S

Ergo & ipſum LYV] *Ex 2. libri datorum.*

Datum igitur eſt punctum V] *Cum enim datum ſit rectangulum LYV, & data LY, dabitur quoque YV ex 57. libri datorum, quare & V punctum ex 27. eiuſdem.* T

PROBLEMA X. PROPOSITIO XIV.

Facile autem eſt inuentis quibuſcumque coniugationibus diametrorum ellipſis, axes eius organice inuenire. quod quidem hac ratione fiet.



Exponantur prius inuentæ diametri coniugatæ ellipſis, quæ ſint AB, CD ſeſe in puncto E bifariam ſecantes, & per A quidem ipſi CD parallela ducatur FG: quadrato autem ex DE æquale ponatur rectangulum EAH: & EH bifariã ſecetur in K, cum ſit DE maior, quam EA. deinde à puncto K ipſi HE ad rectos angulos ducatur KL quę rectã lineam FG in L ſecet & ex centro L, per E circuli circumferentia deſcribatur, ſecans ipſam FG in FG punctis: iunctæq; EF, EG producantur, & ad ipſas agantur perpendiculares AM, AN. rectangulo autem GEM æquale ponatur vtrumque quadratorum ex EO, EP. &
A rectangulo FEN ponatur æquale vtrum-
B que quadratorum ex OR, ES. Inuenti igitur erunt axes ellipſis OP, RS. quorum minimus craſſitudini cylindri eſt æqualis: vt in principio dictum fuit.

COMMENTARIVS.

A Rectangulo autem GEM æquale ponatur vtrumque quadratorum, ex EO, ES. Et rectangulo FEN ponatur æquale vtrumque quadratorum ex ER, ES] *Græcus codex corruptus, & mancus eſt hoc loco, quem nos reſtituimus, ſic enim habet.* καὶ τὸ μὲν ὑπὸ ἡμίσεος κείσθω ἑκάτερον τῶν ὑπὸ εθ, επ, τῷ δὲ ὑπὸ ερ, θσ. *lege* καὶ τῷ μὲν ὑπὸ ἡμίσεος κείσθω ἑκάτερον τῶν ὑπὸ εο, επ, τὸ δὲ ὑπὸ ζεν ἴσον κείσθω ἑκάτερον τῶν ερ, εσ.

B Inuenti igitur erunt axes ellipſis OP, RS] *Producatur* AM *vſque ad* T, *ita vt* TM *ipſi* MA *ſit æqualis. producatur etiam* AN *vſque ad* Y *Vt* YN *ſit æqualis* NA. *erunt puncta* TY *in ellipſi, ex ijs, quæ demonſtrata ſunt ab Apollonio in propoſitione 47. ſecundi libri conicorum. Sed* RS *parallela eſt ipſi* AT, *eſt enim angulus* GEF *in ſemicirculo rectus. quare &* OP *ipſi* AY *parallela erit. Quoniam igitur* CD *ad* AB *ordinatim eſt applicata, quæ per* A *ipſi* DC *parallela ducitur, videlicet* FG *ſectionem in puncto* A *continget. & cum* FG *ſectionem contingens diametro occurrat in* G, *&* AM *ordinatim applicetur, erit ex 37. primi libri conicorum, rectangulum* GEM *æquale quadrato ex* EO, *vel* EP. *Eadem quoque ratione cum* AN *ordinatim applicetur, rectangulum* FEN *quadrato ex* ER, *vel* ES *eſt æquale. ergo* OP, RS *ellipſis coniugati axes erunt. mirum autem eſt Pappum alioqui diligentiſſimum huius problematis demonſtrationem non attuliſſe.*

PROBLEMA XI. PROPOSITIO XV.

Sphæra ſublimi datam poſitionem habente ad ſubiectum planum, punctum inuenire, in quod cadit perpendiculariter demiſſa; & ſecundum quod cadit: & inuenire minimam lineam a perpendiculari abſciſſam, quæ inter duo puncta interijcitur. inter punctum ſcilicet quod in ſuperficie ſphæræ, & punctum, quod in plano continetur. præmittitur autem hoc.

Dato circulo ſublimi, non tamen in plano ad ſubiectum planum recto, communem ſectionem vtrorumque planorum, & eorundem inclinationem inuenire.

Sit cir-

Sit circulus ſublimis in quo tria puncta A B C ſumantur: & ab ipſis ducentur perpendiculares ad ſubiectum planum. ducentur autem hoc modo. A puncto C recta linea in ſubiectum planum incidens, vt C D, admoueatur, & tangat planum in alijs duobus punctis E F. ſumaturque circuli circa D E F centrum quod ſit K. ergo quæ a puncto C perpendicularis ducitur, in K punctum cadet, & data erit C K. demittantur etiam a punctis A B ſimiliter perpendiculares B H, A L. iunctæque K L, H L producantur, & fiat vt C K quidem ad A L, ita K M ad M L: vt autem B H ad A L, ita H O ad O L. quare datá erunt puncta M O. etenim in nobis erit eiuſmodi perpendiculares ſumere ita vt ipſarum vna videlicet A L minima ſit. rectæ igitur lineæ ſunt M A C, O A B ſuntque in plano circuli A B C, & idcirco communis ſectio ipſius, & ſubiecti plani, eſt recta linea M O. ducatur a puncto L ad M O perpendicularis L N, & A N iungatur erit, & A N ad M O perpendicularis. inuentus igitur erit angulus A N L, qui quidem eſt ipſorum planorum inclinatio.

A

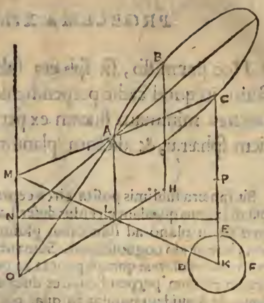
B

C

D

E

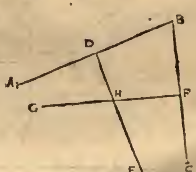
F



COMMENTARIVS.

A puncto C recta linea in ſubiectum planum incidens, vt C D admoueatur, & tangat planum in alijs duobus punctis E F] *Cadat a puncto C in ſubiectum planum recta linea quadam C D ita vt ipſum in D contingat. Vel igitur C D in vno tantum puncto planum continget, vel in pluribus punctis. & ſi quidem in vno puncto tantum, erit C D ad ipſum perpendicularis, ſin minus, transferatur ita vt in alijs duobus punctis, planum contingat. cum enim punctum C a ſubiecto plano æquali diſtet interuallo, recta linea C D in circuli ambitu feretur, & coni recti ſuperficiem deſcribet. quare ducta linea ab ipſo C ad circuli centrum, quæ eſt axis coni, ad dictum planum perpendicularis erit.* A

Sumaturque circuli circa D E F, centrum, quod ſit K] *Illud autem hoc modo fiet. Sint data puncta A B C, & iuncta A B bifariam ſecetur in D, atque ipſi ad rectos angulos ducatur D E. erit in recta linea D E ipſius circuli centrum, ex corollario primæ tertij elementorum. Rurſus iuncta B C ſecetur bifariam in F, & per F ipſi B C ad rectos angulos ducatur F G, quæ ſecet D E in H. Dico punctum H eſſe centrum circuli, qui per puncta A B C tranſit. eſt enim centrum in recta linea D E, vt oſtenſum eſt, & eadem ratione in ipſa F G, quare erit in puncto H, in quo ſcilicet ipſæ D E, F G conueniunt hoc autem nihil aliud eſt, niſi circa datum triangulum circulum deſcribere.* B



Et fiat vt C K quidem ad A L, ita K M ad M L] *Fiet autem hoc modo. Secetur C K in puncto P, ita vt P K ſit æqualis ipſi A L: & quam proportionem habet C P ad P K, habeat K L ad L M. erit enim componendo vt C K ad K P, hoc eſt ad A L, ita K M ad M L. & eodem modo fiet, vt B H ad A L, ita H O ad O L.* C 20. ſexti

Rectæ igitur lineæ ſunt M A C, O A B] *Hoc nos demonſtrauimus in commentarijs in decimam propoſitionem ſecundi libri Archimedis de ijs, quæ in aqua vehuntur, videlicet in primo lemmate.* D

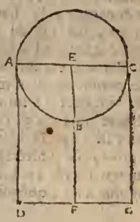
Ducatur a puncto L ad M O perpendicularis L N, & A N iungatur] *Addita hæc ſunt à nobis, quæ in Græco codice deſiderari videbantur.* E

Erit & A N ad M O perpendicularis] *Ex 42. ſexti libri huius.* F

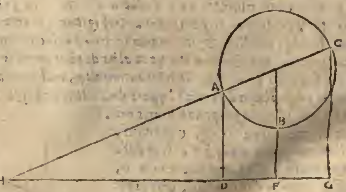
PRO-

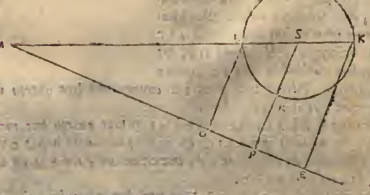
PROBLEMA XII. PROPOSITIO XVI.

Hoc præmiſſo, ſit ſphæra ſublimis, & propoſitum ſit inuenire punctum, in quod cadit perpendiculariter demiſſa in ſubiectum planum: & inuenire minimam lineam ex perpendiculari abſciſſam, quæ inter ſuperficiem ſphæræ, & dictum planum interijcitur.



Sit ſphæra ſublimis poſita circa centrum B, & in ipſa maximus quædam circulus deſcribatur A B C. An vero ſit in plano ad ſubiectum planum recto, an
A non, hoc modo cognoſcemus. Sumantur in circumferentia circuli tria quæuis puncta, a quibus ad ſub-
B iectum planum perpendiculares ducantur, vt didicimus, & ſi quidem puncta in quæ perpendiculares cadunt, ſint in eadem recta linea, erunt plana ad ſeſe recta, ſin minus inclinata. Sint autem primum recta: & a punctis A C perpendiculares ducantur A D, C G, quæ vel æquales erunt, vel inæquales. Sint primum æquales, & iuncta D G bifariam ſecetur in F. erit igitur F punctum in plano, quod quærimus: & punctum E circumferentiæ A B C medium, quod in ſuperficie ſphæræ puncto F reſpondet: & B F perpendicularis minima, vt ante dictum eſt.

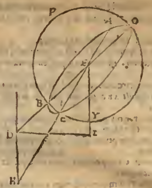




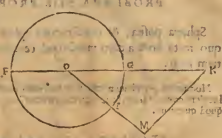
Sed non ſint æquales, ſitq; A D minor: & producta G D, fiat vt C G ad A D, ita G H ad H D. erit punctũ H, in quo recta linea a puncto C ad A ducta, ſubiecto plano occurrit, & tum recta linea A H, tum angulus A H D dabitur. His ita conſtitutis exponatur circulus circa diametrum K L, æqualis maximo circulo A B C: & producta K L adiungatur L M æqualis A H: anguloque A H D æqualis fiat angulus K M N. a punctis autem K L perpendiculares demittantur K N, L O, & a centro S perpendicularis S P, quæ circumferentia A B: & rectæ lineæ O P æqualis recta D F: quod idem eſt, ac ſi diceremus recta

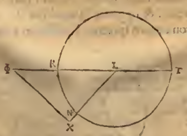
linea

inea DG bifariam ſecetur in F. erit igitur F punctum, in quod ſphæra demiſſa cadet, & punctum E in ſuperficie ſphæræ: & perpendicularis minima, quæ ipſi EF eſt æqualis.



Non ſit autem circulus ABC in plano ad ſubiectum planum recto: ſumaturque ipſorum communis ſectio DH: & in circulo ABC ſumantur puncta AC ſecundum diametrū oppoſita, ita vt recta linea contingens puncta AC communi ſectioni DH occurrat. quod quidem facile fieri poteſt, cum linea ſit in circuli ABC plano. Itaque occurrat in H, data igitur erit AH, & angulus AHD datus. ducatur a centro E ad DH perpendicularis EBD, quæ quidem ducetur hoc modo. Exponatur circulus FLG circa FG diametrum maximo circulo ABC æqualis: & adiungatur GK æqualis CH, anguloque AHD æqualis conſtituatur angulus FKM: & a centro O perpendicularis OLM. poſtea circumferentiæ GL æqualis abſcindatur circumferentia CB, & rectæ lineæ KM æqualis recta BD. ergo DB ipſi ML æqualis erit; & ad HD perpendicularis; ac producta in centrum E cadet. hæc enim ex ſimilitudine perſpicua ſunt. ducatur ipſi DH ad rectos angulos in ſubiecto plano recta linea DI. quare DH perpendicularis eſt ad planum, quod per lineas EDI ducitur, ac propterea circulus ABC ad dictum planum rectus eſt, planum igitur BDI productum circulum faciet in ſphæra maximum, ad circulum ABC rectum. quod quidem per polos ipſius & per puncta BO trāſibit. ergo ſi circuli ABC polum ſumentes, qui ſit P; per P & per vtrumque ipſorum BO circulū deſcribemus: erit is in ſphæra maximus, & erit in plano per ODI tranſeunte. Itaque deſcribatur, & ſit BPO;





rurſuſque expoſito circulo RNT circa RT diametrum, addatur RΦ æqualis BD, & angulo BDI æqualis fiat angulus RΦX: & a centro L perpendicularis ducatur LNX. circumferentiæ vero RN ſumatur æqualis circumferentia BY in BPO circulo. & rectæ lineæ ΦX æqualis recta DI. ergo iuncta IY æqualis erit ipſi XN, & producta in centrum E cadet: eritque ad ſubiectum planum, & ad rectam lineam DI perpendicularis. punctum igitur I eſt illud, in quod ſphæra cadit; & punctum Y ſecundum quod cadit: minima vero perpendicularium eſt ipſa YI.

COMMENTARIVS.

A Sumantur in circuli circumferentia tria quæuis puncta, a quibus ad ſubiectum planum perpendiculares ducantur] *Græcus codex hoc loco deprauatiſſimus eſt, quem nos reſtituimus.*

B Vt didicimus] *In antecedente ſcilicet.*

C Quare DH perpendicularis eſt ad planum, quod per lineas BDI ducitur]. *Ex 4. vndecimi elementorum. eſt enim DH perpendicularis ad ipſas DB, DC, quæ in puncto D ſe mutuo ſecant.*

D Ac propterea circulus ABC ad dictum planum eſt rectus] *Ex 18. vndecimi elementorum. Nam circuli ABC planum per DH tranſit, quippe quæ communis ſectio eſt ipſius, & ſubiecti plani.*

E Planum igitur BDI productum circulum faciet in ſphæra maximum] *Ex 6. primi libri ſphæricorum Theodoſij, cum per centrum E tranſeat.*

F Quod quidem per polos ipſius, & per puncta BO tranſibit] *Ex 13. primi libri ſphæricorum eiuſdem.*

G Ergo ſi circuli ABC polum ſumentes, qui ſit P] *Circuli polum inueniemus ex 21. primi libri ſphæricorum.*

H Per P & per vtrumque ipſorum BO circulum deſcribemus] *Ex 19. eiuſdem libri.*

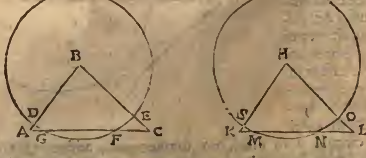
PROBLEMA XIII. PROPOSITIO XVII.

Sphæra poſita, & puncto extra ipſam dato, inuenire punctum, in quo recta linea a dato puncto ad centrum ſphæræ ducta circumferentiam ſecat.

Hoc autem perſpicuum eſt. ſi enim à dato puncto recta linea in circumferentiam incidens conuertatur, & ipſa circulum deſcribet: & polus ipſius erit punctum illud, quod quæritur.

PROBLEMA XIV. PROPOSITIO. XVIII.

Ponatur rurſus ſphæra, & duo puncta dentur, vtraque extra ſuperficiem eius, & oporteat ſumere puncta, in quibus recta linea data puncta coniungens ſphæræ, ſuperficiem ſecat.

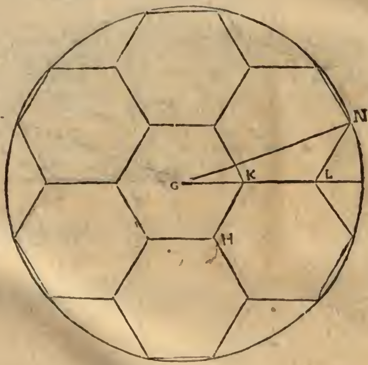


Ponatur enim ſphæra circa B centrum, & data puncta extra ſuperficiem eius ſint AC. puncta vero, in quibus rectæ lineæ a punctis AC ad centrum B ductæ ſuperficiei occurrunt DE. Deſcribatur maximus circulus DEFG. ergo datæ erunt AD, CE rectæ lineæ, & cum data ſit ſphæræ ſemidiameter, totæ AB, CB dabuntur. itemque ea, quæ data puncta AC coniungit. Ex tribus igitur rectis lineis AB, AC, CB triangulum HKL conſti-

conſtituatur, & circa centrum H deſcribatur SMNO circulus; circulo DBFG æqualis. Si ergo is circulus ſecat KL, manifeſtum eſt rectam lineam, quæ puncta AC contingit, ſphæram ipſam ſecare, ſin minus non ſecare. Itaque circulus ſecet KL in MN punctis: & circumferentiæ SM æqualis abſcindatur circumferentia DG; circumferentiæ vero ON æqualis abſcindatur EF conſtat igitur puncta GF ea eſſe, in quibus recta linea contingens AC ſphæræ ſuperficiem ſecat.

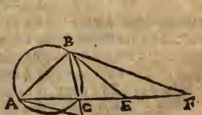
PROBLEMA XV. PROPOSITIO XIX.

Vtilia etiam ſunt, quæ proprie organica appellantur; & maxime quando ad id quod facile eſt a reſolutione manuducta experientiam proportione reſpondentem effugere poſſint. vt exempli gratia. In dato circulo ſeptem hexagona deſcribere, vnum quidem circa idem, quod eſt circirculi centrum: reliqua vero ſex a medijs lateribus, quæ oppoſita latera habent ad circuli circumferentiam aptata.



Sit datus circulus, cuius centrum G, & circa idem centrum ponatur latus hexagoni HK, ita vt hexagonum, quod ab HK deſcribitur, latus LN ad circuli circumferentiam aptatum habeat: & iungatur GK. ergo GK in eadem recta linea conſtituitur in qua latus hexagoni K, propterea quod angulus quidē GKH duas tertias recti, angulus vero HKL rectum, ac recti tertiam continet: & iuncta GN, cum GK, KL æquales ſint, erit GL dupla ipſius LN. eſtque angulus ad L datus, quippe qui continet rectum, ac recti tertiam. triangulum igitur GLN ſpecie datur. & datur proportio GN ad NL, ſed data eſt GN. ergo & NL, videlicet hexagoni latus, data erit.

Organicum vero hoc modo.

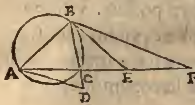


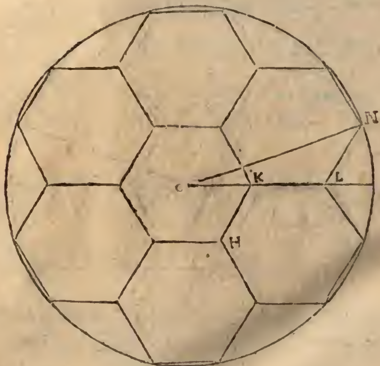
Exponatur rectæ lineæ, quæ eſt ex centro circuli, tertia pars AC, in qua circuli portio ABC deſcribatur, duarum tertiarum recti angulum ſuſcipiens, & quarum partium recta linea AB eſt nouem, earum quattuor abſcindatur CB: &

 BE con-

EB contingens ducatur. Dico iunctam AE hexagoni lateri HK æqualem eſſe. producatur enim BC, & ipſi AB, æqualis ponatur BD. ergo triangulum ABD æquicrure
A eſt: & recta linea AF æqualis eis, quæ eſt ex centro circuli. Quoniam igitur AB ad BC eam habet proportionem, quam nouem ad quattuor, & quadratum ex AB ad quadratum ex BC hanc eandem proportionem habebit, quare AB hoc eſt BD ſeſquialtera eſt BC, & BC ipſius CD dupla. ſed & FC dupla eſt CA. ergo, & iuncta BF ipſius AD, hoc eſt AB dupla erit. ſed & GL dupla eſt LN & æquales angulos continent. triangulum igitur ABF ſimile eſt triangulo NLG: & recta linea AF æqualis GN. ergo & AB ipſi NL, vel HK æqualis erit.

A L I T E R.





Idem aliter manifeſtius oſtendemus.

Sit AF æqualis ei, quæ eſt ex centro circuli dati: & abſcindatur ipſius tertia pars AC, in qua circuli portio ABC deſcribatur, ſuſcipiens angulum duarum tertiarum recti, & quarum AC eſt quinque, earum quattuor ponatur CE: ducaturque EB portionem contingens. & iunctis AB, BF, BC producatur BC ad D, ita vt BD ſit æqualis BA, & AD iungatur. Quoniam igitur in circulum ductæ ſunt ECA, EB, quarum altera quidem ſecat, altera vero circulum contingit; erit rectangulum AEC æquale quadrato ex EB: ergo vt AE ad EB, ita EB ad EC: proptereaque CEB triangulum triangulo AEB æ-
B quiangulum erit. & vt EA ad AB, ita EB ad BC, vt igitur quadratum ex AE ad qua-
C dratum ex EB, ita quadratum ex AB ad quadratum ex BC. ſed vt quadratum ex AE ad quadratum ex EB, ita AE ad EC, quare vt AE ad EC, ita quadratum ex AB, hoc eſt BD ad quadratum ex BC. quadratum igitur ex DB ad quadratum ex BC propor-
D tionem habet eandem, quam nouem ad quattuor, & idcirco DB ſeſquialtera eſt ipſius BC: & BC dupla CD. eſt autem & FC ipſius CA dupla. ergo vt FC ad CA, ita
E BC ad CD. & anguli ad C æquales ſunt. angulus igitur ad D angulo FBC: & angulus ad F angulo CAD eſt æqualis, quare vt FB ad BC, ita AD ad DC: & permutando vt

FB ad

FB ad AD, ita EC ad CD. ſed FC eſt dupla CD. ergo & FB ipſius AD, hoc eſt AB dupla erit. angulus autem ad D eſt duarum tertiarum recti. quare & duarum tertiarum recti eſt FBC: & totus ABF vnius recti, ac tertiæ. Itaque ſi habeamus circulum circa centrum G, cuius ſemidiameter ſit æqualis AF; a centro autem ipſius ducamus GL, quæ ſit æqualis FB; & ad rectam lineam GL, atque ad punctum in ea L angulum conſtituamus GLN ipſi FBA æqualem, & iungamus GN; erit triangulum NLG triangulo ABF æquiangulum. eſtque AF æqualis GN ergo & NL ipſi AB æqualis erit. conſtat igitur deſcriptionem ſex hexagonorum in circulo fieri a recta linea ipſi AB æquali.

COMMENTARIVS.

Quoniam igitur AB ad BC eam habet proportionem, quam nouem ad quattuor, & quadratum ex AB ad quadratum ex BC hanc eandem proportionem habebit.] *Omnia hæc, & quæ deinceps ſunt, paulo poſt apertius explicabuntur.* A

Vt igitur quadratum ex AB ad quadratum ex EB, ita quadratum ex AB ad quadratum ex BC] *Quoniam enim vt BA ad AB, ita EB ad BC, erit permutando vt AB ad EB, ita AB ad BC; & ideo vt quadratum ex AB ad quadratum ex BE, ita quadratum ex AB ad quadratum ex BC.* B 22.ſexti.

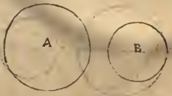
Sed vt quadratum ex AB ad quadratum ex EB, ita eſt AB ad BC] *Ex corollario 20. ſexti elementorum. nam vt AB ad BB, ita BB ad EC, quod ſuperius demonſtratum eſt.* C

Et idcirco DB ſeſquialtera eſt ipſius BC] *Vt enim nouem ad ſex, ita ſex ad quattuor, & cum quadratum ex DB ad quadratum ex BC ſit vt nouem ad quattuor, erit DB ad BC, vt nouem ad ſex; vel vt ſex ad quattuor. ergo DB ipſius BC ſeſquialtera erit.* D

Angulus igitur ad D æqualis eſt angulo FBC, & angulus ad F angulo CAD eſt æqualis] *Quoniam vt FC ad CA, ita BC ad CD; erit permutando vt FC ad CB, ita AC ad CD; atque eſt angulus BCF æqualis ipſi DCA. triangulum igitur BCF ſimile eſt triangulo DCA: & ob id angulus FBC æqualis angulo ADC; angulusque LFC angulo CAD æqualis.* E 15.primi. 6.ſexti.

PROBLEMA XVI. PROPOSITIO XX.

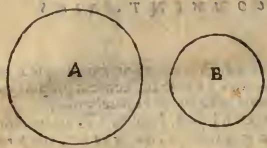
Quo autem modo ſupradictorum tympanorum appoſitio fiat, nunc dicemus.



Sint duo tympana tornata, & ſibi ipſis appoſita AB: & ſit vt diameter tympani A ad diametrum tympani B, ita multitudo dentium A ad multitudinem dentium B: ſic enim tympanorum appoſitio ſeruatur: propterea quod vt circumferentia circuli ad circuli circumferentiam, ita eſt diameter ad diametrum, hoc enim infra demonſtrabitur.

THEOREMA V. PROPOSITIO XXI.

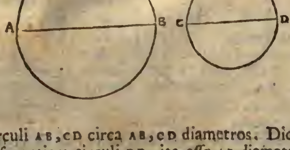
Ponatur tympanum quidem A dentium ſexaginta, tympanum vero B dentium quadraginta. Dico vt velocitas tympani A ad velocitatem tympani B, ita eſſe dentium B multitudinem ad multitudinem dentium A.



Quoniam enim tympana A B ſibi ipſis appoſita ſunt, quot dentes mouetur B, totidem mouebitur etiam ipſum A quando igitur B conuerſum integram reuolutionem fecerit, tunc A quadraginta dentes motum erit. & quando B integras reuolutiones ſexaginta fecerit, quanta eſt multitudo dentium A, tunc A motum erit dentes 2400. quanta eſt multitudo dentium A in multitudinem dentium B ducta: ſimili ratione oſtendetur, & quando A integras reuolutiones quadraginta fecerit; quanta eſt multitudo dentium A, tunc B dentes 2400. motum eſſe, quanta eſt multitudo dentium B ducta in multitudinem dentium A. Quando igitur A integras reuolutiones fecerit quadraginta, quanta eſt multitudo dentium B, tunc & B integras reuolutiones ſexaginta fecerit, quanta eſt multitudo dentium A. ergo vt velocitas A ad velocitatem B, ita multitudo dentium B ad dentium A multitudinem.

THEOREMA VI. PROPOSITIO XXII.

Circumferentias autem circulorum interſe eſſe, vt eorum diametri, nunc oſtendemus.



Sint enim duo circuli A B, C D circa A B, C D diametros. Dico vt circuli A B circumferentia ad circumferentiam circuli C D, ita eſſe A B diametrum ad diametrum C D. Quoniam enim vt A B circulus ad circulum C D, ita quadratum diametri A B ad quadratum diametri C D. ſed circuli A B quadruplum eſt rectangulum, quod diametro A B, & A B circumferentia continetur. circuli vero C D quadruplum. eſt rectangulum, quod continetur diametro C D, & C D circumferentia; rectangulum enim contentum ſemidiametro circuli, & ipſius circumferentia duplum eſt circuli areæ, vt ab Archimede, & in commentario in primum mathematicorum, & a nobis vno theoremate demon-

monſtratum eſt, vt igitur rectangulum, quod diametro A B, & A B circumferentia continetur, ad rectangulum contentum C D diametro & circumferentia C D, ita quadratum ex A B ad quadratum ex C D: permutandoque vt rectangulum contentum circumferentia A B & A B diametro ad quadratum ex A B, ita quod circumferentia C D, & C D diametro continetur ad quadratum ex C D. ergo vt circuli A B circumferentia ad diametrum A B, ita circumferentia circuli C D ad C D diametrum. hoc enim perſpicuum eſt, & in elementis ſumitur. quare & permutando vt A B circumferentia ad circumferentiam C D, ita diameter A B ad diametrum C D.

COMMENTARIVS.

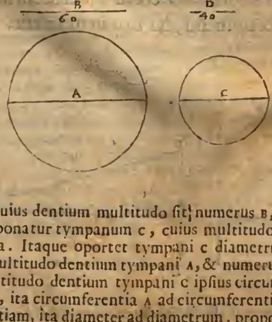
Quoniam enim vt A B circulus ad circulum C D ita quadratum diametri A B ad quadratum diametri C D] *Ex ſecunda propoſitione duodecimi libri elementorum.* A

Rectangulum enim contentum ſemidiametro circuli, & ipſius circumferentia duplum eſt circuli areæ] *Archimedes namque in libro de circuli dimenſione, propoſitione prima demonſtrauit quemlibet circulum æqualem eſſe triangulo orthogonio, cuius ſemidiameter quidem vni laterum, quæ circa rectum angulum ſunt, circumferentia vero baſi eius eſt æqualis. Sed rectangulum contentum ſemidiametro circuli, & eius circumferentia dicti trianguli eſt duplum: quare ſequitur ipſius quoque circuli duplum eſſe.* B

Ergo vt circuli A B circumferentia ad diametrum A B, ita circumferentia circuli C D ad C D diametrum] *Eſt enim rectangulum contentum circumferentia circuli A B, & A B diametro ad quadratum ex A B, ita rectangulum contentum circumferentia circuli C D, & C D diametro ad quadratum ex C D. Sed vt rectangulum contentum circumferentia circuli A B, & A B diametro ad quadratum ex A B, ita eſt circumferentia circuli A B ad A B diametrum ex prima ſexti libri elementorum. habent enim eamdem altitudinem, videlicet rectam lineam A B & ſimili ratione vt rectangulum contentum circumferentia circuli C D, & C D diametro ad quadratum ex C D, ita circuli C D circumferentia ad diametrum C D, quare vt circumferentia circuli A B ad A B diametrum, ita circumferentia circuli C D ad diametrum C D.* C 11. quinti

PROBLEMA XVII. PROPOSITIO XXIII.

Tympano dato, & data multitudine dentium ipſius, propoſitum ſit apponere ei tympanum datam habens dentium multitudinem, & appoſito tympani diametrum inuenire.

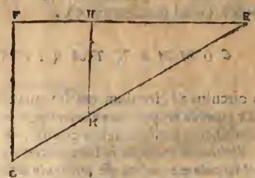


Sit tympanum A, cuius dentium multitudo ſit numerus B, vnitatum videlicet ſexaginta, & ipſi A apponatur tympanum C, cuius multitudo dentium ſit D numerus vnitatum quadraginta. Itaque oportet tympani C diametrum inuenire. Quoniam enim numerus B eſt multitudo dentium tympani A, & numerus D multitudo dentium tympani C eſtque multitudo dentium tympani C ipſius circumferentia: erit vt B numerus ad numerum D, ita circumferentia A ad circumferentiam C. ſed vt circumferentia ad circumferentiam, ita diameter ad diametrum. proportio autem numeri B ad D numerum eſt data; cum data ſit proportio ſexaginta ad quadraginta. ergo & diametri A ad diametrum C proportio eadem eſt, quæ ſexaginta ad quadraginta, & data

eſt dia-

eſt diameter A. ergo & diameter C dabitur. Oportebit enim facere, vt numerus ſexaginta ad quadraginta, ita diametrum A ad alium diametrum, circa quam circulus deſcriptus quæſito tympano æqualis erit.

Organice vero hoc modo.



Exponatur recta linea EF, diuiſa in tot partes æquales, quot dentes ſunt tympani A, hoc eſt in ſexaginta. A atque ipſi ad rectos angulos ducta FG tympani A ad diametro æqualis ponatur: iungaturque EG: & quarum partium EF eſt ſexaginta, earum quadraginta ſumatur EH; quanta ſcilicet eſt multitudo dentium tympani C. deinde per H ipſi FG parallela ducatur HK, erit igitur HK tympano C æqualis. B etenim demonſtratio manifeſta eſt.

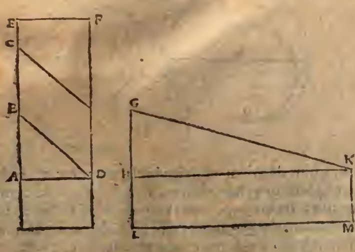
COMMENTARIVS.

A Atque ipſi ad rectos angulos ducta FG tympani A diametro æqualis ponatur] *Poteſt FG ad EF etiam in quocumque alio angulo aptari. idem namque ſequatur neceſſe eſt.*

B Etenim demonſtratio manifeſta eſt] *Ex quarta ſexti libri elementorum, triangula enim EFG, EHK ſimilia ſunt. quare vt EF ad FG, ita EH ad HK, & permutando vt FE ad EH, hoc eſt vt ſexaginta ad quadraginta, ita FG ad HK; hoc eſt ita diameter tympani A ad tympani C diametrum.*

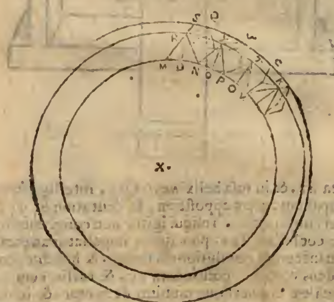
PROBLEMA XVIII. PROPOSITIO XXIV.

Quomodo autem conſtruatur cochlea, hælicem habens obliquis dentibus tympani dati congruenti, ita manifeſtum erit.

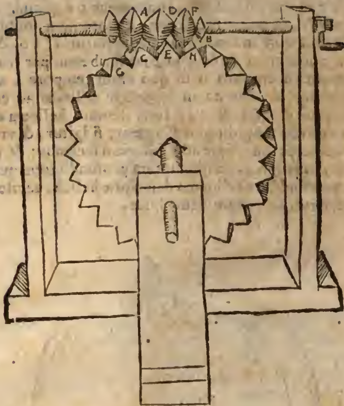


Intelligatur cylindrus æquali craſſitudine tornatus ad EF cuius latus AB, ſumaturque in ipſo interuallum helicis monoſtrophi AB: & fiat lamina ærea, cuius pars quidem GHK ſit triangulum orthogonium, rectum angulum habens ad H; reliqua vero parallelogrammum rectangulum HKLM, ſitque HG æqualis ipſi AB, & HK æqualis perime-

perimetro cylindri A D, B F. & circumflectatur lamina circa cylindrum, ita vt parallelogrammum H K L M etiam cylindrus fiat, contingens D E quando introductum fuerit. ponatur autem H in A, & G in B, & ſic per G K ſubtenſam angulo recto, atq; inflexam deſcribemus helicem, quæ monoſtrophos appellatur, vt B D. & rurſus transponentes laminam, vt H ponatur in B, & G in C, deſcribemus per G H alteram helicem monoſtrophon, ita vt tota diſtrophos ſit in quo enim tempore A ad B accedit. cum æqualiter moueatur, in hoc & A B mota in ſuperficie cylindri ad eundem locum reuertitur, & punctum, quod in recta linea A B ferri diximus helicem monoſtrophon deſcribet. id, quod demonſtrauit Apollonius Pergæus; ſi igitur, & vtramque linearum A B, B C, & eas, quæ deinceps ſunt vſque ad E bifariam ſecemus: & per puncta lamina deſcribamus helices monoſtrophos, ab ipſis autem profunditatem quamcumque voluerimus, ſumamus, & à profunditate reliquum deſcriptæ helicis, facile helicem lenticulari forma, cum polierimus, perfectam habebimus.



Rurſus in altera ſuperficie dati tympani circa tempus intelligatur circulus, cuius circumferentia R Y T K, & centrum X, punctaque R Y T æquali ſpacio inter ſeſe diſtantia, verbi gratia, cum totus circulus in viginti quattuor partes diuiſus fuerit. ab ipſis autem R Y T punctis ad X centrum vergentes ducantur vſque ad circulum M N, P V circa X deſcriptum rectæ lineæ R O, Y O, T O: & a punctis quæ circumferentias O O bifariam ſecant, ad R Y T ducantur N R, M R, N Y, P Y, P T, V T: & in directum ipſi O R ducatur in connexa ſuperficie tympani R S vſque ad circumferentiam, quæ eſt in altera tympani ſuperficie circa tempus ſimiliter deſcripto circulo Q ☉. atque a puncto S medietati circumferentiæ R Y vt obliquitatis, ponatur æqualis S Q. ipſi autem R Y Q ☉: & ita deinceps æqualem ponentes ☉ C ipſi Y T, & reliquas, coniugenteſque R Q, Y ☉, T C habebimus dentium obliquitates. Quoniam igitur R Y circulis circulo Q ☉ eſt æqualis, deſcribemus etiam in altera ſuperficie tympani circa centrum oppoſitum puncto X, circulum æqualem circulo M N, & a punctis Q ☉ ducemus ad ipſum rectas lineas, vergentes in centrum: atque eadem facientes iis, quę in circumferentia circuli R Y T, habebimus aliud latus tympani deſcriptum. poſtremo excidentes figuras, quæ inter lineas interijciuntur, vt R N Y, Y P T, & ipſis oppoſitas, habebimus tympanum obliquis dentibus dentatum, vnuſquiſque autem eorum in helicem cochleæ ingreditur, quoniam, & interuallum inter R Y æquale eſt interuallo A B helicis cochleę: & manifeſtum eſt ſecundum vnamquamque conuerſionem cochleæ vnum dentem deferri. Hoc enim Hero in mechanicis demonſtrauit, conſcribetur autem & a nobis, vt nihil extrinſecus inquiramus.



Intelligatur cochlea A B, & in ipſa helix A C, D B, F B. intelligantur etiam monoſtrophi dictę helices. tympanum autem appoſitum, & dentatum ſit G C, B H, dentes habens G C, C B, B H helici congruentes. reliqui igitur non congruunt in reliquas helices. Itaquę ſi conuertamu cochleam, ita vt punctum E impellatur ad partes C, erit E in C, quando cochlea vnam integram reuolutionem fecerit. & habebit dens quidem C B poſitionem ipſius C G, dens vero B H poſitionem B C. & rurſus cum B H habuerit poſitionem C B in vna cochleæ conuerſione omnino deferetur. & in dentibus, qui deinceps ſunt eadem intelligere oportet; quam ob rem quot dentes habuerit tympanum, toties cochlea mota vnam integram tympani reuolutionem faciet.

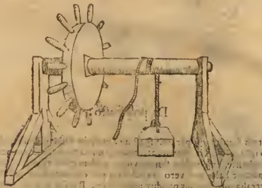
De quinque facultatibus, per quas datum pondus data potentia mouetur.

Hęc igitur de pondere dicta ſint. de quinque vero facultatibus iam dictis ex Herone expoſitionem breuiter faciemus, ad memoriam ſtudioſorum, addentes etiam de machina vnimembri, bimembri, trimembri, & quadrimembri ea quę neceſſario dicuntur. ne qui hęc quęrit aliquando laboret inopia librorum. in quibus ſcripta ſunt. etenim nos in libros magna ex parte deprauatos, & tum principio, tum fine carentes incidimus. Cum igitur quinque ſint facultates, per quas datum pondus data potentia mouetur, neceſſarium eſt figuras earum, & vſus; præterea etiam nomina exponere. Traditum autem eſt ab Herone, & à Philone qua de cauſa prædictæ facultates in vnam reducantur natura, quamquam figuris multum inter ſe diſtantes. Nomina igitur hæc ſunt. Axis in peritrochio, vectis, polyſpaſton, cuneus, & præter hæc quæ appellatur infinita cochlea.

De Axe in peritrochio.

Axis igitur in peritrochio hoc modo conſtruitur. Lignum accipere oportet firmum, quadratum perinde, ac tignum: eiuſque extrema contorquentes rotunda facere, & choinicidas circumponere æreas coagmentatas axi, ita vt in iniectæ foramina rotunda in immoto quodam pegmate expedite vertantur, cum foramina habeant τρύβας æreos choinicidibus ſubiectos. Vocatur autem id lignum, quod dictum eſt, axis & circa medium

lum axem circumponitur tympanum, habens foramen quadratum axi congruens, vt eodem tempore & axis, & peritrochium vertatur. Conſtructio igitur declarata eſt. Vſus autem eſt, qui dicetur. Cum enim volumus magna pondera minore vi mouere, alligatos ad pondus funes circumponimus circa depreſſas partes axis: & in foramina, quæ ſunt in peritrochio inijcientes ſcytalas, deducenteſque peritrochium conuertimus & ita facile pondus a minore potentia mouebitur, funibus circa axem conuolutis, vel etiam ab aliquo recollectis, vt ne toti axi circumponantur. dicti autem inſtrumenti magnitudinem, quidem congruere oportet ijs, quæ mouenda ſunt, ponderibus, ſymmetriam vero ad rationem, quam habet motum pondus ad potentiam mouentem, vt deinceps oſtendetur.



De vecte.

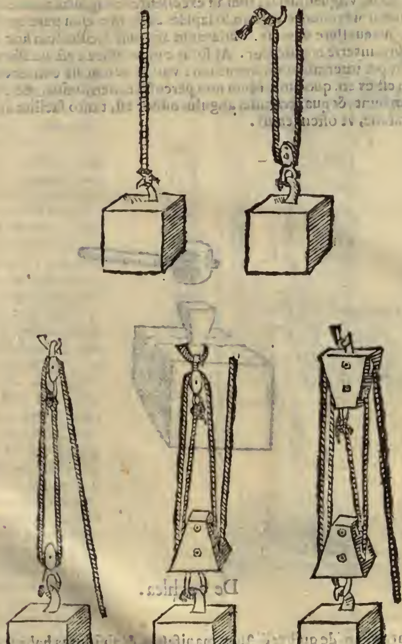
Erat autem ſecunda facultas, quæ per vectem, & fortaſſe præmeditatio motus circa excedentia pondera; ſtatuentes enim quidam magna pondera mouere, quoniam primum a terra attollere oportet, anſas autem non habebant, quod omnes partes baſis ipſius ponderis ſolo incumberent, paulum ſuffodientes, & ligni longi extremitatem ſubijcientes ſub onus, adducebant ex altera extremitate, ſupponentes ligno prope ipſum onus lapidem, qui hypomochlium appellatur. cumque illis viſus eſſet hic motus valde facilis exiſtimauerunt fieri poſſe, vt hoc pacto magna pondera mouerentur. vocatur autem tale lignum Vectis, ſiue quadratum, ſiue rotundum ſit. & quanto propinquius oneri ponitur hypomochlium, tanto facilius pondus mouetur, vt deinceps oſtendemus.

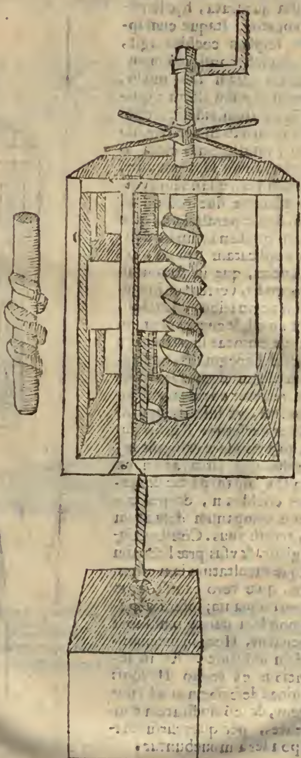
De po-



De polyſpaſto.

Tertia autem facultas eſt per polyſpaſtum, quando enim volumus aliquod pondus attrahere ab ipſo religantes funem, attrahimus tanta vi, quantâ ponderi eſt æqualis, Si autem attrahentes ex pondere funem, vnum quidem ipſius caput ſuſpendamus ex aliquo loco manente, alterum vero traiĳcientes per orbiculnm ad pondus religatum, etiam hoc attrahamus, facilius pondus mouebitur. Rurſus ſi ex loco manente ſuſpendamus alterum orbiculum, & ductum caput per orbiculum ſumentes attrahamus, multo facilius mouebitur pondus. & rurſus ſi ad pondus religauerimus alterum orbiculum, & ductum caput per ipſum ſumentes attrahamus, adhuc multo facilius pondus mouebitur. ſemperque orbiculum a manente loco, & pondere religantes, & viciſſim ductum caput traiĳcientes per orbiculos, facilius pondus mouebitur: & tanto facilius, in quanto piura membra funis inflectetur. oportet autem religatum caput ex aliquo loco manente ſuſpendi. ſed ſingulos orbiculos ſeorſum a manente loco, & a pondere religemus, orbiculi quidem, qui dicuntur in manente loco eſſe, in vnum lignun induntur, circa axes verſationes habentes, quod manganum appellatur; hoc autem per alterum funem ex manente loco ſuſpenditur. orbiculi vero, qui ſunt ad pondus in alterum manganum huic æquale induntur: quod rurſus ſolum a pondere religatur, atque ita oportet in manganis diſpoſitos eſſe orbiculos, vt ne membra inter ſe explicata difficulter moueantur. Quam autem ob cauſam cum plura ſint membra, facilitas mouendi ſubſequatur, oſtendemus, & cur alterum caput ex manente loco ſuſpendatur.

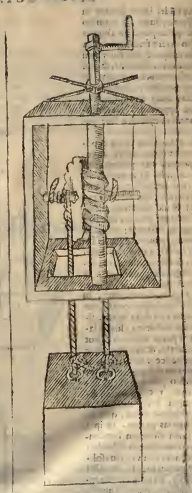




Si cylindri latus feratur in ſuperficie cylindri; a termino autem ipſius punctum aliquod ſimul in latere feratur, ita vt in eodem tempore, & latus vnam conuerſionem abſoluat, & punctum latus totum permeet; linea in ſuperficie cylindri a puncto facta helix eſt, quam cochleam appellant. Deſcribetur autem in cylindro hoc pacto.

Si in plano duæ rectæ exponantur, ad rectos interſe angulos, quarum vna quidem dicto lateri cylindri ſit æqualis, altera vero æqualis circuli circumferentiæ, qui eſt baſis cylindri: & ad terminos dictarum linearum ducatur linea recto angulo ſubtenſa: ponatur autem ea, quæ eſt æqualis lateri cylindri, in ipſo cylindri latere; & altera, quæ circa rectum angulum conuoluatur in circuli circumferentia, & quæ recto angulo ſubtenditur, in cylindri ſuperficie conuoluetur, in qua erit dicta helix, licet autem diuidere cylindri latus in tot partes æquales; quot quis voluerit. & in vnaquaque ipſarum helicem deſcribere, ſicuti ſuperius dictum eſt, ita vt in cylindro plures helices deſcribantur. vocetur autem ſemel ſumpta helix monoſtrophos, videlicet linea, quæ fit circa ſingulas partes. In ipſa igitur linea canalem incidentes in profunditatem cylindri, & excidentes, ita vt tylus ſolidus aptetur in canali, cochlea ſic vtuntur. Extrema ipſius rotunda facientes aptant in quędā diapegmata in rotūdis foraminibus, ita vt facile conuertantur ſupra cochleam vero accomodantes regulam, quæ canalem ipſi parallelum habeat medium in ſuperiori ſuperficie. In hoc canali aptant ſupradictum tylum, ita vt alterum quidem ipſius tyli extremum in canali cochleæ aptetur, alterum vero in dicto canali, qui eſt regula. Quando igitur volunt per hoc inſtrumentum onus mouere, ſumentes funem, vnum ipſius caput a pondere religant, alterum vero à prædicto tylo: & cum foramina ſint in capite cochleæ ſcytalas inijcientes eam verſant, atque ita ab helice tylus deductus in canali funem, & per funem onus attrahit. licet et am loco ſcytalarum manubrium quoddam circumponere cochleæ extremo, quod extra diapegma emineat, & ita verſantes cochleam onus attrahere. Helix autem, quæ eſt in cochlea interdum quadrata fit, interdum lenticularis: quadrata quidem, cum ea canalis rectas habet inciſiones, lenticularis

cularis vero cum obliquas; in vnam lineam deſinentes. quarum illa quadrata, hęc lentilaris vocatur. Itaque cum ipſa per ſeipſam cochlea agit, hanc habet conſtructionem. Fit etiam etiam alio modo. Aſſumentes enim alteram quandam facultatem, videlicet conſtructionem axis in peritrochio vocati; intelligemus circa axem tympanum dẽtatum eſſe, cochleam vero quandam tympano adiacere ſiue rectam ad ſolum, ſiue ei parallelam; quæ helicem quidem tympani dentibus implicatam habeat, extrema vero, quę in foraminibus rotundis, vertentur in quibuſdam pegmatibus, ſicuti ante dictum eſt, & cum extremum cochleæ emineat in partem exteriorem diapegmatis, vel anſam quandam circumponi per quam verſetur cochlea, vel foramina ita, vt iniectis ſcytalis ſimiliter verſetur. Rurſus funes, quia pondere religantur, conuoluentes circa axem ex vtraque tympani parte: & verſantes cochleam, & per cochleam tympanum dentatum onus attrahemus. Conſtructiones igitur, & vſus prædictarum quinque facultatum iam oſtendimus. quæ vero cauſſa ſicut per vnamquamq; ipſarum magna pondera parua omnino ſi mouenatur, Hero in mechanicis demonſtrauit. At in ſequentibus ex tertio Heronis machinas deſcribemus ad facilitatem, & cõmoditatem conſtruentes, per quas rurſus magna pondera mouebuntur.



De ijs

De ijs, quæ in ſolo ducuntur.

Quæ igitur in ſolo ducuntur, vt inquit, in chelonis ducuntur. chelone autem machina eſt ex quattuor lignis compacta, quorum extrema ſunt reſima. his onera imponunt, & ad earum extrema ſiue polyſpaſta ſiue funium capita religantur. hæc autem vel manu trahuntur. vel in ergatas referuntur. quibus circumactis chelone in ſolo trahitur

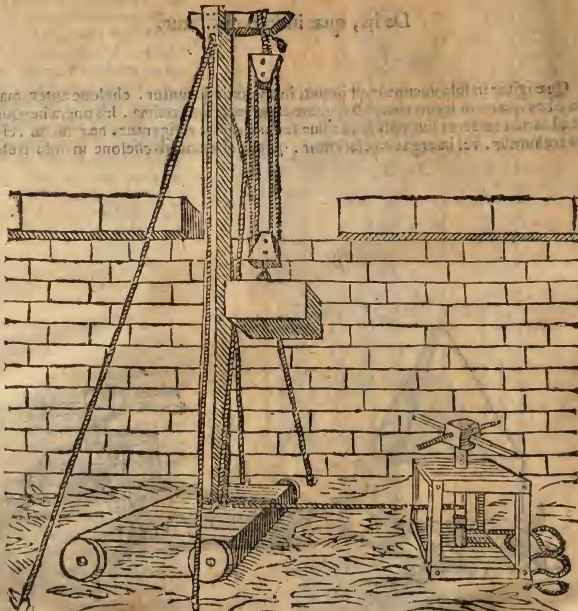


ſuppoſitis ſcytalis, vel ſanidibus. Si enim paruum ſit onus ſcytalis, ſi magnum ſanidibus vti oportet, propterea quod hæ non facile trahuntur. ſcitalæ enim conuerſæ periculum ſubeunt, cum onus impetum ſuſceperit. aliqui vero neque ſcytalis, neque ſanidibus vtuntur, ſed rotas ſolidas chelonis adhibentes agunt.

De ijs, quæ in altum tolluntur.

Sed in ijs oneribus, quæ in altum tolluntur, vt inquit, machinæ fiunt, aliæ quidem vnimembres, aliæ bimembres, aliæ trimembres, aliæ vero quadrimembres. vnimembres igitur hoc modo. Lignum firmum ſumitur, altitudinem habens maiorem, quam quo volumus onus eleuare. & ſi ipſum quidem per ſe firmum fuerit, ſumentes funem circaque ipſum ſtringentes, & pertexentes iuxta conuolutionem conſtringunt, interuallum autem, quod inter conuolutiones interijcitur, non ſit maius quattuor palmis, & ita lignum firmius efficitur, & funis conuolutiones, tamquam gradus, vtiles erunt iis, qui agunt, & volunt in ſuperiorem partem onus eleuare. Si autem lignum non ſit firmum ex pluribus coagmentetur, & expendere oportet onera, quæ eleuari debent, vt ne membrum debilius ſit; ſtat enim membrum rectum in ligno aliquo: & ad extremam ipſius partem funes religantur tres, vel quattuor, & demiſſi referuntur ad aliqua

loca



loca permanentia, vt lignum quo quis impulerit, non cedat, ab extentis funibus contentum: ex ſuperiori autem ipſius parte polyſpaſta ſuſpenduntur, & ducentes ad vnum attrahunt, ſiue manu, ſiue ad ergatas referentes. & quando onus in ſublime eleuatum ſit, oporteatque lapidem parieti imponere, vel vbi quis voluerit, relaxantes vnum aliquem funem ex ijs, qui in extremo religantur, videlicet eum, qui eſt ad alteras partes oneris, membrum inclinant, vel ſcytalas ſupponentes oneri in ijs partibus, in quibus funda lapidi non obuoluitur; laxant agentia polyſpaſta, quouſque onus ſcytalis inſideat; deinde ſoluentes fundam, vectibus mouent onus, adeo vt in quem velint locum transferant; vel rurſus ſubiectum membro lignum funibus manu attrahentes ad alteram ædificij partem tandem adducunt, ſimul remittentes funes, & rurſus religantes vtuntur, ſicut ante dictum eſt.

OCTAVI LIBRI FINIS.

REGISTRVM.

✱ A B C D E F G H I K L M N O P Q R S T V X Y Z.

Aa Bb Cc Dd Ee Ff Gg Hh Ii Kk Ll Mm Nn Oo Pp Qq Rr Sſ Tt Vu Xx Yy Zz.

Aaa Bbb Ccc Ddd Eee Fff Ggg Hhh Iii Kkk Lll Mmm Nnn Ooo Ppp.

Omnes ſunt duerniones, præter ✱ & P p p quæ ſunt terniones.

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

BONONIÆ, ex Typographia HH. de Ducijs. MDCLVIII.

SVPERIORVM PERMISSV.

IV-1.